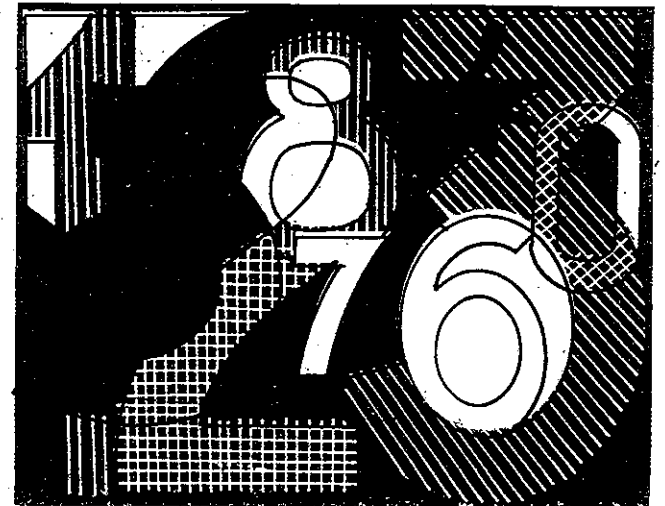


VŨ DƯƠNG THỤY - ĐỖ TRUNG HIỆU

Các phương pháp giải toán ở tiểu học

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Tôi ta khổ vì lui ở dưới nước

hmm

VŨ DƯƠNG THUY - ĐỒ TRUNG HIỆU

Người ta khổ vì yêu không đúng chỗ

Mơ sẽ duyên mà mền chẳng nhằm

Có ai ai vâng + đạt chẳng tùy nơi

Tôi ta khổ vì xin ở cái chỗ

Đường đông qua ai đi mà nhớ ngõ

Đến khi hay gọi nhớ đã vào tường

CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Ở TIỂU HỌC

TẬP II

(Tái bản lần thứ sáu)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :

NGÔ TRẦN ÁI
VŨ DƯƠNG THỤY

Biên tập :

LÊ KIM THANH

Biên tập tái bản :

LƯƠNG BÍCH LŨU

Trình bày bìa :

THANH HUYỀN

51(083)

GD-425/259-00

Mã số : PTK22b0

Phần thứ nhất

GIỚI THIỆU CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC

(Tiếp theo)

§8. PHƯƠNG PHÁP KHỬ

Trong một bài toán hợp thường có nhiều số cho trước (số đã biết). Bài toán có thể đòi hỏi phải tính giá trị của một đơn vị nào đó. Bởi vậy ta có thể biến đổi hai số cho trước của một đại lượng này sao cho chúng bằng nhau rồi nhờ cách so sánh hai số khác nhau của một đại lượng khác mà tính được giá trị một đơn vị cần tìm. Làm như thế này ta đã tạm "xóa bỏ" hai giá trị của một đại lượng bằng cách làm cho hai giá trị đó (hai số đã cho) bằng nhau rồi trừ hai số bằng nhau đó.

Ví dụ 1. Lần thứ nhất nhà trường mua 10 khóa loại một và 8 khóa loại hai hết cả thảy 64000 đồng. Lần thứ hai lại mua 7 khóa loại một và 8 khóa loại hai hết cả thảy 52000 đồng. Tính giá tiền mỗi cái khóa.

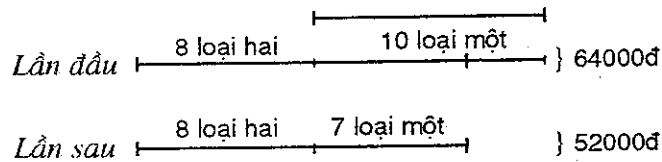
Phân tích. Ở bài toán đã cho hai số bằng nhau, đó là 8 khóa loại hai. Do đó ta chỉ cần so sánh lần thứ nhất mua hơn lần thứ hai mấy khóa loại một và do đó mua hơn bao nhiêu tiền? Từ hai hiệu đó ta tính được giá tiền một khóa loại hai. Cụ thể hóa điều đó bằng cách tóm tắt bài toán như sau :

10 khóa loại một 8 khóa loại hai 64000 đồng

7 khóa loại một 8 khóa loại hai 52000 đồng

Nhờ sự so sánh bằng phép trừ ta thấy ngay 3 khóa loại một giá là 12000 đồng. Từ đó tính được giá tiền 1 khóa loại một.

Giải.



Hình 1

Số khóa loại một lần trước hơn lần sau là

$$10 - 7 = 3 \text{ (cái)}$$

Số tiền mua khóa loại một lần trước hơn lần sau là :

$$64000 - 52000 = 12000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền một khóa loại một là :

$$12000 : 3 = 4000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 10 khóa loại một là : $4000 \times 10 = 40000$ (đồng)

Số tiền mua 8 khóa loại hai là : $64000 - 40000 = 24000$ (đồng)

Giá tiền mua một khóa loại hai là :

$$24000 : 8 = 3000 \text{ (đồng)}$$

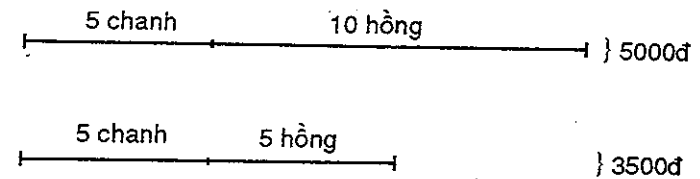
Ví dụ 2. Một người mua 5 quả chanh và 10 quả hồng hết tất cả 5000 đồng. Hãy tính giá tiền 1 quả mỗi loại, biết rằng mua một quả chanh và một quả hồng hết 700 đồng.

Phân tích. Ở bài toán này đòi hỏi ta phải tính giá tiền 1 quả hồng (sau đó tính giá tiền 1 quả chanh). Muốn vậy ta phải làm cho hai số chỉ số lượng quả chanh bằng nhau, bằng cách sau đây : 5 quả chanh và 5 quả hồng mua hết là 35000 đồng.

Do đó ta có thể viết tóm tắt bài toán như sau :

5 quả chanh 10 quả hồng 5000 đồng

5 quả chanh 5 quả hồng 3500 đồng



Hình 2

Như vậy bài toán có dạng như bài toán ở ví dụ 1. Ta có thể trình bày bài giải như sau :

Giá tiền 1 quả hồng là :

$$(5000 - 3500) : (10 - 5) = 300 \text{ (đồng)}$$

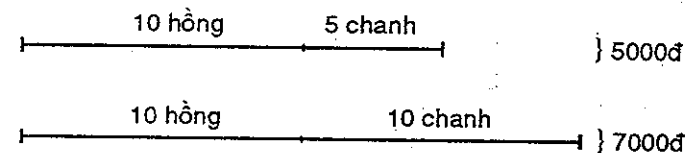
Giá tiền 1 quả chanh là :

$$700 - 300 = 400 \text{ (đồng)}$$

Tương tự như trên, ta có thể biến đổi bài toán đã cho thành bài toán tóm tắt như sau :

5 quả chanh 10 quả hồng 5000 đồng

10 quả chanh 10 quả hồng 7000 đồng



Hình 3

Dễ dàng thấy rằng 5 quả chanh giá 2000 đồng. Từ đó tính được giá tiền 1 quả chanh, 1 quả hồng.

Ví dụ 3. Một công ty lần đầu mua 24 cốc và 12 chén hết cả thấy 62400 đồng, lần sau mua 10 cốc và 8 chén như thế hết cả thấy 29600 đồng. Hãy tính giá tiền 1 cái mỗi loại.

Phân tích : Để tính giá tiền 1 cốc ta có thể làm cho số chén mua hai lần đều như nhau bằng cách sau đây :

- Gấp 8 lần số lượng mua lần đầu ta có :
hết $24 \times 8 = 192$ (cốc) và $12 \times 8 = 96$ (chén)
 $62400 \times 8 = 499200$ (đồng)

- Gấp 12 lần số lượng mua lần sau ta có :
hết $10 \times 12 = 120$ (cốc) và $8 \times 12 = 96$ (chén)
 $29600 \times 12 = 355200$ (đồng)

Tóm tắt bài toán :

192 cốc	96 chén	499200 đồng
120 cốc	96 chén	355200 đồng

Ta có thể trình bày lời giải như sau :

Giá tiền 1 cốc là :

$$(499200 - 355200) : (192 - 120) = 2000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 8 chén là :

$$29600 - 2000 \times 10 = 9600 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 chén là :

$$9600 : 8 = 1200 \text{ (đồng)}$$

Chú ý : Ta có thể làm cho số chén mua hai lần đều như nhau (nhưng với các số bé hơn) bằng cách sau đây :

- Gấp 2 lần số lượng mua lần đầu ta có :
hết $24 \times 2 = 48$ (cốc) và $12 \times 2 = 24$ (chén)
 $62400 \times 2 = 124800$ (đồng)

Gấp 3 lần số lượng mua lần sau ta có :
hết $10 \times 3 = 30$ (cốc) và $8 \times 3 = 24$ (chén)
 $29600 \times 3 = 88800$ (đồng).

Tóm tắt bài toán :

48 cốc	24 chén	124800 đồng
30 cốc	24 chén	88800 đồng

BÀI TẬP

64. Dương mua 5 ngòi bút máy và 3 quyển vở hết cả thảy 3800 đồng. Giang mua 3 ngòi bút và 3 quyển vở như thế hết cả thảy 3000 đồng. Tính giá tiền 1 cái mỗi loại.

65. An mua 15 tập giấy và 10 bút hết cả thảy 31600 đồng. Bình mua 1 tập giấy và 1 bút như thế hết 2640 đồng. Tính giá tiền 1 cái mỗi loại.

66. Hôm trước cô Ngân mua cho nhà trường 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ hết cả thảy 9200 đồng, hôm sau mua 2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ như thế hết cả thảy 8800 đồng. Tính giá tiền 1 lọ mực mỗi loại.

67. Cửa hàng thực phẩm buổi sáng bán 35 chai nước mắm loại một và 65 chai nước mắm loại hai thu được cả thảy 435000 đồng, buổi chiều bán gấp đôi số chai nước mắm loại một và gấp ba số chai nước mắm loại hai thu được cả thảy 1130000 đồng. Tính giá tiền một chai nước mắm mỗi loại.

68. Cửa hàng bách hóa lần đầu bán 12 áo và 5 quần thu được cả thảy 268000 đồng, lần sau bán 15 áo và 8 quần như thế thu được cả thảy 370000 đồng. Tính giá tiền 1 áo, 1 quần.

69. Nhà trường đã mua một số ghế, mỗi cái giá 25000 đồng và một số bàn, mỗi cái giá 4000 đồng, hết cả thảy 310000 đồng. Nếu nhà trường mua số bàn đúng bằng số ghế đã mua và số ghế đúng bằng số bàn đã mua thì phải trả thêm 30000 đồng nữa. Hỏi nhà trường đã mua mấy cái bàn và mấy cái ghế ?

70. Một người mua 10 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt hết cả thảy 9500 đồng. Tính giá tiền mỗi quả trứng, biết rằng số tiền mua 5 quả trứng gà nhiều hơn số tiền mua 2 quả trứng vịt là 1600 đồng.

71. Ba cán bộ được chia một số tiền thưởng như sau : số tiền của Bác Hiến và của cô Yến là 200000 đồng, số tiền của cô Yến và của cô Thuận là 150000 đồng, số tiền của cô Thuận

và của bác Hiến là 220000 đồng. Hỏi mỗi người được thưởng bao nhiêu tiền ?

72. Bốn khối lớp cùng thu nộp giấy vụn được tất cả 1325 kg. Khối Hai, khối Bốn và khối Ba thu được 425 kg, khối Năm, khối Bốn và khối Ba thu được 1225 kg, khối Hai và khối Bốn thu được 275 kg. Hỏi mỗi khối thu được bao nhiêu kg giấy vụn ?

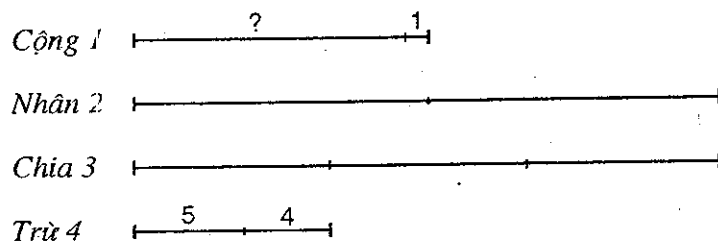
73. Một người đi du lịch rời thành phố đi bộ hết 6 giờ và đi ngựa hết 5 giờ thì cách xa thành phố 80 km. Lần sau vẫn đi với vận tốc như trước, nhưng người đó rời thành phố đi ngựa hết 11 giờ rồi đi bộ quay trở về thành phố hết 6 giờ thì lúc đó còn cách thành phố 64 km. Hãy tính vận tốc khi đi ngựa của người đó.

§9. PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGƯỢC TỪ CUỐI

Có một số bài toán mà ta có thể tìm số chưa biết bằng cách thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong bài toán. Khi giải bài toán theo phương pháp này thì kết quả của một phép tính sẽ trở thành một thành phần đã biết trong phép tính liền sau đó, cứ tiếp tục như thế cho đến khi tìm được số phải tìm. Ta nói rằng bài toán được giải theo phương pháp tính ngược từ cuối.

Ví dụ 1. Tìm một số biết rằng số đó lần lượt cộng với 1 rồi nhân với 2, được bao nhiêu đem chia cho 3 rồi trừ đi 4 thì được 5.

Phân tích. Ta hình dung như sau :



Hình 4

- Nếu số phải tìm chỉ cộng với 1, nhân với 2, chia cho 3 mà không trừ đi 4 thì kết quả là bao nhiêu ? $(5 + 4)$

- Nếu số phải tìm chỉ cộng với 1, nhân với 2 mà không chia cho 3 thì kết quả là bao nhiêu ? $((5 + 4) \times 3)$.

- Nếu số phải tìm chỉ cộng với 1 mà không nhân với 2 thì có kết quả là bao nhiêu ? $((5 + 4) \times 3 : 2)$.

- Nếu số phải tìm không cộng với 1 thì có kết quả là bao nhiêu ? $((5 + 4) \times 3 : 2 - 1)$.

Giải. Trước khi trừ 4, ta có : $5 + 4 = 9$

Trước khi chia cho 3, ta có : $9 \times 3 = 27$

Trước khi cộng 1, ta có : $27 : 2 = 13,5$

Vậy số phải tìm là : $13,5 - 1 = 12,5$

Bài toán này có thể được giải theo cách sau đây :

Gọi x là số phải tìm. Theo đầu bài ta có :

$$(x + 1) \times 2 : 3 - 4 = 5.$$

Coi $(x + 1) \times 2 : 3$ là số bị trừ thì ta có :

$$(x + 1) \times 2 : 3 = 5 + 4 = 9$$

Coi $(x + 1) \times 2$ là số bị chia thì ta có :

$$(x + 1) \times 2 = 9 \times 3 = 27$$

Coi $x + 1$ là số nhân thì ta có :

$$x + 1 = 27 : 2 = 13,5$$

Coi x là số hạng của tổng thì ta có :

$$x = 13,5 - 1 = 12,5$$

Vậy số phải tìm là 12,5.

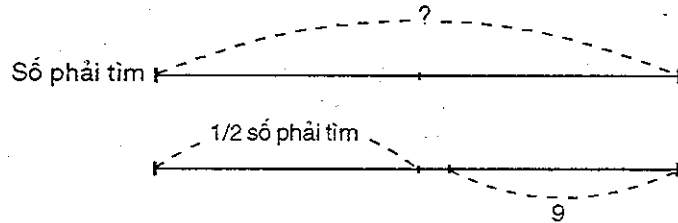
Còn có thể ứng dụng graph để giải bài toán này (xem §11).

Ví dụ 2. Hằng có một số tem thư, Hằng đã cho bạn $\frac{1}{2}$ số tem đó và thêm 1 cái nữa thì còn lại 9 cái. Hỏi lúc đầu Hằng có bao nhiêu tem thư ?

Phân tích. Ta có thể hiểu bài toán này như sau : Tìm một số biết rằng số đó chia cho 2 rồi trừ 1 thì còn 9.

Nếu số phải tìm chỉ chia cho 2 mà không trừ đi 1 thì có kết quả là bao nhiêu ?

Nếu số phải tìm không chia cho 2 thì kết quả là bao nhiêu ?



Hình 5

Giải. Nếu không cho thêm một cái nữa thì số tem thư còn lại là :

$$9 + 1 = 10 \text{ (cái)}$$

Số 10 chính là $\frac{1}{2}$ số tem, do đó số tem lúc đầu là :

$$10 \times 2 = 20 \text{ (cái)}$$

Vậy lúc đầu Hàng có 20 tem thư.

Tương tự như ở ví dụ 1, có thể giải bài toán này theo cách sau đây :

$$x : 2 - 1 = 9$$

$$x : 2 = 9 + 1 = 10 \text{ (tìm một số hạng trong tổng),}$$

$$x = 10 \times 2 = 20 \text{ (tìm số bị chia)}$$

Ví dụ 3 (Toán cổ). Một người bán một số cam như sau : lần đầu bán $\frac{1}{2}$ tổng số cam và thêm 1 quả, lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số cam còn lại và thêm 1 quả, lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau lần thứ hai và thêm 1 quả, cuối cùng còn lại 10 quả. Hỏi người đó có tất cả bao nhiêu quả cam ?

Phân tích. Ta có thể hiểu bài toán này như sau : Tìm một số biết rằng lần lượt lấy số đó chia cho 2 rồi trừ đi 1, được

bao nhiêu lại chia cho 2 rồi trừ đi 1, cuối cùng lại chia cho 2 rồi trừ đi 1 thì còn lại 10.

Khi giải bài toán này ta thực hiện các phép toán từ cuối lên theo trình tự sau đây :



Hình 6

$$(10 + 1) \times 2 = 22$$

$$(22 + 1) \times 2 = 46$$

$$(46 + 1) \times 2 = 94$$

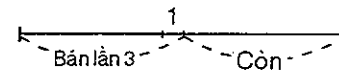
Bây giờ ta phân tích bài toán đã cho để tìm cách giải.

a) Tìm số cam còn lại sau khi bán lần thứ hai.

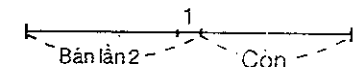
Lần thứ ba nếu chỉ bán $\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau hai lần bán mà không thêm 1 quả thì số cam còn lại cuối cùng sẽ là : $10 + 1 = 11$ (quả).

Số 11 chính là $\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau 2 lần bán. Do đó số cam còn lại sau 2 lần bán là : $11 \times 2 = 22$ (quả).

b) Tìm số cam còn lại sau lần bán thứ nhất



Hình 7

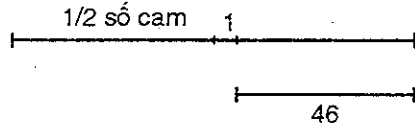


Hình 8

Lần thứ hai nếu chỉ bán $\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau lần bán thứ nhất mà không thêm 1 quả thì số cam còn lại sau lần bán thứ hai sẽ là : $22 + 1 = 23$ (quả). Số 23 chính là $\frac{1}{2}$ số cam

còn lại sau lần bán thứ nhất. Do đó số cam còn lại sau lần bán thứ nhất sẽ là $23 \times 2 = 46$ (quả).

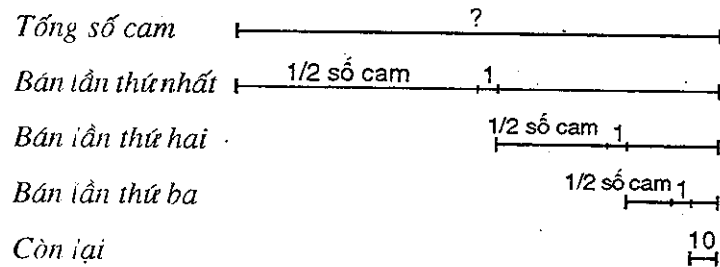
c) Tìm số cam trước lúc bán lần thứ nhất :



Hình 9

Lần thứ nhất nếu chỉ bán $\frac{1}{2}$ tổng số cam mà không thêm 1 quả thì số cam còn lại sau lần bán thứ nhất sẽ là : $46 + 1 = 47$ (quả). Số 47 chính là $\frac{1}{2}$ tổng số cam lúc chưa bán. Do đó tổng số cam lúc chưa bán là : $47 \times 2 = 94$ (quả).

Giải (xem hình 10)



Hình 10

$\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau lần bán thứ hai là : $10 + 1 = 11$ (quả).
Do đó số cam còn lại sau lần bán thứ hai là : $11 \times 2 = 22$ (quả).
 $\frac{1}{2}$ số cam còn lại sau lần bán thứ nhất là : $22 + 1 = 23$ (quả).
Do đó số cam còn lại sau lần bán thứ nhất là : $23 \times 2 = 46$ (quả).
 $\frac{1}{2}$ số cam lúc chưa bán là : $46 + 1 = 47$ (quả). Do đó tổng số cam là : $47 \times 2 = 94$ (quả).
Mức đầu người bán cam có tất cả 94 quả cam.

BÀI TẬP

74. Tìm số tự nhiên để khi nhân số đó với 12345679 thì được một số gồm toàn chữ số 9.

75. Tìm một số biết rằng số đó nhân với 4, được bao nhiêu đem cộng với 4 thì được kết quả là 7744.

76. Cho 3 số có tổng bằng 45. Nếu chuyển 3 đơn vị từ số thứ ba sang số thứ hai và chuyển 2 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ nhất thì được ba kết quả bằng nhau. Hãy tìm ba số đã cho.

77. Có ba kho gạo với tổng số gạo là 210 tấn. Nếu chuyển 20 tấn gạo từ kho A sang kho B, rồi lại chuyển 50 tấn gạo từ kho B sang kho C thì số gạo ở kho C sẽ gấp đôi số gạo ở kho B, số gạo ở kho B sẽ gấp đôi số gạo ở kho A. Hãy tính xem lúc đầu ở mỗi kho có bao nhiêu tấn gạo ?

78. Kiên và Hiền cùng chơi như sau : Nếu Kiên chuyển cho Hiền một số bi đúng bằng số bi mà Hiền đang có, rồi Hiền lại chuyển cho Kiên một số bi đúng bằng số bi còn lại của Kiên thì cuối cùng Hiền có 35 viên bi và Kiên có 30 viên bi. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu viên bi ?

