TRƯỜNG ĐẠI HỌC HÀ TĨNH
KHOA SP TIỂU HỌC - MẦM NON

CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI

Giảng viên: Lê Trí Dũng

Tháng 7 năm 2012

Chương 1: CÁC BÀI TOÁN SỐ HỌC

I. Các bài toán về số Tự nhiên

1. Sử dụng lí thuyết chia hết và phép thử chọn

Kiến thức vận dụng:

- Từ $a = b \times c$ thì $a \vdots b$ hoặc $a \vdots c$.
- Từ $a + b \vdots m$ và $a \vdots m$ thì $b \vdots m$.
- Các dấu hiệu chia hết cho 2, cho 3,...
- Lưu ý: Học sinh Tiểu học chưa học khái niệm số nguyên tố nên không được sử dụng tính chất a chia hết cho c và a chia hết cho b và (b,c) = 1 thì $a \vdots b \times c$.
- Để chứng minh $a \vdots b \times c$ ta phải phân tích a có một thừa số bằng $b \times c$.
- Vận dụng:

__Ví dụ 1__: Thay các chữ a, b, c, d bằng những chữ số thích hợp trong phép tính sau:

$$\overline{abc} \times 5 = \overline{dad}$$

__Giải__

Chữ số d khác 0, $\overline{dad} \vdots 5$ nên chữ số tận cùng d = 5, a = 1 (vì nếu a = 2 trở lên thì tích $\overline{abc} \times 5$ sẽ là số có 4 chữ số).

Ta có: $\overline{abc} \times 5 = 515$

$\overline{abc} = 515 : 5 = 103.$

Vậy: a = 1, b = 0, c = 3, d = 5.

__Ví dụ 2__: Thay các chữ số a, b, c bằng các chữ số thích hợp sao cho:

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1983$$

__Giải__

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1983$$

$(\overline{ab} \times c + d)$ là số tự nhiên nên $1983 \vdots d$. Vì 1983 là số lẻ cho nên d là: 1, 3, 5, 7, 9. Vì 1983 có số tận cùng là 3 nên d không thể là 5.

Vì 1983 có tổng các chữ số bằng 21 không chia hết cho 9 nên d không thể là 9.

Vì 1983: 7 = 283 (dư 2) nên d không thể là 7.

Ta xét trường hợp còn lại: d = 1, d = 3.

+ Nêu d = 1 thì $\overline{ab} \times c + 1 = 1983$

$\overline{ab} \times c = 1982$

Tích của số có 2 chữ số với số có một chữ số không thể là số có 4 chữ số nên d = 1 bị loại.

+ Nếu d = 3 thì ($\overline{ab} \times c + 3) \times 3 = 1983$, suy ra: $\overline{ab} \times c = 658$.

c phải bằng 7 trở lên (vì nếu c = 6 cho dù $\overline{ab} = 99$, $99 \times 6 = 594 < 658$,

mà 658 không chia hết cho 8, 9).

c = 7 ta có: $\overline{ab} \times 7 = 658$ suy ra $\overline{ab} = 94$ vậy a = 9, b = 9

Đáp số: a = 9, b = 4, c= 7, d = 3.

<u>Ví dụ 3</u>: An có 6 hộp ngòi bút gồm: hộp đựng 15 ngòi, hộp đựng 16 ngòi, hộp đựng 18 ngòi, hộp đựng 19 ngòi, hộp đựng 20 ngòi và hộp đựng 31 ngòi. An đã cho Bình một số hộp và cho Hòa một số hộp, tổng cộng đã cho hế 5 hộp. Tính ra số ngòi bút mà An cho Bình bằng nửa số ngòi bút mà An cho Hòa. Hỏi:

a. An còn lại hộp ngòi bút nào?

b. Bình được An cho những hộp ngòi bút nào?

<u>Giải</u>

Số ngòi bút của Hòa bằng hai lần số ngòi bút của Bình nên tổng số ngòi bút trong 5 hộp mà An cho Hòa và Bình phải là số chia hết cho 3.

Tổng số ngòi bút trong 6 hộp là: 15 + 16 + 18 + 20 + 31 = 119 (ngòi) là một số không chia hết cho 3: (1+1+ 9 = 11 không chia hết cho 3).

Ta xét các trường hợp sau:

+). Hộp còn lại không thể là 15 hoặc 18 ngòi bút vì 15, 18 đều chia hết chia hết cho 3.

+). Hộp còn là 16 ngòi bút thì 5 hộp còn lại có 119 – 16 = 103 không chia hết cho 3.

+). Nếu hộp còn lại là hộp 19 ngòi thì 5 hộp đã cho có: 119 – 19 =100(ngòi)

100 không chia hết được cho 3, (loại)

+). Nếu hộp còn là 20 ngòi thì 5 hộp đã cho có: 119 – 20 = 99(ngòi)

99: 3 nên ta nhận.

+). Nếu hộp còn lại là hộp 31ngòi thì 5 hộp đã cho có: 119 – 31 = 88(ngòi)

88 không chia hết cho 3.(loại)

Vậy An còn lại hộp 20 ngòi bút.

Ghi nhớ: ***Đại lượng A = k lần đại lượng B thì tổng 2 đại lượng chia hết cho k + 1.***

2. Vận dụng phân tích số và nguyên lý kẹp (chặn trên, chặn dưới)

Kiến thức vận dụng:

- Phân tích: $\overline{abc} = 100a + 10b + c \quad (0 < a \le 9,\ 0 \le b, c \le 9)$

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$

$11a = \overline{aa}$, $111a = \overline{aaa}$

- Sự phân tích duy nhất một số tự nhiên thành tích thành 2 số tự nhiên, 3 số tự nhiên.

Ví dụ 1: Cho một số có năm chữ số. Nếu viết thêm chữ số 1 vào tận cùng bên trái hoặc tận cùng bên phải số đó thì ta được hai số có sáu chữ số mà số này gấp 3 lần số kia. Tìm số đã cho.

Giải:

Gọi số có 5 chữ số là: $\overline{abcde}$ $(a \ne 0)$. Ta được hai số mới là: $\overline{1abcde}$, $\overline{abcde1}$.

Số $\overline{1abcde}$ không thể gấp 3 lần số $\overline{abcde1}$ vì $\overline{1abcde} < 300000$.

- Mà $\overline{abcde1} \times 3 > 300000$. Vậy chỉ xét trường hợp $\overline{abcde1}$ gấp 3 lần $\overline{1abcde}$.

Ta có: $\overline{abcde1} = \overline{1abcde} \times 3$

$= \overline{abcde} \times 10 + 1 = (100000 + \overline{abcde}) \times 3$

$= \overline{abcde} \times 10 + 1 = 300000 + \overline{abcde} \times 3$

$= \overline{abcde} \times 10 = 299999 + \overline{abcde} \times 3$

$= \overline{abcde} \times 3 + \overline{abcde} \times 7 = 299999 + \overline{abcde} \times 3$

(Tách 10 = 3 + 7)

$\overline{abcde} \times 7 = 299999$

$\overline{abcde} = 42857$

Vậy số cần tìm là: 42857.

<u>Ví dụ 2</u>: Tìm hai chữ số a và b khác nhau sao cho: $a \times b \times \overline{ba} = \overline{aaa}$.

<u>Giải</u>

$$a \times b \times \overline{ba} = \overline{aaa}$$

$$b \times \overline{ba} = \overline{aaa} : a$$

$$b \times \overline{ba} = 111$$

Phân tích: $111 = 1 \times 111 = 3 \times 37$

Vì $\overline{ba}$ là số có hai chữ số nên chỉ có: $b \times \overline{ba} = 3 \times 37$. Vậy b = 3, c = 7.

Thử lại: $7 \times 3 \times 37 = 21 \times 37 = 777$.

<u>Ví dụ 3</u>: Đến năm 1990 tuổi của một cô giáo bằng tổng các chữ số của năm sinh. Hỏi đến năm 2012 cô bao nhiêu tuổi?

<u>Giải</u>

Giả sử cô sinh năm $\overline{19ab}$, theo bài ra ta có :

$$1990 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b$$

$$1990 - 1900 - 10a - b = 1 + 9 + a + b$$

$$90 - 10a - b = 10 + a + b$$

$$11a = 80 - 2b$$

$$\text{Hay } \overline{aa} = 80 - 2b$$

Do $0 < b \leq 9$, Nên $60 < 80 - 2b < 80$. Hay $60 < \overline{ab} < 80$. Từ 60 đến 80 chỉ có 2 số có 2 chữ số giống nhau là 66 hoặc 77. Mà $\overline{aa}$ là một số chẵn nên $\overline{aa} = 66$.

Ta có: a = 6 thì b = 7.

Vậy cô giáo sinh năm 1967 đến năm 2012 tuổi của cô giáo là:

2012 – 1967 = 45(tuổi).

Thử lại: Đến năm 1990 tuổi của cô giáo là:

1990 – 1967 = 23(tuổi).

Ta có, tổng các chữ số năm sinh là: 1 + 9 + 6 + 7 = 23 (đúng).

Đáp số: Đến năm 2012 cô giáo 45 tuổi.

<u>Ví dụ 4</u>: Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp sao cho tích của chúng là 93024.

<u>Giải</u>

Bốn số tự nhiên liên tiếp có tích là 93024. Tích có chữ số tận cùng là 4 nên các thừa số của nó không có thừa số nào có chữ số hàng đơn vị là 0 hoặc 5. Bốn số đó chỉ có thể có chữ số hàng đơn vị là: 1, 2, 3, 4 hoặc 6, 7, 8, 9.

Mặt khác, tích 93024 >10000, $10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10$ nên tích 4 số tự nhiên liên tiếp có thể là: $11 \times 12 \times 13 \times 14$ hoặc $16 \times 17 \times 18 \times 19$

Hoặc $21 \times 22 \times 23 \times 24$ hoặc $26 \times 27 \times 28 \times 29$...

Mà: $93024 < 160000$; $160000 = 20 \times 20 \times 20 \times 20$.

Vậy, tích 4 số liên tiếp chỉ có thể là: $11 \times 12 \times 13 \times 14$

Hoặc: $16 \times 17 \times 18 \times 19$.

Ta có: $16 \times 17 \times 18 \times 19 = 93024$.

Vậy 4 số cần tìm là: 16, 17, 18, 19.

3. Bài toán sơ đồ cây

Kiến thức vận dụng: Sử dụng lí thuyết tổ hợp, hoán vị, hoán vị lặp, chỉnh hợp để biết được số các số cần lập theo yêu cầu của bài toán.

Cụ thể:

- Từ n chữ số ($1 \leq n < 10$) lập được $P_n = n!$ số có n chữ số khác nhau (n chữ số đã cho không có chữ số 0).

Và $P_n - P_{n-1}$ số. Nếu trong n chữ số đã cho có chữ số 0.

- Lập được $\frac{P_n}{P_k}$ số nếu trong mỗi số có n chữ số có 1 chữ số được lấy lặp k lần.

Lập được A_n^k số có k chữ số khác nhau (không có chữ số 0). Và $A_n^k - A_{n-1}^{k-1}$ số có k chữ số khác nhau trong n chữ số có chữ số 0.

Giáo viên dùng kiến thức tổ hợp để tính nhanh số các số lập được, hướng dẫn cho học sinh thông qua sơ đồ cây bằng phương pháp chọn vị trí cho mỗi chữ số ở các hàng...hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị.

<u>Ví dụ 1</u>: Cho 3 chữ số 1, 3, 5. Lập được bao nhiêu số Tự nhiên có 3 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó?

Giải

(Khẳng định có P_3 bằng 6 số)

Chọn chữ số 1 ở hàng trăm: (vẽ sơ đồ) được 2 số: 135, 153.

Mỗi chữ số được chọn ở hàng trăm thì viết được 2 số vậy có tất cả: 2 x 3 = 6.

Mỗi chữ số 1, 3, 5 đề xuất hiện ở hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm 2 lần.

Vậy tổng các số đó là:

$$S = 2 \times (1 + 3 + 5) \times 100 + 2 \times (1 + 3 + 5) \times 10 + 2 \times (1 + 3 + 5)$$
$$= 222 \times (1 + 3 + 5) = 222 \times 9 = 1998$$

Bài toán: Cho 3 chữ số a, b, c khác 0 và khác nhau. Lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó?

Giải

- Lập được 6 số.
- Tổng $S = 222 \times (a + b + c)$.

Tương tự với 4 chữ số a, b, c, d khác 0 và khác nhau.

- Lập được 24 số.
- Tổng $S = 666 \times (a + b + c + d)$.

Dựa vào bài toán trên ta có thể đưa ra được các bài toán vận dụng đa dạng hơn.

Ví dụ 1: Cho 3 chữ số a, b, c (khác 0) và a > b, b > c.

1. Lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau.

2. Biết tổng tất cả các số đó bằng 3330. Hiệu số lớn nhất và bé nhất trong các số đó là 594. Hãy tìm 3 chữ số a, b, c?

Giải

1. Có 6 số đó là: $\overline{abc}, \overline{bac}, \overline{acb}, \overline{bca}, \overline{cba}, \overline{cab}$.

2. Lấy tổng số trên là: Chữ số a ở hàng trăm 2 lần, ở hàng chục 2 lần và ở hàng đơn vị 2 lần nên trong tổng đó có: $222 \times a$ đơn vị. Cũng tương tự trong tổng đó có $222 \times b$ đơn vị, có $222 \times c$ đơn vị. Suy ra, tổng 6 số gồm:

$222 \times (a + b + c)$ đơn vị hay:

$222 \times (a + b + c) = 3330 : 222 = 15$

Số lớn nhất là: $\overline{abc}$, số bé nhất là $\overline{cba}$.

Xét phép tính: $\overline{abc} - \overline{cba} = 594$

$$100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 594$$

$$99a - 99c = 594$$

$$a - c = 6$$

Suy ra, a là số từ 7 trở lên và a bé hơn 10 nên a = 7, 8, 9

+ Nếu a = 7 thì c = 7 – 6 = 1, b= 15 – 7 – 1 = 7 suy ra a = b loại.

+ Nếu a = 8 thì c = 8 – 6 = 2, b = 15 – 8 – 2 = 5.

Thử lại: 852 – 285 = 594 (đúng).

<u>*Ví dụ 2*</u>: (Bạn đọc tự giải)

Cho 4 chữ số a, b, c, d khác nhau và khác 0. Lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó biết rằng a + b + c + d = 17.

* Vận dụng Hoán vị lặp:

Ví dụ: có bao nhiêu số gồm 6 chữ sô mà tổng các chữ số của nó bằng 4?

<u>Giải</u>

Ta xét các trường hợp sau:

TH1: 4 = 4 + 0 + 0 +0 + 0 + 0 Có $\frac{P_5}{P_5} = 1$ (số)

TH2: 4 = 3 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 Có $2\frac{P_5}{P_4} = 10$ (số)

TH3: 4 = 2 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 Có $\frac{P_5}{P_4} = 5$ (số)

TH4: 4 = 2 + 1 + 1 + 0 + 0 + 0 Có $\frac{P_5}{P_3.P_2} + \frac{P_5}{P_3} = 30$ (số)

TH5: 4 = 1 + 1 + 1 + 1+ 0 + 0 Có $\frac{P_5}{P_3.P_2} = 10$ (số)

Đối với học sinh:

Trường hợp 1: 400000

Trường hợp 2: 310000; 30100; 300100; 300010; 300001; 130000; 103000; 100300; 100030; 100003.

Trường hợp 3: 5 số.

Trường hợp 4: 30 số

Trường hợp 5: 10 số.

Tổng cộng: 1+ 10 + 5 + 30 + 10 = 56 (số).

4. Tìm lại tổng đúng

Ví dụ 1: Khi cộng một số tự nhiên với 3705, do sơ ý nên một học sinh đã quên chữ số không của số hạng thứ hai nên nhận được kết quả bằng 2951. Tìm tổng đúng của phép tính?

Giải

Vì bạn học sinh quên chữ số 0 ở số hạng thứ hai tức là thực chất bạn đó đã lấy số hạng thứ nhất cộng với 375.

Số hạng thứ nhất là:

$$2951 - 375 = 2476$$

Tổng đúng của phép tính là:

$$2476 + 3705 = 6181.$$

Đáp số: 6181.

Ví dụ 2: Khi cộng 2457 với một số tự nhiên có hai chữ số, một bạn học sinh đã đặt phép tính như sau:

$$\begin{array}{r} 2457 \\ + \quad \\ \overline{ab} \quad \\ \hline \end{array}$$

Vì thế kết quả phép tính tăng thêm 729 đơn vị. Em hãy tìm kết quả đúng của phép tính đó?

Giải

Theo cách đặt tính đó thì học sinh đó đã cộng số hạng thứ nhất với 10 lần số hạng thứ hai. Vậy 729 gấp số hạng thứ hai số lần là:

$$10 - 1 = 9 \text{ (lần)}.$$

Số hạng thứ hai của phép cộng đó là:

$$729 : 9 = 81.$$

Kết quả đúng của phép tính đó là:

$$2457 + 81 = 2538.$$

Đáp số: 2538.

Ví dụ 3: Khi cộng 765439 với một số có ba chữ số, do nhầm lẫn một học sinh đã đặt tính như sau:

$$\begin{array}{r} 765439 \\ + \quad\quad \\ \overline{abc} \quad\quad \\ \hline \end{array}$$

Vì thế kết quả đã tăng thêm 24255 đơn vị. Em hãy tìm kết quả đúng của phép tính đó?

Giải

Do học sinh đó đặt tính sai và theo cách đặt tính đó bạn lấy số hạng thứ nhất cộng với một trăm lần số hạng thứ hai.

Vậy 24255 đơn vị chính là 99 lần số hạng thứ nhất.

Số hạng thứ nhất của phép cộng đó là:

765439 : 99 = 245

Tổng đúng của phép cộng đó là:

765439 + 245 = 765684

Đáp số: 765684.

5. Tìm lại tích đúng

Ví dụ 1: Khi nhân một số với 42. Một học sinh đã sơ ý nên đặt hai tích riêng thẳng cột với nhau như phép cộng nên được tích là 1434. Tìm tích đúng?

Giải

Vì tích riêng được đặt thẳng cột với nhau tức là bạn đó đã lấy thừa số thứ nhất nhân với 2, nhân với 1 rồi cộng kết quả lại. Nên 6 lần thừa số thứ nhất là 1434.

Vậy thừa số thứ nhất là:

1434 : 6 = 239.

Tích đúng là: $239 \times 42 = 10038$

Đáp số: 10038.

Ví dụ 2: Khi nhân một số có 3 chữ số với một số có 2 chữ số, một học sinh đã đặt các tích riêng thẳng cột như phép cộng nên tích đúng bị giảm đi 3429. Hãy tìm tích đúng, biết tích đúng là số lẻ vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 9.

Giải

Gọi thừa số thứ nhất là : $\overline{abc}$

Gọi thừa số thứ hai là : $\overline{xy}$

Theo cách tính của bạn học sinh đó thì tích riêng thứ hai bị giảm đi 10 lần, tức

Ta có $\frac{9}{10}$ tích riêng thứ hai bằng 3429.là tích đúng đã giảm đi $\frac{9}{10}$ tích riêng thứ hai.

Vậy tích riêng thứ hai là:

$$3429 : \frac{9}{10} = 3810.$$

Ta lại có: $\overline{abc} \times x = 381.$

Vì $381 = 127 \times 3 = 381 \times 1$, nên có hai khả năng xảy ra:

Hoặc: $\overline{abc} = 127$ thì $x = 3$.

Hoặc: $\overline{abc} = 381$ thì $x = 1$.

Hơn nữa, tích đúng là số lẻ chia hết cho 5 nên chữ số tận cùng của tích đúng là 5.

Ta lại có: $y \times c$ có tận cùng là 5 và vì c lẻ nên $y = 5$.

Vậy thừa số thứ hai có thể là 15 hoặc 35.

Trường hợp 1: $127 \times 35 = 4445$ (loại) vì 4445 không chia hết cho 9.

Trường hợp 2: $381 \times 15 = 5715$ (chọn) vì 5715 chia hết cho 9.

Tích đúng cần tìm là: $381 \times 15 = 5715$.

Đáp số: 5715.

6. Các bài toán liên quan đến trung bình cộng

Trung bình cộng của hai số a và b là (a + b) : 2, của ba số a, b, c là:

$$(a + b + c) : 3.$$

Trung bình cộng của n số khác nhau $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots a_n$ là:

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots\ldots + a_n) : n.$$

Ví dụ 1: Hồng có 20 viên bi, Hà có số bi bằng số bi của Hồng, Nam có số bi ít hơn trung bình cộng số bi của ba bạn là 6 viên bi. Hỏi Nam có bao nhiêu viên bi?

Giải

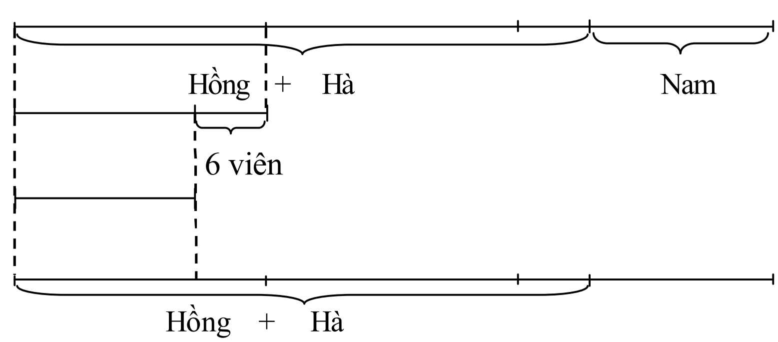
Ta có sơ đồ:

Tổng số bi:

Trung bình cộng:

Số bi của Nam:

Số bi của Hồng và Hà:



Ta có số bi của Hồng và Hà có tất cả là:

$$20 + 20 = 40 \text{ (viên)}$$

Nhìn vào sơ đồ ta thấy trung bình cộng số bi cuả ba bạn là:

$$(40 - 6) : 2 = 17 \text{ (viên)}$$

Bạn Nam có số bi là:

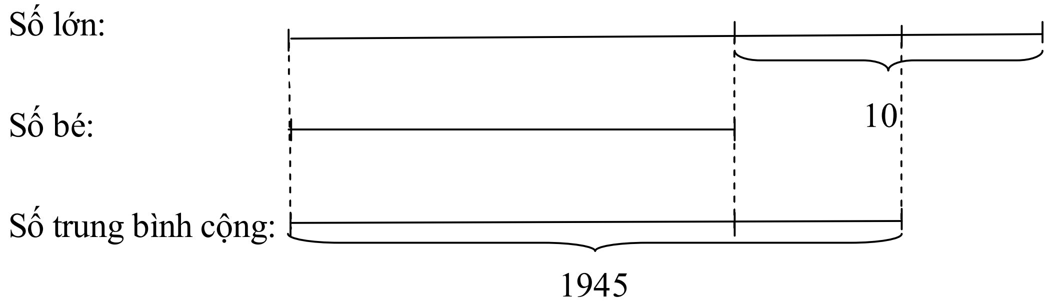
$$17 - 6 = 11 \text{ (viên)}$$

Đáp số: 11 viên bi.

Ví dụ 2: Trung bình cộng của hai số tròn chục liên tiếp là 1945. Tìm hai số đó?

Giải

Vì hai số tròn chục hơn kém nhau 10 đơn vị nên ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta thấy, số bé kém số lớn 10 đơn vị và trung bình cộng hai số là 1945 nên ta có:

Số lớn là: $1945 + (10 : 2) = 1950$

Số bé là: $1945 - (10 : 2) = 1940$

Hoặc, số bé là: $1950 - 10 = 1940$.

Đáp số: Số lớn: 1950

Số bé: 1940.

7. Bài toán tính tuổi

Hiệu số của số tuổi giữa hai người luôn luôn không thay đổi hay với hai số tự nhiên a, b bất kì khi thêm, hoặc bớt vào hai số đó với cùng một số thì hiệu giữa chúng không thay đổi.

*Ví dụ 1:*Hiện nay con 5 tuổi và mẹ gấp 7 lần tuổi con. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con?

Giải

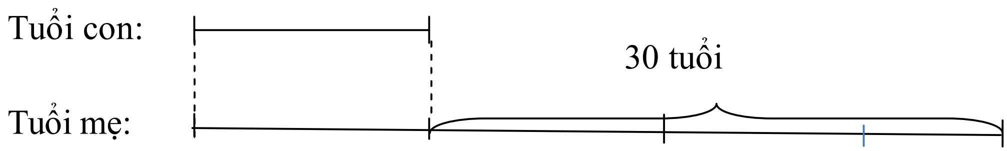
Tuổi mẹ hiện nay là:

$$5 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của tuổi mẹ và tuổi con là:

35 - 5 = 30 (tuổi)

Hiệu số tuổi của mẹ và tuổi con không thay đổi theo thời gian nên tuổi mẹ luôn gấp 4 lần tuổi con.



Tuổi con khi tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con là:

30 : (4 -1) = 10 (tuổi)

Thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con là:

10 - 5 = 5 (năm)

Đáp số: 5 năm.

<u>Ví dụ</u> 2: Trước đây 5 năm tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58 tuổi. Sau đây 5 năm mẹ hơn chị 23 tuổi và hơn em 31 tuổi. Tính tuổi của mỗi người hiện nay?

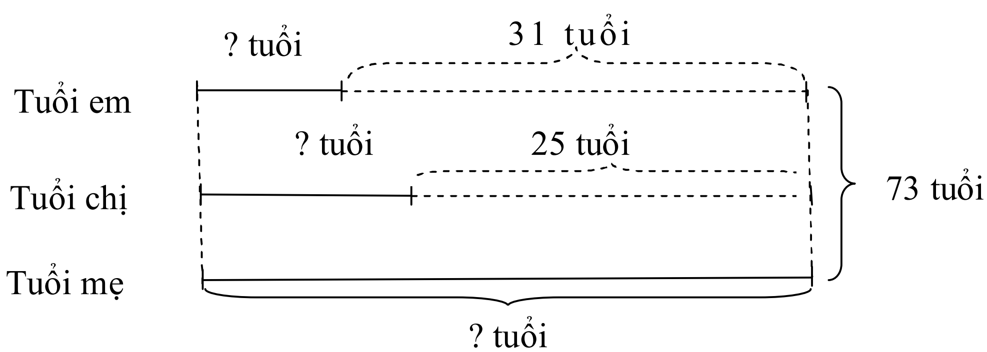
<u>Giải</u>

Vì hiệu số tuổi của hai người không thay đổi theo thời gian nên mẹ luôn luôn lớn hơn chị 23 tuổi và lớn hơn em 31 tuổi.

Năm năm trước tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58 tuổi. Cho đến nay mỗi người sẽ tăng thêm 5 tuổi. Vậy tổng số tuổi ba mẹ con hiện nay là:

58 + 5 × 3 = 73 (tuổi).

Ta có sơ đồ biểu thị số tuổi ba mẹ con hiện nay là:



3 lần tuổi mẹ là:

73 + 31 + 25 = 129 (tuổi)

Vậy tuổi mẹ hiện nay là:

$$429 : 3 = 43 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi chị hiện nay là:

$$43 - 25 = 18 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi em hiện nay là:

$$43 - 31 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Hay là : 73 - (43 + 18) = 12 (tuổi).

Đáp số: Tuổi mẹ: 43 tuổi

Tuổi chị: 18 tuổi

Tuổi em: 12 tuổi.

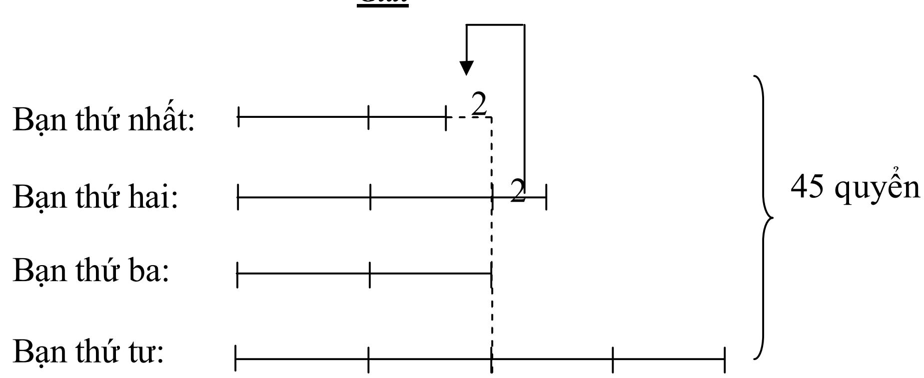
8. Một số bài toán có tính chất đặc trưng riêng

Bài toàn 1: Tổng các đại lượng là một số chia hết cho 9.

Đại lượng A được thêm a, đại lượng B bớt đi a, đại lượng C được tăng lên gấp đôi, đại lượng D giảm đi một nửa thì bốn đại lượng A, B, C, D bằng nhau.

Ví dụ 1: Cô giáo chia 45 quyển vở cho 4 học sinh. Nếu bạn thứ nhất được thêm 2 quyển, bạn thứ hai bớt đi hai quyển, bạn thứ ba tăng số vở lên 2 lần, bạn thứ tư giảm số vở đi 2 lần thì số vở cả bốn bạn đều bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi bạn được chia bao nhiêu quyển vở?

Giải



Biểu thị số vở của bạn thứ ba là một phần thì số vở của bạn thứ tư là 4 phần, số vở của bạn thứ nhất thêm hai quyển sé bằng số vở của bạn thứ hai bớt đi hai quyểnvà bằng 2 phần. Nhìn sơ đồ ta thấy 45 quyển gồm 9 phần. Vậy:

Số vở của bạn thứ ba là: 45 : 9 = 5 (quyển)

Số vở của bạn thứ nhất là: $5 \times 2 - 2 = 8$ (quyển)

Số vở của bạn thứ hai là: $5 \times 2 + 2 = 12$ (quyển)

Số vở của bạn thứ tư là: $5 \times 4 = 20$ (quyển)

Thử lại: $5 + 8 + 12 + 20 = 45$ (quyển)

$8 + 2 = 12 - 2 = 5 \times 2 = 20 : 2 = 10$ (quyển)

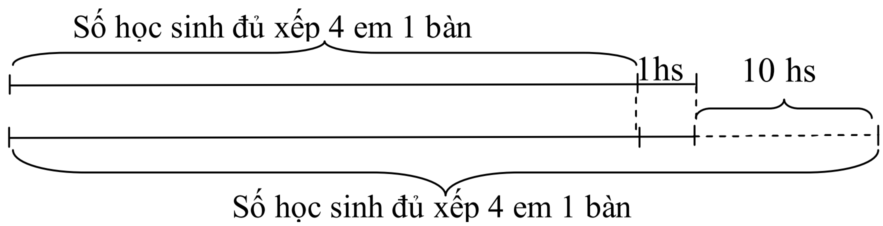
Bài toán 2: Tìm hai số khi biết hai hiệu và tỉ số

Ví dụ 1: Cô giáo xếp chỗ ngồi cho các em học sinh. Nếu xếp một bàn 4 em học sinh thì 1em không có chỗ ngồi, nếu xếp một bàn 5 em thì thừa ra hai bàn. Hỏi lớp học đó có tất cả bao nhiêu học sinh?

Giải

Xếp mỗi bàn 5 em thì thừa ra 2 bàn tức là để xếp đủ số bàn thì cần có thêm 10 em. Theo bài ra ta có sơ đồ:

Số học sinh của lớp:



Số học sinh đủ xếp một bàn 5 em nhiều hơn số học sinh xếp mỗi bàn 4 em là:

$10 + 1 = 11$ (em).

Một bàn 5 em nhiều hơn một bàn 4 em là:

$5 - 4 = 1$ (em)

Số bàn là: $11 : 1 = 11$ (bàn)

Số học sinh của lớp là: $11 \times 4 + 1 = 45$ (học sinh)

Hoặc là: $11 \times 5 - 10 = 45$ (học sinh).

Đáp số: 45 Học sinh.

*Sử dụng giả thiết tạm

Ví dụ 1: Một lớp mẫu giáo có 5 tổ, số học sinh trong các tổ bằng nhau. Cô giáo chia 393 cái kẹo cho các cháu, cháu nào cũng được 8 hoặc 9 cái kẹo. Hỏi trong lớp đó có bao nhiêu cháu được chia 8 cái kẹo, bao nhiêu cháu được chia 9 cái kẹo?

Giải

Số học sinh của lớp được chia đều thành 5 tổ nên phải là số chia hết cho 5.

393 chia cho 8 được 49 (dư 1) nên số học sinh không vượt quá 49 (vì 8 x 50 = 400 > 393).

393 chia cho 9 được 43 (dư 6), nên số học sinh phải lớn hơn 43.

Từ 43 đến 49 chỉ có 45 chia hết cho 5. Vậy, số học sinh lớp đó là 45 (cháu).

Giả sử cháu nào cũng được chia 8 cái kẹo thì số kẹo phải chia là: 8 $\times$ 45 =360.

Như vậy, thừa ra: 393 – 360 = 33 (kẹo).

Vì mỗi cháu được chia 9 kẹo đã bớt đi một kẹo nên thừa ra 33 kẹo. Vậy số cháu được chia 9 kẹo là: 33 : 1 = 33 (cháu).

Số cháu được chia 8 kẹo là: 45 – 33 = 12 (cháu).

Đáp số: 12 cháu.

__Ví dụ 2__: (Bạn đọc tự giải)

Một đội xe có 15 ôtô gồm 3 loại: loại 4 bánh chở 5 tấn, loại 6 bánh chở 8 tấn và loại 6 bánh chở 10 tấn. Cùng một lúc đội xe đó chở được 121 tấn hàng. Hỏi đội xe đó mỗi loại có mấy chiếc biết rằng đếm được 84 bánh.

* Sử dụng biểu đồ ven tập hợp: Giao, Hợp, Tập con của tập hợp

__Bài toán 1__: Một lớp học sinh có 22 em thích môn bóng đá, 19 em thích môn bơi lội, 25 em thích môn cầu lông.

Trong đó:

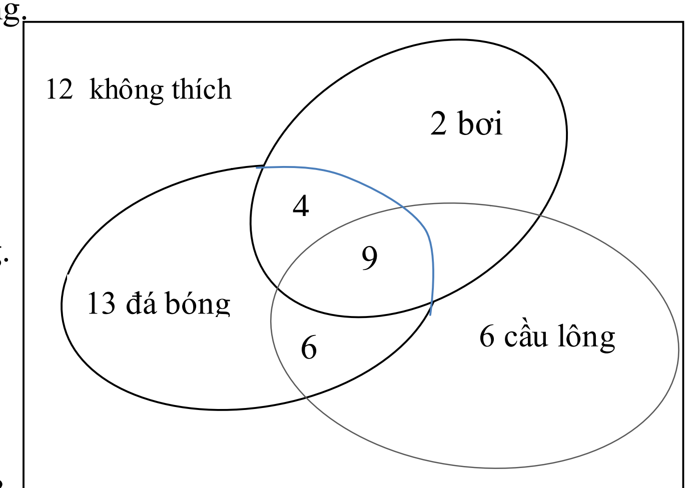
13 em thích bóng đá và bơi lội.

13 em thích bơi lội và cầu lông.

15 em thích bóng đá và cầu lông.

9 em thích cả ba môn.

12 em không thích môn nào.



Số học sinh của lớp đó là: 12 + 3 [illegible] (học sinh).

Bài toán 2: Một lớp học só 53 học sinh, trong đó có 40 học sinh thích môn Toán, 30 học sinh thích môn Văn. Hỏi:

a. Có nhiều nhất bao nhiêu học sinh thích cả Toán và Văn.

b. Có ít nhất bao nhiêu học sinh cả hai môn Toán và Văn. Nếu có 3 học sinhkhông thích môn nào thì có bao nhiêu học sinh thích cả Toán và Văn?

<u>Giải</u>

a. Cả 30 học sinh thích học môn Văn cũng thích học môn Toán thì số học sinh nhiều nhất thích cả hai môn là 30 em.

b. Gọi số học sinh thích cả hai môn Toán và Văn là x.

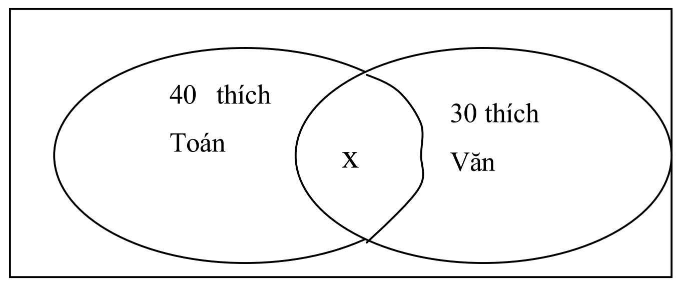
Ta có: $40 + 30 - x \leq 53$.

$x \geq 17$, vậy số học sinh ít nhất thích cả hai môn là 17 em.

Nếu có 3 em không thích cả Toán và Văn thì:

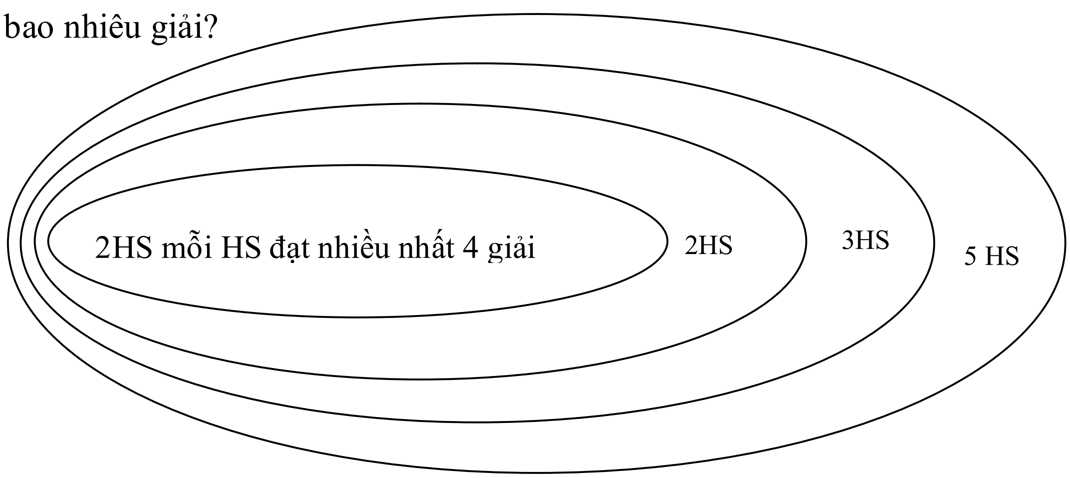
$40 + 30 - x + 3 = 53$

$x = 20$



Số học sinh thích cả hai môn là: 20 học sinh.

Bài toán 3: Có 12 học sinh đi thi hội khỏe Phù Đổng có giải: 7 học sinh giành được ít nhất mỗi người 2 giải, 4 học sinh giành được ít nhất mỗi người 3 giải, 2 học sinh giành được nhiều nhất mỗi người 4 giải. Hỏi cả trường đạt được tất cả bao nhiêu giải?



Số giải trường đạt được là: $2 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 5 \times 1 = 25$ (giải).

Đáp số: 25 giải

9. Vận dụng một số bài toán ở lớp trên

Bài toàn 1: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = a & (1) \\ x + z = b & (2) \\ y + z = c & (3) \end{cases}$$

Cộng vế theo vế các phương trình (1), (2), (3).

$2(x + y + z) = a + b + c$ suy ra: $x + y + z = \dfrac{a + b + c}{2}$ (4)

Lấy (4) lần lượt trừ cho (3), trừ cho (2) trừ cho (1)

theo vế ta được

$$\begin{cases} x = \dfrac{a+b+c}{2} - c = \dfrac{a+b-c}{2} \\ y = \dfrac{a+b+c}{2} - b = \dfrac{a+c-b}{2} \\ z = \dfrac{a+b+c}{2} - a = \dfrac{b+c-a}{2} \end{cases}$$

Để ra các bài toán trong số tự nhiên thì a + b + c phải chia hết cho 2.

Vận dụng ra bài toán ở tiểu học.

Ví dụ 1: Ba bạn An, Bình, Minh vào cửa hàng mua sách. An và Bình mua 13 quyển sách, An và Minh mua 18 quyển sách, Bình và Minh mua 21 quyển sách. Hỏi mỗi bạn mua bao nhiêu quyển sách?