79. Có ba đội Thiếu niên A, B, C với tổng số đội viên khoảng 40 đến 50 bạn. Để chuẩn bị tham gia lao động, nhà trường dự định chia số đội viên đó bằng cách : chuyển từ đội A sang đội B một số đội viên bằng số đội viên đang có của đội B, rồi chuyển từ đội B sang đội C một số đội viên bằng số đội viên của đội C. Cuối cùng chuyển từ đội C sang đội A một số đội viên bằng số đội viên còn lại của đội A. Sau ba lần chuyển như vậy thì số đội viên ở ba đội sẽ bằng nhau. Hãy tính số đội viên ở mỗi đội Thiếu niên lúc chưa chuyển.

80. Nhà bạn Hải nuôi được một số thỏ. Đợt một bán đi một phần ba số thỏ, đợt hai bán đi một phần ba số thỏ còn lại, đợt ba bán đi một phần ba số thỏ còn lại sau 2 đợt, cuối cùng còn lại 8 con thỏ. Hỏi nhà bạn Hải nuôi được bao nhiêu con thỏ ?

81. (Toán cổ) Một người đem bán một số gà. Lần đầu bán 2 con gà, lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con gà, lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại sau hai lần và $\frac{1}{2}$ con gà, lần cuối cùng bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại sau ba lần và $\frac{1}{2}$ con gà thì vừa hết số gà đem bán. Hỏi người đó đã bán tất cả mấy con gà ?

82. (Toán cổ) Người qua đường hỏi một cụ già đang cưỡi ngựa : "Làm sao mà trông cụ buồn phiền vậy ?". Cụ già đáp lại : "Làm sao mà chẳng buồn phiền ? Một nửa đàn ngựa của tôi và thêm một con nữa bị lạc xuống phía nam, một nửa số ngựa còn lại thêm một nửa con nữa bị mất ở phía đông, một nửa số ngựa còn lại sau hai lần đó và thêm một nửa con nữa chạy qua phía tây, một nửa số ngựa còn lại cuối cùng và thêm một nửa con nữa tôi đã đem bán ở phía bắc. Bây giờ tôi chỉ còn lại một con ngựa mà tôi đang cưỡi đây". Hãy tính xem lúc đầu cụ già có tất cả bao nhiêu con ngựa ?

83. (Toán cổ) Một tên tham lam gặp con quý ở cạnh chiếc cầu. Tên này than phiền với con quý về nỗi nghèo khổ của mình. Con quý nói rằng "Tôi có thể giúp anh. Cứ mỗi lần anh đi qua cầu thì số tiền của anh sẽ được tăng gấp đôi, nhưng ngay sau đó anh phải trả lại cho tôi 24 xu. Bằng lòng chứ?". Tên tham lam bằng lòng như thế. Sau khi hán đi qua cầu lần thứ ba thì thấy trong túi của mình không còn một xu nào. Hỏi lúc đầu tên tham lam có bao nhiêu tiền ?

§10. PHƯƠNG PHÁP LỰA CHỌN

Có những bài toán mà khi giải bài toán đó ta phải nêu lên tất cả các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, trên cơ sở ấy ta kiểm tra xem có trường hợp nào đúng điều kiện của bài toán không ? Nếu có thì trường hợp đó

là đáp số của bài toán. Cách giải đó được gọi là theo phương pháp lựa chọn.

Giải bài toán theo phương pháp lựa chọn thường có hai bước : thống kê và kiểm tra. Để thống kê các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, người ta thường dựa vào một số điều kiện nào đó của bài toán ; để kiểm tra các trường hợp này, người ta thường dựa vào các điều kiện còn lại của bài toán.

Ví dụ 1. Cho số có hai chữ số, trong đó chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục. Nếu lấy số đó cộng với 7 thì sẽ được số có hai chữ số giống nhau. Hãy tìm số đã cho.

Phân tích. a) Thống kê các trường hợp có thể xảy ra với các số đã cho. Dựa vào điều kiện của bài toán là "số có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục" ta lập được các số sau :

Chữ số hàng chục	Chữ số hàng đơn vị	Số có hai chữ số
1	2	12
2	4	24
3	6	36
4	8	48

b) Kiểm tra bốn số trên xem số nào đúng với điều kiện của bài toán là "số đã cho cộng với 7 thì được số có hai chữ số giống nhau" ?

Ta thấy :

$$12 + 7 = 19 \quad (\text{không đúng với đầu bài})$$

$$24 + 7 = 31 \quad (\text{không đúng với đầu bài})$$

$$36 + 7 = 43 \quad (\text{không đúng với đầu bài})$$

$$48 + 7 = 55 \quad (\text{đúng với đầu bài})$$

Vậy số đã cho là 48.

Giải. Nếu chữ số hàng chục là 1 thì chữ số hàng đơn vị là 2. Ta có $12 + 7 = 19$. Nếu chữ số hàng chục là 2 thì chữ số hàng đơn vị là 4.

Ta có : $24 + 7 = 31$.

Nếu chữ số hàng chục là 3 thì chữ số hàng đơn vị là 6

Ta có : $36 + 7 = 43$

Nếu chữ số hàng chục là 4 thì chữ số hàng đơn vị là 8

Ta có : $48 + 7 = 55$

Vậy số đã cho là 48.

Có thể giải bài toán này theo cách khác.

Phân tích. a) Dựa vào điều kiện của bài toán là "số đã cho cộng với 7 thì được số có hai chữ số giống nhau" ta có các số sau : 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.

b) Dựa vào điều kiện của bài toán là "số đã cho có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục" để kiểm tra các số đã nêu ở trên. Ta thấy :

$$11 - 7 = 4 \quad 55 - 7 = 48 \text{ (đúng với bài toán)}$$

$$22 - 7 = 15 \quad 66 - 7 = 59$$

$$33 - 7 = 26 \quad 77 - 7 = 70$$

$$44 - 7 = 37 \quad 88 - 7 = 81$$

$$99 - 7 = 92$$

Chú ý : Có thể nêu lên những nhận xét sau đây để giảm bớt số trường hợp được xét :

- Vì chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục nên số đã cho phải là số chẵn.

- Số chẵn cộng với 7 phải được một số lẻ.

Do đó chỉ cần nêu lên và kiểm tra với các số :

11, 33, 55, 77, 99.

Ví dụ 2. Nhà trẻ Chim non mua một loại chiếu to và một loại chiếu nhỏ. Loại chiếu to mua hết 105600 đồng. Số chiếu to mua nhiều hơn số chiếu nhỏ là 6 chiếc. Giá tiền 1 chiếu to đắt hơn 1 chiếu nhỏ là 10000 đồng. Hỏi nhà trẻ đã mua mấy chiếc chiếu to, biết rằng giá tiền một chiếu to là một số nguyên (tính theo trăm đồng) ?

Phân tích. a) Thống kê các trường hợp có thể xảy ra về số chiếu to :

- Vì số chiếu to nhiều hơn số chiếu nhỏ là 6 chiếc nên số chiếu to ít nhất là mấy chiếc ?

Do đó số chiếu to chỉ có thể là những số nào ?

b) Kiểm tra xem trong các số trên có số nào đúng với điều kiện của bài toán là "giá tiền 1 chiếu to là một số nguyên" ?

Giải. Vì số chiếu to nhiều hơn số chiếu nhỏ là 6 chiếc nên số chiếu to ít nhất là 7 chiếc. Vì giá tiền 1 chiếu to đắt hơn một chiếu nhỏ là 10000 đồng và tổng số tiền mua chiếu to là 105600 đồng nên số chiếu to nhiều nhất là 10 chiếc. Do đó số chiếu to đã mua có thể là 7, 8, 9 hoặc 10 chiếc.

Vì giá tiền 1 chiếu to là một số nguyên tính theo trăm đồng nên ta có :

$$105600 : 7 \text{ là phép chia có dư}$$

$$105600 : 8 = 13200 \text{ (đồng)}$$

$105600 : 9$ và $105600 : 10$ đều là phép chia có dư theo điều kiện của đề bài. Vậy nhà trẻ đã mua 8 chiếu to.

Ví dụ 3. Trong 5 năm học ở tiểu học bạn Hải đã sưu tầm được 31 tấm ảnh về phong cảnh đẹp. Số ảnh của năm sau nhiều hơn số ảnh của năm trước, số ảnh của năm cuối cùng nhiều gấp 3 lần số ảnh của năm đầu tiên. Hỏi trong năm thứ tư bạn Hải đã sưu tầm được mấy tấm ảnh ?

Phân tích. a) Thống kê các trường hợp có thể xảy ra về số ảnh của năm đầu tiên. Muốn vậy, cần phải thử xem số ảnh của năm đầu tiên nhiều nhất chỉ có thể là mấy tấm. (Hãy thử với số 5 xem kết quả sẽ ra sao !).

b) Kiểm tra từng trường hợp về số ảnh của năm đầu tiên xem tổng số ảnh trong 5 năm có bằng 31 không ?

Giải. Nếu gọi số ảnh của năm đầu tiên là 1 phần thì số ảnh năm thứ năm là 3 phần như thế ; do đó, số ảnh của 5 năm ít nhất là : $1 + 1 + 1 + 1 + 3 = 7$ phần như thế.

Vì $31 : 7 = 4$ (dư 3) nên số ảnh của năm đầu tiên nhiều nhất chỉ là 4 tấm. Ta thử với trường hợp :

a) Nếu năm đầu tiên có 1 tấm ảnh thì năm cuối cùng có 3 tấm. Giữa số 1 và số 3 chỉ có 2 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

b) Nếu năm đầu tiên có 2 tấm ảnh thì năm cuối cùng có 6 tấm. Giữa số 2 và số 6 có ba số là 3, 4 và 5 nên ta có $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$. Trường hợp này không đúng với đầu bài vì $20 < 31$.

c) Nếu năm đầu tiên có 3 tấm ảnh thì năm cuối cùng có 9 tấm. Giữa số 3 và số 9 có năm số là 4, 5, 6, 7 và 8. Vì $31 - (3 + 9) = 19$ nên ta thấy có hai trường hợp là :

$$4 + 7 + 8 = 19 \text{ và } 5 + 6 + 8 = 19$$

Như vậy ta có : $3 + 4 + 7 + 8 + 9 = 31$ và $3 + 5 + 6 + 8 + 9 = 31$. Trong hai tổng số này, số 8 biểu thị số ảnh của năm thứ tư. Vậy trong năm thứ tư bạn Hải đã sưu tầm được 8 tấm ảnh.

Có thể giải bài toán này theo cách khác

Vì $31 : 5 = 6$ (dư 1) nên có thể coi rằng trung bình mỗi năm có 6 tấm ảnh. Số ảnh của năm cuối cùng phải là số nguyên lớn hơn 6 và chia hết cho 3, do đó số ảnh này có thể là 9, 12, 15 tấm.

Nếu năm cuối cùng có 9 tấm ảnh thì năm đầu tiên có 3 tấm. Số ảnh của 3 năm còn lại là :

$$31 - (3 + 9) = 19 \text{ (tấm).}$$

Ta thấy $19 = 4 + 7 + 8$ và $19 = 5 + 6 + 8$. Như vậy năm thứ tư có 8 tấm ảnh. Nếu năm cuối cùng có 12 tấm ảnh thì năm đầu tiên có 4 tấm. Như vậy ít nhất trong 5 năm có số ảnh là $4 + 5 + 6 + 7 + 12 = 34$. Vì $34 > 31$ nên không còn trường hợp nào nữa đúng với đề bài.

BÀI TẬP

84. Tìm số có hai chữ số, biết hiệu hai chữ số bằng 2 và tổng hai chữ số bằng 12.

85. Tìm số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số bằng 14 và hiệu hai chữ số đó bằng 0.

86. Tìm số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số bằng 9 và hiệu hai chữ số đó bằng 0.

87. Tìm số có hai chữ số, biết rằng hiệu hai chữ số bằng 5 và tích hai chữ số đó bằng 24.

88. Cho số có bốn chữ số xếp theo thứ tự là bốn số nguyên liên tiếp và tổng bốn chữ số đó bằng 22. Hãy tìm số đó.

89. Cho một số có ba chữ số, trong đó chữ số hàng trăm gấp đôi chữ số hàng chục. Nếu lấy tích của chữ số hàng trăm và hàng chục của số đó chia cho tổng của chúng thì được chữ số hàng đơn vị. Hãy tìm số đã cho.

90. Cho một số có hai chữ số mà tổng các chữ số bằng 13, hiệu của số đó và số viết theo thứ tự ngược lại bằng một số có tận cùng là 7. Hãy tìm số đã cho.

91. Cho một số có hai chữ số. Nếu viết thêm hai chữ số vào bên phải số đó thì được một số mới lớn hơn số đã cho 1995 đơn vị. Hãy tìm số đã cho và hai chữ số được viết thêm đó.

92. Bố nói với con : "10 năm trước đây tuổi bố gấp 10 lần tuổi con, 22 năm sau nữa thì tuổi của bố sẽ gấp đôi tuổi con". Hãy tính tuổi bố, tuổi con hiện nay.

93. Từ hai tỉnh A và tỉnh B cách nhau 396 km có hai người khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều về phía gặp nhau. Khi người thứ nhất đi được 216 km thì hai người gặp nhau, lúc đó họ đã đi hết một số ngày đúng bằng hiệu hai quãng đường mà hai người đi được trong một ngày. Hãy tính xem mỗi người đi được bao nhiêu km trong một ngày, biết rằng vận tốc của mỗi người không thay đổi trên đường đi.

§11. PHƯƠNG PHÁP ỨNG DỤNG GRAPH

Khái niệm Graph được sử dụng không những trong toán học mà cả trong kĩ thuật và trong cuộc sống dưới những tên gọi khác nhau như lược đồ, biểu đồ...

Trong một số bài toán có đề cập đến các đối tượng hoặc các loại đối tượng khác nhau mà giữa chúng có những mối quan hệ nào đấy. Trên hình vẽ, ta biểu diễn các đối tượng bằng các điểm và mối quan hệ giữa chúng bằng các đoạn thẳng hoặc các mũi tên. Hình biểu diễn như vậy gọi là Graph. Các điểm gọi là những đỉnh, các đoạn thẳng hoặc mũi tên gọi là cạnh của graph. Các graph có thể diễn tả trực quan các đối tượng và các quan hệ giữa chúng, tạo ra khả năng theo dõi được nhiều sự kiện có trong điều kiện của bài toán và xây dựng được mối liên hệ giữa chúng. Vì thế graph được ứng dụng có hiệu quả để giải các bài toán suy luận.

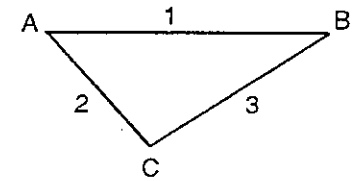
Ví dụ 1. Trong cuộc thi đấu bóng bàn ngày hội khỏe Phù Đổng các đấu thủ đến dự đều bắt tay nhau. Người ta đếm được tất cả 10 cái bắt tay. Hỏi có mấy đấu thủ dự thi ?

Phân tích. Ta đánh dấu hai điểm A, B và nối chúng với nhau bằng 1 đoạn thẳng. Mỗi điểm "đại diện" cho một đấu thủ, còn mỗi đoạn thẳng kí hiệu cho một cái bắt tay. Như vậy nếu có 2 đấu thủ thì đếm được 1 cái bắt tay, cũng như có hai điểm thì có 1 đoạn thẳng nối chúng với nhau.

Ta vẽ thêm điểm C và nối chúng với A, B thì ta được tất cả 3 đoạn thẳng (hình 11). Lấy thêm điểm D và nối chúng với A, B, C thì ta được tất cả 6 đoạn thẳng. Cuối cùng ta đánh dấu thêm điểm thứ năm E và nối E với A, B, C, D thì được tổng cộng 10 đoạn thẳng (hình 12).

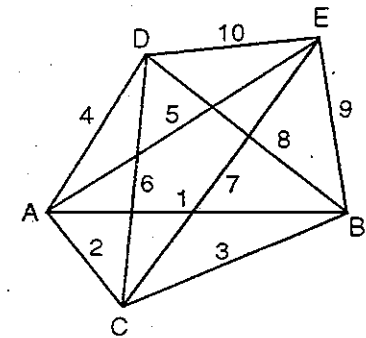
Ta nhận thấy rằng, với 2 điểm thì có 1 đoạn thẳng. Thêm một điểm thứ ba thì có thêm 2 đoạn nữa nối với 2 điểm tức

là $1 + 2$ đoạn thẳng. Thêm điểm thứ tư thì có thêm ba đoạn thẳng nữa nối với 3 điểm đã cho, tức là $1 + 2 + 3$ đoạn thẳng. Nếu thêm điểm thứ năm thì có thêm 4 đoạn thẳng nối với 4 điểm đã cho, tức là có $1 + 2 + 3 + 4$ đoạn thẳng. Từ đó có thể suy ra cách xác định số đoạn khi biết số điểm cho trước hoặc ngược lại, tính số điểm khi biết trước số đoạn thẳng (như bài toán 1 trên là một ví dụ cụ thể).



Hình 11

Giải. Ta đánh dấu trên hình vẽ mỗi dấu thủ là một điểm và mỗi cái bắt tay giữa các cầu thủ là một đoạn thẳng nối hai điểm. Với 2 điểm kẻ được một đoạn thẳng, với 3 điểm kẻ được 3 đoạn thẳng, với 4 điểm kẻ được 6 đoạn thẳng. Với 5 điểm kẻ được 10 đoạn thẳng.



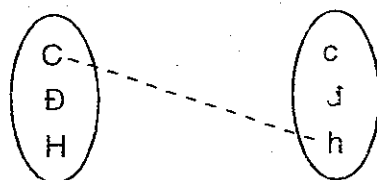
Hình 12

Vậy có 5 đối thủ dự thi.

Ví dụ 2. Trong một buổi học nữ công, ba bạn Cúc, Đào, Hồng làm ba bông hoa cúc, đào, hồng. Bạn làm hoa hồng nói với Cúc : "Thế là trong chúng ta chẳng có ai làm loại hoa trùng với tên mình cả !". Hỏi ai đã làm hoa nào ?

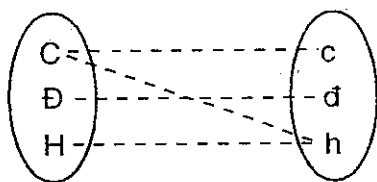
Phân tích. Bài toán này đã được giải bằng phương pháp suy luận lôgic (xem §6). Ở đây ta trình bày cách giải bằng phương pháp ứng dụng graph.

Ở bài toán này, ta có hai nhóm đối tượng : một là tên các bạn, hai là tên các bông hoa. Ta phải tìm sự tương ứng giữa các nhóm đối tượng của hai nhóm này để xem bạn nào đã làm hoa gì. Muốn vậy, ta xây dựng graph như sau :



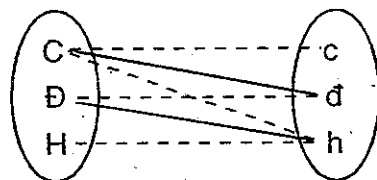
Hình 13

Nhóm thứ nhất, ta vẽ ba chấm C, Đ, H để ký hiệu ba bạn Cúc, Đào, Hồng. Còn nhóm thứ hai ta vẽ ba chấm c, đ, h thay cho ba bông hoa cúc, đào, hồng mà các bạn đã làm. Ta sẽ nối hai chấm của hai nhóm này với nhau bằng nét đứt nếu giữa chúng không có sự tương ứng còn nếu giữa chúng có sự tương ứng bằng những nét liền.

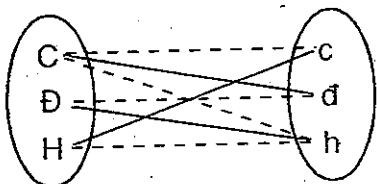


Hình 14

Từ giả thiết đầu tiên của bài toán là "bạn làm hoa hồng nói với bạn Cúc" suy ra bạn Cúc không làm hoa hồng, ta nối C - h bằng nét đứt (hình 13). Mặt khác, từ câu nói với Cúc ở đề bài, ta nhận thấy rằng, lúc đầu, tên hoa không trùng với tên người, do đó ta lại nối C - c, Đ - đ, H - h bằng nét đứt (Hình 14). Đây là giả thiết đã cho của bài toán. Nhìn trên hình 14, ta thấy ngay rằng C - c, C - h nối bằng nét đứt thì C - đ phải bằng nét liền, đồng thời h - C, h - H nối bằng nét đứt thì h - Đ phải bằng nét liền (hình 15). Từ đó có kết



Hình 15



Hình 16

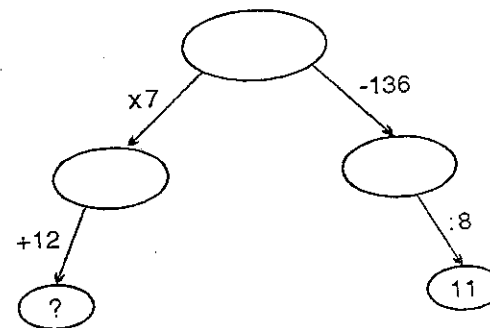
quả là C - đ, Đ - c, H - h hay Cúc làm hoa đào, Đào làm hoa hồng, còn Hồng làm hoa cúc.

Ngoài cách trình bày như ở §6 còn có thể trình bày lời giải theo hình 16. Trong một số bài toán, việc diễn tả các điều kiện của bài toán bằng graph có thể giúp việc tìm các bước giải được nhanh chóng.

Chẳng hạn ta xét bài toán sau :

Ví dụ 3. Kiên nghĩ ra một số. Nếu đem số đó cộng với 12 rồi tăng tổng tìm được lên 7 lần, sau đó bớt ở tích này đi 136, cuối cùng đem chia cho 8 được kết quả là 11. Hãy tìm số mà Kiên đã nghĩ ra.

Phân tích. Trước hết, ta vẽ graph theo điều kiện của bài toán như hình 17.



Hình 17

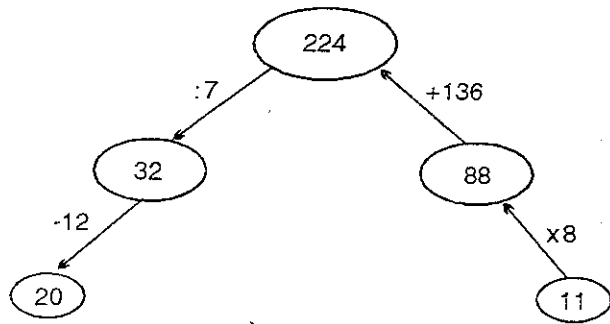
Từ mối liên hệ giữa phép cộng và phép trừ, phép nhân và phép chia, ta thấy ngay rằng, để giải bài toán này, ta có thể tính được từ dưới lên, bằng cách thay phép cộng bằng phép trừ và ngược lại, thay phép nhân bằng phép chia và ngược lại như ghi ở trên (hình 18). Bài này còn có thể bằng phương pháp tính ngược từ cuối.