Giải

Số sách của An + số sách của Bình = 13 quyển

Số sách của An + số sách của Minh = 18 quyển

Số sách của Minh + số sách của Bình = 21 quyển

Từ đó ta có: Số sách của 3 bạn An, Bình, Minh đã mua là:

(13 + 18 + 21) : 2 = 26 (quyển)

Số sách An mua là: 26 – 21 = 5 (quyển)

Số sách của Bình là: 13 – 5 = 8 (quyển)

Số sách của Minh là: 18 – 5 = 13 (quyển)

Đáp số: An mua 5 quyển

Bình mua 8 quyển

Minh mua 5 quyển.

Ví dụ 2 : 4 vòi nước cùng chảy vào một cái bể. Nếu vòi 1, vòi 2 và vòi 3 cùng chảy thì sau 12 phút nước đầy bể. Nếu chỉ có vòi 2, vòi 3 và vòi 4 cùng chảy thì sau 15 phút đầy bể. Nếu chỉ có vòi 1 và vòi 4 cùng chảy thì sau 20 phút đầy bể. Hỏi cả 4 vòi cùng chảy thì sau bao lâu nước đầy bể ?

(Bạn đọc tự giải)

Bài toán 2:

1. Chứng minh với mọi số tự nhiên m thì (m + 1) (m + 2) (m + 3) ... (m + m) chia hết cho 2^{m} .

2. Với mọi số tự nhiên a > 1, mọi số tự nhiên m. Chứng minh rằng :

(m + 1) (m + 2) (m + 3) ...... (am) chia hết cho a^m.

<u>Chứng minh</u>:

1. Đặt A = (m + 1) (m + 2) (m + 3) ... (m + m)

$$= \frac{1.2.3\ldots\ldots(m+1)(m+2)(m+3)\ldots\ldots(2m)}{1.2.3\ldots.m}$$

$$= \frac{2.4.6.8\ldots..(2m).1.3.5.7\ldots..(2m-1)}{1.2.3\ldots.m}$$

$$= \frac{2.1.2.2.2.3.2.4\ldots..2.m.1.3.5.7\ldots..2m-1}{1.2.3\ldots.m}$$

$$= \frac{(\overbrace{2.2\ldots\ldots\ldots..2}^{\text{m thừa số 2}}).1.2.3\ldots\ldots m.1.3.5.7\ldots..(2m-1)}{1.2.3\ldots.m}$$

= 2^m.1.3.5...(2m – 1) chia hết cho 2^m

2. Bạn đọc tự chứng minh

***Vận dụng**:

- Khi ra bài toán ở Tiểu học không được sử dụng lũy thừa.
- Chia hết là một trường hợp của chia có dư (r = 0).

<u>Ví dụ 1</u> : Không được tính cụ thể số bị chia, tìm số dư trong phép chia (7 + 1) (7 + 2) (7+3)..........(7 + 7) chia cho 128.

<u>Giải</u>

Đặt A= (7 + 1) (7 + 2) (7+3) .... (7 + 7)

$$= \frac{1.2.3\ldots.7(7+1)(7+2)(7+3)\ldots.(7+7)}{1.2.3\ldots.7}$$

Ở tử số có tất cả 14 thừa số trong đó có 7 thừa số chẵn, 7 thừa số lẻ. Tách các thừa số chẵn lẻ thành 2 nhóm, ta có:

$$A = \frac{2.4.6\ldots.14.1.3.5\ldots.13}{1.2.3\ldots.7}$$

$$= \frac{(2.1.2.2.2.3.....2.7).1.3.5....13}{1.2.3....7}$$

$$= \frac{(2.2.2.2.2.2.2).1.2.3....7.1.3.5.....13}{1.2.3....7}$$

= 128.1.3.5....13 chia hết cho 128

Kết luận: Số dư trong phép chia trên bằng 0.

Ví dụ 2: (Bạn đọc tự giải)

Không được tính cụ thể số bị chia, tìm số dư trong phép chia

(5 + 1) (5 + 2) (5 + 3) ...... (5 + 10) chia cho 243.

II. Các bài toán về phân số và số thập phân

1. Bài toán rút gọn, đơn giản biểu thức, viết các phân số ở giữa hai phân số cho trước

- Sử dụng tính chất cơ bản của phân số: Nhân (hoặc chia) cả tử và mẫu số với cùng một số khác không thì giá trị phân số không đổi.

- Biết nhóm các số hạng thích hợp (sử dụng tính chất kết hợp) để thực hiện nhanh các phép tính cộng, nhân, chia phân số.

Ví dụ 1: Tính

a. $\frac{1999.....9}{999.....95}$ có 100 chữ số 9 ở tử số và có 100 chữ số 9 ở mẫu số.

b. $\frac{2004 \times 2004 \times 2004}{2007 \times 2007 \times 2007}$

c. $\frac{3}{5} + \frac{6}{11} + \frac{7}{13} + \frac{2}{5} + \frac{16}{11} + \frac{19}{13}$

d. $\frac{1995}{1997} \times \frac{1990}{1993} \times \frac{1997}{1994} \times \frac{1993}{1995} \times \frac{997}{995}$

Giải

a. $\frac{1999.....9}{999.....95}$

Ta có $\underbrace{999....9}_{\text{100 chữ số 9}}5 = 5 \times 1\underbrace{99....9}_{\text{100 chữ số 9}}$

Vậy: $\dfrac{1999...9}{999...95} = \dfrac{1999...9}{999...9 \times 5} = \dfrac{1}{5}$

b. $\dfrac{2004 \times 2004 \times 2004}{2007 \times 2007 \times 2007} = \dfrac{2004 \times 10001}{2007 \times 10001} = \dfrac{2004}{2007} = \dfrac{668}{669}$.

Áp dụng tính chất kết hợp, tính chất phân phối

c. $\dfrac{3}{5} + \dfrac{6}{11} + \dfrac{7}{13} + \dfrac{2}{5} + \dfrac{16}{11} + \dfrac{19}{13}$

$= \left(\dfrac{3}{5} + \dfrac{2}{5}\right) + \left(\dfrac{6}{11} + \dfrac{16}{11}\right) + \left(\dfrac{7}{13} + \dfrac{19}{13}\right) = \dfrac{5}{5} + \dfrac{22}{11} + \dfrac{26}{13} = 1 + 2 + 2 = 5$

d. $\dfrac{1995}{1997} \times \dfrac{1990}{1993} \times \dfrac{1997}{1994} \times \dfrac{1993}{1995} \times \dfrac{997}{995}$

$= \left(\dfrac{1995}{1997} \times \dfrac{1997}{1994}\right) \times \left(\dfrac{1990}{1993} \times \dfrac{1993}{1995}\right) \times \dfrac{997}{995}$

$= \left(\dfrac{1995}{1994} \times \dfrac{1990}{1995}\right) \times \dfrac{997}{995}$

$= \dfrac{995 \times 2 \times 997}{997 \times 2 \times 995} = 1$

<u>Ví dụ 2</u>: Viết 10 phân số nằm giữa hai phân số: $\dfrac{1996}{1995}$ và $\dfrac{1993}{1992}$

<u>Giải</u>

Ta có: $\dfrac{1996}{1995} = 1 + \dfrac{1}{1995}$ và $\dfrac{1993}{1992} = 1 + \dfrac{1}{1992}$

$\dfrac{1}{1995} = \dfrac{4}{7980}$ $\dfrac{1}{1992} = \dfrac{4}{7968}$

10 phân số nằm giữa $\dfrac{1}{1995}$ và $\dfrac{1}{1992}$ là:

$\dfrac{4}{7969}; \dfrac{4}{7970}; \dfrac{4}{7971}; \dfrac{4}{7972}; \dfrac{4}{7973}; \dfrac{4}{7974}; \dfrac{4}{7975}; \dfrac{4}{7976}; \dfrac{4}{7977}; \dfrac{4}{7978}; \dfrac{4}{7979}$

10 phân số nằm giữa $\dfrac{1996}{1995}$ và $\dfrac{1993}{1995}$ là:

$$1+\frac{4}{7969}=\frac{7973}{7969};1+\frac{4}{7970}=\frac{7974}{7970};1+\frac{4}{7971}=\frac{7975}{7971};$$
$$1+\frac{4}{7972}=\frac{7976}{7972};1+\frac{4}{7973}=\frac{7977}{7973};1+\frac{4}{7974}=\frac{7978}{7974};$$
$$1+\frac{4}{7975}=\frac{7979}{7975};1+\frac{4}{7976}=\frac{7980}{7976};1+\frac{4}{7977}=\frac{7981}{7977};$$
$$1+\frac{4}{7978}=\frac{7982}{7978};1+\frac{4}{7979}=\frac{7983}{7979}.$$

2. So sánh phân số nhỏ hơn 1

Các phương pháp so sánh phân số

- Phương pháp qui đồng mẫu số hoặc đưa các phân số về cùng tử số
- Phương pháp sử dụng phân số trung gian
- Sử dụng phần bù của 1
- Sử dụng phép chia 2 phân số

Nếu bài toán yêu cầu không được qui đồng mẫu số thì sử dụng phương pháp chia 2 phân số cho nhau.

Ví dụ: So sánh 2 phân số: $\frac{1993}{1995}$ và $\frac{997}{998}$

Giải:

Ta có : $1-\frac{1993}{1997}=\frac{2}{1995}$ và $1-\frac{997}{998}=\frac{1}{998}=\frac{2}{996}$

Vì $\frac{2}{995}>\frac{2}{996}$ nên $\frac{1993}{1995}<\frac{997}{998}$

Sử dụng phương pháp so sánh phần bù của 1 khi 2 phân số có hiệu của mẫu số trừ đi tử số của 2 phân số đó bằng nhau.

Ví dụ 2: So sánh phân số: $\frac{3}{7}$ và $\frac{5}{6}$

Giải:

* Ta có: $\frac{3}{7}<\frac{3}{6}$ mà $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ nên $\frac{3}{7}<\frac{1}{2}$

$\frac{5}{9} > \frac{5}{10}$ mà $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ nên $\frac{5}{9} > \frac{1}{2}$

Suy ra : $\frac{3}{7} < \frac{5}{9}$.

3. *Tìm số tự nhiên khi thêm vào (đồng thời hoặc bớt đi) ở tử số và mẫu số của 1 phân số.*

Sử dụng tính chất:

- Nếu thêm vào cả tử số và mẫu số của cùng 1 số tự nhiên thì hiệu giữa mẫu số và tử số không đổi.

- Nếu bớt đi ở cả tử số và mẫu số của cùng 1 số tự nhiên thì hiệu của mẫu số và tử số không đổi.

- Nếu thêm (hoặc bớt) ở tử số với 1 số tự nhiên và bớt (hoặc thêm) ở mẫu số với cùng số tự nhiên đó thì tổng số của tử số và mẫu số không đổi.

Ví dụ 1: Cho phân số $\frac{2}{5}$. Hỏi phải cộng thêm vào tử số và mẫu số cùng 1 số tự nhiên nào để được phân số bằng $\frac{4}{5}$.

Giải:

Hiệu giữa mẫu số và tử số của phân số đã cho là: 5 - 2 = 3.

Khi cộng vào tử số và mẫu số với cùng 1 số tự nhiên thì hiệu tử số và mẫu số vẫn không đổi.

Để được phân số mới là $\frac{4}{5}$ thì hiệu giữa mẫu số và mẫu số là 5 – 4 = 1.

Vậy tử số của phân số mới bằng phân số $\frac{4}{5}$ là $(3 : 1) \times 4 = 12$

Mẫu số là: $(3 : 1) \times 5 = 15$

Phân số mới là: $\frac{12}{15} = \frac{2+10}{5+10}$

Số cần tìm là: 10

Lưu ý: Để học sinh dễ hiểu hơn giáo viên nên sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu diễn tử số và mẫu số của phân số $\frac{4}{5}$ từ đó suy ra tử số và mẫu số của phân số mới.

Ví dụ 2: Cho phân số $\frac{18}{27}$. Để được phân số $\frac{1}{2}$ thì phải trừ đi cả tử số và mẫu số của phân số đã cho cùng một số tự nhiên nào?

Giải:

Hiệu tử số và mẫu số của phân số đã cho là: 27 – 18 = 9

Khi cùng trừ đi ở tử số và mẫu số cùng 1 số tự nhiên thì hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số mới vẫn không thay đổi.

Để được phân số $\frac{1}{2}$ ta có hiệu giữa mẫu số và tử số là: 2 - 1 = 1

Ta có : Tử số của phân số mới là: $(9:1) \times 1 = 9$

Mẫu số phân số mới là: $(9: 1) \times 2 = 18$

Ta được phân số mới: $\frac{9}{18} = \frac{18-9}{27-9}$. Số cần tìm là 9.

Ví dụ 3: Khi cộng thêm vào tử số và đồng thời bớt đi ở mẫu số của phân số $\frac{19}{45}$ với cùng 1 số tự nhiên ta được phân số $\frac{5}{3}$. Tìm số tự nhiên đó.

Giải:

Tổng tử số và mẫu số của phân số đã cho là: 14 + 45 = 64

Khi thêm vào tử số và đồng thời bớt đi ở mẫu số của phân số $\frac{19}{45}$ một số tự nhiên thì được phân số mới có tổng tử số và mẫu số không đổi (bằng 64).

Phân số mới bằng phân số $\frac{5}{3}$ có tổng tử số và mẫu số là: 5 + 3 = 8.

Tử số của phân số mới là: $(64 : 8) \times 5 = 40$

Mẫu số của phân số mới là: $(64 : 8) \times 3 = 24$

Phân số mới là: $\frac{40}{24} = \frac{19+21}{45-21}$.

Số cần tìm là: 21.

4. Tìm một phân số mới bằng phân số đã cho có điều kiện giữa tử số và mẫu số

Ví dụ: Cho phân số $\frac{7}{13}$. Tìm phân số bằng phân số đã cho, biết rằng mẫu số của phân số đó lớn hơn tử số của phân số đó lớn hơn mẫu số 114 đơn vị?

Giải

Biểu diễn phân số $\frac{7}{13}$ thành 20 phần bằng nhau trong đó mẫu số bằng 13 phần, tử số bằng 7 phần (có thể dùng sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh dễ hiểu).

Mẫu số nhiều hơn tử số là: $13 - 7 = 6$ phần.

Tử số của phân số cần tìm là: $(114 : 6) \times 7 = 133$

Mẫu số của phân số cần tìm là: $133 + 114 = 247$

Phân số cần tìm là: $\frac{133}{247}$

Thử lại: $\frac{133}{247} = \frac{7 \times 19}{13 \times 19}$

5. Số thập phân

Nắm vững:

- Quy tắc cộng trừ, nhân chia hai số thập phân.
- Quy tắc chuyển dịch dấu phẩy: Khi dịch dấu phẩy của một số thập phân sang phải một chữ số, hai chữ số...thì số thập phân đó tăng lên 10 lần, 100 lần...khi dịch dấu phẩy sang trái một chữ số, hai chữ số... thì số thập phân đó giảm đi 10 lần, 100 lần...

Khi giải một bài toán về số thập phân, đặc biệt là các bài toán về 4 phép tính cộng, trừ, nhân, chia ta có thể đưa về các bài toán trên số tự nhiên.

a. Rèn luyện kĩ năng 4 phép tính:

Ví dụ 1: Tính giá trị biểu thức sau đây bằng cách thuận tiện nhất:

$$A = \frac{3 \times 5 \times 40,5 + 0,3 \times 1635 + 26,8 \times 15}{3 + 6 + 9 + \ldots\ldots + 99 - 183}$$

Giải

Trước hết ta tính giá trị của tử thức:

$3 \times 5 \times 40{,}5 + 0{,}3 \times 1635 + 26{,}8 \times 15$

$= 15 \times 40{,}5 + 0{,}3 \times 5 \times 327 + 1{,}5 \times 268$

$= 1{,}5 \times 405 + 1{,}5 \times 327 + 1{,}5 \times 268$

$= 1{,}5 \times (405 + 327 + 268)$

$= 1{,}5 \times 1000$

$= 1500.$

Ta tính giá trị của mẫu thức:

$3 + 6 + 9 .... + 99 - 183$

$= (3 + 99) \times 33 : 2 - 183$

$= 1683 - 183$

$= 1500$

Vậy giá trị của biểu thức : $A = \frac{1500}{1500} = 1.$

<u>Ví dụ</u> 2: Hiệu của hai số thập phân bằng 10,2. Một bạn khi thực hiện phép tính cộng hai số thập phân đó đã dịch nhầm dấu phẩy của số lớn sang bên trái một chữ số nên được tổng là 28,74. Tìm tổng đúng của hai số đó?

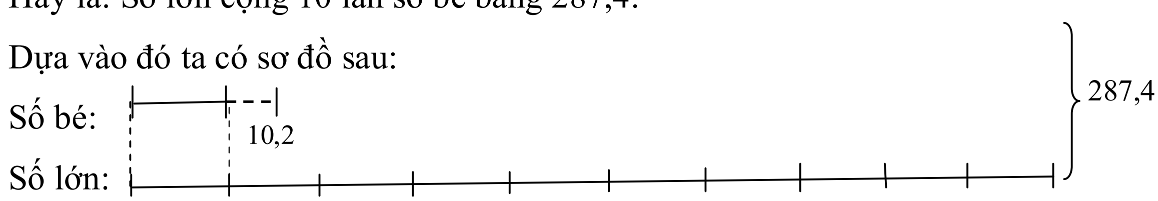
<u>Giải</u>

Vì dịch nhầm dấu phẩy của số lớn sang bên trái một chữ số nên số lớn bị giảm đi 10 lần.

Tức là: $\frac{1}{10}$ số lớn cộng số bé bằng 28,74.

Hay là: Số lớn cộng 10 lần số bé bằng 287,4.

Dựa vào đó ta có sơ đồ sau:



Vậy số bé là: $(287{,}4 - 10{,}2) : 11 = 25{,}2$

Số lớn là: $25{,}2 + 10{,}2 = 35{,}4$

Vậy tổng đúng là: $25{,}2 + 35{,}4 = 60{,}6$

b. Bài toán điền số vào phép tính

Đưa số thập phân về số tự nhiên để phân tích cấu tạo số.

Ví dụ: Thay các chữ số thích hợp vào các ví dụ sau:

a. $\overline{13,ab} : 2,6 = \overline{a,b}$

b. $\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} = \overline{ab,cabc} : \overline{c,c}$

Giải

a. Ta viết lại phép tính như sau:

$$\overline{a,b} \times 2,6 = \overline{13,ab}$$

$$\overline{ab} \times 26 = \overline{13ab}$$

$$\overline{ab} \times 26 = 1300 + \overline{ab}$$

$$\overline{ab} \times 26 - \overline{ab} = 1300$$

$$\overline{ab} \times (26-1) = 1300$$

$$\overline{ab} \times 25 = 1300$$

$$\overline{ab} = 1300 : 25$$

$$\overline{ab} = 52$$

Vậy: a = 5 và b = 2.

Và phép tính cần tìm là:

13,52 : 2,6 = 5,2.

b. $\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} = \overline{ab,cabc} : \overline{c,c}$

Ta lần lượt biến đổi như sau:

$$\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} = \overline{ab,cabc} : \overline{c,c}$$

$$\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} \times \overline{c,c} = \overline{ab,cabc}$$

$$\overline{0,ab} \times 100 \times \overline{ab,c} \times 10 \times \overline{c,c} \times 10 = \overline{ab,cabc} \times 100 \times 10 \times 10$$

$$\overline{ab} \times \overline{abc} \times \overline{cc} = \overline{abcabc}$$

$$\overline{ab} \times \overline{abc} \times \overline{cc} = \overline{abc} \times 1001$$

$$\overline{ab} \times c \times 11 = 91 \times 11$$

$$\overline{ab} \times c = 91$$

Vì: $91 = 13 \times 7 = 91 \times 1$.

Nên: $\overline{ab} = 13$; $c = 7$ hoặc: $\overline{ab} = 91$; $c = 1$.

Vậy ta được: $0,13 \times 13,7 = 13,7137 : 7,7$

Hoặc: $0,91 \times 91,1 = 91,1911$.

c. Bài toán về tỉ lệ phần trăm

Muốn tìm tỉ lệ phần trăm giữa hai số a và b ta làm như sau:

- Tìm thương của a và b.