Giải. Ta có :

$$11 \times 8 = 88, \quad 88 + 136 = 224.$$

$$224 : 7 = 32, \quad 32 - 12 = 20.$$

Vậy bạn Kiên đã nghĩ ra số 20.



Hình 18

BÀI TẬP

94. Ở cửa hàng bán dầu hỏa có một bình 7l và một bình 5l. Hỏi làm thế nào đong được 4l từ thùng dầu để bán cho khách hàng.

95. Đội tuyển trường Kim Đồng đã đấu ba trận bóng bàn. Sau ba trận đấu kết quả như sau :

Trong trận đấu đầu tiên, đội tuyển đã thắng một số ván bằng một nửa số ván thắng ở trận thứ hai và cộng thêm 1. Trong trận thứ hai, đội lại thắng một số ván bằng một nửa số ván thắng ở trận thứ ba cộng thêm 1. Ở trận thứ ba, đội lại thắng một số ván bằng nửa số ván thắng ở trận thứ nhất cộng thêm 1. Hỏi trong cả ba trận đấu, đội đã thắng mấy ván ?

96. Nhân ngày rằm Trung thu, bà chia cho ba cháu Dương, Kiên, Hiền mỗi cháu một thứ đồ chơi mà mình thích : đèn ông sao, bóng bay và trống. Dương không thích chơi trống, còn Kiên không nhận bóng bay và cũng không thích trống. Hỏi bà chia cho ai những gì ?

97. Trong kì thi học sinh giỏi bốn bạn Giang, Dương, Linh, Thúy đạt bốn giải nhất, nhì, ba, tư. Biết rằng :

a) Linh không được giải nhất nhưng cũng không được giải cuối cùng.

b) Dương đạt giải nhì.

c) Giang không đạt giải tư.

Hỏi người nào đạt giải mấy ?

98. Trong cuộc chạy thi Ngày hội khỏe Phù Đổng bốn bạn An, Bình, Cường, Dũng đạt bốn giải đầu, mỗi người một giải. Một người hỏi : "Bạn đạt giải mấy ?" thì bốn bạn trả lời như sau :

An : "Tôi giải nhì, còn Bình giải nhất"

Bình : "Tôi cũng giải nhì, Dũng giải ba"

Cường : "Chính tôi mới giải nhì, còn Dũng giải tư đấy"

Dũng : "Ba bạn đều thích nói đùa, nhưng trong mỗi câu trả lời đều có một phần đúng, một phần sai".

Dựa vào câu nói thành thật của Dũng, hãy xét xem ai đạt giải nào ?

99. Ba bạn Dương, Nhung, Linh mặc ba áo màu trắng, xanh, hồng và có ba cặp tóc cũng màu ấy. Biết rằng chỉ Dương là có màu áo và màu cặp tóc trùng nhau, còn áo và cặp tóc của Nhung đều không phải là màu trắng, Linh cặp tóc màu xanh. Hãy xác định màu áo và màu cặp tóc của mỗi bạn.

100. Nhân ngày 20-11 ba cô giáo Châu, Ty và Ninh ở ba trường Đoàn Kết, Nguyễn Trãi, Thăng Long dạy mẫu ba giờ Toán, Tiếng Việt và Lịch sử. Biết rằng :

a) Cô Châu không dạy ở trường Đoàn Kết, còn cô Ninh không dạy ở trường Nguyễn Trãi.

b) Cô giáo ở trường Đoàn Kết không dạy Lịch sử.

c) Cô giáo ở trường Nguyễn Trãi dạy Toán.

d) Cô Ty không dạy Tiếng Việt.

Hỏi mỗi cô giáo ở trường nào và dạy môn gì ?

§12. PHƯƠNG PHÁP DIỆN TÍCH

Trong số những bài tập hình học có một nhóm bài tập liên quan đến diện tích các hình. Để giải các bài tập đó ở tiểu học thường áp dụng một số phương pháp thể hiện sau đây :

1. Vận dụng công thức tính diện tích các hình

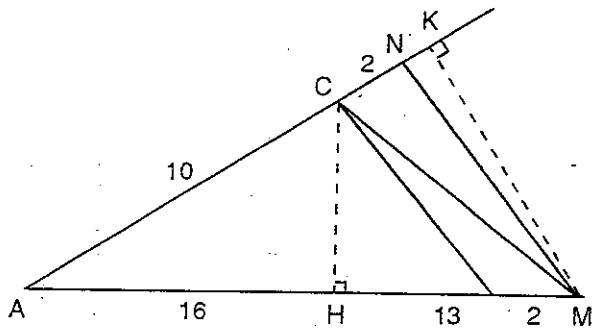
Các bài toán có nội dung liên quan đến diện tích thường được thể hiện dưới các dạng sau đây :

a) Áp dụng trực tiếp công thức diện tích khi đã cho biết độ dài các đoạn thẳng là các thành phần của công thức diện tích.

b) Nhờ công thức diện tích mà tính độ dài một đoạn thẳng là yếu tố của hình.

Ví dụ : Cho hình tam giác ABC có diện tích $24m^2$ và cạnh AB dài 16m, cạnh AC dài 10m. Kéo dài hai cạnh AB và AC về phía B và C, trên đó lấy $BM = CN = 2m$ (xem hình 19). Tính diện tích hình tam giác AMN.

Các bước giải :



Hình 19

+ Chiều cao CH của hình tam giác ABC bằng : $\frac{24 \times 2}{16} = 3(m)$

+ Cạnh AM bằng : $16 + 2 = 18 (m)$

+ Diện tích hình tam giác ACM bằng : $\frac{18 \times 3}{2} = 27(m^2)$

+ Chiều cao MK của hình tam giác ACM bằng : $\frac{27 \times 2}{10} = 5,4(m)$

+ Cạnh AN bằng : $10 + 2 = 12 (m)$.

+ Diện tích hình tam giác AMN bằng : $\frac{12 \times 5,4}{2} = 32,4(m^2)$

2. Dùng tỉ số

Trong một bài toán hình học người ta có thể dùng tỉ số các số đo đoạn thẳng, tỉ số các số đo diện tích hay thể tích như một phương tiện để tính toán, giải thích, lập luận cũng như trong thao tác so sánh các giá trị về độ dài đoạn thẳng, về diện tích hoặc thể tích. Điều này thường được thể hiện dưới những hình thức sau đây (đối với hình tam giác) :

a) Hai hình tam giác có diện tích bằng nhau (tương đương), nếu có hai đáy bằng nhau thì hai chiều cao bằng nhau, hoặc nếu hai chiều cao bằng nhau thì hai đáy bằng nhau.

b) Hai hình tam giác có diện tích bằng nhau, nếu đáy của hình 1 lớn gấp bao nhiêu lần đáy của hình 2 thì chiều cao của hình 2 lớn gấp bấy nhiêu lần chiều cao của hình 1 và ngược lại.

c) Hai hình tam giác có hai đáy (hoặc chiều cao) bằng nhau, nếu diện tích hình tam giác 1 lớn gấp bao nhiêu lần diện tích hình tam giác 2 thì chiều cao của hình tam giác 1 cũng lớn gấp bấy nhiêu lần chiều cao của hình tam giác 2 và ngược lại.

Có thể nói một cách tổng quát đối với hình tam giác :

- Khi diện tích không đổi thì đáy và chiều cao là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau.

- Khi đáy không đổi thì diện tích và chiều cao là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

- Khi chiều cao không đổi thì diện tích và đáy là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau.

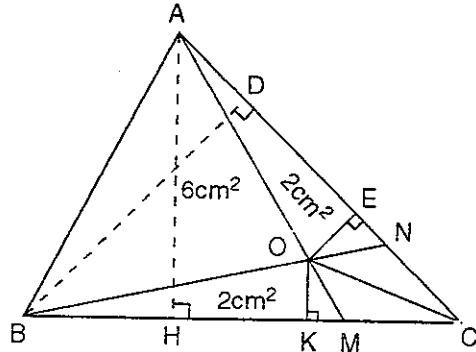
Ví dụ : Cho hình tam giác ABC và một điểm O trong hình này. Đường thẳng AO cắt cạnh BC tại M và đường thẳng BO cắt cạnh AC tại N tạo thành các hình tam giác có diện tích như sau : AOB có diện tích $6cm^2$, hai hình BOM và AON đều có diện tích $2cm^2$. Hãy tính diện tích hình tam giác ABC.

Các bước giải :

+ Diện tích ABM và ABN đều bằng $6 + 2 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$

+ Diện tích ABM so với diện tích OBM thì gấp :
 $8 : 2 = 4 \text{ (lần)}$.

+ Hai hình tam giác ABM và OBM có chung đáy BM, diện tích tam giác ABM lớn gấp 4 lần diện tích tam giác OBM nên chiều cao AH lớn gấp 4 lần chiều cao OK.



Hình 20

+ Tương tự như trên, tam giác ABN cũng có diện tích gấp 4 lần diện tích tam giác OAN nên chiều cao BD cũng lớn gấp 4 lần chiều cao OE.

+ Hai hình tam giác ABC và OBC có chung đáy BC, có chiều cao AH gấp 4 lần chiều cao OK nên diện tích tam giác ABC lớn gấp 4 lần tam giác OBC. Tương tự, diện tích tam giác ABC cũng lớn gấp 4 lần diện tích tam giác OAC.

+ Nếu coi diện tích OBC là một phần, diện tích OAC là một phần thì diện tích ABC là 4 phần đó, vì thế diện tích OAB gồm $4 - 1 - 1 = 2 \text{ (phần)}$.

+ Vì hai phần biểu thị 6 cm^2 nên diện tích ABC biểu thị 4 phần là :

$$6 \times 2 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy hình tam giác ABC có diện tích là 12 cm^2 .

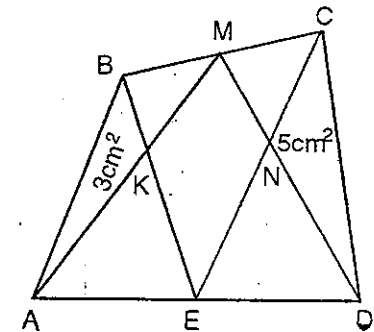
Chú ý : Đối với các hình hình học khác cũng có thể dùng tỉ số dưới những thể hiện tương tự như hình tam giác đã nêu ở trên.

3. Thực hiện phép tính trên số đo diện tích và các thao tác phân tích tổng hợp trên hình

Có những bài toán hình học đòi hỏi phải biết vận dụng thao tác phân tích, tổng hợp trên hình đồng thời với việc tính toán trên số đo diện tích. Điều đó có thể được thể hiện như sau :

- Một hình được chia ra thành nhiều hình nhỏ thì diện tích của hình đó bằng tổng diện tích các hình nhỏ được chia.
- Hai hình có diện tích bằng nhau mà cùng có phần chung thì hai hình còn lại sẽ có diện tích bằng nhau.
- Nếu ghép thêm một hình vào hai hình có diện tích bằng nhau thì sẽ được hai hình mới có diện tích bằng nhau.

Ví dụ : Cho hình tứ giác ABCD. Điểm M là điểm chính giữa cạnh BC, điểm E là điểm chính giữa cạnh AD. Nối điểm A với điểm M và nối điểm B với điểm E, hai đoạn thẳng này cắt nhau ở điểm K. Nối điểm D với điểm M và nối điểm C với điểm E, hai đoạn thẳng này cắt nhau ở điểm N.



Hình 21

Cho biết diện tích hình tam giác ABK bằng 3 cm^2 và diện tích hình tam giác CDN bằng 5 cm^2 . Tính diện tích hình tứ giác EKMN.

Các bước giải :

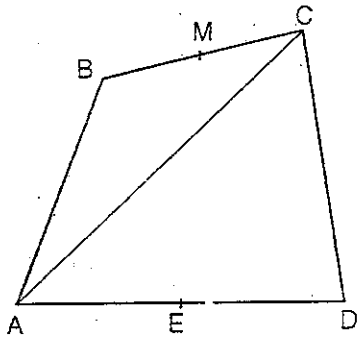
+ Nối AC có $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD}$

+ Nối M với E có :

$$S_{ABCD} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 + S_7 + S_8 \text{ (h.23)}$$

+ $MB = MC$ và chung chiều cao hạ từ A xuống BC nên :

$S_{ABM} = S_{AMC} = S_{ABC} : 2$ hay $S_1 + S_2 = S_{ABC} : 2$ (1)
 + Vì $ED = EA$ và chung chiều cao hạ từ C xuống AD nên :



Hình 22

$S_{CDE} = S_{CEA} = S_{ACD} : 2$ hay $S_7 + S_8 = S_{ACD} : 2$ (2)

+ Từ điều (1) và điều (2) có :

$S_1 + S_2 + S_7 + S_8 = S_3 + S_4 + S_5 + S_6 = S_{ABCD} : 2$ (3)

+ Vì $MB = MC$ và chung chiều cao hạ từ E xuống BC nên :

$S_{EBM} = S_{BMC}$ hay $S_2 + S_3 = S_5 + S_6$ (4)

+ Vì $EA = ED$ và chung chiều cao hạ từ M xuống AD nên :

$S_{MAF} = S_{MED}$ hay $S_3 + S_4 = S_5 + S_8$ (5)

+ Từ điều (4) và điều (5) có :

$S_2 + S_3 + S_5 + S_8 = S_3 + S_4 + S_5 + S_6$ (6)

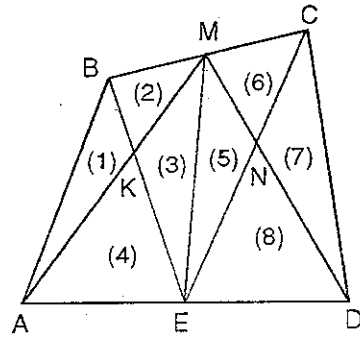
+ Từ điều (3) và điều (6) có :

$S_1 + S_2 + S_7 + S_8 = S_2 + S_3 + S_5 + S_8$
 (cùng bằng $S_3 + S_4 + S_5 + S_6$)

hay $S_1 + S_7 = S_3 + S_5$ (cùng bớt $S_2 + S_8$)

+ Do đó : $S_3 + S_5 = S_1 + S_7 = 3 + 5 = 8(\text{cm}^2)$

Vậy $S_{MNEK} = 8\text{cm}^2$.



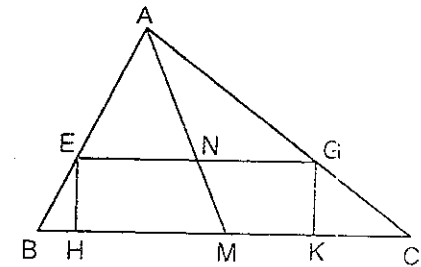
Hình 23

BÀI TẬP

101. Cho hình tam giác ABC có đáy BC là 35 m. Nếu BC được kéo dài thêm 5 m thì diện tích sẽ tăng thêm 30 m^2 . Tính diện tích ABC.

102. Cho hình tam giác ABC có góc A vuông, $AB = 50 \text{ cm}$ và $AC = 60 \text{ cm}$. Trên AB lấy điểm M cách A là 10 cm. Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC ở N. Tính diện tích BMN.

103. Trong hình bên cho biết ABC là hình tam giác có M là điểm chính giữa của BC, hình EGKH là hình chữ nhật, đoạn thẳng AM cắt EG tại N.



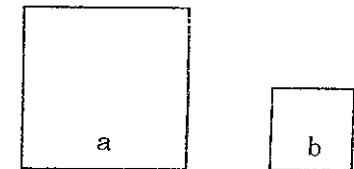
Hình 24

a) Hãy so sánh diện tích hình tam giác AEM với diện tích hình tam giác AGM.

b) Hãy so sánh đoạn thẳng EN và đoạn thẳng NG.

104. Cho hình tam giác ABC có diện tích là 180cm^2 , cạnh AB dài 20cm. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = MC \times 2$. Ta cần phải kẻ một đường thẳng qua M và cắt cạnh AB tại điểm N sao cho diện tích hình tam giác BMN bằng 30cm^2 . Hỏi điểm N phải cách B mấy xentimét ?

105. Cho hình tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy các điểm D, E, G sao cho $AD = DE = EG = GB$. Trên cạnh AC lấy các điểm M, N, P sao cho $AM = MN = NP = PC$. Tính tỉ số diện tích của hai hình tứ giác EDMN và BENC.



Hình 25

106. Hãy nêu ít nhất ba cách chia một hình vuông thành 4 tam giác có diện tích bằng nhau.

107. Cho hai hình vuông có cạnh lần lượt là a và b . Hãy cắt chúng rồi ghép lại (không có phần nào chồng lên nhau) để được một hình vuông mới.

108. Cho hình tứ giác ABCD, đoạn $AC = 6\text{cm}$ (AC gọi là đường chéo). Hãy xác định điểm E trên đoạn AC sao cho diện tích hình ABED gấp đôi diện tích hình BCDE.

§ 13. PHƯƠNG PHÁP DÙNG CHỮ THAY SỐ

Ở một số bài toán, mà khi giải bài toán đó ta có thể dùng các chữ cái a, b, c, \dots, x, y, z hoặc A, B, C, M, N, \dots để biểu diễn số có một hoặc nhiều chữ số.

1. Sử dụng cấu tạo thập phân của số

1.1. Một vài kí hiệu thường dùng

- \overline{abc} để chỉ một số tự nhiên có 3 chữ số, chữ số hàng trăm là a , chữ số hàng chục là b , chữ số hàng đơn vị là c .

- $\overline{ab,cd}$ để chỉ một số thập phân có 4 chữ số, phần nguyên có hai chữ số, phần thập phân có hai chữ số.

- $\overline{a00}$ là số tự nhiên có ba chữ số, chữ số hàng trăm là a , chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị đều là 0 (chữ số không). Hoặc $\overline{a00}$ là số tròn trăm mà chữ số hàng trăm là a .

- $\overline{ab0}$ là số tự nhiên có ba chữ số, chữ số hàng trăm là a , chữ số hàng chục là b , chữ số hàng đơn vị là 0 (chữ số không) hoặc $\overline{ab0}$ là chữ số tròn chục mà chữ số hàng chục là b .

1.2. Phân tích số theo các số chỉ hàng

a) Phân tích làm rõ các chữ số :

$$\overline{ab} = a \times 10 + b$$

$$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c$$

$$\overline{abcd} = a \times 1000 + b \times 100 + c \times 10 + d$$

b) Phân tích làm rõ các số :

$$\overline{ab} = \overline{a0} + b$$

$$\overline{abc} = \overline{a00} + \overline{b0} + c$$

$$\overline{abcd} = \overline{a000} + \overline{b00} + \overline{c0} + d$$

$$\overline{ab,cd} = \overline{a0} + b + \overline{0,c} + \overline{0,0d}$$

1.3. Phân tích số theo yêu cầu phù hợp bài toán.

$$\overline{abc} = a \times 100 + \overline{bc} \text{ hoặc } \overline{abc} = \overline{a00} + \overline{bc}$$

$$\overline{abc} = \overline{ab0} + c \text{ hoặc } \overline{abc} = \overline{ab} \times 10 + c, \text{ v.v...}$$

Ví dụ 1. Cho hai số có hai chữ số. Nếu lấy tổng các chữ số cộng với tích các chữ số của số đã cho thì bằng chính số đó. Tìm chữ số hàng đơn vị của số đã cho.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{ab} (với $a \neq 0, a, b < 10$).

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ab} = a + b + a \times b$$

$$a \times 10 + b = a + b + a \times b \text{ (Phân tích } \overline{ab} = a \times 10 + b)$$

$$a \times 10 = a + a \times b \text{ (cùng trừ đi } b)$$

$$a \times 10 = a \times (1 + b) \text{ (một số nhân với một tổng)}$$

$$10 = 1 + b \text{ (cùng chi cho } a \neq 0)$$

$$b = 10 - 1 \text{ (tìm một số của một tổng)}$$

$$b = 9$$

Vậy chữ số hàng đơn vị của số phải tìm là 9.

Ví dụ 2. Tìm số có ba chữ số, biết rằng phép chia số đó cho tổng các chữ số của nó là phép chia hết và được thương là 11.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a \neq 0, a, b, c < 10$)

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{abc} : (a + b + c) = 11, \text{ hoặc } \overline{abc} = (a + b + c) \times 11$$

$$a \times 100 + b \times 10 + c = (a + b + c) \times 11$$

$$\text{(vì } \overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c)$$

$$a \times 100 + b \times 10 + c = a \times 11 + b \times 11 + c \times 11$$

(một tổng nhân một số)

$$\begin{aligned} a \times (11 + 89) + b \times 10 + c &= \\ = a \times 11 + a \times 89 + b \times 10 + c &= \\ = a \times 11 + b \times 10 + b + c \times 10 + c & \end{aligned}$$

(một số nhân với một tổng)

$$a \times 89 = b + c \times 10$$

(cùng trừ những số hạng giống nhau)

$$a \times 89 = \overline{cb}$$

(cấu tạo thập phân của số)

Vì $\overline{cb} < 100$ nên $a \times 89 < 100$, do đó $a = 1$ và $\overline{cb} = 89$.

$$\text{Thử lại: } (a + b + c) \times 11 = (1 + 9 + 8) \times 11 = 198 = \overline{abc}$$

Vậy số phải tìm là 198.

Ví dụ 3. Cho $M = \overline{a,53} + \overline{4,b6}$ và $N = \overline{a,bc} + 7,5 - \overline{2,9c}$

Hãy so sánh hai biểu thức M và N .