- Nhân thương đó với 100 và viết kí hiệu % vào bên phải tích tìm được.

Ví dụ: Một người đổ thêm 50g muối vào một bình chứa 350g nước muối loại 10%. Hỏi người đó nhận được một bình nước chứa bao nhiêu phần trăm muối?

Giải

Số gam muối chứa trong 350g dung dịch nước muối loại 10% là:

$350 \times 10 : 100 = 35$ (g)

Số gam muối có trong bình sau khi đổ thêm 50g muối là:

$35 + 50 = 85$ (g)

Số gam muối và nước sau khi đổ thêm là:

$350 + 50 = 400$ (g).

Tỉ lệ phần trăm muối trong dung dịch muối là:

$85 : 400 = 0,2125$

$0,2125 = 21,25\%$.

Đáp số: 21,25%.

BÀI TẬP CHƯƠNG I

Bài 1: Điền các chữ số vào các dấu (?) trong các trường hợp sau:

a. ?? + ?? = ?97

b. ?? × 92 = ???

c. 3?? : ?3 = ???

d.
$$\begin{array}{r} \times\ 1? \\ ?? \\ \hline ??1 \\ ?? \\ \hline ???1 \end{array}$$

Bài 2: Cho số tự nhiên m có 6 chữ số, biết rằng khi chuyển chữ số đầu tiên của số m đến vị trí sau cùng (giữ nguyên thứ tự 5 chữ số còn lại) ta được một số có 6 chữ số gấp 3 lần số m, khi chuyển chữ số sau cùng của m lên vị trí đầu tiên (giữ nguyên thứ tự 5 chữ số còn lại) ta được một số có 6 chữ số gấp 5 lần số m. Hãy tìm số m.

Bài 3: Tìm 4 số nguyên liên tiếp sao cho tích của chúng là 24024.

Bài 4: Hãy tìm một số có 4 chữ số mà khi chia số đó cho 9 ta cũng được một số có 4 chữ số viết lại các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại.

Bài 5: Cho một số có 5 chữ số. Nếu viết thêm chữ số 1 vào tận cùng bên trái hoặc tận cùng bên phải số đó thì ta được hai số có 6 chữ số mà số này gấp 3 lần số kia. Tìm số đã cho.

Bài 6: Tìm một số chẵn có 4 chữ số, biết số tạo nên bởi chữ số hàng trăm và chữ số hàng chục gấp 4 lần chữ số hàng đơn vị và chữ số hàng nghìn.

Bài 7: Thay các chữ số a, b, c bằng các chữ số thích hợp sao cho:

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1983.$$

Bài 8: Tìm số tự nhiên biết rằng khi bỏ chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 14 lần.

Bài 9: An có 6 hộp ngòi bút gồm: hộp đựng 15 ngòi, hộp đựng 16 ngòi, hộp đựng 18 ngòi, hộp đựng 19 ngòi, hộp đựng 20 ngòi, hộp đựng 31 ngòi. An đã cho Bình một số hộp và cho Hòa một số hộp và tổng cộng đã cho hết 5 hộp. Tính ra số ngòi bút mà An cho Bình bằng nửa số ngòi bút mà An cho Hòa. Hỏi:

a. An còn lại hộp ngòi bút nào?

b. Bình được An cho những hộp ngòi bút nào?

Bài 10: Có thể viết được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 5 mà chữ số của nó đều là số lẻ.

Bài 11: Thay a, b trong số bởi chữ số thích hợp để số này đồng thời chia hết cho 2, 5 và 9.

Bài 12: Hãy viết thêm vào bên trái số 123 một chữ số và bên phải hai chữ số để nhận được số bé nhất có sáu chữ số khác nhau chia hết cho 5 và 9.

Bài 13: Không làm phép tính hãy cho biết các tổng và hiệu sau đây có chia hết cho 3 không ?

a. 240 + 123

b. 2454 + 374

c. 459 + 690 + 1336

d. 746 – 231 – 105

Bài 14: Bạn An nói rằng: “Trong ba số tự nhiên liên tiếp luôn có một số chia hết cho 3”. Em hãy cho biết An nói đúng hay sai? Tại sao?

Bài15: Tổng kết năm học 2010 - 2011, một trường Tiểu học có 462 học sinh tiên tiến và 195 học sinh giỏi. Ban giám hiệu dự định thưởng cho mỗi học sinh giỏi nhiều hơn học sinh tiên tiến hai quyển vở. Cô văn phòng nhẩm tính phải mua 2006 quyển thì vừa đủ phát thưởng. Hỏi cô văn phòng tính đúng hay sai? Giải thích tại sao?

Bài 16: Tìm số có hai chữ số sao cho số đó chia cho 2 dư 1, chia cho 5 dư 2, và chia hết cho 9.

Bài 17: Tìm số tự nhiên bé nhất khác 1 sao cho khi chia số đó cho 3; 4; 5 và 7 đều dư 1.

Bài 18: Nếu đem số 31513 và 34369 chia cho số có 3 chữ số thì cả hai phép chia đều có số dư bằng nhau. Hãy tìm số dư của hai phép chia đó.

Bài 19: Một cửa hàng rau quả có 5 rổ đựng cam và chanh (trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả). Số quả trong mỗi rổ lần lượt là: 104; 115; 132; 136 và 148 quả. Sau khi bán được một rổ cam người bán hàng thấy rằng số chanh còn lại gấp 4 lần số cam. Hỏi lúc đầu cửa hàng đó có bao nhiêu quả mỗi loại.

Bài 20: Hai bạn An và Bình đi mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo dể đến lớp liên hoan. An đưa cho cô bán hàng 4 tờ tiền mỗi tờ 50 000 đồng và được trả lại 72 000 đồng. Bình nói “cô tính sai rồi”. Bạn hãy cho biết Bình nói đúng hay sai? Giải thích tại sao?

Bài 21: Một lớp học gồm có 5 tổ, số học sinh trong các tổ bằng nhau. Đầu năm học cô giáo chia 393 quyển vở cho học sinh. Em nào cũng được 8 quyển hoặc 9 quyển vở. Hỏi trong lớp đó có bao nhiêu học sinh được chia 8 quyển, 9 quyển.

Bài 22: Tổng số học sinh khối lớp 1 của một trường Tiểu học là số có 3 chữ số có chữ số hàng trăm là 3. Nếu các em xếp hàng 10 hoặc hàng 12 đều dư 8, mà xếp hàng 8 thì không dư. Tính số học sinh khối lớp 1 của trường đó.

Bài 23: Cho một số tự nhiên a. Người ta đổi chỗ các chữ số của a để được số b gấp 3 lần số a. Chứng tỏ rằng b chia hết cho 27.

Bài 24: An hỏi Hòa: “Số nào có 4 chữ số mà khi ta đọc thứ tự từ trái sang phải thì sẽ tăng lên sáu lần?” Hòa trả lời tức khắc. Bạn hãy đoán xem Hòa trả lời như thế nào?

Bài 25: Có 10 mẫu que tính lần lượt dài: 1cm, 2cm , 3cm , 4cm, … , 10cm. Hỏi có thể dùng cả 10 mẫu que đó để xếp thành một hình tam giác đều được không ?

Chương 2: DÃY SỐ

Các bài toán về dãy số ở tiểu học rất đa dạng và phong phú. Phương pháp giải cơ bản là giáo viên hướng dẫn học sinh xác định được quy luật của dãy số trên cơ sở sử dụng các thủ thuật phân tích các số hạng của dãy số.

Ngoài ra giáo viên có thể đưa ra các dãy số cơ bản để từ đó hướng dẫn học sinh giải các bài toán về dãy số.

Biết vận dụng một cách sáng tạo cách tìm số hạng, tính tổng của một cấp số cộng, cấp số nhân ở lớp trên hình thành các quy luật cho học sinh. Không được sử dụng trực tiếp các công thức đó.

Các dạng bài toán liên quan đến dãy số thường gặp ở Tiểu học:

- Viết tiếp các số hạng của dãy số, tìm số hạng thứ k trong dãy số.
- Tìm chữ số thứ k trong cách viết của một dãy số liên tiếp, số chữ số của dãy số, tổng các chữ số của dãy số.
- Tìm số số hạng, tính tổng của dãy số đó.

I. Các dãy số có số hạng là các số tự nhiên

1. Tìm số số hạng của dãy số

Tìm số số hạng của một dãy số liên quan đến cách bài toán trồng cây. Cụ thể là liên quan đến số khoảng cách giữa hai số.

Số số hạng của dãy = số khoảng cách giữa hai số + 1.

Đặc biệt, đối với dãy số mà các số hạng cách đều (cấp số cộng).

Ta sử dụng cách phân tích từng số hạng theo số hạng đầu tiên.

Dãy số: $u_1, u_2, u_3, \ldots\ldots\ldots\ldots u_n$. Cách đều nhau d đơn vị thì ta có:

$$u_1 = u_1 + 0 \times d$$

$$u_2 = u_1 + 1 \times d$$

$$u_3 = u_1 + 2 \times d$$

....

$$u_n = u_1 + (n-1) \times d$$

Với quy luật trên dễ dàng tìm được số hạng thứ k và: Số số hạng = (số hạng cuối - số hạng đầu) : d + 1.

Tương tự như vậy đối với dãy số là một cấp số nhân.

Ví dụ 1: Dãy số 11, 14, 17,..., 65, 68 có bao nhiêu số hạng?

Giải

Ta thấy trong dãy số đã cho số hạng đứng sau bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với 3 đơn vị (dãy cách đều).

Ta có: $11 = 11 + 0 \times 3$

$14 = 11 + 1 \times 3$

$17 = 11 + 2 \times 3$

....

$68 = 11 + 19 \times 3$

Vậy, dãy số trên có tất cả là 20 số hạng.

Ví dụ 2: Có tất cả bao nhiêu số có 3 chữ số chia hết cho 4.

Giải

Số có 3 chữ số nhỏ nhất chia hết cho 4 là 100

Số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 4 là 996

Ta có dãy số theo điều kiện bài toán là:

100, 102, 108, ..., 992, 996 là dãy số cách đều (4 đơn vị).

Số số hạng của dãy là:

$(996 - 100) : 4 + 11 = 225$ (số).

Vậy có tất cả là 225 số.

Ví dụ 3: (Phân tích các số hạng đẻ hình thành một dãy số tự nhiên) tìm số hạng thứ 100 của các dãy số sau:

a. 3, 8, 15, 24, 35, ...
b. 1, 3, 6, 10, 15, ...

Giải

a. Dãy số 3, 8, 24, 35, ... có thể được viết dưới dạng như sau:

$3 = 1 \times 3$

$8 = 2 \times 4$

$15 = 3 \times 5$

$24 = 4 \times 6$

$35 = 5 \times 7$

....

Mỗi số hạng của dãy là tích của hai thừa số. Các thừa số thứ nhất làm thành dãy số tự nhiên 1, 2, 3, 4, ..., dãy số này có số hạng thứ 100 là 100.

Trong mỗi số được phân tích thành hai thừ số thì thừa số thứ hai lớn hơn thừa số thứ nhất 2 đơn vị. Vậy số hạng thứ 100 của dãy số đã cho là:

$$100 \times 102 = 10200.$$

Đáp số: 10200.

b. Dãy số 1, 3, 6, 10, 15, ...Được viết lại là:

$$1 = 1 \times \frac{2}{2}$$

$$3 = 2 \times \frac{3}{2}$$

$$6 = 3 \times \frac{4}{2}$$

$$10 = 4 \times \frac{5}{2}$$

....

Vậy dãy số đã cho tương ứng với dãy số: $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5$, ...

Thừa số thứ nhất làm thành một dãy số tự nhiên: 1, 2, 3, 4, ...

Thừa số thứ hai lớn hơn thừa số thứ nhất 1 đơn vị.

Vậy, Số hạng thứ 100 của dãy số đã cho là:

$$(100 \times 101) : 2 = 5050.$$

Đáp số: 5050.

2. Tính tổng của dãy số

<u>*Bài toán 1*</u>: Tính tổng của dãy số cách đều.

Cách 1: Dựa vào tổng của dãy số cơ bản n số tự nhiên đầu tiên.

$S = 1 + 2 + 3 + ... + n.$

Trường hợp 1: n chẵn, khi đó ta có ghép các cặp số hạng thành:

$S = (1 + n) + (2 + n - 1) +$ .... được tất cả $\frac{n}{2}$ số hạng bằng nhau và bằng $n + 1$.

Vậy : $S = \dfrac{n(n+1)}{2}$.

Trường hợp 2: n lẻ, khi đó n – 1 chẵn. Ta tách số hạng thứ n riêng còn lại ghép số hạng đầu là 1 với số hạng cuối là n – 1.

Ta có: $\frac{n-1}{2}$ số hạng bằng n.

Vậy tổng cần tìm có: $\frac{n-1}{2}+1=\frac{n+1}{2}$ số hạng bằng n.

Vậy: $S = \frac{n(n+1)}{2}$.

Áp dụng vào tính tổng một dãy số cách đều bằng cách phân tích các số hạng làm xuất hiên tổng các số tự nhiên liên tiếp: 1 + 2 + 3 + ...

Cách 2: Khi tính tổng cách đều, ta tiến hành các bước như sau:

- Tính số số hạng của dãy.
- Ghép các số hạng đầu và cuối,... để được tổng các số hạng bằng nhau.

Ví dụ 1: Tính: S = 1 + 3 + 5 + 7 + ...+ 69.

Giải

Cách 1: Ta thấy các số hạng liên tiếp cách nhau 2 đơn vị.

$1 = 1$

$3 = 1 + 1 \times 2$

$5 = 1 + 2 \times 2$

....

$69 = 1 + 34 \times 2.$

Dãy số có tất cả là: 35 số hạng.

Cộng lại ta có:

$$S = 35 + (1 + 2 + 3 + ... + 34) \times 2$$
$$= 35 + \left[(1 + 34) + (2 + 33) + ... + (17 + 18) + 35\right] \times 2$$
$$= 35 + 35 \times 17 \times 2 = 1225$$

Cách 2: Dãy số có tất cả là: (69 - 1) : 2 + 1 = 35 số hạng.

Ghép số hạng đầu với số hạng cuối ta có: S = tổng của 20 số hạng bằng nhau và bằng 70.

Vậy: $S = \left[(1 + 67) + (3 + 65) + ... + (33 + 35) + 69\right]$

$= 68 \times 17 + 69$

$= 1225.$

Bài toán 2: (Cấp số nhân)

Tính $S = a + a \times a + a \times a \times a + \dots\dots\dots + a \times a \times \dots\dots\dots \times a$ (n thừa số a)

Giải

Ta có:

$$a \times S = a \times a + a \times a \times a + \dots\dots\dots + \underbrace{a \times a \times \dots\dots \times a}_{\text{n thừa số a}} + \underbrace{a \times a \times \dots\dots \times a}_{\text{n+1 thừa số a}}$$

Thêm a vào hai vế ta có:

$$a + a \times S = a + a \times a + a \times a \times a + \dots\dots\dots + \underbrace{a \times a \times \dots\dots \times a}_{\text{n thừa số a}} + \underbrace{a \times a \times \dots\dots \times a}_{\text{n+1 thừa số a}}$$

$$a + a \times S = S + \underbrace{a \times a \times \dots\dots \times a}_{\text{n+1 thừa số a}}$$

$(a - 1) \times S = (a \times a \times \dots\dots\dots \times a - a)$

$S = (a \times a \times \dots\dots\dots \times a - a) : (a - 1).$

Ví dụ:

Tính: $S = 1 + 2 + 2 \times 2 + \dots\dots\dots + 2 \times 2 \times \dots\dots\dots \times 2$ (10 thừa số 2)

$$2 \text{ x } S = 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 + \dots\dots\dots + \underbrace{2 \times 2 \times \dots\dots \times 2}_{\text{10 thừa số 2}} + \underbrace{2 \times 2 \times \dots\dots \times 2}_{\text{11 thừa số 2}}$$

$$1 + 2 \times S = 1 + 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 + \dots\dots + \underbrace{2 \times 2 \times \dots\dots \times 2}_{\text{10 thừa số 2}} + \underbrace{2 \times 2 \times \dots\dots \times 2}_{\text{11 thừa số 2}}$$

$$1 + 2 \times S = S + \underbrace{2 \times 2 \times \dots\dots \times 2}_{\text{11 thừa số 2}}$$

$$S = \underbrace{2 \times 2 \times \dots\dots \times 2}_{\text{11 thừa số 2}} - 1$$

$S = 2048 - 1$

$S = 2047$

Trên cơ sở giải bài toán trên từ đó giải quyết được bài toán tính tổng một cấp số nhân.

Bài toán: Tính $S = u_1 + u_2 + \dots\dots\dots\dots + u_n$. Trong đó dãy số u_1, u_2, ..., u_n là cấp số nhân công bội q.

Giải

Ta có: $u_1 = u_1$

$u_2 = u_1 \times q$

$u_3 = u_1 \times q \times q$

....

$u_n = u_1 \times \underbrace{q \times q \times .... \times q}_{\text{n - 1 thừa số q}}$

Cộng vế theo vế ta có:

$S = u_1 \times (1 + q + q \times q + q \times q \times q + ...+ \underbrace{q \times q \times .... \times q}_{\text{n - 1 thừa số q}})$

Bài toán đưa về tính $S' = 1 + q + q \times q + q \times q \times q + ...+ \underbrace{q \times q \times .... \times q}_{\text{n - 1 thừa số q}}$

<u>Ví dụ</u>: Tính S = 2 + 4 + 8 + 16 +..........+ 1024.

(Cấp số nhân công bội 2 - bạn đọc tự giải).

3. Các bài toán liên quan đến chữ số của dãy số

- Cho dãy số tự nhiên tìm số chữ số trong dãy đó, tính tổng các chữ số trong dãy, tìm chữ số thứ k,...

- Trong dãy số tự nhiên, có 9 số có một chữ số.

Có 90 số có 2 chữ số, có $90 \times 2 = 180$ chữ số.

Có 900 số có 3 chữ số, có $900 \times 3 = 2700$ chữ số,...

Từ số có 3 chữ số đầu tiên đến số có 3 chữ số $\overline{abc}$ có tất cả là $\overline{abc} - 99$ số có 3 chữ số. Số chữ số đã sử dụng là $3 \times (\overline{abc} - 99)$. Tương tự như vậy đối với số có 4 chữ số và 5 chữ số.

*<u>Ví dụ 1</u>:*Tìm số có 3 chữ số biết rằng số đó nhân với 2 thì bằng tổng số các chữ số của số tự nhiên viết viết từ 1 đến số cần tìm?

Giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$

Từ 1 đến số có 3 chữ số $\overline{abc}$ có 9 số có 1 chữ số, có 9 chữ số.

Có 90 số có 2 chữ số, có $90 \times 2 = 180$ chữ số. Vậy từ 1 đến 99 có

9 + 180 = 189 chữ số. Vậy theo bài ra ta có:

$$\overline{abc} \times 2 = 189 + 3(\overline{abc} - 99)$$

$2\overline{abc} = 189 - 297 + 3\overline{abc}$

$\overline{abc} = 108$. Vậy: a = 1, b = 0, c = 8.

Ví dụ 2: Để đánh số trang của một cuốn sách, người ta dùng hết 222 chữ số. Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang?

Giải

Để đánh số trang của cuốn sách đó, người ta phải viết các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 thành một dãy số.

Từ 1 đến 9 có 9 trang, mỗi trang có 1 chữ số.

Từ 10 đến 90 có 90 trang, mỗi trang có 2 chữ số.

Vậy đến trang 99 thì số chữ số cần dùng là:

$9 + 90 \times 2 = 189$ (chữ số)

Số chữ số còn thiếu là:

$222 - 189 = 33$ (chữ số)

Số chữ số còn thiếu này dùng để viết tiếp các trang có 3 chữ số bắt đầu từ 100.

Số trang được viết tiếp là:

$33 : 3 = 11$ (trang)

Vậy cuốn sách đó có số trang là:

$9 + 90 + 11 = 110$ (trang)

Đáp số: 110 trang.

Ví dụ 3: Cho dãy số 1, 2, 3, ..., 195. Tính tổng các chữ số trong dãy?

Giải

Ta viết lại dãy số và bổ sung thêm các các số 0, 196, 196, 197, 198, 199 vào dãy:

0, 1, 2, 3, 4, ..., 195, 196, 197, 198, 199.