Hướng giải.

$$M = \overline{a,53} + \overline{4,b6} = a + 0,53 + 4,06 + \overline{0,b}$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$= \overline{a,b} + 4,59$$

(cấu tạo thập phân của số và cộng các số)

$$N = \overline{a,bc} + 7,5 - \overline{2,9c}$$

$$= \overline{a,b} + \overline{0,0c} + 7,5 - (2,9 + \overline{0,0c})$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$= \overline{a,b} + \overline{0,0c} + 7,5 - 2,9 - \overline{0,0c}$$

(một số trừ một tổng)

$$= \overline{a,b} + 7,5 - 2,9 \text{ (trừ đi } \overline{0,0c})$$

$$= \overline{a,b} + 4,6$$

Vì $\overline{a,b} + 4,59 < \overline{a,b} + 4,6$ nên $M < N$

2. Sử dụng tính chẵn lẻ và tận cùng của số tự nhiên

Một số kiến thức cần dùng

- Số có tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 là các số chẵn, ngược lại số chẵn có tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8.

- Số chẵn chia hết cho 2, ngược lại số chia hết cho 2 là số chẵn.

- Số có tận cùng là 1, 3, 5, 7, 9 là số lẻ, ngược lại số lẻ có tận cùng là 1, 3, 5, 7, 9.

- Số lẻ không chia hết cho 2, ngược lại số không chia hết cho 2 là số lẻ. - Tổng (hiệu) của hai số chẵn là số chẵn, tổng (hiệu) của hai số lẻ là số chẵn.

- Tổng (hiệu) của một số chẵn và một số lẻ là một số lẻ.

- Tích có một thừa số chẵn là một số chẵn.

- Tích của một số nhân với chính nó có tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9 (không có tận cùng là 2, 3, 7, 8).

Ví dụ 1. Tìm số có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 9 lần chữ số hàng đơn vị.

Hướng giải: Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0$; $a, b < 10$). Theo đầu bài ta có: $\overline{ab} = b \times 9$

Cách 1. Vì $a \neq 0$ nên $b \neq 0$.

Vì $b \times 9$ có tận cùng là b (khác 0) nên $b = 5$. Do đó:

$$\overline{ab} = 5 \times 9 = 45$$

Cách 2. Vì $\overline{ab} = b \times 9$ nên $\overline{ab} = b \times (10 - 1)$ (một số nhân với một hiệu)

$$\overline{ab} + b = \overline{b0} \text{ (tìm số bị trừ)}$$

$$10 \times a + b + b = \overline{b0}$$

Vì $b + b$ có tận cùng là 0 mà $b \neq 0$ nên $b = 5$. Do đó:

$$\overline{ab} = \overline{b0} - b = 50 - 5 = 45.$$

Cách 3. Vì $\overline{ab} = b \times 9$ nên $\overline{ab} = b \times (8 + 1)$

$$\overline{ab} = b \times 8 + b \text{ (một số nhân một tổng)}$$

$$\overline{ab} - b = b \times 8 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$\overline{a0} = b \times 8$$

Vì $a0$ là số tròn chục nên $b \times 8$ cũng phải là số tròn chục mà $b \neq 0$ nên $b = 5$.

$$\text{Do đó } \overline{a0} = 5 \times 8 = 40.$$

Số phải tìm là 45.

Ví dụ 2. Cho số có ba chữ số. Nếu xóa chữ số hàng trăm thì số đã cho bị giảm đi 7 lần. Tìm số đã cho.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a \neq 0, a, b, c < 10$). Khi xóa chữ số hàng trăm thì còn lại hai chữ số là \overline{bc} .

Theo đầu bài ta có: $\overline{abc} : \overline{bc} = 7$ hoặc $\overline{abc} = \overline{bc} \times 7$

Vì $a \neq 0$ nên $\overline{bc} \neq 0$, do đó $b \neq 0$

Vì $c \times 7$ có tận cùng là c nên $c = 0$ hoặc $c = 5$.

a) Xét trường hợp $c = 0$. Khi đó ta có:

$$\overline{ab0} = \overline{b0} \times 7$$

$$\overline{ab} = b \times 7 \text{ (cùng chia cho 10)}$$

Vì $b \neq 0$ mà $7 \times b$ có tận cùng là b nên $b = 5$. Do đó:

$$\overline{ab} = 5 \times 7 = 35.$$

Số phải tìm là 350.

b) Xét trường hợp $c = 5$. Khi đó ta có:

$$\overline{ab5} = \overline{b5} \times 7$$

$$\text{Vì } 5 \times 7 = 35 \text{ nên } b \times 7 + 3 = \overline{ab}$$

+ Nếu b là số chẵn thì \overline{ab} là số chẵn, nhưng $b \times 7$ là số chẵn nên $b \times 7 + 3$ phải là số lẻ, có nghĩa là \overline{ab} là số lẻ, số \overline{ab} không thể vừa chẵn, vừa lẻ.

+ Nếu b là số lẻ thì \overline{ab} là số lẻ, nhưng $b \times 7$ là số lẻ nên $b \times 7 + 3$ là số chẵn, có nghĩa là \overline{ab} là số chẵn. Số \overline{ab} không thể vừa lẻ, vừa chẵn.

Như vậy với $c = 5$ thì không tìm được giá trị thích hợp của b .

3. Sử dụng kĩ thuật thực hiện phép tính

Một số kiến thức thường dùng

- Đối với phép cộng, phép trừ, phép nhân thì thực hiện các bước tính từ phải sang trái (lần lượt từ hàng đơn vị, hàng chục... cho đến hàng cuối cùng), mỗi lần như vậy thì tìm được một chữ số tương ứng.

- Đối với phép nhân tích riêng thứ hai (tích riêng chỉ hàng chục) phải được viết lùi sang trái một cột so với tích thứ nhất, tích riêng thứ ba (tích riêng chỉ hàng trăm) phải được viết lùi sang trái hai cột so với tích riêng thứ nhất v.v...

- Đối với phép chia thì thực hiện các bước tính từ trái sang phải (lần lượt từ hàng cao nhất đến hàng thấp nhất) mỗi lần như vậy tìm được một chữ số tương ứng.

- Đối với phép cộng:

a) Nếu cộng hai chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ, hoặc có nhớ 1 sang hàng cao liên tiếp.

b) Nếu cộng ba chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ, hoặc có nhớ 1, nhớ 2 sang hàng cao liên tiếp.

c) Nếu cộng bốn chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ, hoặc có nhớ 1, nhớ 2, nhớ 3 sang hàng cao liên tiếp.

d) Nếu cộng n chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ, hoặc có nhớ từ 1 đến $n - 1$ sang hàng cao liên tiếp.

- Trong phép chia có dư thì số dư luôn bé hơn số chia.

- Trong một tổng thì mỗi số hạng đều bé hơn hoặc bằng tổng của chúng (mỗi số hạng không vượt quá tổng của chúng)

- Trong một hiệu hai số thì số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ, hiệu hoặc số trừ không vượt quá số bị trừ.

- Trong một tích các thừa số tự nhiên khác 0 thì mỗi thừa số không vượt quá tích của chúng.

- Trong một phép chia hai số tự nhiên khác 0 thì số chia và thương không vượt quá số bị chia.

- Trong một phép nhân thì tích của chúng chia hết cho mỗi thừa số của phép nhân.

Ví dụ 1. Tìm \overline{abc} biết $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca}$.

Hướng giải. Có thể viết : $\overline{abc} = (\overline{ab} + \overline{ca}) + \overline{bc}$

$$\overline{abc} - \overline{bc} = \overline{ab} + \overline{ca} \quad (\text{tìm một số hạng của tổng})$$

$$\overline{a00} = \overline{ab} + \overline{ca}$$

$$\overline{a00} = \overline{aa} + \overline{cb} \quad (\text{cấu tạo thập phân của số})$$

Vì $a \neq 0$ mà đây là phép cộng có nhớ sang hàng trăm nên $a = 1$.

Khi đó :

$$100 = 11 + \overline{cb}, \overline{cb} = 100 - 11 \quad (\text{tìm một số hạng của tổng})$$

$$\overline{cb} = 89.$$

$$\text{Thử lại : } \overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ca} = 19 + 98 + 81 = 198 = \overline{abc}$$

Vậy số phải tìm là $\overline{abc} = 198$.

Ví dụ 2. Cho hai chữ số. Nếu lấy số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 5 và dư 13. Tìm số đã cho.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$).

$$\text{Theo đầu bài ta có } \overline{ab} = (a + b) \times 5 + 13.$$

Vì số dư bé hơn số chia nên $13 < a + b$.

Mặt khác nếu $a + b = 18$ thì $18 \times 5 + 13 = 103$ là số có ba chữ số. Do đó $a + b < 18$.

Ta có : $13 < a + b < 18$. Xét từng trường hợp với $a + b$:

+ Xét $a + b = 14$. Khi đó có : $14 \times 5 + 13 = 83$, vì $8 + 3 = 11$ nên trường hợp này bị loại.

+ Xét $a + b = 15$. Khi đó có : $15 \times 5 + 13 = 88$, vì $8 + 8 = 16$ nên trường hợp này bị loại.

+ Xét $a + b = 16$. Khi đó có : $16 \times 5 + 13 = 93$, vì $9 + 3 = 12$ nên trường hợp này bị loại.

+ Xét $a + b = 17$. Khi đó : $17 \times 5 + 13 = 98$, vì $9 + 8 = 17$ nên trường hợp này đúng với đầu bài. Vậy số phải tìm là 98.

Ví dụ 3. Tìm số có bốn chữ số, biết rằng nếu số đó nhân với 9 thì được một số có bốn chữ số nhưng được viết theo thứ tự ngược lại với số phải tìm.

Hướng giải. Gọi số phải tìm \overline{abcd} ($a \neq 0, a, b, c, d < 10$), số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{dcba} .

Theo đầu bài ta có : \overline{abcd}

$$\begin{array}{r} \times 9 \\ \hline dcba \end{array}$$

Vì tích là số có bốn chữ số (\overline{dcba}) nên $a = 1$ và $d = 9$.

Khi đó ta có : $\overline{1bc9}$

$$\begin{array}{r} \times 9 \\ \hline 9cb1 \end{array}$$

Khi nhân chữ số hàng trăm của số bị nhân (b) với 9 thì phép nhân này không nhớ sang hàng nghìn (vì nếu có nhớ sang hàng nghìn thì tích sẽ là số dư có 5 chữ số). Do đó : $b = 0$ hoặc $b = 1$.

+ Nếu $b = 0$ thì ta có : $\overline{10c9}$

$$\begin{array}{r} \times 9 \\ \hline 9c01 \end{array}$$

Khi đó : $9 \times 9 = 81$, viết 1 nhớ 8.

$$c \times 9 + 8 = 0 \text{ hay } c \times 9 \text{ phải có tận cùng là } 2.$$

Do đó $c = 8$ để $8 \times 9 = 72$.

Thử : $1089 \times 9 = 9801$. Đúng với đầu bài.

+ Nếu $b = 1$ thì ta có : $\overline{11c9}$

$$\begin{array}{r} \times 9 \\ \hline 9c01 \end{array}$$

Khi đó : $9 \times 9 = 81$, viết 1 nhớ 8.

$$c \times 9 + 8 = 1 \text{ hay } c \times 9 \text{ phải có tận cùng là } 3.$$

$$\text{Do đó } c = 7 \text{ để } 7 \times 9 = 63.$$

Thử : $1179 \times 9 = 10611$, trái với đầu bài vì tích có 5 chữ số.

4. Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một số hoặc một biểu thức chữ

Một số kiến thức cần dùng.

- Một số có hai, ba, bốn, ... chữ số thì tổng các chữ số có giá trị nhỏ nhất là 1 và giá trị lớn nhất là $9 \times 2 = 18$, $9 \times 3 = 27$, $9 \times 4 = 36$...

- Trong tổng $A + B$, nếu thêm vào A bao nhiêu đơn vị và bớt ở B đi bấy nhiêu đơn vị thì tổng vẫn không thay đổi. Do đó nếu $A + B$ không đổi mà khi A đạt giá trị lớn nhất thì B đạt giá trị nhỏ nhất.

Ví dụ. Tìm số có hai chữ số, biết rằng nếu số đó chia cho chữ số hàng đơn vị của nó thì được thương là 6 và dư 5.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0$, $a, b < 10$).

Theo đầu bài ta có : $\overline{ab} = b \times 6 + 5$.

Vì số dư bé hơn số chia bên $5 < b$. Nếu lấy giá trị nhỏ nhất của b là 6 (trong trường hợp này) thì giá trị nhỏ nhất của \overline{ab} sẽ là $6 \times 6 + 5 = 41$. Do đó $a \geq 4$.

Nếu lấy giá trị lớn nhất của b là 9 thì giá trị lớn nhất của \overline{ab} sẽ là $9 \times 6 + 5 = 59$. Do đó $a \leq 5$.

Vì thế $4 \leq a \leq 5$ nghĩa là giá trị nhỏ nhất của a là 4 và lớn nhất của a là 5.

• Nếu $a = 4$ thì $\overline{4b} = b \times 6 + 5$

Ta thấy $b \times 6 + 5$ chỉ có giá trị từ 41 đến 49 nên b chỉ có thể lấy giá trị là 6 hoặc 7.

Vì $b \times 6$ là số chẵn nên $b \times 6 + 5$ là số lẻ. Do đó b là số lẻ. Vậy ta chọn $b = 7$. Thử : $47 : 7 = 6$ (dư 5). Đúng với đầu bài.

• Nếu $a = 5$ thì $\overline{5b} = b \times 6 + 5$.

Ta thấy $b \times 6 + 5$ chỉ có giá trị từ 51 đến 59 nên b chỉ có thể lấy giá trị là 8 hoặc 9.

Vì $b \times 6 + 5$ là số lẻ nên ta chọn $b = 9$.

Thử : $59 : 9 = 6$ (dư 5) đúng với đầu bài.

Vậy số phải tìm là 47 và 59.

Ví dụ 2. Cho số có hai chữ số. Nếu lấy số đó chia cho 6 thì được thương là tích của chữ số hàng chục nhân với chính nó. Tìm số đã cho.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0$, $a, b < 10$).

Theo đầu bài ta có : $\overline{ab} : 6 = a \times a$

hay $\overline{ab} = a \times a \times 6$.

Nhận xét : $+ a > 1$ vì $a \times a \times 6 = 1 \times 1 \times 6 = 6$ chỉ là một số có một chữ số.

+ Số lớn nhất có hai chữ số chia hết cho 6 là 96. Do đó $a \times a \times 6$ có giá trị lớn nhất là 96. Vì thế $a \times a$ có giá trị lớn nhất là $96 : 6 = 16$. Vậy a có giá trị lớn nhất là 4 (vì $4 \times 4 = 16$) hay $a \leq 4$.

Từ hai nhận xét trên ta xét các trường hợp :

- Nếu $a = 2$ thì $a \times a \times 6 = 2 \times 2 \times 6 = 24 = \overline{ab}$. Đúng với điều kiện đầu bài toán vì $24 : 6 = 4$, $4 = 2 \times 2$.

- Nếu $a = 3$ thì $a \times a \times 6 = 3 \times 3 \times 6 = 54$. Trái với điều kiện bài toán vì $3b \neq 54$.

- Nếu $a = 4$ thì $a \times a \times 6 = 4 \times 4 \times 6 = 96$. Trái với điều kiện bài toán vì $4b \neq 96$.

Vậy số phải tìm là 24.

Ví dụ 3. Cho một số tự nhiên. Nếu viết thêm một số có hai chữ số (khác 0) vào bên phải số đã cho thì được số mới lớn hơn số cũ 1994 đơn vị. Hãy tìm số đã cho và số viết thêm đó.

Hướng giải. Gọi số đã cho là N và số viết thêm là \overline{xy} thì số mới sẽ là \overline{Nxy} . Theo đầu bài ta có :

$$\overline{Nxy} - N = 1994$$

$$N \times 100 + \overline{xy} - N = 1994$$

$$(\text{Phân tích số } \overline{Nxy} \text{ thành } N \times 100 + \overline{xy})$$

$$N \times (100 - 1) + \overline{xy} = 1994 \text{ (một số nhân với một hiệu)}$$

$$N \times 99 + \overline{xy} = 1994$$

+ Nếu \overline{xy} đạt giá trị lớn nhất là 99 thì N sẽ đạt giá trị nhỏ nhất được xác định như sau :

$$N \times 99 + 99 = 1994$$

$$N \times 99 = 1994 - 99 \text{ (tìm một số hạng của một tổng)}$$

$$N \times 99 = 1895$$

$$N = 1895 : 99 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

$$N = 19,14$$

Vì N là số tự nhiên nên giá trị nhỏ nhất của N được ghi là $N > 19$.

+ Nếu \overline{xy} đạt giá trị nhỏ nhất là 10 thì N sẽ đạt giá trị lớn nhất được xác định như sau :

$$N \times 99 + 10 = 1994$$

$$N \times 99 = 1994 - 10 \text{ (tìm số hạng của tổng)}$$

$$N \times 99 = 1984$$

$$N = 1984 : 99 \text{ (tìm thừa số của tích)}$$

$$N = 20,24.$$

Vì N là số tự nhiên nên giá trị lớn nhất của N được ghi là ≤ 20

Vì $19 < N \leq 20$ nên ta thử với $N = 20$.

$$\overline{Nxy} - N = 1994$$

$$\overline{Nxy} = 1994 + N$$

$$\overline{20xy} = 1994 + 20 = 2014.$$

Vậy số phải tìm là 20 và số viết thêm là 14.

5. Sự chia hết của một số tự nhiên

Một số kiến thức cần dùng.

- Nếu $A \times B \times C = D$ thì D chia hết cho mỗi thừa số, tức là $D : A, D : B, D : C$.

- Một số chẵn thì chia hết cho 2, một số chia hết cho 2 thì nó là số chẵn.

- Một số có tận cùng bằng 0 và 5 thì chia hết cho 5 ; một số chia hết cho 5 thì nó có tận cùng là 0 hoặc 5.

- Một số có tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 3, một số chia hết cho 3 thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.

- Một số có tổng các chữ số của nó chia hết cho 9 thì số đó chia hết cho 9, một số chia hết cho 9 thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.

- Một số có hai chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 4 thì số đó chia hết cho 4, một số chia hết cho 4 thì có hai chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 4.

- Một số có ba chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 8 thì số đó chia hết cho 8, một số chia hết cho 8 thì có ba chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 8

- Số 0 chia hết cho mọi số tự nhiên khác 0.

- Một số chia cho 3 dư 1 (hoặc 2) thì tổng các chữ số của nó chia cho 3 cũng dư 1 (hoặc 2), một số chia cho 9 dư bao nhiêu thì tổng các chữ số của nó chia cho 9 cũng dư bấy nhiêu.

- Nếu A và B cùng chia hết cho N thì $A + B$ (hoặc $A - B, B - A$) cũng chia hết cho N.

- Nếu $A + B$ chia hết cho N, mà A chia hết cho N thì B chia hết cho N.

Ví dụ 1. Tìm số $\overline{283ab}$ biết rằng số đó cùng chia hết cho 2, 3 và 5.

Hướng giải. + Vì $\overline{283ab}$ chia hết cho 2 và 5 nên $b = 0$.

+ Vì $\overline{283ab}$ chia hết cho 3 nên $2 + 8 + 3 + a + b$ là số chia hết cho 3. Vì $b = 0$ nên $2 + 8 + 3 + a = 13 + a$ phải chia hết cho 3. Vì $a < 10$ nên ta xét các trường hợp sau :

- $13 + a$ chia hết cho 3 thì chọn $13 + a = 15$, khi đó $a = 2$
- $13 + a$ chia hết cho 3 thì chọn $13 + a = 18$, khi đó $a = 5$
- $13 + a$ chia hết cho 3 thì chọn $13 + a = 21$, khi đó $a = 8$

Vậy các số phải tìm là 28320, 28350, 28380.

Ví dụ 2. Tìm số có hai chữ số, biết rằng số đó gấp 3 lần tích các chữ số của nó.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0$; $a, b < 10$). Theo đầu bài ta có: $\overline{ab} = a \times b \times 3$

Nhận xét vì $a \neq 0$ nên $b \neq 0$.

\overline{ab} chia hết cho a, b và 3 .

Vì \overline{ab} chia hết cho a nên b chia hết cho a , do đó $a < 5$ để b là số có một chữ số.

Xét các trường hợp $a = 1, a = 2, a = 3, a = 4$.

+ Với $a = 1$ thì $\overline{1b} = 1 \times b \times 3 = b \times 3$ Vì $b \times 3$ có tận cùng là b ($\neq 0$) nên $b = 5$.

Thử: $1 \times 5 \times 3 = 15$. Đúng với đầu bài.

+ Với $a = 2$ thì $\overline{2b} = 2 \times b \times 3 = b \times 6$ Vì $b \times 6$ có tận cùng là b ($\neq 0$) nên $b = 2, 4, 6, 8$. Nhưng $b \times 6 = \overline{2b}$ nên $b = 4$ để $4 \times 6 = 24$.

Thử: $2 \times 4 \times 3 = 24$. Đúng với đầu bài.

+ Với $a = 3$ thì $\overline{3b} = 3 \times b \times 3 = b \times 9$ Vì $b \times 9$ có tận cùng là b ($\neq 0$) nên $b = 5$

Thử: $3 \times 5 \times 3 = 45 > 35$. Loại.

+ Với $a = 4$ thì $\overline{4b} = 4 \times b \times 3 = b \times 12$

Nếu $\overline{4b} = b \times 12$ thì $\overline{4b}$ chia hết cho 12 . Do đó $b = 8$, hay số phải tìm là 48 . Khi đó ta có: $b \times 12 = 8 \times 12 = 96$. Vì $48 \neq 96$ nên loại trường hợp này.

Vậy các số phải tìm là 15 và 24 .

6. Phối hợp nhiều cách giải

Có không ít những bài toán mà khi giải những bài toán đó đòi hỏi phải có sự phối hợp (hợp lí) nhiều biện pháp mới hi vọng có được một bài giải hay, cách giải đẹp, gọn gàng, dễ hiểu (lẽ đương nhiên bài giải theo cách này cũng phải đúng và chặt chẽ).

Ví dụ 1. Tìm số có ba chữ số, biết rằng số đó cộng với tổng các chữ số của nó thì bằng 555 .

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a \neq 0, a, b, c < 10$).

Theo đầu bài ta có $\overline{abc} + a + b + c = 555$

Nhận xét:

• $\overline{abc} < 555$, do đó $a \leq 5$ và $b \leq 5$

• Trong trường hợp này tổng các chữ $a + b + c$ đạt giá trị lớn nhất là $5 + 4 + 9 = 18$; Khi đó \overline{abc} sẽ đạt giá trị nhỏ nhất là $555 - 18 = 537$. Do đó $\overline{abc} > 536$.

• Từ các nhận xét trên ta có:

$$536 < \overline{abc} < 555.$$

Do đó ta có: $a = 5$. Khi đó ta có:

$$\overline{5bc} + 5 + b + c = 555$$

$$500 + \overline{bc} + 5 + b + c = 555 \quad (\text{cấu tạo thập phân của số})$$

$$505 + \overline{bb} + c + c = 555 \quad (\text{cấu tạo thập phân của số})$$

$$\overline{bb} + c \times 2 = 555 - 505 \quad (\text{tìm một số hạng của tổng})$$

$$\overline{bb} + c \times 2 = 50$$

Nếu c đạt giá trị lớn nhất là 9 thì \overline{bb} đạt giá trị nhỏ nhất là $50 - 9 \times 2 = 32$, do đó $b > 3$.

Vì $b \leq 5$ và $b > 3$ nên $b = 4$ hoặc $b = 5$ vì $c \times 2$ và 50 đều là số chẵn nên b phải là số chẵn. Do đó $b = 4$. Khi đó ta có:

$$44 + c \times 2 = 50$$

$$c \times 2 = 50 - 44 \quad (\text{tìm số hạng của một tổng})$$

$$c \times 2 = 6$$

$$c = 6 : 2 \quad (\text{tìm một thừa số của tích})$$

$$c = 3$$

Thử: $543 + 5 + 4 + 3 = 555$. Đúng với đầu bài.

Vậy số phải tìm là 543 .

Ví dụ 2. Cho số có ba chữ số. Nếu viết thêm chữ số 1 vào bên phải số đã cho, viết thêm chữ số 2 vào bên trái số đã cho thì được hai số đều có bốn chữ số, mà trong đó số này gấp ba số kia. Hãy tìm số đã cho.

Hướng giải. Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a \neq 0, a, b, c < 10$). Theo đầu bài ta có hai số mới là $\overline{abc1}$ và $\overline{2abc}$. Trong hai số này sẽ có một số lớn gấp ba lần số kia, do đó có thể có khả năng hoặc $\overline{abc1} < \overline{2abc}$ hoặc $\overline{abc1} > \overline{2abc}$.

a) Xét khả năng $\overline{abc1} < \overline{2abc}$.

Theo đầu bài ta có $\overline{abc1} \times 3 = \overline{2abc}$

Vì $a \neq 0$ nên $a \times 3 > 2$ (hàng nghìn). Do đó không có số \overline{abc} nào thỏa mãn điều kiện bài toán.

b) Xét khả năng $\overline{2abc} < \overline{abc1}$.

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{2abc} \times 3 = \overline{abc1}$$

$$(2000 + \overline{abc}) \times 3 = \overline{abc} \times 10 + 1 \quad (\text{cấu tạo thập phân của số})$$

$$2000 \times 3 + \overline{abc} \times 3 = \overline{abc} \times 10 + 1 \quad (\text{nhân một tổng với một số})$$

$$6000 + \overline{abc} \times 3 = \overline{abc} \times (3 + 7) + 1$$

$$6000 + \overline{abc} \times 3 = \overline{abc} \times 3 + \overline{abc} \times 7 + 1 \quad (\text{một số nhân với một tổng})$$

$$6000 = \overline{abc} \times 7 + 1 \quad (\text{cùng trừ đi } \overline{abc})$$

$$\overline{abc} \times 7 = 6000 - 1 \quad (\text{tìm một số hạng của tổng})$$

$$\overline{abc} \times 7 = 5999$$

$$\overline{abc} = 5999 : 7 \quad (\text{tìm một thừa số của tích})$$

$$\overline{abc} = 857.$$

Thử lại : $2857 \times 3 = 8571$. Đúng với đầu bài.

Vậy số phải tìm là 857.

BÀI TẬP

109. Tìm số có hai chữ số, biết rằng số mới viết theo thứ tự ngược lại nhân với số phải tìm thì được 3154 ; số nhỏ trong hai số đó thì lớn hơn tổng các chữ số của nó là 27.

110. Cho số có hai chữ số. Nếu lấy số đó chia cho hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị của nó thì được thương là 18 và dư 4. Tìm số đã cho.

111. Cho số có hai chữ số và số có bốn chữ số mà tổng của hai số đó bằng 2750. Nếu cả hai số đều được viết theo thứ tự ngược lại thì tổng của hai số này bằng 8888. Tìm hai số đã cho.

112. Tìm số có bốn chữ số khác nhau, biết rằng nếu viết thêm một chữ số 0 vào giữa hàng nghìn và hàng trăm thì được số mới gấp 9 lần số phải tìm.

113. Tìm số có ba chữ số, biết rằng số đó vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 9, hiệu giữa số đó với số viết theo thứ tự ngược lại bằng 297.

114. Tìm số có hai chữ số, biết rằng khi chia số đó cho chữ số hàng đơn vị của nó thì được thương bằng số chia và số dư là chữ số hàng chục.

115. Tìm \overline{abcd} biết :

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1977.$$

116. Cho ba chữ số khác nhau và khác 0.

Từ ba chữ số này lập tất cả các số gồm ba chữ số, trong mỗi số đó phải có đủ cả ba chữ số khác nhau đã cho. Biết rằng tổng các số vừa lập được thì bằng 2664, hiệu của số lớn nhất và số bé nhất thì bằng 198. Tìm ba chữ số đó.

117. Tìm số gồm ba chữ số có hàng trăm là 1 và số đó bằng 17 lần tổng các chữ số của nó.

118. Cho ba chữ số khác nhau. Hãy tìm số đã cho, biết rằng số đó bằng tổng tất cả các số gồm hai chữ số khác nhau trong ba chữ số đã cho.

Phần thứ hai

GỢI Ý

§ 8

64. Vì số giấy của hai bạn mua như nhau nên ta chỉ cần so sánh xem Dương mua nhiều hơn Giang mấy ngòi bút, và do đó Dương phải trả hơn Giang mấy đồng? Từ đó ta tính được giá tiền 1 ngòi bút.

Tính xem mỗi bạn mua ngòi bút hết bao nhiêu tiền, từ đó tính được số tiền mua giấy, cuối cùng tính được giá tiền 1 tập giấy.

Cần chú ý rằng trong bài toán này cho biết số tập giấy của hai bạn mua như nhau, do đó số tiền mua của hai bạn khác nhau là do số ngòi bút mua khác nhau. Từ bài toán này cho ta một suy nghĩ như sau: khi giải một bài toán tương tự như thế này ta sẽ tìm cách làm cho hai số nào đó trở nên bằng nhau rồi tiếp tục giải như trên.

65. Giả sử Bình mua 10 tập giấy và 10 bút chì thì hết bao nhiêu tiền? Ta tóm tắt bài toán:

15 tập giấy 10 bút 31600 đồng

10 tập giấy 10 bút 26400 đồng

- Tìm giá tiền một tập giấy.

- Tìm giá tiền 1 bút.

66. Bài toán được tóm tắt như sau:

3 lọ xanh 2 lọ đỏ 9200 đồng

2 lọ xanh 3 lọ đỏ 8800 đồng

Ở đây ta sẽ làm cho số lọ mực xanh (hoặc đỏ cũng được) ở hai lần mua trở thành bằng nhau. Muốn vậy, ta giả sử rằng lần đầu mua gấp đôi số lượng đã mua, tức là mua 6 lọ mực xanh và 4 lọ mực đỏ thì số tiền mua cũng phải gấp đôi là $9200 \times 2 = 18400$ (đồng). Đồng thời, ta giả sử rằng lần sau mua gấp ba số lượng đã mua, tức là mua 6 lọ mực xanh và 9 lọ mực đỏ thì số tiền mua cũng phải gấp ba lần $8800 \times 3 = 26400$ (đồng). Bài toán đã cho trở thành bài toán sau đây:

6 lọ xanh 4 lọ đỏ 18400 đồng;

6 lọ xanh 9 lọ đỏ 26400 đồng;

Cách giải bài toán này hoàn toàn tương tự với bài toán trên.

67. Ta tóm tắt bài toán như sau:

Sáng 35 chai loại một 65 chai loại hai 435000 đồng

Chiều 35×2 65×3 1130000 đồng

Ta có thể biến đổi bài toán đã cho thành bài toán sau:

Sáng 35×2 chai loại một 65×2 chai loại hai 435000×2 (đồng)

Chiều 35×2 65×3 1130000 đồng.

Vì số nước mắm loại một bán buổi sáng và chiều như nhau, nên ta chỉ cần so sánh số nước mắm loại hai tương ứng với sự so sánh về số tiền:

130 chai loại hai 870000 đồng

195 chai loại hai 1130000 đồng.

Từ đây ta tính được giá tiền một chai loại hai, rồi tiếp tục tính giá tiền một chai loại một (như các bài toán trên).

68. Gấp 5 lần số lượng bán lần đầu và 4 lần số lượng bán lần sau, ta có thể tóm tắt bài toán như sau:

60 áo 25 quần 1340000 đồng

60 áo 32 quần 1480000 đồng.

Tiếp tục giải như các bài toán trên:

- Tìm giá tiền 1 quần.

- Tìm giá tiền 1 áo.

69. Tiến hành giải theo trình tự sau :

- Giá tiền 1 bàn nhiều hơn 1 ghế là mấy đồng ? Vì phải trả thêm 30000 đồng nên tính xem đã mua số ghế nhiều hơn số bàn là mấy cái ?

- Giả sử bớt đi một số ghế để làm cho số bàn bằng số ghế, từ đó tính được số bàn và số ghế đã mua.

70. Tóm tắt bài toán :

10 trứng gà và 5 trứng vịt hết 9500 đồng
5 trứng gà hơn 2 trứng vịt là 1600 đồng

Ta có thể biến đổi thành bài toán sau :

20 trứng gà và 10 trứng vịt hết 19000 đồng
(gấp đôi số lượng)
25 trứng gà hơn 10 trứng vịt là 8000 đồng
(gấp năm số lượng)

Tức là giá 25 trứng gà bằng giá 10 trứng vịt cộng thêm 8000 đồng.

Ta suy ra 45 quả trứng gà là bao nhiêu tiền. Vậy một quả trứng gà giá bao nhiêu tiền ? Do đó mua 10 quả trứng gà hết bao nhiêu tiền ?

Mua 5 quả trứng vịt hết bao nhiêu tiền ? Vậy một quả trứng vịt giá bao nhiêu tiền ?

Bài toán đã cho có thể giải thích theo cách khác sau đây :

10 trứng gà và 5 trứng vịt hết 9500 đồng
10 trứng gà hơn 4 trứng vịt là 3200 đồng

Từ đó tính được giá tiền 1 trứng vịt, rồi tiếp tục tính giá tiền một trứng gà.

71. Theo đầu bài, số tiền (chưa biết) của từng người được nhắc lại hai lần, do đó có thể tính được hai lần tổng số tiền của ba người, nhờ đó tính được tổng số tiền của ba người.

Cuối cùng tính được số tiền của từng người theo cách sau đây : đã biết tổng ba số và tổng hai số trong đó, tìm số còn lại.

72. - Tương tự như bài trên, ta có thể hiểu và giải bài toán này như sau :

- Biết tổng của ba trong bốn số và biết tổng bốn số đó, tìm số còn lại.

- Biết tổng của hai trong ba số và biết tổng ba số đó, tìm số còn lại.

73. Tưởng tượng rằng ta có thể nối liền hai quãng đường đã đi (xem sơ đồ phần lời giải).

Vì một lần đi bộ rời khỏi thành phố bao nhiêu km rồi đi bộ quay trở lại thành phố bấy nhiêu km, nên coi như người du lịch không đi bộ một đoạn đường nào mà cả hai lần đều chỉ đi ngựa.

Hãy tính xem người đó đi ngựa cả thảy bao nhiêu km ?

Thời gian đi ngựa cả thảy bao nhiêu giờ ?

Từ đó tính được vận tốc đi ngựa của người du lịch.

74. Tích của số phải tìm với số 12345679 ít nhất có mấy chữ số 9 ?

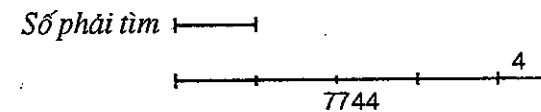
Kiểm tra xem tích đó có chia hết cho 12345679 không ?

- Thêm một chữ số 9 vào tích trên rồi kiểm tra xem tích này có chia hết cho 12345679 không ? Số phải tìm là số nào ?

75. Cách 1. Số phải tìm chỉ nhân với 4 mà không cộng với 4 thì có kết quả là bao nhiêu ?

- Số phải tìm không nhân với 4 thì có kết quả là bao nhiêu ?

- Số phải tìm là số nào ? Hình 26.



Hình 26

Cách 2. Gọi x là số phải tìm, theo đầu bài ta có :

$$x \times 4 + 4 = 7744.$$

Coi $x \times 4$ là một số hạng chưa biết của tổng thì :

$$x \times 4 = 7744 - 4 = 7740$$

Coi x là một thừa số chưa biết của tích thì :

$$x = 7740 : 4 = 1935.$$

Vậy số phải tìm là 1935.

76. - Sau hai lần chuyển thì mỗi số mới là bao nhiêu ?

- Số thứ nhất nhân thêm 2 đơn vị thì được số mới. Vậy lúc đầu số đó là bao nhiêu ?

- Số thứ hai nhân thêm 3 đơn vị nhưng lại bớt đi 2 đơn vị thì được số mới. Vậy lúc đầu số đó là bao nhiêu ?

77. - Sau khi chuyển nếu coi số gạo ở kho A là 1 phần thì số gạo ở kho B là 2 phần và số gạo ở kho C là 4 phần như thế.

- Sau khi chuyển thì số gạo ở kho A là bao nhiêu tấn ? Do đó lúc đầu ở kho A có bao nhiêu tấn gạo ?

- Lúc đầu ở kho C có bao nhiêu tấn gạo ?

78. - Cuối cùng Kiên có 30 viên bi. Như vậy trước lúc nhận bi của Hiền thì Kiên có bao nhiêu viên bi ?

- Cuối cùng Hiền có 35 viên bi. Như vậy trước lúc cho Kiên Hiền có bao nhiêu viên bi ?

- Lúc đầu Hiền có bao nhiêu viên bi ?

- Lúc đầu Kiên có bao nhiêu viên bi ?

79. - Số đội viên có thể là 42, 45, 48 bạn (giải thích ?). Do đó xét từng trường hợp :

a) Tổng số đội viên của ba đội là 42 bạn.

- Sau khi chuyển lần thứ ba thì mỗi đội sẽ có bao nhiêu bạn ?

- Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì đội A có bao nhiêu bạn ? Đội C có bao nhiêu bạn ?

- Trước khi chuyển từ đội B sang đội C thì đội C có bao nhiêu bạn ? Hãy nhận xét về phép tính này xem kết quả có đúng với điều kiện bài toán không ?

b) Tổng số đội viên của ba đội là 45 bạn.

- Sau khi chuyển lần thứ ba thì mỗi đội sẽ có bao nhiêu bạn ?

- Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì đội A có bao nhiêu bạn ? Hãy nhận xét về phép tính này xem kết quả có đúng với điều kiện bài toán không ?

c) Tổng số đội viên của ba đội là 48 bạn.

- Sau khi chuyển lần thứ ba thì mỗi đội sẽ có bao nhiêu bạn ?

- Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì đội A có bao nhiêu bạn ? Đội C có bao nhiêu bạn ?

- Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì đội A có bao nhiêu bạn ? Đội B có bao nhiêu bạn ?

- Trước khi chuyển từ đội A sang đội B thì đội B có bao nhiêu bạn ? Đội A có bao nhiêu bạn ?

- Vậy lúc đầu ở mỗi đội có bao nhiêu bạn ?

80. Có thể giải theo trình tự sau (xem hình vẽ ở phần lời giải) :

a) Tìm số thỏ còn lại sau khi bán lần thứ hai.

- Sau khi bán lần thứ hai, số thỏ còn lại được chia thành mấy phần bằng nhau ?

- Lần bán thứ ba bán mấy con thỏ ?

- Sau lần bán thứ hai còn lại bao nhiêu con thỏ ?

b) Tìm số thỏ còn lại sau khi bán lần thứ nhất.

- Sau khi bán lần thứ nhất, số thỏ còn lại được chia thành mấy phần bằng nhau ?

- Lần thứ hai bán mấy con thỏ ?

- Sau lần bán thứ nhất còn lại bao nhiêu con thỏ ?

c) Tìm số thỏ lúc đầu chưa bán.

- Trước lúc chưa bán số thỏ được chia thành mấy phần bằng nhau ?

- Lần thứ nhất bán mấy con thỏ ?

- Lúc đầu có bao nhiêu con thỏ ?

(*Chú ý* : không cần phải tính số thỏ đã bán mỗi lần bằng cách lập dãy tính).

81. Có thể giải theo trình tự sau (xem hình vẽ ở phần lời giải) :

a) Tìm số gà còn lại sau lần bán thứ ba. Lần thứ tư bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con thì vừa hết số gà, như vậy $\frac{1}{2}$ con gà chính là $\frac{1}{2}$ số gà còn lại. Do đó sau khi bán lần thứ ba còn lại 1 con gà.

b) Tìm số gà còn lại sau khi bán lần thứ hai. Lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con thì còn 1 con. Do đó sau khi bán lần thứ hai còn lại mấy con gà ?

c) Tìm số gà còn lại sau khi bán lần thứ nhất. Lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con thì còn 3 con. Do đó sau khi bán lần thứ nhất còn lại mấy con gà ?

d) Tìm tổng số gà đem bán.

82. Có thể giải theo trình tự sau :

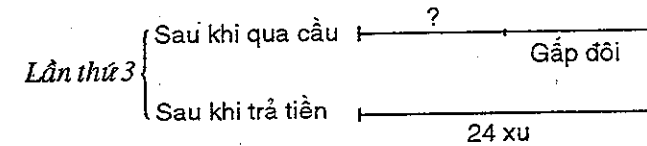
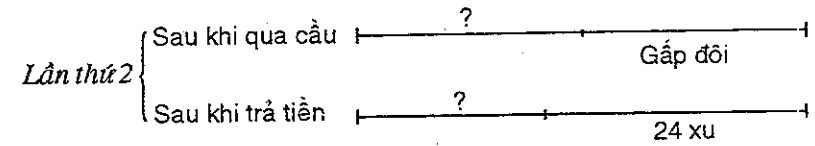
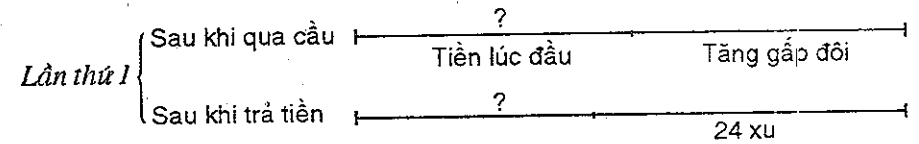
a) Tìm số ngựa còn lại sau ba lần mất ngựa (sau khi chạy xuống phía nam, bị mất ở phía đông, chạy sang phía tây). Số đó là 3 con.

b) Tìm số ngựa còn lại sau hai lần mất ngựa (sau khi chạy xuống phía nam, bị mất ở phương đông). Số đó là 7 con.

c) Tìm số ngựa còn lại sau lần đầu mất ngựa (sau khi chạy xuống phía nam). Số đó là 15 con.

d) Tìm số ngựa lúc chưa bị mất. Số đó là 31 con.

83. (Xem hình 27).



Hình 27

Dựa vào sơ đồ trên có thể giải bài toán theo trình tự sau :

a) Lần thứ ba : - Sau khi trả tiền có còn xu nào không ?

- Sau khi qua cầu có bao nhiêu tiền ?

b) Lần thứ hai : - Sau khi trả tiền thì còn bao nhiêu tiền ?

- Sau khi qua cầu có bao nhiêu tiền ?

d) Trước khi qua cầu lần đầu có bao nhiêu tiền ?

84. Cách 1. - Cặp hai chữ số có hiệu bằng 2 là những số nào ?

- Tổng hai chữ số trong mỗi cặp bằng bao nhiêu ?

- Các số phải tìm là những số nào ?

Cách 2. - Cặp hai chữ số có tổng bằng 12 là những số nào ?

- Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp bằng bao nhiêu ?

- Các số phải tìm là những số nào ?

Cách 3. (Phương pháp giải bài toán : "Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng") :

$$\text{số bé bằng : } (12 - 2) : 2 = 5$$

$$\text{số lớn bằng : } 12 - 5 = 7.$$

Hoặc $\text{số lớn bằng : } (12 + 2) : 2 = 7$

$$\text{số bé bằng : } 12 - 7 = 5.$$

Vậy các số phải tìm là 57 hoặc 75.

85. *Cách 1.* - Cặp hai chữ số có tổng bằng 14 là những số nào ?

- Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp bằng bao nhiêu ?

- Số phải tìm là số nào ?

Cách 2. - Vì hiệu hai chữ số bằng 0 nên hai chữ số đó phải giống nhau.

- Vì tổng hai chữ số đó bằng 14 nên chữ số phải tìm là chữ số nào ?

- Số phải tìm là số nào ?

86. *Cách 1.* - Cặp hai chữ số có tổng bằng 9 là những số nào ?

- Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp bằng bao nhiêu ?

- Có số nào đúng với đầu bài không ?

Cách 2. - Vì hiệu hai chữ số bằng 0 nên hai chữ số đó phải giống nhau.

- Tổng hai chữ số giống nhau phải là một số chẵn.

- Đầu bài cho tổng hai chữ số đó là một số lẻ nên có số nào đúng với đầu bài không ?

87. *Cách 1.* - Cặp hai chữ số có hiệu bằng 5 là những số nào ?

- Tích hai chữ số trong mỗi cặp bằng bao nhiêu ?

- Các số phải tìm là những số nào ?

Cách 2.

- Cặp hai chữ số có tích bằng 24 là những số nào ?

- Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp bằng bao nhiêu ?

- Các số phải tìm là những số nào ?

88. *Cách 1.*

- Thống kê tất cả các số có 4 chữ số : 1234, 2345...

- Tính tổng bốn chữ số của từng số vừa thống kê xem các số nào có tổng các chữ số bằng 22 ?

- *Cách 2.*

- Ta coi bốn chữ số đã cho là bốn số tự nhiên (có 1 chữ số), do đó số trung bình của bốn số đó bằng bao nhiêu ? (5,5)

- Vì mỗi số tự nhiên đó bé hơn 10 nên ta chỉ cần xét số bé nhất trong bốn số đã cho là 5 hoặc 4 (5678, 4567).