Ta viết dãy số trên như sau: 0, 1, 2, 3, 4, ...,9

10, 11, 12, 13, 14, ..., 19

20, 21, 22, 23, 24, ..., 29

30, 31, 32, 33, 34, ..., 39

....

90, 91, 92, 93, 94, ..., 99

100, 101, 102, 103, 104, ..., 109

....

190, 191, 192, 193, 194, ...199

Từ 1 đến 199 có số số hạng là:

$$(199 - 0) : 1 + 1 = 200 \text{ (số)}.$$

Vì số 200 số và mỗi dòng có 10 số, nên có:

$$200 : 10 = 20 \text{ (dòng)}$$

Tổng các chữ số hàng đơn vị trong mỗi dòng là:

$$1 + 2 + 3 + ...+ 9 = 9 \times 10 : 2 = 45$$

Vậy tổng các chữ số hàng đơn vị là:

$$45 \times 20 = 900$$

Tổng các chữ số hàng chục trong 10 dòng đầu đều bằng tổng các chữ số hàng chục trong 10 dòng sau.

Tổng các chữ số hàng chục trong 10 dòng đầu là:

$$1 \times 10 + 2 \times 10 + 3 \times 10 + ...+ 9 \times 10$$

$$(1 + 2 + 3 + ...+ 9) \times 10 = 45 \times 10 = 450$$

Vậy tổng các chữ số hàng chục của cả dãy là:

$$450 \times 2 = 900$$

Ngoài ra, dễ thấy tổng các chữ số hàng trăm là:

$$900 + 900 + 100 = 1900$$

Từ đó ta có tổng của các chữ số của dãy ban đầu là:

$1900 - (1 + 9 + 6 + 1 + 9 + 7 + 1 + 9 + 8 + 1 + 9 + 9) = 1900 - 70 = 1830.$

Đáp số: 1830.

4. Dãy chữ

Ở các bài toán dãy chữ khi giải phải dựa vào quy luật của dãy sau đó phải tính được mỗi từ có bao nhiêu chữ, cụm từ, từ đó đi tìm tất cả có bao nhiêu nhóm, cụm từ trùng nhau, từ đó tìm ra tất cả bao nhiêu nhóm cụm từ được viết trùng lặp để suy ra cách giải.

Ví dụ 1: Một bạn viết liên tiếp nhóm chữ "Tổ quốc Việt Nam" thành dãy: TOQUOC VIETNAM TOQUOC VIETNAM.....

1. Chữ cái thứ 2010 trong dãy là chữ gì?

2. Nếu người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì dãy đó có bao nhiêu chữ O, bao nhiêu chữ I?

3. Bạn An đếm được trong dãy có 2007 chữ O. Hỏi bạn đó đếm đúng hay sai? Giải thích?

4. Người ta tô màu các chữ cái trong dãy theo thứ tự: xanh, đỏ, tím, vàng, xanh đỏ, tím, vàng....Hỏi chữ cái thứ 2007 trong dãy được tô màu gì?

<u>Giải</u>

1. Ta thấy, nhóm chữ TOQUOC VIETNAM có 13 chữ cái

Và : 2010 : 13 = 154 (dư 8)

Như vậy, kể từ chữ cái bắt đầu đến chữ cái thứ 2010 trong dãy, người ta đã viết 154 lần nhóm chữ TOQUOC VIETNAM và còn viết thêm 8 chữ cái của nhóm tiếp theo là 15. Vậy chữ cái thứ 2010 trong dãy là chữ cái thứ 8 của nhóm thứ 155. Chữ đó là chữ I trong tiếng VIET.

2. Mỗi nhóm chữ TOQUOCVIETNAM có 2 chữ T và cũng có 2 chữ O và 1 chữ I. Nếu người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì trong dãy đó cũng có 50 chữ O và có 25 chữ I.

3. Bạn ấy đếm sai, vì chữ O trong dãy phải là số chẵn.

4. Ta gọi mỗi nhóm chữ liền nhau trong dãy được tô màu xanh, đỏ, tím, vàng là một nhóm màu.

Ta có: 2007 : 4 = 501 (dư 3).

Vậy chữ cái thứ 2007 trong dãy là chữ thứ 3 của nhóm màu thứ 502. Chữ cái đó được tô màu tím.

<u>Ví dụ 2</u>: Bạn Hải cho các viên bi vào hộp và lần lượt theo thứ tự là bi xanh, bi đỏ, bi vàng.........cứ như vậy. Hỏi:

a. Viên bi thứ 100 có màu gì?

b. Muốn có 10 viên bi đỏ thì phải bỏ vào hộp ít nhất bao nhiêu viên bi ?

<u>Giải</u>

Ta thấy cứ 3 viên bi thì lập thành một nhóm xanh, đỏ, vàng. 100 viên bi thì có số nhóm là :

100 : 3 = 33 (dư 1 viên bi).

Như vậy, bạn Hải đã cho vào hộp 33 nhóm viên bi, còn dư 1 viên bicuar nhóm thứ 34 và là viên bi đầu tiên của nhóm này.

Vậy viên bi thứ 100 có màu xanh.

b. Cứ một nhóm thì có 3 viên bi, muốn có 10 viên bi đỏ thì cần bỏ vào hộp 3 x 10 = 30 viên bi. Nhưng viên bi màu đỏ là viên thứ hai của nhóm.

Vậy cần bỏ vào ít nhất số bi là :

$$30 - 1 = 29 \text{ (viên)}.$$

II. Dãy số hữu tỉ (phân số)

1. Dãy số liên quan đến cấp số nhân

Bài toán 1 : Tính

$$S = \frac{1}{a} + \frac{1}{a \times a} + \frac{1}{a \times a \times a} + \dots\dots\dots + \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n thừa số a}}}$$

(Dãy số là một cấp số nhân công bội bằng $\frac{1}{a}$)

Giải

$$a \times S = 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a \times a} + \frac{1}{a \times a \times a} + \dots\dots\dots + \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n} - 1 \text{ thừa số a}}}$$

$$= 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{a \times a} + \dots + \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n} - 1 \text{ thừa số a}}} + \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n thừa số a}}} - \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n thừa số a}}}$$

$$= 1 + S - \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n thừa số a}}}$$

$$(a - 1) \times S = 1 - \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{n thừa số a}}}$$

$$\text{Vậy: } S = \frac{\overbrace{a \times a \times \dots \times a}^{\text{n thừa số a}} - 1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{\text{n thừa số a}} \times (a - 1)}$$

__Ví dụ__: Tính $S = 3 + \frac{5}{2} + \frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \dots\dots\dots\dots + \frac{5}{1024}$

$$= 3 + 5 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{1024}\right)$$

Tính $S_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{1024}$ (bạn đọc tự giải).

Từ đó tính được: $S = 3 + 5 \times S_1$.

Vận dụng bài toán trên tính tổng của một dãy số cụ thể là một cấp số nhân có công bội $\frac{1}{q}$.

Tính $S = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{u_n}$

Trong đó: $\frac{1}{u_1}, \frac{1}{u_2}, \ldots\ldots\ldots, \frac{1}{u_n}$, là cấp số nhân có công bội là $\frac{1}{q}$.

Phân tích cách tính tổng trên tương tự như cách tính tổng có dạng cấp số nhân ở dạng số tự nhiên.

2. Tính tổng của một dãy số hữu tỉ có mẫu số là tích của hai số tự nhiên cách đều

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{k}{n(n+k)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k}$$

<u>*Ví dụ 1*</u>:Tính: $S = \frac{1}{11\times13} + \frac{1}{13\times15} + \frac{1}{15\times17} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{95\times97} + \frac{1}{97\times99}$

<u>***Giải***</u>

Ta thấy, mẫu số là tích của hai số tự nhiên cách đều hai đơn vị. Nhân cả hai vế với 2 ta có:

$$2 \times S = \frac{2}{11\times13} + \frac{2}{13\times15} + \frac{2}{15\times17} + \ldots\ldots\ldots + \frac{2}{95\times97} + \frac{2}{97\times99}$$

$$= \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \frac{1}{15} - \frac{1}{17} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{95} - \frac{1}{97} + \frac{1}{97} - \frac{1}{99}$$

$$= \frac{1}{11} - \frac{1}{99} = \frac{8}{99}$$

$$S = \frac{4}{99}.$$

<u>Ví dụ 2</u>: Tính tổng: $S = \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + ... + \frac{1}{720}$

<u>*Giải*</u>

Ta có: $S = \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{60} + ... + \frac{1}{720}$

$$S = \frac{1}{1\times2\times3} + \frac{1}{2\times3\times4} + \frac{1}{3\times4\times5} + ... + \frac{1}{8\times9\times10}$$

$$S\times2 = \frac{2}{1\times2\times3} + \frac{2}{2\times3\times4} + \frac{2}{3\times4\times5} + ... + \frac{2}{8\times9\times10}$$

$$= \frac{1}{1\times2} - \frac{1}{2\times3} + \frac{1}{2\times3} - \frac{1}{3\times4} + \frac{1}{3\times4} - \frac{1}{4\times5} + ... + \frac{1}{8\times9} - \frac{1}{9\times10}$$

$$S \times 2 = \frac{1}{1\times2} - \frac{1}{9\times10} = \frac{44}{90}.$$

Vậy: $S = \frac{44}{90} : 2 = \frac{22}{90} = \frac{11}{45}.$

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

Bài 1: Viết tiếp 3 số hạng của dãy số sau:

a. 1,2,3,5,8…

b. 0,2,4,6,12,22…

Bài 2: Tìm số hạng đầu tiên của dãy số sau:

a. …,24,27,30.

b. …,47,52,57. Biết rằng mỗi dãy dều có 10 số hạng.

Bài 3: Tìm các số còn thiếu trong dãy số sau:

a. 3,9,27,…,…,729.

b. 3,8,23,…,…,608.

Bài 4: Tìm quy luật của dãy sau và viết thêm 3 số hạng nữa vào dãy:

a. 1,6,54,648,…

b. 1,1,3,5,17,…

Bài 5: Tìm số hạng thứ 10 của dãy số sau:

a. 1,5,9,13,…

b. …,54,57,60. (Biết rằng dãy này có 20 số hạng).

Bài 6: Cho dãy số: 2,4,6,8…

a. Dãy số được viết theo quy luật nào?

b. Số 2009 có phải là số hạng của dãy hay không? Vì sao?

Bài 7: Hãy cho biết:

a. Các số 50 và 133 có thuộc dãy số: 90,95,100… hay không?

b. Số 1996 có thuộc dãy số: 2,5,8,11,… hay không?

c. Số nào trong các số 666,1000 và 9999 thuộc dãy số 3,6,12,24,… Giải thích tại sao?

Bài 8: Cho dãy số: 1; 2,2; 3,4;…; 13; 14,2.

Nếu viết tiếp thì số 34,6 có thuộc dãy số trên không?

Bài 9: Cho dãy số: 3,8,13,18… Có số tự nhiên nào có chữ số tận cùng là 6 mà thuộc dãy số trên không? Vì sao?

Bài 10: Cho dãy số : 11,14,17,20,…,65,68. Dãy số có bao nhiêu số hạng?

Bài 11: Cho dãy số: 1,3,5,7, … Là dãy số lẻ liên tiếp đầu tiên. Hỏi đến số 1981 thì dãy số có bao nhiêu số hạng?

Bài 12: Trong các số có 3 chữ số, có bao nhiêu số chia hết cho 4.

Bài 13: Cho dãy số: 2,4,6,8,… Là dãy số chẵn liên tiếp đầu tiên. Hỏi

a. Số 2010 là số hạng thứ bao nhiêu trong dãy số này? Giải thích cách tìm ?

b. Nếu viết tiếp vào dãy số từ số 2010 đến số 2050 thì cần bao nhiêu số hạng nữa?

Bài 14: Cho dãy số 11,14,17,20,… Tìm số hạng thứ 2007 của dãy số.

Bài 15: Tìm số hạng thứ 100 của dãy:

a. 3, 8, 15, 24, 35,…

b. 1, 3, 6, 10, 15,…

Bài 16: Cho dãy số: 1, 2, 3,…, 1994, 1995.

Hỏi có bao nhiêu chữ số trong dãy số này?

Bài 17: Một người viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 2007. Hỏi người đó đã viết bao nhiêu lượt chữ số?

Bài 18: Một quyển sách có 234 trang. Hỏi để đánh số trang của quyển sách đó người ta phải dùng bao nhiêu chữ số?

Bài 19: Để đánh số trang một quyển sách người ta dùng hết 222 chữ số. Hỏi quyển sách đó có bao nhiêu trang?

Bài 20: Để ghi thứ tự các nhà trên một đường phố, người ta dùng các số chẵn 2, 4, 6, 8,… để ghi các nhà ở dãy phải và các số lẻ 1, 3, 5, 7,… để ghi các nhà ở dãy trái của đường phố đó. Hỏi số nhà cuối cùng của dãy chẳn trên dường phố đó là bao nhiêu, biết rằng khi đánh số thứ tự các nhà của dãy này người ta đã dùng 367 lượt chữ số cả thảy.

Bài 21: Cho dãy số: 1, 3, 5, 7,…, n. Hãy tìm số n để số chữ số của dãy gấp 3 lần số các số hạng của dãy.

Bài 22: Cho dãy số: 1, 2, 3, 4,…, 1994, 1995.

Tìm chữ số thứ 3000 của dãy số.

Bài 23: Cho dãy số 2, 4, 6, 8,… Hỏi chữ số thứ 2010 của dãy là chữ số nào?

Bài 24: Hãy tìm chữ số thứ 2010 ở phần thập phân của số thập phân bằng phân số $\frac{1}{7}$.

Bài 25: Cho số tự nhiên a = 1234567891011… lập bởi viết liên tiếp dãy số tự nhiên. Hỏi chữ số thứ 1650 của số tự nhiên a là chữ số mấy.

Bài 26: Tính A = 1 + 2 + 3 + … + 98 + 99 + 100.

Bài 27: Tính tổng của 19 số lẻ liên tiếp đầu tiên.

Bài 28: Tính E = 10,11 + 11,12 + 12,13 + … + 98,99 + 100.

Bài 29: Cho dãy số: 1, 2, 3,…, 195. Tính tổng các chữ số trong dãy.

Bài 30: Tính tổng:

a) $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+...+\frac{1}{132}$

b) $1+\frac{9}{2}+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+...+\frac{3}{44}$

c) $\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{1}{2\times3\times4}+\frac{1}{3\times4\times5}+...+\frac{1}{37\times38\times39}$

Bài 31: Tính tổng :

a) A = $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+...+\frac{1}{256}$

b) S = $7+\frac{5}{3}+\frac{5}{9}+\frac{5}{27}+\frac{5}{81}+\frac{5}{243}+\frac{5}{729}$

c) B = $\frac{5}{2}+\frac{5}{6}+\frac{5}{18}+\frac{5}{54}+\frac{5}{162}+\frac{5}{486}$

Bài 32: Tính tổng

$$A = \frac{3}{2\times5}+\frac{3}{5\times8}+\frac{3}{8\times11}+\frac{3}{11\times14}$$

Chương 3: TOÁN CHUYỂN ĐỘNG ĐỀU

I. Hai phương pháp cơ bản để giải bài toán chuyển động đều

1. Phương pháp sử dụng tỉ số

Hai vật chuyển động trên cùng một quãng đường S, và vận tốc v_1, v_2. Khi đi hết quãng đường đó với thời gian tương ứng t_1, t_2 thì:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1}.$$

<u>Ví dụ 1</u>: Một ca nô xuôi khúc sông AB hết 4 giờ và ngược khúc sông hết 6 giờ. Tính chiều dài khúc sông đó, biết rằng vận tốc dòng nước là 50km/h?

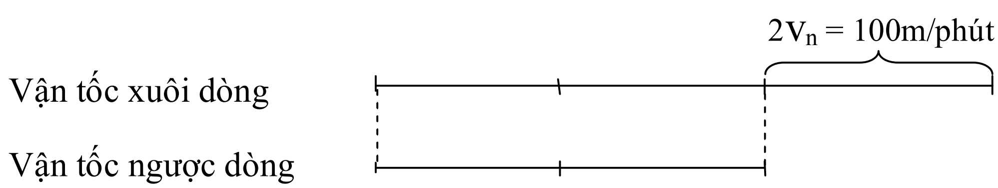
<u>Giải</u>

Trên cùng một khúc sông AB, thời gian và vận tốc tỉ lệ nghịch với nhau.

Tỉ số của thời gian xuôi dòng và ngược dòng là: $\frac{4}{6}$.

Do đó tỉ số giữa vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng là: $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Vì hiệu vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng bằng hai lần vận tốc dòng nước nên ta có sơ đồ:



Vận tốc xuôi dòng là: $100 \times 3 = 300$ (m/phút)

$= 18$ (km/h)

Khúc sông AB dài là: $18 \times 4 = 72$ (km).

Đáp số: 72 km.

<u>Ví dụ 2</u>: Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 3 giờ 20 phút. Xe thứ hai đi từ B đến A hết 2 giờ 48 phút. Biết rằng, hai xe cùng khởi hành và sau 1 giờ 15 phút thì chúng còn cách nhau 25km. Tính vận tốc mỗi xe?

<u>Giải</u>

Đổi đơn vị: 3 giờ 20 phút = 200 phút = $\frac{10}{3}$ giờ.

$$2 \text{ giờ } 48 \text{ phút } = 168 \text{ phút } = \frac{14}{5} \text{ giờ.}$$

$$1 \text{ giờ } 15 \text{ phút } = 75 \text{ phút } = \frac{5}{4} \text{ giờ.}$$

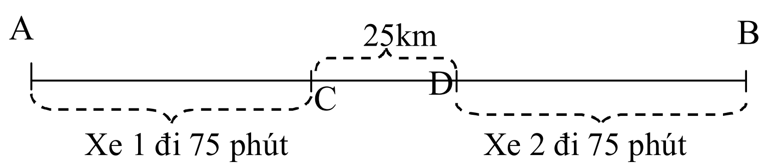
Tỉ số thời gian chuyển động của hai xe đi hết quẳng đường AB là:

$$\frac{200}{168} = \frac{25}{21}$$

Vì 75 : 25 = 3 nên ta có thể viết:

$$\frac{25}{21} = 25 \times \frac{3}{21} = \frac{75}{63}.$$

Tỉ số $\frac{75}{63}$ cho biết: Nếu trên một đoạn đường mà xe thứ nhất đi hết 75 phút thì xe thứ hai đi hết 63 phút. Sơ đồ minh họa:



Nếu xe thứ nhất đi từ A đến C mất 75 phút thì xe thứ hai đi từ C đến A mất 63 phút. Vậy xe thứ hai đi từ B đến D và đi từ C đến A mất:

$$75 + 63 = 138 \text{ phút.}$$

Vì xe thứ hai đi từ B đến A mất 168 phút nên xe đó đi từ D đến C mất:

$$168 - 138 = 30 \text{ (phút)} = 0{,}5 \text{ (giờ).}$$

Xe thứ hai đi hết 25 km mất 0,5 giờ vận tốc của xe là:

$$25 : 0{,}5 = 50 \text{ (km/h)}$$

Vận tốc của xe thừ nhất là:

$$50 \times \frac{21}{25} = 42 \text{ (km/h)}$$

Đáp số: Vận tốc xe thứ nhất là: 42 km/h.

Vận tốc của xe thứ hai là: 50 km/h.

2. Phương pháp rút về đơn vị

Thông thường khi giải các bài toán rút về đơn vị thì quãng đường được chọn là một đơn vị đo.

<u>Ví dụ 1</u>: Một người đi từ A đến B với vận tốc 4km/giờ và dự định đến B lúc 11 giờ 45 phút. Đi được $\frac{4}{5}$ quãng đường AB thì người đó đi tiếp đến B với vận tốc 3km/giờ nên đến B lúc 12 giờ cùng ngày. Tính quãng đường AB?