- Các số phải tìm là số nào ?

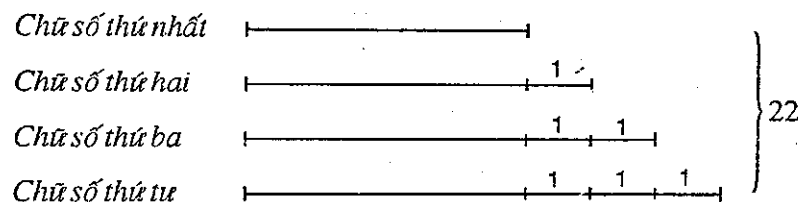
Cách 3.

- Giả sử số đã cho có bốn chữ số giống nhau 4444, 5555, 6666 ...

- Xét số 4444 ta có tổng các chữ số bằng 16. Vì $22 - 16 = 6$ nên ta có số 4567 có tổng đúng bằng 22.

- Vậy các số phải tìm là 4567 hoặc 7654.

Cách 4. (Xem hình 28)



Hình 28

Do đó : Chữ số thứ nhất là : $(22 - 6) : 4 = 4$

Chữ số thứ hai là 5

Chữ số thứ ba là 6

Chữ số thứ tư là 7

Vậy số phải tìm là 4567 và 7654.

89. - Lần lượt cho chữ số hàng chục là 1, 2, 3, 4 rồi tìm chữ số hàng trăm tương ứng.

- Tính tích hai chữ số hàng chục và hàng trăm, tính tổng hai chữ số đó rồi tính thương của hai kết quả này.

- Số phải tìm là số nào ?

90. *Cách 1.* - Cặp hai chữ số có tổng bằng 13 là những số nào ?

- Xét hiệu của hai số mà mỗi số gồm hai chữ số vừa tìm trên.

- Số phải tìm là số nào ?

Cách 2. - Nhận xét : Vì hiệu của số đã cho và số viết theo thứ tự ngược lại bằng một số có chữ số tận cùng là 7 nên ở số đã cho có chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là : $10 - 7 = 3$. (Vì đây là phép trừ có nhớ nên phải bớt đi 10 đơn vị ở hàng chục).

- Giải bài toán : "Tìm hai số khi biết tổng (là 13) và hiệu (là 3) của hai số đó", trong đó mỗi số phải tìm chính là một chữ số của số đã cho.

Cách 3. - Gọi \overline{ab} là số đã cho thì $\overline{ab} - \overline{ba} = ?$.

Ta có nhận xét : vì $\overline{ab} - \overline{ba} = ?$ nên a phải lớn hơn b là 3 đơn vị ($10 - 7 = 3$). Nhưng vì $a > b$ nên $\overline{ab} - \overline{ba}$ là phép trừ có nhớ sang hàng chục, do đó $\overline{ab} - \overline{ba} = 27$ (vì $3 - 1 = 2$).

Vì $a + b = 13$ nên ở tổng $\overline{ab} + \overline{ba}$, ta có :

hàng đơn vị : $b + a = 13$ đơn vị

hàng chục : $a + b = 13$ chục.

Do đó $\overline{ab} + \overline{ba} = 130 + 13 = 143$.

- Giải bài toán : "Tìm hai số khi biết tổng (là 143) và hiệu (là 27) của hai số đó". Số đã cho là :

$$(143 + 27) : 2 = 85.$$

91. Gọi số đã cho là \overline{ab} và hai chữ số được viết thêm là c và d , theo đầu bài ta có :

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} \\ - \overline{ab} \\ \hline \overline{1995} \end{array} \quad \text{hay } 1995 + \overline{ab} = \overline{abcd}$$

- Nếu phép trừ không nhớ sang hàng trăm thì $\overline{ab} = ?$. Thử với số đó.

- Nếu phép trừ có nhớ sang hàng trăm thì $\overline{ab} = ?$. Thử với số đó ?

- Số đã cho là số nào ? Các chữ số được viết thêm là chữ số nào ?

Cách 2. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{abcd} = \overline{ab} \times 100 + \overline{cd}$$

$$- \overline{ab} = \overline{ab}$$

Từ đó
$$\overline{1995} = \overline{ab} \times 99 + \overline{cd}$$

- *Nhận xét* : Ta thấy $\overline{cd} < 99$, vì nếu $\overline{cd} = 99$ thì $\overline{ab} \times 99 = 1995 - 99 = 1896$; do đó $\overline{ab} = 1896 : 99$ là phép chia có dư (trái với đầu bài). Vậy nếu coi 1995 là số bị chia thì số chia là 99, thương là \overline{ab} và số dư là \overline{cd} .

Do đó ta có :

$$\begin{array}{r} 1995 \\ 99 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 20 \end{array}$$

Vậy số đã cho là 20, số được viết thêm là 15.

92. - Khoảng thời gian tính từ 10 năm trước đây đến 22 năm sau này có tất cả là bao nhiêu năm ?

- Vì 10 năm trước đây tuổi bố gấp 10 lần tuổi con nên lúc đó tuổi bố là một số tận cùng là chữ số nào ?

- Lần lượt tìm tuổi bố 10 năm trước đây thì sẽ tính được tuổi bố, tuổi con 22 năm sau nữa. Thử xem sau 22 năm thì tuổi bố có gấp đôi tuổi con không ?

- Từ đó tính được tuổi bố, tuổi con hiện nay.

93. - Cho đến khi gặp nhau, người thứ nhất đi được 216 km thì người thứ hai đi được bao nhiêu km ?

- Nếu họ đi một ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường là bao nhiêu km ?

Nếu họ đi 2 ngày, 3 ngày v.v... mà gặp nhau thì hiệu đó là bao nhiêu km? Cứ tiếp tục làm như vậy cho đến khi thấy số ngày đi đúng bằng hiệu đó thì dừng lại.

94. Bước 1.

Trước hết có tất cả 3 cách đong :

7	0
0	5
7	5

Cách cuối cùng không mang lại kết quả vì sẽ không còn bình để đong tiếp nữa. Do đó, ta chỉ xét hai cách đong ở trên. Giả sử, ta xét cách đầu tiên.

Bước 2 : Nếu để lại 7l vào thùng thì chẳng có ích lợi gì vì như thế sẽ quay trở lại lúc ban đầu. Do đó chỉ có thể đổ từ bình 7l sang bình 5l tức là ta có hai bước :

7	0
2	5

Như vậy ta có được 2l. Tiếp tục phân tích như trên để xác định các bước tiếp theo : chú ý rằng, bình nhỏ là 5l nên muốn đong 4l thì phải đong được $4 + 5 = 9$ (lít).

Hoặc ở bước 2, ta có thể xét cách đong thứ hai.

95. Vẽ graph nối ba đỉnh của một tam giác, mỗi đỉnh ứng với một trận. Theo giả thiết hãy xét quan hệ giữa số ván thắng của từng trận với nửa số ván thắng này của trận khác. Từ đó, suy ra số bàn thắng trong cả trận.

96. Hãy vẽ kí hiệu hai nhóm đối tượng : nhóm thứ nhất đại diện cho ba bạn : Dương, Kiên, Hiền, nhóm thứ hai thay cho ba đồ chơi : đèn, bóng bay, trống. Theo giả thiết hãy diễn tả mối quan hệ "ai thích gì" (tức là có quan hệ) bằng nét liền và "ai không thích gì" (tức là không có quan hệ) bằng nét đứt. Chú ý rằng mỗi người chỉ được chia một thứ đồ chơi thôi để suy ra kết quả.

97. Hãy vẽ kí hiệu hai nhóm đối tượng thay cho bốn bạn và thay cho bốn giải 1, 2, 3, 4. Theo từng giả thiết của bài toán hãy diễn tả mối quan hệ "ai đạt giải mấy" (tức là có quan hệ) bằng nét liền, còn "ai không đạt giải mấy" (tức là không có quan hệ) bằng nét đứt, rồi suy luận, chẳng hạn bắt đầu xét "Linh đạt giải mấy?", sau đó "ai đạt giải 4" v.v...

98. Hãy vẽ kí hiệu hai nhóm đối tượng thay cho bốn bạn và thay cho bốn giải 1, 2, 3, 4. Theo đề bài, câu trả lời của mỗi bạn đều có hai phần, một phần đúng, một phần sai. Ở đây hãy diễn đạt từng câu trả lời của mỗi bạn trong quan hệ "ai đạt giải mấy" bằng cùng một loại kí hiệu : nét đứt, nét liền, nét chấm chấm. Mỗi loại có hai đoạn thay cho hai phần của các câu trả lời. Biết rằng, trong mỗi hai đoạn ấy, bao giờ cũng có một đúng, một sai. Hãy dựa vào giả thiết này mà suy luận, chẳng hạn xét từ Dung trước tiên.

99. Bài toán có đề cập ba nhóm đối tượng : nhóm ba bạn Dương, Linh, Nhung ; nhóm ba áo trắng, xanh, hồng ; nhóm ba cặp tóc trắng, xanh, hồng. Vì thế, hãy vẽ kí hiệu ba nhóm đối tượng này theo giả thiết diễn tả quan hệ "ai mặc áo màu gì" hoặc "ai cặp tóc màu gì" bằng nét liền, còn quan hệ "ai không mặc màu gì" hoặc "ai không cặp tóc màu gì" tức là không có quan hệ bằng nét đứt. Từ đó, bắt đầu suy luận, chẳng hạn xét từ Nhung trước.

100. Bài toán này cũng có ba nhóm đối tượng : nhóm ba cô giáo Châu, Tị, Ninh ; nhóm ba trường Đoàn Kết, Nguyễn Trãi, Thăng Long, nhóm ba giờ dạy mẫu Toán, Tiếng Việt, Lịch sử. Tương tự như bài trên, giữa các đối tượng nào, theo giả thiết, nếu có quan hệ thì nối bằng nét liền, nếu không có quan hệ thì nối bằng nét đứt. Từ đó, bắt đầu suy luận, có thể trước hết xem cô Hồng dạy mẫu môn gì...

101. (h. 29) *Cách 1.* - Hình tam giác ABC đã biết đáy $BC = 35m$, do đó muốn tính diện tích hình đó thì cần phải tính chiều cao AH.

- AH là chiều cao của những hình tam giác nào ?
- Dựa vào hình tam giác nào để tính AH ?

Cách 2. - AH là chiều cao chung của những hình tam giác nào ?

- Hai hình tam giác có chung chiều cao, có đáy gấp nhau bao nhiêu lần thì hai diện tích gấp nhau bấy nhiêu lần.

- Từ diện tích hình ACD sẽ tính diện tích hình ABC.

102. (h. 30). Cách 1. - Muốn tính diện tích hình tam giác vuông BMN, biết đáy BM thì phải tính chiều cao NM.

- Muốn tính NM thì có thể dựa vào diện tích hình tam giác NAB.

- Muốn tính diện tích NAB cần biết diện tích hình tam giác ABC và diện tích hình tam giác NAC.

Cách 2. - Có thể vận dụng phương pháp dùng tỉ số để tính diện tích hình tam giác NBM từ diện tích hình tam giác NAB với tỉ số hai đáy BM và BA.

103. (h.31). a) Muốn so sánh diện tích hai hình tam giác AEM và AGM có thể tiến hành :

- So sánh diện tích hai hình tam giác ABM và ACM.

- So sánh diện tích hai hình tam giác EBM và GMC.

b) Hãy so sánh diện tích hai hình tam giác AEN và AGN, từ đó sẽ so sánh hai cạnh EN và GN của hai hình đó.

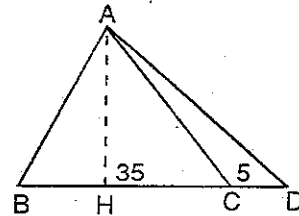
104. - Tính diện tích ABM (h. 32)

- So sánh diện tích ABM với diện tích BMN.

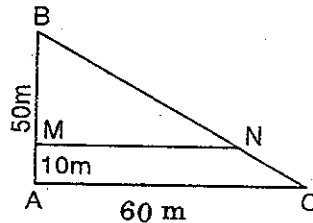
- So sánh AB và BN, từ đó tính BN.

105. - So sánh diện tích hình 1 với hình 2 (h.33)

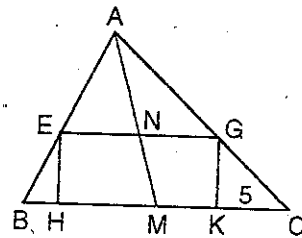
- So sánh tổng diện tích hình 1 và 2 với hình 3.



Hình 29



Hình 30

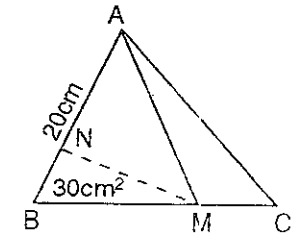


Hình 31

- So sánh tổng diện tích hình 1, 2 và 3 với hình 4.

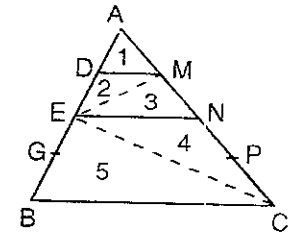
- So sánh tổng diện tích hình 1, 2, 3 và 4 với hình 5.

- Từ đó so sánh tổng diện tích hình 2 và 3 với tổng diện tích hình 4 và 5.



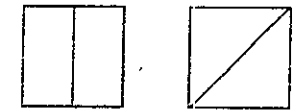
Hình 32

106. Trước hết hãy chia hình vuông thành hai hình có diện tích bằng nhau như trên hình vẽ, rồi lại chia mỗi hình này thành hai tam giác có diện tích bằng nhau. Chú ý là nếu hai tam giác có đáy bằng nhau và đường cao bằng nhau thì có diện tích bằng nhau (h. 34).



Hình 33

107. Gọi cạnh hình vuông mới là x thì diện tích hình này phải bằng diện tích hai hình vuông đã cho tức là $x^2 = a^2 + b^2$. Biểu thức này gọi cho ta thấy cạnh x chính là cạnh huyền của một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a và b. Hãy đặt hai hình vuông đã cho liền kề nhau để tạo được một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là a và b như thế, từ đó xác định được cạnh x và hình vuông có cạnh x.



Hình 34

108. Đoạn AC chia tứ giác đã cho thành hai tam giác ABC và ADC. Khi đó diện tích hình ABED bằng $S_{ABE} + S_{ADE}$, còn diện tích hình BCDE bằng $S_{BCE} + S_{CDE}$ vì thế chỉ cần tìm điểm E trên cạnh AC sao cho (h. 35) $S_{ABE} = 2S_{BCE}$ (hai tam giác này có chung đường cao) và $S_{ADE} = 2S_{CDE}$ (hai tam giác này cũng có chung đường cao).

109. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$).

- Cần xét xem số viết theo thứ tự ngược lại \overline{ba} là số có một chữ số ($b = 0$) hay số có hai chữ số ($b \neq 0$) ?

- Giả sử $\overline{ab} > \overline{ba}$. Xét :

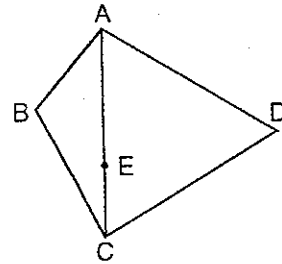
$$\overline{ba} - (a + b) = 27.$$

Từ đó tìm được giá trị của b.

- Thay giá trị của b vào tích :

$\overline{ab} \times \overline{ba} = 3154$ để tìm giá trị của a.

- Thử lại với các giá trị vừa tìm được.



Hình 35

110. Cách 1. Theo đầu bài : $\overline{ab} = (a - b) \times 18 + 4$

- Sử dụng cấu tạo thập phân của số và các quy tắc phép tính để có được : $b \times 19 = 4 + a \times 8$.

- Xác định xem b có thể lấy những giá trị nào ? Trước hết cần xác định xem b chẵn hay lẻ.

- Sau đó xác định a theo b.

Cách 2. - Có $\overline{ab} = (a - b) \times 18 + 4$

- Sử dụng điều kiện : số dư < số chia. Điều này có nghĩa a - b lớn hơn số nào ?

- Ta thấy $a \neq b$ vì nếu $a = b$ thì $\overline{ab} = 4$ là vô lý. Hãy xem \overline{ab} có giá trị lớn nhất là số nào, từ đó xác định được giá trị lớn nhất của a - b.

- Từ hai điều trên : xác định được giá trị nhỏ nhất của a - b và giá trị lớn nhất của a - b thì có thể tìm được \overline{ab} .

111. - Đặt hai phép tính theo cột dọc

$$\begin{array}{r} \overline{ab} \\ + \overline{cdxy} \end{array} \quad (1) \qquad \begin{array}{r} \overline{ba} \\ + \overline{xydc} \end{array} \quad (2)$$

- Tìm giá trị từng chữ theo trình tự sau đây :

c, y, b, a, x, d.

112. Cách 1. Sử dụng cấu tạo thập phân để phân tích số như sau :

$$\overline{a0bcd} = \overline{a0000} + \overline{bcd}$$

$$\overline{abcd} = \overline{a000} + \overline{bcd}$$

Sử dụng các quy tắc cơ bản của phép tính để biến đổi các biểu thức, cuối cùng có :

$$a \times 1000 = \overline{bcd} \times 8 \text{ hoặc } \overline{a000} = \overline{bcd} \times 8$$

+ Từ đây có thể xác định các giá trị của a rồi tìm \overline{bcd} tương ứng (chú ý điều kiện bài toán là các chữ a, b, c, d khác nhau).

+ Cũng có thể tìm các giá trị của \overline{bcd} bằng cách thực hiện các phép chia số tròn nghìn cho 8.

+ Cũng có thể tìm từng chữ d, c, b, a theo phép nhân.

Cách 2. - Có thể chuyển phép nhân thành phép cộng theo quy trình :

$$\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \times 9$$

$$\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \times (10 - 1)$$

Cuối cùng có được :

$$\overline{a0bcd} + \overline{abcd} = \overline{abcd0}$$

- Tìm từng chữ d, c, b, a theo phép cộng.

113. - Ta có $\overline{abc} - \overline{bca} = 297$.

- Tìm xem a hơn c mấy đơn vị ?

- Tìm xem c lấy những giá trị nào ?

- Từ c xác định a.

- Từ c và a xác định b.

114. - Ta có $\overline{ab} : b = b$ (dư a). Theo quy tắc phép chia có dư ta có : $\overline{ab} = b \times b + a$

- Sử dụng cấu tạo thập phân của số và các quy tắc cơ bản cuối cùng sẽ có : $a \times 9 = b \times (b - 1)$

- Chú ý rằng b và b - 1 là hai số tự nhiên liên tiếp.

115. Đầu bài cho biết :

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1977$$

với a, b, c, d là các chữ số.

- Hãy xem d là số chẵn hay lẻ ? xác định các giá trị của d phù hợp với đầu bài.

- Từ giá trị của d tìm c và tìm \overline{ab} .

116. - Các số lập được : $\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bca}, \overline{bac}, \overline{cab}, \overline{cba}$.

- Tổng : $\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bca} + \overline{bac} + \overline{cab} + \overline{cba} = 2664$

- Sử dụng cấu tạo thập phân của số và các quy tắc cơ bản để biến đổi tổng trên thành tổng các chữ là :

$$a + b + c = 12$$

- Giả sử $a > b > c > 0$ thì :

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 198.$$

Lập luận trên phép trừ có nhớ (vì $c < a$) để có được :

$$a - c = 2 \text{ hay } a = c + 2.$$

- Xét các trường hợp $2 < a < 10$.

117. - Số phải tìm là \overline{lab} .

$$(1 + a + b) \times 17 = \overline{lab}$$

- Sử dụng các cách biến đổi, cuối cùng ta có :

$$a \times 7 + b \times 16 = 83.$$

- Xác định a là số chẵn hay lẻ. Xét từng trường hợp với a .

118. Cách 1.

- Theo đầu bài : $\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac}$.

Sử dụng cấu tạo thập phân của số và các quy tắc cơ bản cuối cùng ta có :

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7.$$

- Cách làm tiếp tương tự bài số 9.

Cách 2. - Sau khi tìm được một cặp ba số a, b, c thích hợp thì cùng nhân mỗi chữ đó với 2, với 3. Sau đó thử lại.

Phần thứ ba

LỜI GIẢI

64. Số ngòi bút của Dương nhiều hơn số ngòi bút của Giang là :

$$5 - 3 = 2 \text{ (cái)}$$

Số tiền Dương mua ngòi bút nhiều hơn Giang mua là :

$$3800 - 3000 = 800 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 ngòi bút là :

$$800 : 2 = 400 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 5 ngòi bút là :

$$400 \times 5 = 2000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 3 tập giấy là :

$$3800 - 2000 = 1800 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 tập giấy là :

$$1800 : 3 = 600 \text{ (đồng)}$$

65. Giả sử Bình mua 10 tập giấy và 10 bút thì hết số tiền là :

$$2640 \times 10 = 26400 \text{ (đồng)}$$

An mua 15 tập giấy và 10 bút hết số tiền là 31600 đồng

Vậy An mua nhiều hơn Bình $15 - 10 = 5$ (tập)

$$31600 - 26400 = 5200 \text{ (đồng)}$$

Do đó, giá tiền một tập giấy là :

$$5200 : 5 = 1040 \text{ (đồng)}$$

Suy ra giá tiền 1 bút là :

$$2640 - 1040 = 1600 \text{ (đồng)}$$

66. *Cách 1.* Vì mua 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ hết 9200 đồng nên nếu mua 6 lọ mực xanh và 4 lọ mực đỏ thì số tiền mua sẽ là :

$$9200 \times 2 = 18400 \text{ (đồng)}$$

Vì mua 2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ hết 8800 đồng, nên nếu mua 6 lọ mực xanh và 9 lọ mực đỏ thì số tiền mua sẽ là :

$$8800 \times 3 = 26400 \text{ (đồng)}$$

Từ đó suy ra 5 lọ mực đỏ ($9 - 4 = 5$) giá 8000 đồng

$$(26400 - 18400 = 8000)$$

Vậy giá tiền 1 lọ mực đỏ là :

$$8000 : 5 = 1600 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 2 lọ mực đỏ là :

$$1600 \times 2 = 3200 \text{ (đồng)}$$

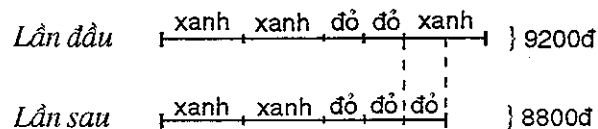
Số tiền mua 3 lọ mực xanh là

$$9200 - 3200 = 6000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 lọ mực xanh là :

$$6000 : 3 = 2000 \text{ (đồng)}$$

Cách 2.