<u>Giải</u>

Thời gian thực tế đi nhiều hơn dự định là:

$$12 \text{ giờ } - 11 \text{ giờ } 45 \text{ phút } = \frac{1}{4} \text{ giờ.}$$

Vận tốc 3km/ giờ thì mỗi km đi hết thời gian:

$$1 : 3 = \frac{1}{3} \text{ (giờ)}$$

Vận tốc 4km/giờ thì mỗi km đi hết thời gian:

$$1 : 4 = \frac{1}{4} \text{ (giờ).}$$

Thời gian đi mỗi km và vận tốc 3km/giờ nhiều hơn thời gian đi mỗi km vận tốc 4km/giờ là:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \text{ (giờ).}$$

Đoạn đường còn lại đi với vận tốc 3km/giờ là:

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{12} = 3 \text{ (km).}$$

Đoạn đường còn lại là:

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \text{ quãng đường AB.}$$

Vậy quãng đường AB dài là: $3 : \frac{1}{5} = 15$ (km).

Đáp số: AB = 15 km.

<u>Ví dụ 2</u>: Xe thứ nhất đi từ A đến B hết 3 giờ 20 phút. Xe thứ hai đi từ B đến A hết 2 giờ 48 phút. Hai xe cùng khởi hành và sau 1 giờ 15 phút thì chúng còn cách nhau 35km. Tính vận tốc của mỗi xe?

<u>Giải</u>

Sau 1 giờ 15 phút = 75 phút xe thứ nhất đi được:

$$75 : 200 = \frac{3}{8} \text{ (quãng đường AB).}$$

Sau 75 phút xe thứ hai đi được:

$$75 : 168 = \frac{25}{56} \text{ (quãng đường AB)}$$

Sau 75 phút hai xe đi được:

$$\frac{3}{8} + \frac{25}{56} = \frac{23}{28} \text{ (quãng đường AB).}$$

Phần đường còn lại:

$$1 - \frac{23}{28} = \frac{5}{28} \text{ (quãng đường AB)}$$

$\frac{5}{28}$ quãng đường AB bằng 25km.

Vậy quãng đường AB là:

$$25 : \frac{5}{28} = 140 \text{ (km).}$$

Vận tốc xe thứ nhất là:

$$140 : \frac{10}{3} = 42 \text{ (km/giờ).}$$

Vận tốc xe thứ hai là:

$$140 : \frac{14}{5} = 50 \text{ (km/giờ).}$$

Đáp số: Vận tốc xe thứ nhất là: 42 km/giờ

Vận tốc xe thứ hai là: 50km/giờ.

II. Một số dạng bài toán chuyển động đều

1. Chuyển động cùng chiều

a. Bài toán hai vật chuyển động cùng chiều, tính thời gian hai vật đuổi kịp nhau.

Hai vật cùng xuất phát một lúc với vận tốc v_1 và v_2 ($v_1 > v_2$) ở cách xa nhau một đoạn đường S thì thời gian hai vật đuổi kịp nhau là: $t = \frac{S}{v_1 - v_2}$.

Ví dụ : Một người đi xe máy từ A đến C với vận tốc 36km/h. Cùng lúc đó một người đi xe đạp từ B đến C với vận tốc 12km/h và điểm B cách A 48km. Hỏi sau bao lâu người đi xe máy đuổi kịp người đi xe đạp?

Giải

Hai người cùng xuất phát và chuyển động cùng chiều. Sau khoảng thời gian t cách nhau một quãng đường S cũng như một vật chuyển động với vận tốc v_1 - v_2, sau khoảng thời gian t đi được quãng đường S. Khi hai người gặp nhau, tức là quãng đường S = 48km. Vậy, người đi xe máy đuổi kịp người đi xe đạp mất một khoảng thời gian là:

$$t = \frac{S}{v_1 - v_2} = \frac{48}{36 - 12} = 2 \text{ (giờ)}.$$

Đáp số: 2 giờ.

b.Bài toán hai vật chuyển động cùng chiều, tính thời gian hai vật đó đuổi nhau và sau một thời gian t cách nhau một quãng đường: $t = \dfrac{S_1 - S_2}{v_1 - v_2}$.

S_1 là quãng đường hai vật cách nhau khi bắt đầu cùng chuyển động.

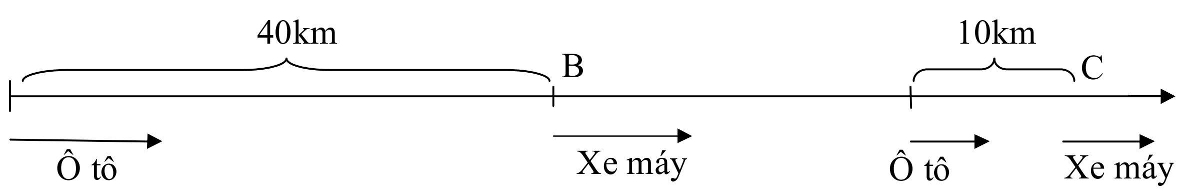
S_2 là quãng đường hai vật cách nhau sau khi chuyển động một khoảng thời gian t.

Vận tốc vật sau là v_1, vận tốc vật trước là v_2.

t là thời gian để vật sau vượt qua vật trước khoảng cách n km.

Ví dụ : Một ô tô đi từ A với vận tốc 50km/h, cùng lúc đó một xe máy đi từ B cách A 40km với vận tốc 30km/h và cùng đến điểm C. Hỏi sau bao lâu, ô tô còn cách xe máy 10 km?

Giải



Sau mỗi giờ ô tô đến gần xe máy là:

$$50 - 30 = 20 \text{ (km)}$$

Thời gian để ô tô đuổi kịp xe máy và còn cách xe máy 10 km là:

(40 – 10) : 20 = 1,5 (giờ)

Đáp số: 1,5 giờ.

c. Bài toán chuyển động cùng chiều, tính thời gian hai vật đuổi nhau và vật sau vượt qua vật trước một khoảng n km.

$$t = \frac{S_1 + S_2}{v_1 - v_2}$$

S_1 là khoảng cách lúc đầu giữa hai vật.

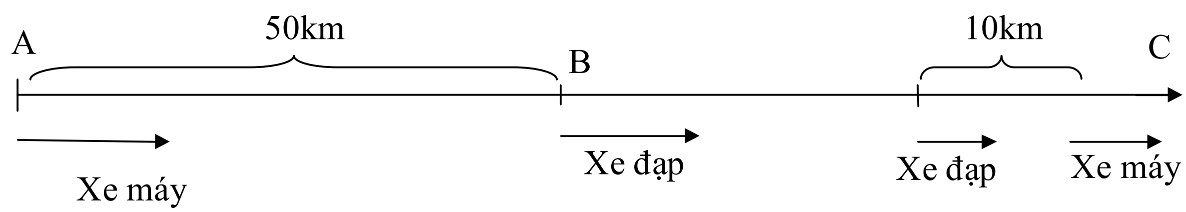
S_2 là khoảng cách khi vật sau đã vượt qua vật trước.

Vận tốc vật sau là v_1, vận tốc vật trước là v_2.

t là thời gian để vật sau vượt qua vật trước khoảng cách n km.

Ví dụ: Một người đi xe máy từ điểm A điểm B rồi đến điểm C với vận tốc 45km/h. Cùng lúc đó một người đi xe đạp từ điểm B cách điểm A 50km với vận tốc 15km/h để đến điểm C. Hỏi sau bao lâu người đi xe máy vượt qua người đi xe đạp 10 km.

Giải



Hiệu vận tốc giữa xe máy và xe đạp là:

45 - 15 = 25 (km/giờ)

Thời gian để xe máy vượt qua xe đạp là:

(50 + 10) : 30 = 2 (giờ)

Đáp số: 2 giờ.

2. Vận dụng bài toán chuyển động cùng chiều vào bài toán chuyển động của kim đồng hồ

a. Vận dụng bài toán hai vật chuyển động cùng chiều; tính thời gian hai vật đuổi kịp nhau.

Ví dụ 1: Bây giờ là 3 giờ đúng. Hỏi sau bao lâu thì kim giờ và kim phút trùng nhau?

Giải

Ta thấy mỗi giờ kim phút chạy được 1 vòng, còn kim giờ chạy được $\frac{1}{12}$ vòng.

Vậy hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Khoảng cách giữa kim phút và kim giờ là:

$$3:12=\frac{1}{4} \text{ (vòng)}$$

Thời gian ngắn nhất để kim phút và kim giờ trùng nhau là:

$$\frac{1}{4}:\frac{11}{12}=\frac{3}{11} \text{ (giờ).}$$

Đáp số: $\frac{3}{11}$.

Ví dụ 2 : Bây giờ là 9 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu kim phút và kim giờ trùng nhau?

Giải

Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Khoảng cách giữa kim phút và kim giờ là:

$$9:12=\frac{3}{4} \text{ (vòng)}$$

Thời gian ngắn nhất để kim phút và kim giờ trùng nhau là:

$$\frac{3}{4}:\frac{1}{12}=\frac{9}{11} \text{ (giờ).}$$

Đáp số: $\frac{9}{11}$ giờ.

Ví dụ 3: Bây giờ là 12 giờ trưa nên kim giờ và kim phút đã trùng nhau. Hỏi sau bao lâu nữa hai kim ấy lại gặp nhau một lần nữa?

<u>Giải</u>

Hiệu vận tốc giữa kim phút và kim giờ là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Khoảng cách giữa kim phút và kim giờ là:

$$12 \ : 12 \ = 1 \text{ (vòng)}$$

Thời gian ngán nhất để kim giờ và kim phút trùng nhau lần nữa là:

$$1:\frac{1}{12}=\frac{12}{11}=1\frac{1}{11} \text{ (giờ).}$$

Đáp số: $1\frac{1}{11}$ giờ.

b. Vận dụng bài toán hai vật chuyển động cùng chiều: tính thời gian hai vật đuổi nhau và còn cách xa nhau một khoảng m.

<u>Ví dụ 1</u>: Bây giờ là 6 giờ. Hỏi ít nhất bao lâu thì kim giờ và kim phút vuông góc với nhau.

<u>Giải</u>

Ta có: Khoảng cách giữa hai kim lúc đầu, khi hai kim thẳng hàng là $\frac{1}{2}$ vòng.

Khoảng cách giữa hai kim lúc sau khi hai kim vuông góc là $\frac{1}{4}$ vòng.

Hiệu vận tốc giữa hai kim là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Thời gian ngắn nhất để hai kim vuông góc với nhau là:

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right):\frac{11}{12}=\frac{3}{11} \text{ (giờ)}$$

Đáp số: $\frac{3}{11}$ giờ.

<u>Ví du 2</u>: Bây giờ là 7 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu thì kim giờ và kim phút thẳng hàng với nhau?

<u>Giải</u>

Khoảng cách giữa hai kim lúc đầu là $\frac{7}{12}$ vòng.

Khoảng cách giữa hai kim lúc hai kim thẳng hàng nhau là $\frac{1}{2}$.

Hiệu vận tốc giữa hai kim là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Thời gian ngắn nhất để kim giờ và kim phút thẳng hàng nhau là:

$$\left(\frac{7}{12}-\frac{1}{2}\right):\frac{11}{12}=\frac{1}{11} \text{ (giờ)}$$

Đáp số: $\frac{1}{11}$ giờ.

Ví dụ 3: Bây giờ là 9 giờ. Hỏi ít nhất bao lâu nữa, kim giờ và kim phút lại vuông góc với nhau?

Giải

Khoảng cách lúc đầu giữa hai kim là: $\frac{3}{4}$ vòng.

Khoảng cách khi kim giờ và kim phút vuông góc với nhau lần nữa là: $\frac{1}{4}$ vòng.

Hiệu vận tốc giữa hai kim là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Thời gian ngắn nhất để kim giờ và kim phút vuông góc với nhau lần nữa là:

$$\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right):\frac{11}{12}=\frac{6}{11} \text{ (giờ)}$$

Đáp số: $\frac{6}{11}$ giờ.

c. Vận dụng bài toán hai vật chuyển động cùng chiều, tính thời gian hai vật đuổi nhau và vật sau vượt qua vật trước một khoảng n.

Ví dụ 1: Bây giờ là 3 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu nữa thì kim giờ và kim phút lại vuông góc với nhau?

Giải

Ta có: Khoảng cách lúc đầu giữa hai kim là:

$$3 : 12 = \frac{1}{4} \text{ (vòng)}$$

Khi kim phút vượt qua kim giờ lần nữa thì kim phút đã vượt qua kim giờ một khoảng thời gian bằng $\frac{1}{4}$ vòng.

Hiệu vân tốc giữa hai kim là: $1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ (vòng).

Thời gian ngắn nhất để kim giờ và kim phút vuông góc với nhau lần nữa là:

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right):\frac{11}{12}=\frac{6}{11} \text{ (giờ)}$$

Đáp số: $\frac{6}{11}$ giờ.

<u>Ví dụ 2</u>: Bây giờ là 1 giờ. Hỏi sau ít nhất bao lâu nữa thì kim phút và kim giờ thẳng hàng với nhau?

<u>Giải</u>

Khoảng cách giữa hai kim lúc này là:

$$2:12=\frac{1}{6} \text{ (vòng)}$$

Khi hai kim thẳng hàng thì khoảng cách giữa hai kim bằng $\frac{1}{2}$ vòng.

Hiệu vận tốc giữa hai kim là:

$$1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12} \text{ (vòng).}$$

Thời gian ngắn nhất để hai kim thẳng hàng là:

$$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right):\frac{11}{12}=\frac{8}{11} \text{ (giờ).}$$

Đáp số: $\frac{8}{11}$ giờ.

3. Chuyển động ngược chiều

Hai vật chuyển động với vận tốc v_1, v_2 trên cùng một quãng đường có độ dài S, khởi hành cùng một lúc và chuyển động ngược chiều, thời gian chuyển động đến khi hai vật gặp nhau là:

$$t=\frac{S}{v_1+v_2}$$

Ví dụ 1: Trên quãng đường AB dài 276km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc, một xe đi từ A đến B vời vận tốc 42km/giờ. Một xe đi từ B đến A vời vận tốc 50km/giờ. Hỏi từ lúc bắt đầu đi, sau mấy giờ thì ô tô gặp nhau?

Giải

Sau mỗi giờ cả hai ô tô đi được quãng đường là:

$42 + 50 = 92$ (km)

Thời gian để hai ô tô gặp nhau là:

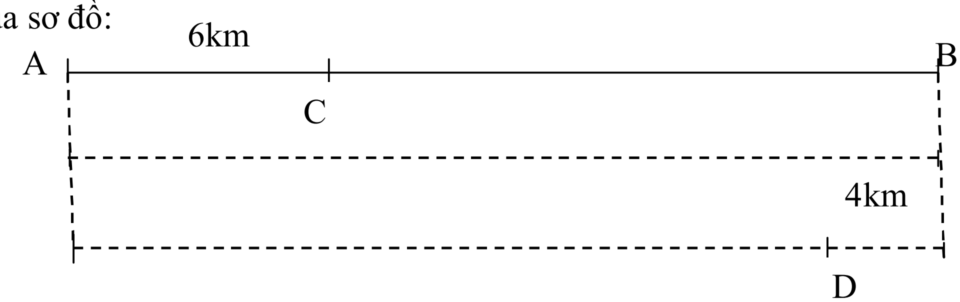
$276 : 92 = 3$ (giờ).

Đáp số: Sau 3 giờ.

Ví dụ 2: Hai người đi xe đạp ngược chiều nhau cùng khởi hành cùng một lúc. Người thứ nhất đi từ A, người thừ hai đi từ B và đi nhanh hơn người thứ nhất. Họ gặp nhau cách A 6km. Sau khi gặp nhau người thứ nhất đến B thì quay trở lại và người thứ hai đến A cũng quay trở lại. Họ gặp nhau cách B 4 km. Tính xem quãng đường AB dài bao nhiêu km?

Giải

Biểu thị quãng đường người thứ nhất đi bằng nét liền, quãng đường người thứ hai đi bằng nét đứt, ta có quãng đường hai người đi cho tời khi họ gặp nhau lần thứ hai qua sơ đồ:



Cho đến khi gặp nhau lần thứ hai tại D thì hai người đã đi được 3 lần quãng đường AB. Cứ mỗi lần hai người đi được một quãng đường AB thì người thứ nhất đi được 6km.

Vậy khi hai người đi được quãng đường AB thì người thứ nhất đi được:

$6 \times 3 = 18$ (km)

Quãng đường AB dài là:

$18 - 4 = 14$ (km)

Đáp số: 14km.

4. Vật chuyển động gồm một đoạn lên dốc, một đoạn xuống dốc:

Nếu vật chuyển động cả đi và về trên đoạn đường đó thì quãng đường lên dốc bằng quãng đường xuống dốc và bằng quãng đường S.

Ví dụ : Một người đi xe máy từ A đến B gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Khi đi từ A đến B mất 3,5 giờ, khi trở về mất 4 giờ. Vận tốc khi lên dốc là 25km/giờ, vận tốc khi xuống dốc gấp đôi. Tính quãng đường AB?

Giải

Người đó cả đi và về mất thời gian là:

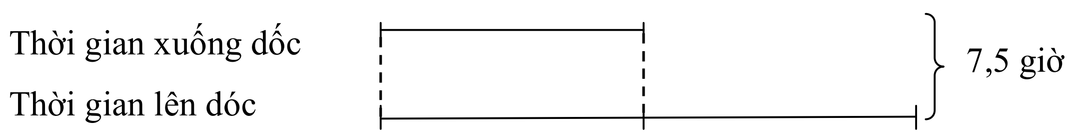
$$3,5 + 4 = 7,5 \text{ (giờ)}$$

Cả đi và về thì quãng đường lên dốc bằng quãng đường xuống dốc và bằng quãng đường AB.

Tỉ số vận tốc khi lên dốc và xuống dốc là: $\frac{1}{2}$.

Tỉ số thời gian khi lên dốc và khi xuống dốc là: $\frac{2}{1}$.

Ta có sơ đồ:



Thời gian lên dốc cả đi và về là:

$$(7,5 : 3) \times 2 = 5 \text{ (giờ)}$$

Đoạn đường AB dài là:

$$25 \times 5 = 125 \text{ (km)}$$

Đáp số: 125 km.

5. Tính vận tốc trung bình

Một vật đi hết quang đường S_1 với vận tốc v_1mất thời gian t_1, đi hết quãng đường S_2 với vận tốc v_2 mất thời gian t_2 thì vận tốc trung bình là:

$$v_{tb} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 . t_1 + v_2 . t_2}{t_1 + t_2}.$$

Sai lầm: $$v_{tb} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

<u>Ví dụ 1</u>: Một ô tô đi trên quãng đường AB dài 168km. Nữa quãng đường đầu với vận tốc 40km/giờ. Nữa quãng đường sau vời vận tốc 60km/giờ.

Tính vận tốc trung bình khi ô tô đi trên quãng đường đó?

<u>Giải</u>

Nửa quãng đường đầu ô tô đi mất thời gian:

(168 : 2) : 40 = 2,1 (giờ)

Nữa quãng đường sau ô tô đi hết thời gian là:

(168 : 2) : 60 = 1,4 (giờ)

Vận tốc trung bình của ô tô là:

168 : (2,1 + 1,4) = 48 (km/giờ)

Đáp số: 48km/giờ.

<u>Ví dụ 2</u>: Một ô tô đi từ A đến B với vân tốc 60km/giờ. Khi về do trời mưa đường khó đi nên ô tô đi với vận tốc 40km/giờ. Tính vận tốc trung bình của chuyến đi và về của ô tô?

<u>Giải</u>

Trung bình 1km lúc đi ô tô đi hết thời gian là:

$$1 : 60 = \frac{1}{60} \text{ (giờ)}$$

Trung bình 1km lúc trở về ô tô đi hêt thời gian là:

$$1 : 40 = \frac{1}{40} \text{ (giờ)}$$

Vậy trên quãng đường 1km cả đi và về đi hết thời gian là:

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{40} = \frac{1}{24} \text{(giờ).}$$

Vận tốc trung bình của ô tô đi 1km và về 1km cũng là vận tốc trung bình của ô tô trên cả quãng đường đi và về là:

$$(1+1) : \frac{1}{25} = 48 \text{ (km/giờ).}$$

Đáp số: 48 km/giờ.

6. Chuyển động trên dòng nước

Một vật chuyển động trên dòng nước thì vận tốc xuôi dòng (v_{xd}) trừ vận tốc ngược dòng (v_{nd}) bằng hai lần vận tốc dòng nước (v_n):

$$v_{xd} - v_{nd} = 2v_n.$$

Ví dụ 1: Một thuyền đi xuôi dòng từ A đến B mất 32 phút, ngược dòng từ B về A hết 48 phút. Hỏi một cụm bèo trôi từ A đến B mất thời gian bao lâu:

Giải

Tỉ số thời gian đi xuôi dòng và thời gian đi ngược dòng trên AB là:

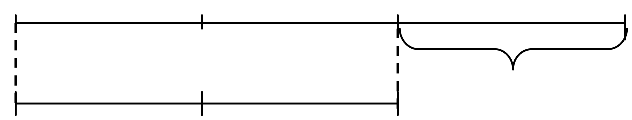
$$32 : 48 = \frac{2}{3}$$

Trên cùng một đoạn đường thì thời gian và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Tỉ số vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng là $\frac{3}{2}$.

Vận tốc xuôi dòng :

Vận tốc ngược dòng :



Vận tốc xuôi dòng – vận tốc ngược dòng = 2 x vận tốc dòng nước.

Vận tốc dòng nước chính là vận tốc của cánh bèo.

Vậy ta có vận tốc thuyền xuôi dòng gấp 6 lần vận tốc cụm bèo. Nên thời gian cụm bèo trôi từ A về B gấp 6 lần thời gian khi thuyền xuôi dòng từ A đến B.

Thời gian cụm bèo trôi từ A đến B là:

$$32 \times 6 = 192 \text{ (phút)}$$

Đáp số: 192 phút.

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

Bài 1: Một người đi xe máy và một người đi bộ bắt đầu đi cùng một lúc. Người đi xe máy đi từ A và người đi bộ đi từ B. Nếu hai người đi ngược chiều nhau thì sau 3 giờ 30 phút sẽ gặp nhau. Nếu hai người đi cùng chiều thì sau 4 giờ 30 phút người đi xe máy sẽ đuổi kịp người đi bộ. Tính vận tốc của mỗi người biết A cách B là 126 km.

Bài 2: Một người dự định đi từ A đến B hết 2 giờ. Nhưng vì vận tốc đã giảm đi 12 km/h nên người đó đi từ A đến B hết 2 giờ 30 phút. Tính vận tốc đã đi và quãng đường AB.

Bài 3: Một người đi từ A đến B với thời gian dự định. Người đó đi được 1/3 quãng đường AB với vận tốc 10 km/h thì nghỉ 20 phút. Sau đó đi tiếp với vận tốc 15 km/h nên đến B sớm hơn dự định 20 phút. Tính quãng đường AB.

Bài 4: Một người lái xe với vận tốc 45 km/h nhận thấy xe của mình vượt qua một đoàn xe lửa đi cùng chiều trong 50 giây. Tính chiều dài xe lửa, biết rằng vận tốc xe lửa là 36 km/h.

Bài 5: Một đoàn xe lửa dài 195m lướt qua một người đi xe đạp ngược chiều trong 15 giây. Tính vận tốc của xe lửa, biết rằng vận tốc của xe đạp là 10,8 km/h.

Bài 6: Một ô tô khởi hành từ A lúc 7 giờ 30 phút với vận tốc 40 km/h và phải đến B lúc 12 giờ . Đến 10 giờ xe phải dừng lại để sữa chữa mất 40 phút. Tính vận tốc của xe trên đoạn đường còn lại để xe đến B đúng giờ quy định.

Bài 7: Một ô tô dự định đi từ A đến B dự định hết 3 giờ. Nếu ô tô tăng vận tốc thêm 5 km/h thì đi từ A đến B chỉ hết 2 giờ 30 phút. Tính quãng đường AB và vận tốc dự định ban đầu.

Bài 8: Một ô tô đi từ A đến B mất 2 giờ. Một xe máy đi từ B đến A mất 3 giờ. Tính quãng đường AB biết vận tốc của ô tô hơn vận tốc của xe máy là 20km/h. Nếu hai xe khởi hành cùng một lúc thì chúng gặp nhau tại một điểm cách A bao nhiêu km?

Bài 9: Người thứ nhất đi từ A đến B mất 3 giờ, người thứ hai đi từ B đến A mất 4 giờ. Sau khi cùng khởi hành một lúc từ A và B được 2 giờ thì hai người cách nhau 5 km. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km?

Bài 10: Hai tỉnh A và B cách nhau 140 km. Cùng một lúc 7 giờ sáng, một xe máy đi từ tỉnh A về B và một ô tô đi từ tỉnh B về A. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ và địa điểm gặp nhau cách địa điểm khởi hành của mỗi xe là bao nhiêu, biết vân tốc của xe máy là 30 km/h, vận tốc của ô tô là 40 km/h.

Bài 11: Địa điểm A cách địa điểm B là 24 km. Lúc 6 giờ, một người đi bộ từ A đến B, đến 7 giờ 20 phút một người đi xe đạp từ A đuổi kịp người đi bộ lúc 7 giờ 50 phút. Đến B người đi xe đạp quay về A ngay và gặp lại người đi bộ vào lúc 9 giờ 20 phút. Tính vận tốc của người đi bộ và người đi xe đạp?

Bài 12: Một thuyền đi xuôi dòng từ A đến B mất 32 phút, ngược dòng từ B về A hết 48 phút. Hỏi một cụm bèo trôi từ A đến B trong thời gian bao lâu?

Bài 13: Một tàu thủy xuôi khúc sông với vận tốc 32 km/h, ngược khúc sông đó với vận tốc 28 km/h. Tính vận tốc của tàu, vận tốc dòng nước?

Bài 14: Một người đi bộ từ A đến B rồi lại trở về A mất 4 giờ 40 phút. Đường từ A đến B lúc đầu là xuống dốc tiếp đó là đường bằng rồi lại lên dốc. Khi xuống dốc người đó đi với vận tốc 5 km/h, trên đường bằng với vận tốc 4 km/h và lên dốc với vận tốc 3 km/h. Hỏi quãng đường nằm ngang dài bao nhiêu km, biết rằng quãng đường AB dài 9 km?

Bài 15: Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 60 km/h. Khi về do trời mưa đường khó đi nên ô tô chỉ đi với vận tốc 40 km/h. Tính vận tốc trung bình của cả chuyến đi và về của ô tô?

Bài 16: Một ô tô đi trên quãng đường dài 168 km. Nửa quãng đường đầu ô tô đi với vận tốc 40 km/h, nửa quãng đường sau ô tô đi với vận tốc 60 km/h? Tính vận tốc trung bình của ô tô đi trên quãng đường đó?

Bài 17: Hai người đi xe đạp ngược chiều nhau cùng khởi hành một lúc, người thứ nhất đi từ A, người thứ hai đi từ B và đi nhanh hơn người thứ nhất. Họ gặp nhau cách A 6 km. Sau khi gặp nhau, người thứ nhát đến B thì quay trở lại và người thứ hai đến A cũng quay trở lại. Họ gặp nhau cách B 4 km. Tính xem quãng đường AB dài bao nhiêu km?

Bài 18: Một ca nô đi trên dòng sông từ A đến B, khi xuôi dòng mỗi giờ đi được 20 km. Khi ngược dòng mỗi giờ đi được 15 km. Ngược từ B về A lâu hơn xuôi từ A về B là nửa giờ. Tính khoảng cách từ A đến B?

Bài 19: Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B mất 5 giờ. Một xe máy đi từ tỉnh B về tỉnh A hết 7 giờ. Nếu ô tô và xe máy cùng xuất phát một lúc và đi ngược chiều nhau thì sau bao lâu họ gặp nhau?

Bài 20: Lúc 7 giờ sáng Hùng đi từ nhà lên huyện với vận tốc 4 km/h. Đến 10 giờ từ nhà Hùng, An đi xe đạp đuổi theo với vận tốc 12 km/h. Hỏi An đuổi kịp Hùng lúc mấy giờ và chỗ đó cách nhà Hùng bao nhiêu km?

Chương 4: CÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC

I. Bài toán mở, các bài toán định tính cơ bản

1. Bài toán mở

Bài toán vận dụng những kiến thức cơ bản có nhiều hướng giải quyết khác nhau.

Củng cố kiến thức trọng tâm, vận dụng linh hoạt các kiến thức cơ bản vào giải toán.

Nâng cao năng lực tư duy, thói quen tìm tòi sáng tạo, gây hứng thú, niềm đam mê giải toán cho học sinh.

2. Phương pháp dạy bài toán mở

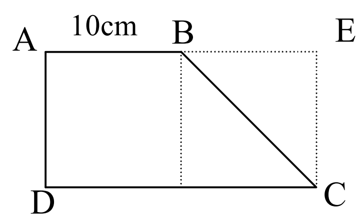
Tạo ra tình huống có vấn đề cho học sinh độc lập suy nghĩ tìm ra các hướng giải quyết bài toán dưới sự hướng dẫn của giáo viên.

Ví dụ: Cho hình thang vuông ABCD (như hình vẽ)

AB =AD = 10cm

CD = 2dm

Tính diện tích tam giác EBC



Giải:

2dm = 20cm

Cách 1: Tính diện tích trực tiếp theo công thức tính diện tích tam giác?

Cách 2: Tính diện tích theo diện tích hình chữ nhật và hình thang.

- Học sinh xác định tính diện tích của hình chữ nhật?

- Học sinh xác định tính diện tích của hình thang?

- Xác định diện tích của tam giác EBC.

Cách 3: Tính diện tích của tam giác EBC theo diện tích hình vuông.

- Kẻ đường phụ để có hình vuông?

- Diện tích của hình vuông?

- Diện tích của tam giác EBC

Khi giải xong bài toán giáo viên cần tổng hợp các kiến thức trọng tâm kỹ năng vận dụng linh hoạt trong giải toán, gây ấn tượng để học sinh dễ ghi nhớ và gây hứng thú trong giải toán, tạo thói quen tìm tòi khi giải toán.

3. Các bài toán định tính cơ bản

a. Bài toán định tính khi vận dụng các công thức, kiến thức cơ bản tìm một yếu tố qua một vài phép tính.

Vận dụng các công thức:

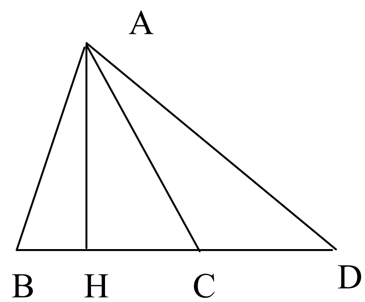
- Tính diện tích của tam giác, hình chữ nhật, hình vuông, hình thang, tính thể tích của các khối đơn giản.

- Tính chiều cao, độ dài cạnh đáy, diện tích ....

*** Bài toán:** (Tính chiều cao của tam giác)

Cho tam giác ABC có đáy BC a cm. Nếu kéo dài BC thêm b cm thì diện tích tăng thêm S_1 cm^2. Tính diện tích của tam giác ABC.

Giải:



Tam giác ABC đã cho ? đáy BC = ?

Tam giác ABC và tam giác ACD có cùng

AH = $\frac{S_1}{CD} = \frac{S_1}{b}$

Tính diện tích tam giác ABC = ?

Trên cơ sở bài toán đó giáo viên có thể thay đổi một số dữ kiện để có một bài toán khác mà bản chất vẫn là tính chiều cao của tam giác.

- Không cho diện tích tăng thêm là S_1mà cho diện tích S của tam giác ABC và yêu cầu tính diện tích của tam giác ACD hoặc tam giác ABD.

- Nếu tính diện tích tam giác ABD có thể yêu cầu học sinh tính theo 2 cách.

Cách 1: Trực tiếp $S_{ABD} = \frac{1}{2} AH.BD$

Cách 2: Cộng số đo diện tích: $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta ACD}$

Để học sinh hình thành được kỹ năng, kỷ xảo khi sử dụng các công thức tính giáo viên phải sử dụng các bài tập thật đa dạng từ đơn giản đến phức tạp, từ dễ đến khó.

- Tính diện tích hình tứ giác học sinh phải biết chia thành 2 tam giác để tính.

<u>Ví dụ 1</u>: Cho hình tam giác ABC có diện tích $24cm^2$ và cạnh AB dài 16cm, cạnh AC dài 10cm, kéo dài hai cạnh AB và AC về phía B và C trên đó lấy BM = CN = 2cm. Tính diện tích tứ giác BMNC.

<u>Hướng dẫn giải:</u>

Đây là bài toán có nhiều cách giải khác nhau, tùy theo đối tượng học sinh, mục đích củng cố kiến thức và hình thành kỹ năng để chọn phương pháp giải phù hợp .

Cách 1, 2: Tính diện tích của các tam giác thích hợp để tìm ra diện tích cần tính.

Cách 3: Xác định các tam giác có cùng chiều cao, tìm tỉ lệ hai đáy suy ra diện tích.

b. Bài toán cộng số đo độ dài đoạn thẳng, diện tích.

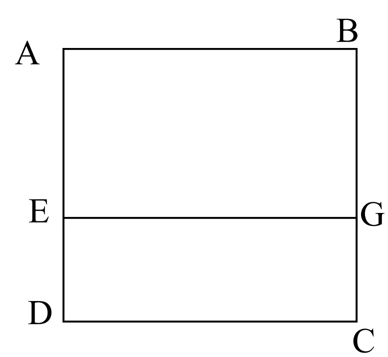
Một dạng toán khá quen thuộc ở tiểu học, cần được hình thành kỹ năng để từ đó học sinh biết vận dụng vào giải các bài toán khó, là dạng toán có nhiều ý nghĩa trong thực tiễn cuộc sống.

Phương pháp cơ bản:

- Tính chu vi các hình bằng cộng độ dài các cạnh.
- Cộng trừ diện tích của các hình

<u>Ví dụ 1</u>: Cho hình vuông ABCD, các hình chữ nhật ABGE và EGCD (như hình vẽ)

Biết tổng và hiệu chu vi của hai hình chữ nhật là 48dm và 4dm. Tính diện tích hai hình chữ nhật đó



<u>Giải:</u>

Chu vi (ABGE) + Chu vi (EGCD) = ?

Từ đó có AB $\times$ C = 48

AB = 48 : 6 = 8 (dm)

Chi vi (ABGE) - Chu vi (EGCD) = ?

BG - GC = 2 (dm)

mà BG + GC = 8

Vậy: BG = 5(dm)

GC = 3 (dm)

Tính $S_{EGCD} = 24(dm^2)$, $S_{ABGE} = 40\ (dm^2)$

Ví dụ 2: Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là 54m. Tính diện tích mãnh đất đó, biết rằng khi tăng chiều rộng thêm 2,5cm và giảm chiều dài đi 2,5m. thì mạnh đất đó trở thành hình vuông.

Giải:

Chu vi mảnh đất không đổi.

Hình vuông có chu vi 54m.

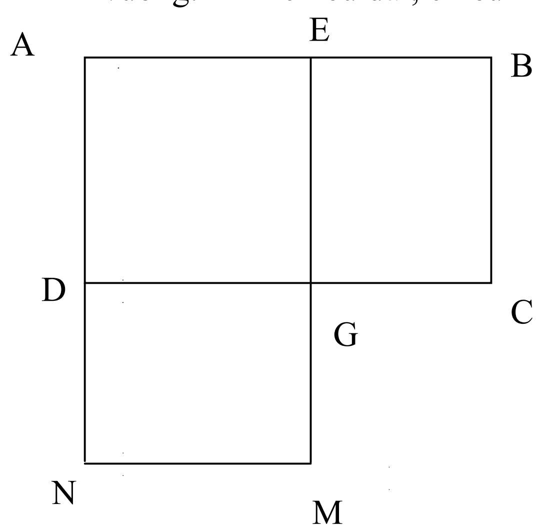
Cạnh hình vuông 54 : 4 = 13,5 (m)

Chiều rộng hình chữ nhật là 13,5 - 2,5 = 11(m)

Chiều dài hình chữ nhật là: 13,5 + 2,5 = 16 (m)

Diện tích mảnh đất: 11 x 15 = 176 (m^2)

Ví dụ: Hình chữ nhật có chu vi bằng M. Nếu giảm chiều dài a đơn vị, tăng chiều rộng a đơn vị thì hình chữ nhật trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng hình chữ nhật đó?



Giải:

Ta có AEGD là hình vuông

Vậy hình chữ nhật ban đầu có chiều dài hơn chiều rộng a đơn vị.

- Chiều rộng hình chữ nhật là:

$$\left(\frac{S}{2} - a\right) : 2$$

- Chiều dài hình chữ nhật là?

c. Bài toán định tính sử dụng yếu tố số học.

+ Số đo các hình được cho là số tự nhiên

+ Tính chất đặc biệt của hình học như: Hình vuông S = a. a (tích của 2 số giống nhau).

+ Nguyên lí chặn trên, chặn dưới.

+ Phương pháp thử chọn.

Ví dụ1: Số đo cạnh của một hình vuông là một số tự nhiên. Số đo diện tích của nó là 1 số có 2 chữ số mà khi đổi vị trí của 2 chữ số đó cho nhau ta được một số mới lớn hơn số cũ 27 đơn vị. Tìm chu vi hình vuông đó.

Giải:

Diện tích của hình vuông có số đo cạnh là 1 số tự nhiên là một số là tính của 2 số tự nhiên giống nhau chẳng hạn: 1×1, 2×2, 3×3.... mà số đo diện tích là 1 số có 2 chữ số được số mới lớn hơn 27 đơn vị bằng phương pháp thử chọn.

52 - 25 = 27, 63 - 36 = 27

Vậy S của hình vuông là 25 hoặc 36 chu vi là 20 hoặc 24.

<u>*Ví dụ 2*</u>: Một hình chữ nhật là có chiều dài 50m giữ nguyên chiều dài và tăng chiều rộng thêm 10m, ta được một hình chữ nhật mới có diện tích bằng diện tích một hình vuông mà cạnh của nó có số đơn vị là 1 số nguyên lớn hơn 53. Tìm chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

Giải:

Diện tích hình chữ nhật đã cho không vượt quá

$50 \text{ x } 50 = 2500 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích hình chữ nhật mà không vượt quá

$50 \times (50 + 10) = 3000 \text{ (m}^2\text{)}$

mà cạnh hình vuông có số nguyên lớn hơn 53 nhưng 55 . 55 = 3025; 3000.

Vậy cạnh hình vuông chỉ có thể là 54 (m)

$54 \,.\, 54 = 2916 \text{ (m}^2\text{)}$

Cạnh hình vuông là 54(m).

Khi đó diện tích hình chữ nhật là 2916 . (50 x 10) = 2416.

Chiều rộng của hình chữ nhật là:

2416 : 50 = 48,32 (m)

Để nâng cao chất lượng giải các bài toán hình học cần xác định các bài toán cơ bản, từ đó xác định những kiến thức trọng tâm, những kỹ năng, hình thành phương pháp suy luận khi giải các bài toán nâng cao. Phải có hệ thống bài tập đa dạng, có chọn lọc để luyện tập.

<u>Bài tập:</u>

1. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi bằng 280m. Người ta chia thửa ruộng đó thành một thửa ruộng hình vuông và một thửa ruộng hình chữ nhật. Biết rằng thửa ruộng hình chữ nhật mới có chiều rộng bằng $\frac{1}{3}$ chiều dài của nó. Tính diện tích thửa ruộng ban đầu ?

2. Một hình vuông có số đo cạnh là 1 số tự nhiên, số đo diện tích của hình vuông là 1 số có 2 chữ số mà khi ta đổi vị trí của 2 chữ số đó được một số mới lớn hơn số ban đầu 63 đơn vị. Tính diện tích hình vuông đó.

3. Cho tam giác ABC có A vuông, AB = 50cm và AC = 60cm. Trên AB lấy điểm M cách A là 10cm. Từ M kẻ đường song song với AC cắt BC tại N. Tính diện tích hình tam giác BMN

II–Bài toán so sánh, chứng minh trên cơ sở sử dụng tỉ số

1. Phương pháp:

Xác định các bài toán cơ bản làm kiến thức gốc để giải các bài toán hình học phẳng như:

- Tam giác có chiều cao bằng nhau, hai cạnh đáy bằng nhau (hoặc có chung cạnh đáy thì có diện tích bằng nhau).

- Hai tam giác có cùng chiều cao và tỷ số của số đo hai cạnh đáy bằng k thì tỷ số diện tích có tỷ lệ bằng k.

- Trên cơ sở các bài toán cơ bản hình thành kỹ năng, kỹ xảo vận dụng những kiến thức trọng tâm vào giải toán hình học.