Hình 36

Nhìn trên sơ đồ (hình 36) ta thấy giá tiền 1 lọ mực xanh hơn 1 lọ mực đỏ là :

$$9200 - 8800 = 400 \text{ (đồng)}$$

Vì mua 5 lọ mực xanh và 5 lọ mực đỏ hết :

$$9200 + 8800 = 18000 \text{ (đồng)}$$

nên giá tiền 1 lọ mực xanh và 1 lọ mực đỏ là :

$$18000 : 5 = 3600 \text{ (đồng)}$$

Ta có tổng hai số bằng 3600 và hiệu hai số đó bằng 400, do đó :

$$\text{Số bé là : } (3600 - 400) : 2 = 1600$$

$$\text{Số lớn là : } 3600 - 1600 = 2000$$

Vậy giá tiền 1 lọ mực xanh là 2000 đồng và giá tiền 1 lọ mực đỏ là 1600 đồng.

Cách 3. Giá tiền 1 lọ mực xanh hơn 1 lọ mực đỏ là 400 đồng (giải thích như ở cách 2). Giả sử thay 2 lọ mực đỏ bằng 2 lọ mực xanh thì lần đầu mua 5 lọ mực xanh hết số tiền là : $9200 + 800 = 10000$ (đồng).

$$\text{Vậy giá tiền 1 lọ mực xanh là : } 10000 : 5 = 2000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{Do đó giá tiền 1 lọ mực đỏ là : } 2000 - 400 = 1600 \text{ (đồng)}$$

Cách 4. Tương tự như cách 3, giả sử lần đầu mua 5 lọ mực đỏ thì hết số tiền là :

$$9200 - 1200 = 8000 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá tiền 1 lọ mực đỏ là :

$$8000 : 5 = 1600 \text{ (đồng)}$$

và giá tiền 1 lọ mực xanh là :

$$1600 + 400 = 2000 \text{ (đồng)}$$

67. Số chai nước mắm loại hai bán buổi chiều là :

$$65 \times 3 = 195 \text{ (chai)}$$

Giả sử buổi sáng bán gấp đôi số nước mắm đã bán thì số tiền thu được sẽ là :

$$435000 \times 2 = 870000 \text{ (đồng)}$$

Khi đó số chai nước mắm loại hai sẽ là :

$$65 \times 2 = 130 \text{ (chai)}$$

Như vậy số chai nước mắm loại hai bán lúc buổi chiều hơn buổi sáng là :

$$195 - 130 = 65 \text{ (chai)}$$

Do đó số tiền bán 65 chai nước mắm loại hai là :

$$1130000 - 870000 = 260000 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá tiền 1 chai nước mắm loại hai là :

$$260000 : 65 = 4000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền bán 1 chai nước mắm loại một là :

$$(435000 - 260000) : 35 = 5000 \text{ (đồng)}$$

68. Giả sử lần đầu bán gấp 5 lần số lượng áo quần thì ta có $12 \times 5 = 60$ (áo) và $5 \times 5 = 25$ (quần) với số tiền là :

$$268000 \times 5 = 1340000 \text{ (đồng)}$$

Giả sử lần sau bán gấp 4 lần số lượng áo quần thì ta có $15 \times 4 = 60$ (áo) và $8 \times 4 = 32$ (quần) với số tiền là :

$$370000 \times 4 = 1480000 \text{ (đồng)}$$

Số quần bán lần sau hơn lần đầu là : $32 - 25 = 7$ (quần).

Số tiền bán lần sau hơn lần đầu là :

$$1480000 - 1340000 = 140000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 quần là : $140000 : 7 = 20000$ (đồng)

Số tiền bán 12 áo là : $268000 - 20000 \times 5 = 168000$ (đồng)

Giá tiền 1 áo là : $168000 : 12 = 14000$ (đồng)

69. Giá tiền 1 cái bàn hơn 1 cái ghế là :

$$40000 - 25000 = 15000 \text{ (đồng)}$$

Số ghế hơn số bàn đã mua là :

$$3000 : 1500 = 2 \text{ (cái)}$$

Số tiền mua 2 cái ghế là :

$$25000 \times 2 = 50000 \text{ (đồng)}$$

Giả sử bớt đi 2 cái ghế thì số bàn bằng số ghế, do đó số tiền mua bàn ghế là :

$$310000 - 50000 = 260000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 1 cái bàn và 1 cái ghế là :

$$40000 + 25000 = 65000 \text{ (đồng)}$$

Số bàn đã mua là :

$$260000 : 65000 = 4 \text{ (cái)}$$

Số ghế đã mua là :

$$4 + 2 = 6 \text{ (cái)}$$

70. Cách 1. Vì mua 10 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt hết 9500 đồng, nên nếu mua 20 quả trứng gà và 10 quả trứng vịt thì số tiền phải trả là :

$$9500 \times 2 = 19000 \text{ (đồng)}$$

Vì 5 quả trứng gà đắt hơn 2 quả trứng vịt là 1600 đồng, nên 25 quả trứng gà sẽ đắt hơn 10 quả trứng vịt là :

$1600 \times 5 = 8000$ (đồng), hay là giá 25 quả trứng gà bằng giá 10 quả trứng vịt cộng thêm 8000 đồng.

Vì số trứng vịt như nhau nên ta suy ra số trứng gà là : $20 + 25 = 45$ (quả) và số tiền mua hết số trứng đó là :

$$19000 + 8000 = 27000 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá tiền 1 quả trứng gà là :

$$27000 : 45 = 600 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 10 quả trứng gà là :

$$600 \times 10 = 6000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 5 quả trứng vịt là :

$$9500 - 6000 = 3500 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá tiền 1 quả trứng vịt là :

$$3500 : 5 = 700 \text{ (đồng)}$$

Cách 2. Vì giá tiền 5 quả trứng gà hơn 2 quả trứng vịt là 1600 đồng nên giá tiền 10 quả trứng gà hơn 4 quả trứng vịt là :

$$1600 \times 2 = 3200 \text{ (đồng)}$$

Tức là giá tiền 4 quả trứng vịt bằng giá tiền 10 quả trứng gà bớt đi 3200 đồng.

Vì giá tiền 10 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt là 9500 đồng và giá tiền 10 quả trứng gà hơn 4 quả trứng vịt là 3200 đồng nên ta suy ra số trứng vịt là : $5 + 4 = 9$ (quả) và số tiền mua hết số trứng đó là :

$$9500 - 3200 = 6300 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá tiền 1 quả trứng vịt là : $6300 : 9 = 700$ (đồng)

Giá tiền 2 quả trứng vịt là :

$$700 \times 2 = 1400 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 5 quả trứng gà là $1400 + 1600 = 3000$ (đồng). Vậy giá tiền 1 quả trứng gà là : $3000 : 5 = 600$ (đồng).

71. Theo đầu bài ta có hai lần tổng số tiền thưởng của ba người là :

$$200000 + 150000 + 220000 = 570000 \text{ (đồng)}$$

Do đó tổng số tiền thưởng của ba người là :

$$570000 : 2 = 285000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền của cô Thuận là :

$$285000 - 20000 = 85000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền của cô Yên là :

$$285000 - 220000 = 65000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền của bác Hiền là :

$$285000 - 150000 = 135000 \text{ (đồng)}$$

72. Khối Năm thu được là :

$$1325 - 425 = 900 \text{ (kg)}$$

Khối Hai thu được là :

$$1325 - 1225 = 100 \text{ (kg)}$$

Khối Ba thu được là :

$$425 - 275 = 150 \text{ (kg)}$$

Khối Bốn thu được là :

$$275 - 100 = 175 \text{ (kg)}$$

73. Ta tưởng tượng rằng có thể nối liền hai quãng đường của hai lần đi theo sơ đồ sau (hình 37).

Nhìn trên sơ đồ ta thấy quãng đường đi bộ khởi hành phải bằng quãng đường đi bộ trở về thành phố, nên coi như không đi bộ quãng đường nào. Vì thế, tổng số quãng đường đi ngựa là :

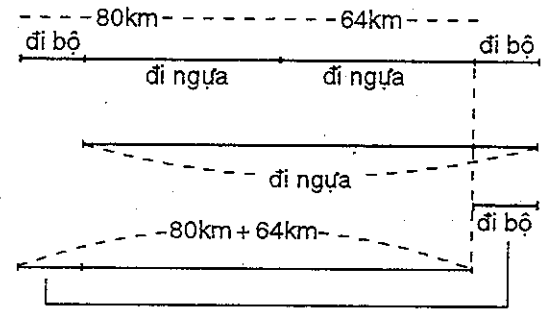
$$80 + 64 = 144 \text{ (km)}$$

Thời gian đi ngựa hết là :

$$5 + 11 = 16 \text{ (giờ)}$$

Vận tốc đi ngựa là :

$$144 : 16 = 9 \text{ (km/giờ)}$$



Hình 37

74. Theo đầu bài, số bị nhân là số tự nhiên, còn số nhân là 12345679 có 8 chữ số nên tích của hai số đó ít nhất là số có 8 chữ số 9.

Nếu tích là 99999999 thì số bị nhân bằng :

$$99999999 : 12345679 \text{ là phép chia có dư.}$$

Trường hợp này không đúng với đầu bài, vì số bị nhân tìm được không phải là một số tự nhiên. Nếu tích là 999999999 thì số bị nhân bằng $999999999 : 12345679 = 81$. Vậy số phải tìm là 81.

75. Theo đầu bài, 4 lần số phải tìm là :

$$7744 - 4 = 7740$$

Số phải tìm là :

$$7740 : 4 = 1935$$

Vậy số phải tìm là 1935.

76. Sau hai lần chuyển thì mỗi số mới sẽ là :

$$45 : 3 = 15$$

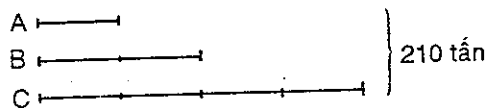
Lúc đầu số thứ nhất là : $15 - 2 = 13$

Lúc đầu số thứ hai là : $15 - 3 + 2 = 14$

Lúc đầu số thứ ba là : $15 + 3 = 18$

Vậy số thứ nhất là 13, số thứ hai là 14, số thứ ba là 18.

77. Vẽ sơ đồ biểu thị số gạo ở mỗi kho sau khi chuyển (hình 38).



Hình 38

Nhìn trên sơ đồ ta thấy tổng số gạo ở ba kho sau khi chuyển được biểu thị thành 7 phần bằng nhau, trong đó kho A có 1 phần, kho B có 2 phần, kho C có 4 phần. Do đó :

Sau khi chuyển, số gạo còn lại ở kho A là :

$$210 : 7 = 30 \text{ (tấn)}$$

Vậy lúc đầu số gạo ở kho A là :

$$30 + 20 = 50 \text{ (tấn)}$$

Sau khi chuyển số gạo ở kho B là :

$$30 \times 2 = 60 \text{ (tấn)}$$

Vậy lúc đầu số gạo ở kho B là :

$$60 - 20 + 50 = 90 \text{ (tấn)}$$

Sau khi chuyển số gạo ở kho C là :

$$30 \times 4 = 120 \text{ (tấn)}$$

Vậy lúc đầu số gạo ở kho C là :

$$120 - 50 = 70 \text{ (tấn)}$$

Như vậy, lúc đầu số gạo ở kho A là 50 tấn, ở kho B là 90 tấn, ở kho C là 70 tấn.

78. Cuối cùng Kiên có 30 viên bi. Như vậy trước lúc nhận bi của Hiến thì số bi của Kiên là :

$$30 : 2 = 15 \text{ (viên)}$$

Cuối cùng Hiến có 35 viên bi. Như vậy trước lúc cho Kiên 15 viên bi thì số bi của Hiến là :

$$35 + 15 = 50 \text{ (viên)}$$

Lúc đầu Hiến có số bi là :

$$50 : 2 = 25 \text{ (viên)}$$

Lúc đầu Kiên có số bi là :

$$15 + 25 = 40 \text{ (viên)}$$

79. Sau ba lần chuyển thì số đội viên ở ba đội đều bằng nhau, nên tổng số đội viên là một số chia hết cho 3. Từ số 40 đến số 50 chỉ có các số 42, 45, 48 chia hết cho 3. Ta lần lượt xét từng trường hợp.

1. Tổng số đội viên của ba đội là 42 bạn.

Sau khi chuyển lần thứ ba thì số đội viên ở ba đội sẽ bằng nhau. Do đó mỗi đội sau khi chuyển sẽ có số đội viên là :

$$42 : 3 = 14 \text{ (bạn)}$$

Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì số đội viên đội A còn lại là : $14 : 2 = 7$ (bạn), lúc đó số đội viên đội C là :

$$14 + 7 = 21 \text{ (bạn)}$$

Trước khi chuyển từ đội B sang đội C thì số đội viên đội C là $21 : 2$. Kết quả phép chia này không là số nguyên.

Vậy tổng số đội viên của ba đội không phải là 42 bạn.

2. Tổng số đội viên của ba đội là 45 bạn.

Sau khi chuyển lần thứ ba thì số đội viên ở ba đội sẽ bằng nhau. Do đó mỗi đội sau khi chuyển sẽ có số đội viên là :

$$45 : 3 = 15 \text{ (bạn)}$$

Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì số đội viên đội A còn lại là : $15 : 2$. Kết quả phép chia này không là số nguyên.

Vậy tổng số đội viên của ba đội không phải là 45 bạn.

3. Tổng số đội viên của ba đội là 48 bạn.

Sau khi chuyển lần thứ ba thì số đội viên ở ba đội sẽ bằng nhau. Do đó mỗi đội sau khi chuyển sẽ có số đội viên là :

$$48 : 3 = 16 \text{ (bạn)}$$

Trước khi chuyển từ đội C sang đội A thì số đội viên đội A còn lại là : $16 : 2 = 8$ (bạn), lúc đó số đội viên đội C là :

$$16 + 8 = 24 \text{ (bạn)}$$

Trước khi chuyển từ đội B sang đội C thì số đội viên đội C là :

$$24 : 2 = 12 \text{ (bạn)}, \text{ lúc đó số đội viên đội B là :}$$

$$16 + 12 = 28 \text{ (bạn).}$$

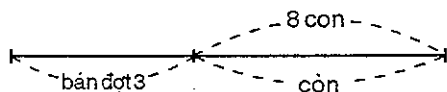
Trước khi chuyển từ đội A sang đội B thì số đội viên đội B là :

$$28 : 2 = 14 \text{ (bạn)} ; \text{ lúc đó số đội viên đội A là :}$$

$$8 + 14 = 22 \text{ (bạn)}$$

Vậy lúc đầu đội A có 22 bạn, đội B có 14 bạn, đội C có 12 bạn.

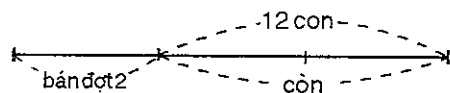
80. Sơ đồ vẽ số thỏ còn lại sau hai đợt đã bán (hình 39).



Hình 39

Sau khi bán lần thứ hai, số thỏ còn lại được chia thành 3 phần bằng nhau. Lần thứ ba bán đi 1 phần, còn lại 2 phần là 8 con. Do đó số thỏ bán lần thứ ba là : $8 : 2 = 4$ (con). Vậy sau khi bán lần thứ hai số thỏ còn lại là : $8 + 4 = 12$ (con).

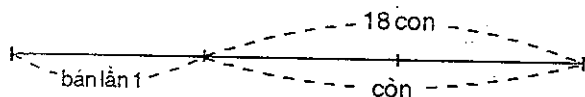
Sơ đồ vẽ số thỏ còn lại sau khi bán lần thứ nhất (hình 40). Tương tự như trên, số thỏ bán lần thứ hai là : $12 : 2 = 6$ (con).



Hình 40

Vậy sau khi bán lần thứ nhất, số thỏ còn lại là : $12 + 6 = 18$ (con).

Sơ đồ vẽ số thỏ lúc đầu chưa bán (hình 41). Tương tự như trên, số thỏ bán lần thứ nhất là : $18 : 2 = 9$ (con).



Hình 41

Vậy lúc đầu số thỏ là : $18 + 9 = 27$ (con).

Nhà bạn Hải nuôi được 27 con thỏ.

81. Sơ đồ vẽ số gà còn lại sau khi bán lần thứ ba (hình 42).

Lần thứ tư bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con thì vừa hết số gà. Như vậy $\frac{1}{2}$ con gà chính là $\frac{1}{2}$ số gà còn lại. Do đó sau lần bán thứ ba còn lại 1 con gà.

Sơ đồ vẽ số gà còn lại sau lần bán thứ hai (hình 43).

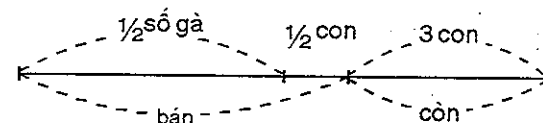


Hình 42

Hình 43

Lần thứ ba bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con thì còn 1 con. Như vậy 1 con và $\frac{1}{2}$ con chính là $\frac{1}{2}$ số gà còn lại. Do đó sau lần thứ hai còn lại 3 con gà.

Sơ đồ vẽ số gà còn lại sau lần bán thứ nhất (hình 44)



Hình 44

Lần thứ hai bán $\frac{1}{2}$ số gà còn lại và $\frac{1}{2}$ con thì còn 3 con. Như vậy 3 con và $\frac{1}{2}$ con chính là $\frac{1}{2}$ số gà còn lại. Do đó sau lần bán thứ nhất còn lại 7 con gà.

Vì lần đầu bán 2 con mà còn lại 7 con nên tổng số gà đem bán là $2 + 7 = 9$ (con).

82. Đáp số : 31 con ngựa.

83. Sau khi trả tiền lần thứ ba cho quý thì tên tham lam không còn một xu nào. Do đó, sau khi qua cầu lần thứ ba nó có :

$$0 + 24 = 24 \text{ (xu).}$$

Sau khi trả tiền lần thứ hai cho quý thì tên tham lam còn :

$$24 : 2 = 12 \text{ (xu).}$$

Do đó, sau khi qua cầu lần thứ hai nó có :

$$12 + 24 = 36 \text{ (xu).}$$

Sau khi trả tiền lần thứ nhất cho quý thì tên tham lam còn :

$$36 : 2 = 18 \text{ (xu).}$$

Do đó, sau khi qua cầu lần thứ nhất nó có :

$$18 + 24 = 42 \text{ (xu).}$$

Vậy trước khi qua cầu tên tham lam có :

$$42 : 2 = 21 \text{ (xu).}$$

84. Cách 1. Các cặp chữ số có hiệu bằng 2 là :

9 và 7, 8 và 6, 7 và 5, 6 và 4, 5 và 3, 4 và 2, 3 và 1, 2 và 0.

Tổng hai chữ số trong mỗi cặp là :

$$9 + 7 = 16, 7 + 5 = 12, 5 + 3 = 8, 3 + 1 = 4.$$

$$8 + 6 = 14, 6 + 4 = 10, 4 + 2 = 6, 2 + 0 = 2.$$

Vậy các số phải tìm là 57 hoặc 75.

Cách 2. Các cặp hai chữ số có tổng bằng 12 là :

$$9 \text{ và } 3 ; 8 \text{ và } 4 ; 7 \text{ và } 5 ; 6 \text{ và } 6.$$

Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp là :

$$9 - 3 = 6, 8 - 4 = 4, 7 - 5 = 2, 6 - 6 = 0.$$

Vậy các số phải tìm là 57 hoặc 75.

85. Các cặp hai chữ số có tổng bằng 14 là :

$$9 \text{ và } 5 ; 8 \text{ và } 6 ; 7 \text{ và } 7.$$

Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp là :

$$9 - 5 = 4 ; 8 - 6 = 2 ; 7 - 7 = 0.$$

Vậy số phải tìm là 77.

86. Các cặp hai chữ số có tổng bằng 9 là :

$$9 \text{ và } 0, 8 \text{ và } 1, 7 \text{ và } 2, 6 \text{ và } 3, 5 \text{ và } 4.$$

Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp là :

$$9 - 0 = 9, 7 - 2 = 5, 5 - 4 = 1, 8 - 1 = 7, 6 - 3 = 3.$$

Vậy không tìm được số nào đúng với đầu bài.

87. Cách 1. Các cặp hai chữ số có hiệu bằng 5 là :

$$9 \text{ và } 4, 8 \text{ và } 3, 7 \text{ và } 2, 6 \text{ và } 1, 5 \text{ và } 0.$$

Tích hai chữ số trong mỗi cặp là :

$$9 \times 4 = 36 ; 7 \times 2 = 14 ; 5 \times 0 = 0$$

$$8 \times 3 = 24 ; 6 \times 1 = 6.$$

Vậy các số phải tìm là 38 hoặc 83.

Cách 2. Các cặp hai chữ số có tích bằng 24 là : 8 và 3 ; 6 và 4.

Hiệu hai chữ số trong mỗi cặp là :

$$8 - 3 = 5, 6 - 4 = 2.$$

Vậy các số phải tìm là 38 hoặc 83.

88. Cách 1. Các số có 4 chữ số phải xét là :

$$1234 ; 2345 ; 3456 ; 4567 ; 5678 ; 6789$$

$$4321 ; 5432 ; 6543 ; 7654 ; 8765 ; 9876.$$

Ta có tổng các chữ số ở mỗi số là :

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 ; 4 + 5 + 6 + 7 = 22$$

$$2 + 3 + 4 + 5 = 14 ; 5 + 6 + 7 + 8 = 26$$

$$3 + 4 + 5 + 6 = 18 ; 6 + 7 + 8 + 9 = 30$$

Vậy các số phải tìm là 4567 hoặc 7654.

Cách 2. Nếu coi mỗi chữ số đã cho là một số tự nhiên bé hơn 10 thì số trung bình của bốn số đã cho là : $22 : 4 = 5,5$.

Như vậy tổng hai chữ số hàng chục và hàng trăm là :

$$5,5 \times 2 = 11.$$

Do đó hai chữ số đó là 5 và 6.

Vậy các số phải tìm là 4567 hoặc 7654.