2. Các bài toán cơ bản

<u>Bài toán 1</u>: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC chứng minh diện tích tam giác ABM = diện tích tam giác ACM.

<u>Bài toán 2</u>: Cho tam giác ABC điểm M nằm trên cạnh BC sao cho BM = kCM

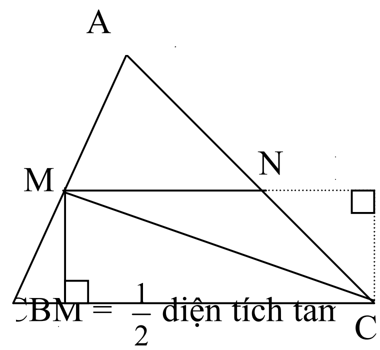
Chứng minh diện tích tam giác AMB = k lần diện tích tam giác ACM .

<u>Bài toán 3</u>: Cho hình thang ABCD. Nối các đường chéo AC, BD. Xác định các tam giác có diện tích bằng nhau.

Trên cơ sở các bài toán cơ bản giúp học sinh thấy được kiến thức trọng tâm thường sử dụng giải các bài toán nâng cao trong các bài tập hình học ở tiểu học.

Bài toán 4: Cho tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khi đó MN//BC. Chứng minh rằng MN = $\frac{BC}{2}$

Giải:



Nối CM xét tam giác CAM và tam giác DCBM.

Có: + Cùng chiều cao hạ từ C

+ Đáy MA = MB

Vậy: Diện tích tam giác CAM = diện tích tam giác CBM = $\frac{1}{2}$ diện tích tam giác ABC.

Hay diện tích tam giác MCN = $\frac{1}{2}$ diện tích tam giác MAC.

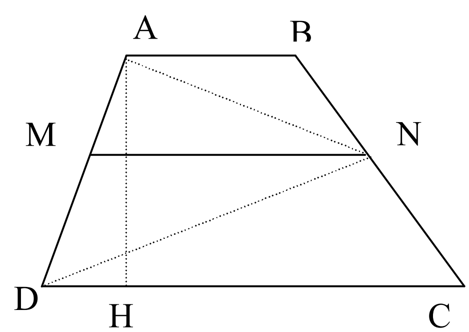
Mà tam giác CMN có chiều cao hại từ C bằng chiều cao hình thang MNCB bằng chiều cao tam giác MBC hạ từ M.

VậyMN = $\frac{1}{2}BC$

Bài toán 5: Cho hình thang ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của 2 cạnh bên AD và BC nối MN được hai hình thang mới ABNM và MNCD.

Chứng minh: MN = $\frac{AB+CD}{2}$.

Giải:



Xét tam giác NAM và tam giác NDM.

Có cùng chiều cao hạ từ N.

Đáy MA = MD

Vậy diện tích tam giác NAM

bằng diện tích tam giác NDM

Mặt khác xét tam giác NAM có chiều cao hạ từ A và tam giác NDM có chiều cao là từ D có chung cạnh đáy MN.

Vậy chiều cao hạ từ A và hạ từ D xuống MN bằng nhau cũng là chiều cao của hai hình thang ABNM và hình thang MNCD bằng nhau bằng $\frac{h}{2}$ (h là chiều cao của hình thang ABCD).

Theo công thức tính diện tích hình thang ta có:

$$S_{ABMN} = \frac{1}{2}(AB + MN)\frac{h}{2}$$

$$S_{MNCD} = \frac{1}{2}(MN + CD)\frac{h}{2}$$

Mà $S_{\Delta ABNM} + S_{MNCD} = S_{ABCD}$

hay $\frac{h}{4}(AB + MN + MN + CD = \frac{h}{2}(AB + CD)$

2MN = AB +CD

MN = $\frac{AB + CD}{2}$

3. Vận dụng:

Hệ thống bài tập vận dụng đóng một vai trò quan trọng trong việc nâng cao năng lực giải toán cho học sinh. Tùy đối tượng học sinh , cần chọn lọc các bài tập phù hợp. Sau đây là một số bài tập vận dụng cho học sinh giỏi.

Ví dụ 1: Cho hình thang ABCD có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh bên AD và BC. Biết diện tích hình thang MNCD gấp 2 lần diện tích hình thang ABNM. Tìm tỉ số $\frac{AB}{CD}$.

Giải:

Vận dụng bài toán 5 chứng minh MN = $\frac{AB + CD}{2}$

Ta có: S_{ABNM} + S_{MNCD} = S_{ABCD} Mà S_{MNCD} = 2S_{ABNM}= S_{ABCD}

Nên S_{ABMN} + 2S_{ABMN} = S_{ABCD} Hay 3. S_{ABMN} = S_{ABCD}

$$3\frac{(AB + MN)}{2} \times \frac{h}{2} = \frac{(AB + CD)}{2} \times h$$

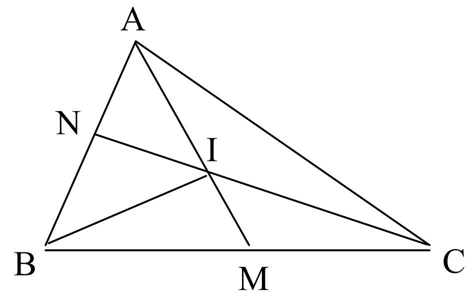
$$3\frac{(AB + MN)}{2} = AB + CD$$

3 (AB + MN) = 2 (AB +CD)

$3(\frac{AB + CD}{2}$ + AB) = 2(AB + CD)

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC, lấy M là trung điểm của BC, trên cạnh AB lấy điểm N sao cho AN = $\frac{1}{3}AB$. Nối AM và CN cắt nhau tại I. Tìm $\frac{IN}{IC}$.

Giải:



Do AN = $\frac{1}{3}AB$

Nên NB = 2NA

Xét tam giác CNB và tam giác CNA

+ Có chung chiều cao hạ từ C

+ Đáy NB = 2NA

Vậy $S_{\Delta CNB} = 2S_{\Delta CNA}$

Hay $S_{\Delta INB} = 2S_{\Delta INA}$ (chung chiều cao hạ từ I)

Ta lại có: $S_{\Delta IBC} = 2S_{\Delta IAC}$

Mặt khác: $S_{\Delta IAN} = \frac{1}{3}S_{\Delta IAB}$

Hay $S_{\Delta IAN} = \frac{1}{3}S_{\Delta IAC}$

Hai tam giác IAN và IAC có cùng chiều cao kẽ từ Δ xuống CN.

Nên $\frac{IN}{IC} = \frac{1}{3}$.

Một số bài tập luyện tập:

1. Cho hình tam giác ABC có diện tích 180cm^{2}AB = 20cm. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho BM = 2MC. Ta kẽ một đường thẳng qua M cắt cạnh AB tại N sao cho diện tích hình tam giác BMN bằng 30cm^2. Hỏi điểm N cách B bao nhiêu?

2. Cho ΔABC có M là trung điểm của BC. Trên cạnh AB, AC lần lượt lấy E, G sao cho EG//BC. TrênBC lấy H, K sao cho EGKH là hình chữ nhật. Nối AM cắt EG tại N.

a. So sánh diện tích hình tam giác AEM và hình tam giác AGM

b. So sánh các đoạn EN và NG.

III - Các bài toán đếm hình, cắt ghép hình

Nhận dạng hình được rèn luyện qua các dạng bài toán: Tô màu hình, đếm hình, cắt ghép hình, trong đó tính chất nâng cao thường được thể hiện qua các bài toán: Đếm hình, cắt ghép hình với việc nâng cao trí tưởng tượng cho học sinh, kết hợp với các kiến thức, kỹ năng tính toán.

1. Bài toán đếm hình

** Kiến thức liên quan: Giáo viên cần nắm vững các kiến thức tóan học*

+ Tổ hợp:

$$C_n^k = \frac{k!}{k!(n-k)!}$$

+ Quy luật hình thành dãy số, và tính tổng $S_n = 1 + 2 + ... + n$

** Phương pháp:*

+ Đối với giáo viên cần xác định được số lượng hình cần đếm thông qua cách tính bằng tổ hợp, quy luật đếm để khẳng định kết quả của bài toán.

+ Hướng dẫn học sinh tìm ra quy luật khi thực hiện đếm hình nâng cao kỹ năng, tính sáng tạo trong các bài toán đếm hình, đặc biệt đối với các bài toán là lượng hình cần đếm có số lượng lơn hoặc các bài toán có tính tổng quát. Cần xác định các bài toán cơ bản, sử dụng làm chỗ dựa để giải các bài toán phức tạp hơn.

** Một số bài toán cơ bản.*

Bài toán 1: Cho tam giác ABC trên cạnh BC cho các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$ khác B và C.

Nối A với các điểm $A_1, A_2, ..., A_n$. Hỏi có tất cả bao nhiêu tam giác

Giải

- Đối với giáo viên: Các tam giác đều có chung đỉnh A, vậy cứ 2 điểm bất kỳ khác nhau trên cạnh BC cho 1 tam giác.

TrênBC có n + 2 điểm. Vậy có C_{n+2}^2 (tam giác)

- Hướng dẫn học sinh tiểu học giải:

+ Lấy cạnh AB cố định ghép lần lượt với các cạnh $AA_1, AA_2, ..., AC$.

Có n+1 (tam giác).

+ Tiếp tục lấy cạnh AA_1 ta có n (tam giác).

+ Cứ tiếp tục như vậy ta có số tam giác (n + 1) + n + ... + 2 + 1 (tam giác)

- Khi giải các bài toán cụ thể nên dùng 2 cách giải để hướng dẫn cho học sinh dễ hiểu.

+ Cách 1: Đánh số đếm từng tam giác

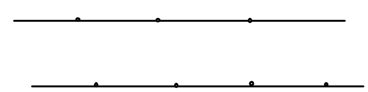
+ Cách 2: Hướng dẫn tìm quy luật đếm.

Rồi so sánh hai kết quả:

Vận dụng vào giải các bài toán có tính chất nâng cao.

_Ví dụ_: Cho các điểm (như hình vẽ)

Nối các điểm đó với nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu tam giác có đỉnh là các điểm đã cho.



Giải

Nối A với các điểm E, D, I, K có C_4^2 (tam giác)

Tương tự nối B, C với E, D, I, K

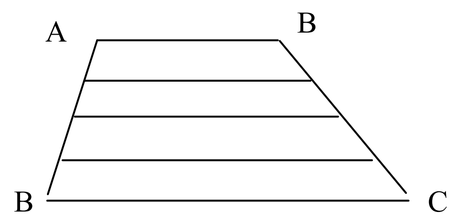
Vậy khi nối A, B, C với E, D, I, K có $3C_4^2$ (tam giác)

Ngược lại khi nối E, D, I, K với các điểm A, B, C có $4C_3^2$ (tam giác)

Tất cả có: $3C_4^2 + 4C_3^2$ (tam giác)

Bài toán 2:

Cho hình thang ABCD và các đường song song với 2 đáy (như hình vẽ). Hỏi có bao nhiêu hình thang.



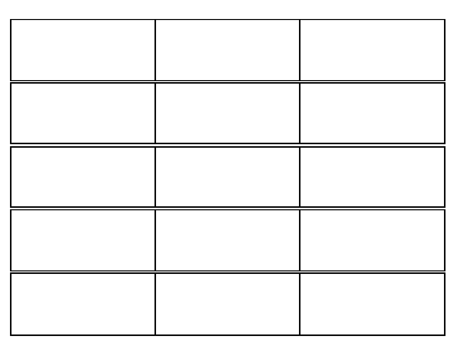
Giải

Kể cả 2 đáy số đường song song là 5 (dương)

Số hình thang C_5^2 (hình thang)

* Nếu ABCD là hình chữ nhật bài toán được giải tương tự.

_Ví dụ1_: (Nâng cao)



Có bao nhiêu hình chữ nhật?

Kỹ năng đếm hình dựa trên cơ sở:

- Liệt kê tất cả các hình thường được sử dụng ở các lớp đầu cấp: Lớp 1, 2 và các đối tượng học sinh có năng lực học toán còn yếu. Mặt khác sử dụng kết quả để kiểm chứng khi sử dụng phương pháp suy luận logíc hình thành quy luật đếm.

- Sử dụng phương pháp lập luận kiểu giải các bài toán tổ hợp hoặc quy luật hình thành dãy số.

Ví dụ 2: Một hình chữ nhật có chiều dài 324m chiều rộng 141m. Chia hình chữ nhật đó thành các hình vuông cạnh 141m để còn lại một hình chữ nhật có cạnh bé hơn 141m. Lại chia tiếp hình chữ nhật này thành các hình vuông có cạnh bằng chiều rộng của hình chữ nhật đó, để còn lại hình chữ nhật nhỏ hơn. Cứ tiếp tục chia như vậy cho đến khi tất cả đều hình vuông. Đến số hình vuông thu được.

Giải

Ta có 324 : 141 = 2 dư 42

Sau lần chia thứ nhất được 2 hình vuông.

141 : 42 = 3 dư 15

Sau lần chia thứ 2 được thêm 3 hình vuông

42 : 15 = 2 dư 12

Sau lần chia thứ 3 ta được thêm 2 hình vuông

Và hình chữ nhật kích thước 15×12

15 : 12 = 1 dư 3

Được thêm 1 hình vuông

12 : 3 = 4

Được thêm 4 hình vuông

Số hình vuông là: 2 + 3 + 2 + 1 + 4 = 12 (hình)

Ví dụ 3: Cho ΔABC các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Nối M, N, P ta được tam giác thứ 2 là MNP, tiếp tục nối các điểm giữa của các cạnh ΔMNP ta được tam giác thứ 3. Cứ tiếp tục như vậy cho đến tam giác thứ n. Hỏi có bao nhiêu tam giác trên hình vẽ khi vẽ xong tam giác thứ n.

Giải

Đầu tiên ta chỉ có 1 tam giác là ΔABC

Khi vẽ tam giác thứ 2 là ΔMNP có thêm 4 tam giác. Sau mỗi lần vẽ ta có thêm 4 tam giác.

Vậy số tam giác là:

$$S = 1 + \underbrace{4 + 4 + ... + 4}_{(n-1)\text{ lần}}$$

= 1 + 4 (n - 1) = 4n - 3 (tam giác)

2. Bài toán cắt ghép hình

Đòi hỏi học sinh khả năng tưởng tượng hình thành các mảnh ghép, sự khéo lép, nhanh từ khi thực hành các bài toán, cắt, ghép hình.

1. Phương pháp:

- Từ các bài toán cắt, ghép hình đơn giản cho học sinh làm quen, từ đó hình thành khả năng quan sát, trí tưởng tượng cho học sinh khi giải toán hình học.

- Nâng cao dần các bài toán với yêu cầu cắt, ghép hình phức tạp tăng dần.

- Các bài toán có nhiều cách cắt, ghép hình khác nhau cho cùng 1 kết quả.

2. Các bài toán thực hành:

Tuỳ theo đối tượng học sinh, năng lực học toán và điều kiện cụ thể cho học sinh các bài toán phù hợp. Biết cách kết hợp học toán và vui chơi giải trí qua cắt ghép hình.

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Bài 1: Cho tam giác ABC. TrênAB lấy điểm D sao cho AD = 2DB. Trên AC lấy điểm AE = 2EC. Nối BE, CD. BE và CD cắt nhau tại G. So sánh diện tích hai tam giác GDB và GEC.

Bài 2: Cho tam giác ABC có diện tích là 90 cm^2. D là điểm chính giữa cạnh AB. Trên AC lấy E sao cho AE = 2EC. Tính diện tích tam giác AED

Bài 3: Cho tam giác ABC. Trên BC lấy D sao cho BD = 2DC. Nối A với D, lấy E là điểm bất kì trên AD. Nối E với B và C. So sánh diện tích hai tam giác BAE và CAE.

Bài 4: Cho hình thang ABCD có AC và BD cắt nhau tại I. Hãy so sánh diện tích hai tam giác AID và BIC.

Bài 5: Cho tam giác ABC có BC = 60cm, đường cao AH = 30cm . TrênAB lấy điểm E và D sao cho AE = ED = DB. Trên AC lấy điểm G và K sao cho AG = GK = GK = KC. Tính diện tích hình DEGK.

Bài 6: Cho tam giác ABC có góc A vuông, cạnh AB = 60cm, cạnh AC = 9cm. TrênAB lấy M, N sao cho AM = MN =NB, trên AC lấy K và H sao cho AK = KH = HC. Tính diện tích tứ giác MNHK.

Bài 7: Cho tam giác ABC, trên AB lấy D, E sao cho AD = DE = EB. Trên AC lấy điểm H, K sao cho AK = HK = HC. Trên BC lấy M, N sao cho BM = MN = NC. Tính diện tích hình DEMNHK. Biết diện tích tam giác ABC là 270 cm^2 .

Bài 8: Cho tam giác ABC . M là một điểm nằm trên BC. Biết diện tích ABM bằng diện tích ACM. Tìm tỉ số $\frac{BM}{CM}$.

Bài 9: Cho tam giác ABC. D là điểm chính giữa của cạnh BC và E là một điểm thuộc AC sao cho $AE = \frac{1}{2}EC$. Nối BE, BE cắt AD tại M. Sánh AM và AD.

Bài 10: Cho tam giác ABC có BC = 6cm. Lấy D là điểm chính giữa của AC, kéo dài AB một đoạn BE = AB. Nối D với E, DE cắt BC ở M. Tính BM.

Bài 11: Cho tam giác ABC có AB = 6 cm . Trên AC lấy điểm D sao cho AD = 2DC. Trên BC lấy E sao cho $BE = \frac{1}{2}EC$. Kéo dài DE và AB cắt nhau ở G. Tính BG.

Bài 12: Cho tam giác ABC, M nằm trên BC sao cho MB = k. MC . Kẻ đường cao BH của tam giác ABM và đường cao CK của tam giác ACM. So sánh BH và CK.

Bài 13: Cho tam giác ABC, MN song song với BC. M thuộc AB, N thuộc AC, I là điểm chính giữa của BC. AI và MN cắt nhau tại E. So sánh EM và EN.

Bài 14: Cho tam giác ABC, đường cao AH. Trên AH lấy D sao cho AD = 2DH. Biết BH = 4cm, BC = 12 cm. So sánh diện tích tam giác BCD và diện tích tam giác ABH.

Bài 15: Cho tam giác ABC. Trên BC lấy D sao cho BD = 2DC. Nối A với D, lấy E là điểm bất kì trên AD. Nối E với B và C. So sánh diện tích tam giác BAE và diện tích tam giác CAE.

Bài 16: Cho hình thang ABCD có đáy nhỏ AB, đáy lớn CD. Một đường thẳng song song với hai đáy cắt AD tại điểm chính giữa là M, cắt BC tại điểm chính giữa là N sao cho diện tích (MNCD) gấp đôi diện tích (ABMN).

Tìm tỉ số $\frac{AB}{CD}$

Bài 17: Cho tam giác ABC. Trên AC lấy điểm chính giữa D. Nối B với D. Trên BD lấy BE gấp đôi ED. Từ E kẻ đường cao EM của tam giác EBC. Từ A kẻ đường cao AH của tam giác ABC. So sánh EM và AH.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đỗ Trung Hiệu - Nguyễn Hùng Quang - Kiều Đức Thành - Phương pháp dạy học Toán tập 2 (Giáo trình đào tạo giáo viên Tiểu học hệ CĐSP) - NXB GD Hà Nội - 2000.
2. Phạm Đình Thực - Toán chuyên đề hình học lớp 5 - NXB Trẻ Thành phố Hồ Chí Minh - 1997.
3. Phạm Đình Thực - Toán chọn lọc Tiểu học - NXB GD TP HCM - 2000.
4. Hà Sĩ Hồ - Đỗ Trung Hiếu – Đỗ Đình Hoan – Phương pháp dạy học Toán – Nhà xuất bản Giáo dục – 1996.
5. Bài tập Số học – lớp 6 – Nhà xuất bản Giáo dục – 2000.
6. Toán nâng cao lớp 3, 4, 5 – Nhà xuất bản Giáo dục.
7. Một số đề thi Học sinh giỏi Toán Tiểu học của các Tỉnh, Thành phố.
8. Sách giáo khoa Toán Tiểu học - NXB GD Hà Nội - 2000.

MỤC LỤC

Trang