89. Nếu chữ số hàng chục là 1 thì chữ số hàng trăm là 2. Ta có : $1 \times 2 = 2$ và $1 + 2 = 3$. Vì 2 không chia hết cho 3 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

Nếu chữ số hàng chục là 2 thì chữ số hàng trăm là 4. Ta có $2 \times 4 = 8$ và $2 + 4 = 6$. Vì 8 không chia hết cho 6 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

Nếu chữ số hàng chục là 3 thì chữ số hàng trăm là 6. Ta có $3 \times 6 = 18$ và $3 + 6 = 9$. Vì $18 : 9 = 2$ nên trường hợp này đúng với đầu bài.

Nếu chữ số hàng chục là 4 thì chữ số hàng trăm là 8. Ta có $4 \times 8 = 32$ và $4 + 8 = 12$. Vì 32 không chia hết cho 12 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

Vậy số phải tìm là 362.

90. Các số có hai chữ số mà tổng hai chữ số đó bằng 13 là : 94 và 49, 85 và 58, 76 và 67.

Theo đầu bài, ta có :

$$94 - 49 = 45,$$

$$85 - 58 = 27,$$

$$76 - 67 = 9.$$

Vậy số phải tìm là 85.

91. Gọi số đã cho là \overline{ab} và hai chữ số được viết thêm là c và d ta có :

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} \\ - \overline{ab} \\ \hline \overline{1995} \end{array} \quad \text{hay } 1995 + \overline{ab} = \overline{abcd}$$

Nếu phép trừ không nhớ sang hàng trăm thì $\overline{ab} = 19$.

Do đó :

$$\begin{array}{r} \overline{19cd} \\ - 19 \\ \hline \overline{1995} \end{array} \quad \text{hay } 1995 + 19 = 2014$$

Trường hợp này không đúng với đầu bài. Nếu phép trừ có nhớ sang hàng trăm thì $\overline{ab} = 20$, do đó :

$$\begin{array}{r} \overline{20cd} \\ - 20 \\ \hline \overline{1995} \end{array} \quad \text{hay } 1995 + 20 = 2015.$$

Vậy số đã cho là 20 và nhóm hai chữ số được viết thêm là 15.

92. Khoảng thời gian tính từ 10 năm trước đây đến 22 năm sau này có tất cả là 32 năm.

Vì 10 năm trước đây tuổi bố gấp 10 lần tuổi con nên lúc đó tuổi bố là một số tròn chục.

Nếu trước đây 10 năm khi bố 20 tuổi và con 2 tuổi thì sau đó 32 năm bố sẽ 52 tuổi và con sẽ 34 tuổi. Vì 52 không chia hết cho 34 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

Nếu trước đây 10 năm khi bố 30 tuổi và con 3 tuổi thì sau đó 32 năm bố sẽ 62 tuổi và con sẽ 35 tuổi. Vì 62 không chia hết cho 35 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

Nếu trước đây 10 năm khi bố 40 tuổi và con 4 tuổi thì sau đó 32 năm bố sẽ 72 tuổi và con sẽ 36 tuổi. Vì $72 : 36 = 2$ nên trường hợp này đúng với đầu bài.

Nếu trước đây 10 năm khi bố 50 tuổi và con 5 tuổi thì sau đó 32 năm bố sẽ 82 tuổi và con sẽ 37 tuổi. Vì 82 không chia hết cho 37 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

Vậy hiện nay bố 50 tuổi và con 14 tuổi.

93. Cách 1. Cho đến khi gặp nhau thì người thứ nhất đi được 216 km nên người thứ hai đi được là :

$$396 - 216 = 180 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 1 ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường đi được trong 1 ngày là : $(216 - 180) : 1 = 36 \text{ (km)}$.

Nếu họ đi 2 ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường đi được trong 1 ngày là :

$$(216 - 180) : 2 = 18 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 3 ngày, 4 ngày, 5 ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường đi được trong 1 ngày lần lượt là :

$$(216 - 180) : 3 = 12 \text{ (km)}.$$

$$(216 - 180) : 4 = 9 \text{ (km)}.$$

$$(216 - 180) : 5 = 7,2 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 6 ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường đi được trong 1 ngày là : $(216 - 180) : 6 = 6 \text{ (km)}$. Trường hợp này đúng với đầu bài.

Vậy trong 1 ngày người thứ nhất đi được là :

$$216 : 6 = 36 \text{ (km)}.$$

Trong 1 ngày người thứ hai đi được là :

$$180 : 6 = 30 \text{ (km)}.$$

Cách 2. Cho đến khi gặp nhau thì người thứ nhất đi được 216 km nên người thứ hai đi được là :

$$396 - 216 = 180 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 1 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc của họ là 1km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được là : $1 \times 1 = 1 \text{ (km)}$.

Nếu họ đi 2 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc của họ là 2 km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được là : $2 \times 2 = 4 \text{ (km)}$. Nếu họ đi 3 ngày, 4 ngày, 5 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc tương ứng là 3km/ngày, 4km/ngày, 5km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được lần lượt là :

$$3 \times 3 = 9 \text{ (km)}$$

$$4 \times 4 = 16 \text{ (km)}$$

$$5 \times 5 = 25 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 6 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc của họ là 6km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được là : $6 \times 6 = 36 \text{ (km)}$.

Vì $216 - 180 = 36 \text{ (km)}$ nên trường hợp này đúng với điều kiện bài toán. Vậy trong 1 ngày người thứ nhất đi được là :

$$216 : 6 = 36 \text{ (km)}.$$

Trong 1 ngày người thứ hai đi được là :

$$180 : 6 = 30 \text{ (km)}.$$

Cách 3. Người thứ nhất đã đi được 216 km và người thứ hai đã đi được 180 km thì gặp nhau. Khi đó hiệu hai quãng đường là :

$$216 - 180 = 36 \text{ (km)}.$$

Theo đầu bài, vì số ngày họ đã đi đúng bằng hiệu hai vận tốc nên số 36 km này chính là tích của số ngày đã đi nhân với hiệu hai vận tốc (tính bằng km/ngày). Vì $36 = 6 \times 6$ nên họ đã đi 6 ngày và hiệu vận tốc là 6km/ngày.

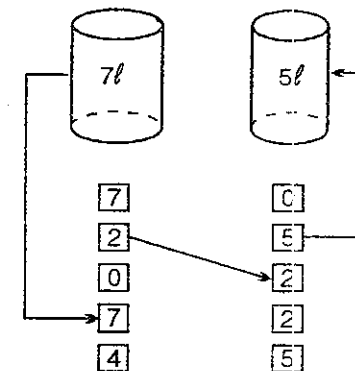
Vậy vận tốc của người thứ nhất là :

$$216 : 6 = 36 \text{ (km/ngày)}$$

Vận tốc của người thứ hai là :

$$180 : 6 = 30 \text{ (km/ngày)}.$$

94. Một trong số các cách đong được trình bày như sơ đồ hình 45 : đầu tiên đong đầy bình thứ nhất 7l, rồi đổ sang bình thứ hai 5l, tức còn lại 2l. Đổ hết dầu ở bình thứ hai vào thùng, rồi đổ 2l vào đó. Tiếp tục đong đầy bình thứ nhất 7l rồi đổ 3l sang bình thứ hai cho đầy, như vậy trong bình thứ nhất còn lại 4l cần đong cho khách hàng.



Hình 45

95. Ta vẽ graph theo điều kiện của bài toán (hình 46). Từ đó thấy rằng :

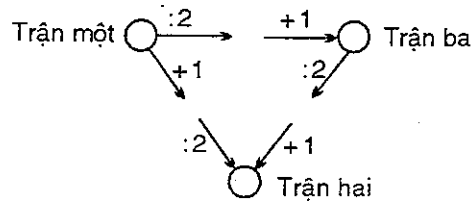
Số ván thắng trận một = nửa số ván thắng trận hai + 1,

Số ván thắng trận hai = nửa số ván thắng trận ba + 1,

Số ván thắng trận ba = nửa số ván thắng trận một + 1.

Suy ra : số ván thắng trận một, hai, ba = nửa số ván thắng trận một, hai, ba + 3.

Do đó, nửa số ván thắng trận một, hai, ba chính là 3. Vậy số ván thắng trong cả ba trận là : $3 \times 2 = 6$ (ván).

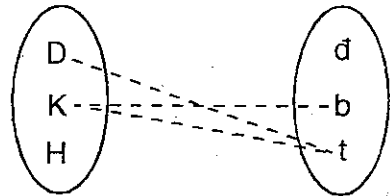


Hình 46

96. Ta ký hiệu hai nhóm đối tượng : nhóm thứ nhất có ba điểm D, K, H thay cho ba bạn Dương, Kiên, Hiền, nhóm thứ hai gồm ba điểm đ, b, t thay cho ba bộ đồ chơi đèn, bóng bay, trống. Theo giả thiết, ta nối D - t, K - b, K - t bằng nét đứt (tức là không có mối quan hệ như hình 47). Từ đó, K - đ phải được nối bằng nét liền, tức là có mối quan hệ. Xét đến t, vì t - D, t - K nối bằng nét đứt nên t - H phải được nối bằng nét liền (hình 48).

Vậy Kiên được chia đèn ông sao, Hiền được chia trống và Dương được chia bóng bay.

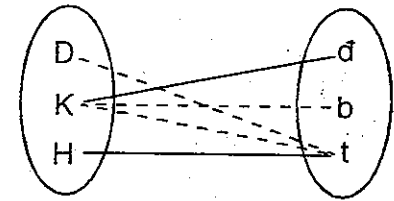
Từ cách giải bằng cách ứng dụng graph như trên, còn có thể trình bày cách giải khác bằng suy luận thông thường như sau. Theo giả thiết, Kiên không thích bóng bay và trống, nên Kiên được chia đèn ông sao. Mặt khác, đối với trống thì cả Dương



Hình 47

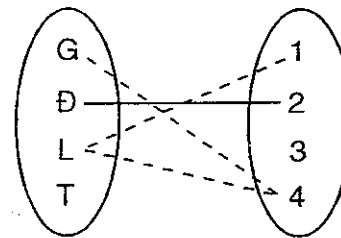
và Kiên đều không thích, vậy Hiền được chia trống. Cuối cùng, Dương được chia bóng bay.

97. Ta ký hiệu nhóm đối tượng thứ nhất có bốn điểm G, D, L, T thay cho bốn bạn Giang, Dương, Linh, Thúy, nhóm đối tượng thứ hai gồm

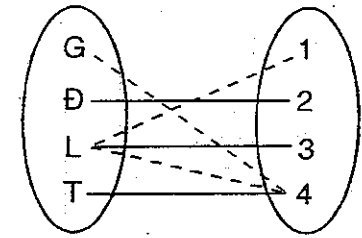


Hình 48

bốn điểm 1, 2, 3, 4 thay cho bốn giải nhất, nhì, ba, tư. Từ giả thiết a ta nối L - 1, L - 4 bằng nét đứt (tức là không có mối liên hệ), từ giả thiết b, ta nối D - 2 bằng nét liền, còn từ giả thiết c, ta nối G - 4 bằng nét đứt (hình 49). Bây giờ ta xét điểm L ở nhóm thứ nhất. Vì L - 1; L - 4 được nối bằng nét đứt mà L - 2 không thể nối bằng nét liền, do đó đã có nét liền D - 2, vậy chỉ còn L - 3 được nối bằng nét liền. Sau đó, xét điểm 4 ở nhóm hai. Vì 4 - G, 4 - L được nối bằng nét đứt, mà 4 - D không thể nối bằng nét liền, do đó đã có nét liền nối D - 2. Vậy chỉ có thể nối 4 - T bằng nét liền. Cuối cùng còn G - 1 được nối bằng nét liền (hình 50).



Hình 49



Hình 50

Trả lời : Giang giải nhất, Dương giải nhì, Linh giải ba, Thúy giải tư.

98. Ta biểu diễn hai nhóm đối tượng : Nhóm thứ nhất có bốn điểm A, B, C, D thay cho bốn bạn An, Bình, Cường, Dũng, nhóm thứ hai gồm bốn điểm 1, 2, 3, 4 ký hiệu bốn giải nhất, nhì, ba, tư. Câu trả lời của mỗi bạn (nêu lên ai được giải nào) ta biểu diễn bằng một loại ký hiệu : theo câu trả lời của An A - 2, B - 1 nối bằng nét đứt, theo câu trả lời của Bình B - 2, D - 3 nối bằng nét liền, còn theo câu trả lời của Cường C - 2, D - 4 nối bằng nét chấm chấm (hình 51). Câu trả lời thành thật của Dũng chứng tỏ rằng, trong hai đoạn nối cùng một ký hiệu, bao giờ cũng có một đoạn biểu thị quan hệ đúng, còn một đoạn là sai.

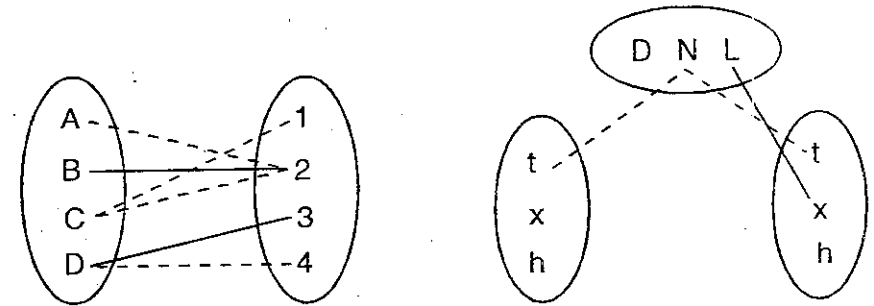
Ta bắt đầu thử chọn như sau. Trước hết giả sử D - 4 đúng, ta viết tắt là đ, thế thì đường chấm còn lại C - 2 phải sai, viết là s. Mặt khác, D - 4 đúng thì D - 3 phải sai, vì mỗi người một giải. Khi đó, D - 3 sai thì B - 2 đúng, mà B - 2 đúng thì B - 1 sai, từ đó A - 2 đúng. Như vậy, cả B - 2 và A - 2 đều đúng, trái với giả thiết, mỗi người một giải. Do đó, cách chọn "D - 4 đúng" lúc đầu là không hợp lý. Vậy D - 4 phải sai, từ đó lần lượt suy ra C - 2 đúng, B - 2 sai, D - 3 đúng A - 2 sai, B - 1 đúng, cuối cùng A - 4 đúng B - 2 sai, D - 3 đúng A - 2 sai, B - 1 đúng, cuối cùng A - 4 đúng.

Kết quả : Bình giải nhất, Cường giải nhì, Dũng giải ba, An giải tư.

99. Trong bài toán này có ba nhóm đối tượng, nhóm thứ nhất gồm ba bạn Dương, Nhung, Linh ký hiệu bằng ba điểm D, N, L, nhóm thứ hai gồm ba màu áo trắng, xanh, hồng biểu diễn bằng ba điểm t, x, h ; nhóm thứ ba gồm các cặp tóc màu trắng, xanh, hồng được vẽ bằng ba điểm t, x, h (hình 52).

Mối quan hệ giữa các đối tượng của ba nhóm này được ký hiệu bằng nét đứt nếu quan hệ giữa chúng là sai (tức là không có quan hệ) và bằng nét liền nếu quan hệ giữa chúng là đúng. Theo giả thiết, áo và cặp tóc của Nhung đều không phải là màu trắng, nên

N - t (áo) và N - t (cặp tóc) được nối bằng nét đứt, còn Linh cặp tóc màu xanh nên L - x (cặp tóc) được nối bằng nét liền. Từ đó, ta

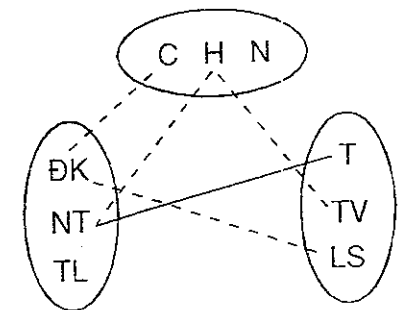


Hình 51

thấy N - h (cặp tóc) phải nối bằng nét liền, suy ra chỉ còn D - t (cặp tóc) nối bằng nét liền. Vì Dương có màu áo và cặp tóc trùng nhau, nên D - t (áo) cũng nối bằng nét liền. Hơn nữa, theo giả thiết thì Nhung và Linh đều có áo và cặp tóc khác màu, mà N - h (cặp tóc) nối bằng nét liền thì N - x (áo) cũng nối bằng nét liền. Cuối cùng, H - h (áo) nối bằng nét liền. Vậy : Dương mặc áo trắng và cặp tóc trắng, Nhung áo xanh, cặp tóc hồng, còn Linh áo hồng, cặp tóc xanh.

Hình 52

100. Trong bài toán này có ba nhóm đối tượng : nhóm thứ nhất có ba cô giáo Châu, Hồng, Ninh ký hiệu bằng ba điểm C, H, N, nhóm thứ hai gồm ba trường Đoàn Kết, Nguyễn Trãi, Thăng Long ký hiệu bởi ba điểm ĐK, NT, TL ; nhóm thứ ba có ba môn học Toán, Tiếng Việt, Lịch



Hình 53

sử được biểu diễn bằng ba điểm T, TV, LS (hình 53).

Mối quan hệ giữa các đối tượng của ba nhóm này được biểu diễn bằng nét đứt nếu quan hệ của chúng là sai và bằng nét liền nếu quan hệ của chúng là đúng. Từ giả thiết a, ta vẽ các nét đứt nối C - DK, H - NT, từ giả thiết b, ta nối DK - LS bằng nét đứt, từ giả thiết ta nối NT - T bằng nét liền, từ giả thiết ta nối H - TV bằng nét đứt (hình 53). Bài toán đưa về việc phải xác định được nét liền nối ba đối tượng ở ba nhóm thành những tam giác. Hãy chú ý nhận xét sau : từ một đối tượng nối với ba đối tượng của một nhóm khác bằng ba đoạn thẳng thì trong ba đoạn thẳng này bao giờ cũng có một đoạn là nét liền và hai đoạn còn lại là nét đứt, bởi vì theo giả thiết của bài toán, mỗi đối tượng luôn luôn chỉ có một quan hệ với một đối tượng của nhóm khác mà thôi. Ta suy ra trình tự xác định các quan hệ trên hình 53 như sau :

H - T nét đứt, H - LS nét liền, T - DK nét đứt, DK - TV nét liền, NT - LS nét đứt, LS - TL nét liền, H - TL nét liền, H - DK nét đứt, DK - N nét liền, N - TV nét liền. Tới đây, ta được hai tam giác có cạnh là nét liền đó là : H - TL - LS và N - DK - TV. Cuối cùng, còn lại C - NT và T - C nối bằng nét liền.

Vậy cô Châu ở trường Nguyễn Trãi dạy mẫu giờ Toán, cô Hồng ở trường Thăng Long dạy mẫu giờ Lịch sử, còn cô Ninh ở trường Đoàn Kết dạy mẫu giờ Tiếng Việt.

Các bài toán từ số 97 đến 100 đều có thể trình bày cách giải bằng suy luận thông thường như ở lời giải bài số 96.

101. Cách 1. Chiều cao AH của hình tam giác ACD :

$$\frac{30 \times 2}{5} = 12 \text{ (m)}$$

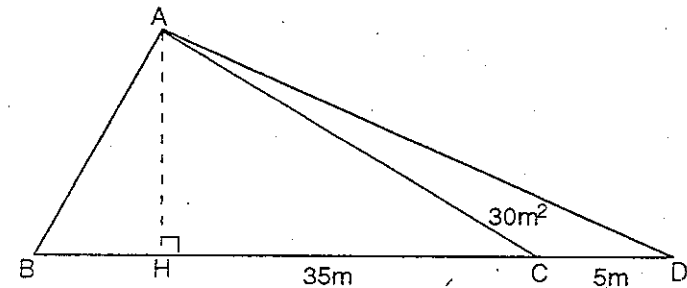
$$\text{Diện tích ABC : } \frac{35 \times 12}{2} = 210 \text{ (m}^2\text{)}$$

Cách 2. Chiều cao AH chung cho hai hình tam giác ABC và ACD ; hai hình này có đáy BC gấp một số lần đáy CD :

$$35 : 5 = 7 \text{ (lần)}$$

Hai hình tam giác ABC và ACD có chung chiều cao AH ; có đáy BC lớn gấp 7 lần đáy CD nên diện tích ABC cũng lớn gấp 7 lần ACD. Do đó diện tích ABC là :

$$30 \times 7 = 210 \text{ (m}^2\text{)}$$



Hình 54

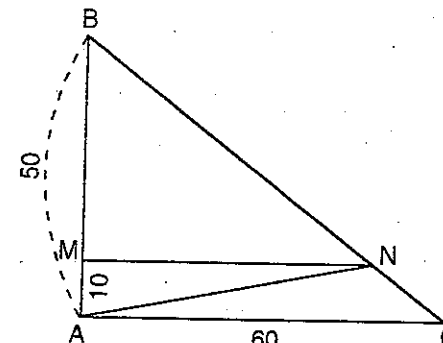
102. Cách 1. Diện tích hình tam giác ABC :

$$\frac{50 \times 60}{2} = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Nối NA. Diện tích hình tam giác ANC :

$$\frac{60 \times 10}{2} = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác ABN : $1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$



Hình 55

Chiều cao NM của hình tam giác ABN :

$$\frac{1200 \times 2}{50} = 48 \text{ (cm)}$$

Hình tam giác BMN có chiều cao 48 cm và đáy BM bằng $50 - 10 = 40$ (cm). Do đó hình tam giác BMN có diện tích :

$$\frac{40 \times 48}{2} = 960 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Cách 2. Diện tích hình tam giác ABC :

$$\frac{60 \times 50}{2} = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác ANC :

$$\frac{60 \times 10}{2} = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác ABN :

$$1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Hai hình tam giác ABN và MBN có chung chiều cao NM và đáy BM bằng $\frac{4}{5}$ đáy BA, do đó diện tích MBN cũng $\frac{4}{5}$ bằng diện tích hình ABN. Vậy diện tích hình tam giác MBN là :

$$1200 : 5 \times 4 = 960 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

103. (h.56) a) So sánh S_{AEM} và S_{AGM}

Nối E với M, Nối G với M.

$S_{EBM} = S_{GMC}$ (vì $BM = MC$ và hai chiều cao $EH = GK$)

$S_{ABM} = S_{AMC}$ (vì $BM = MC$, chiều cao chung hạ từ A xuống BC)

Do đó : $S_{ABM} - S_{EBM} = S_{AMC} - S_{GMC}$

Hay $S_{AEM} = S_{AGM}$

b) So sánh EN và NG.

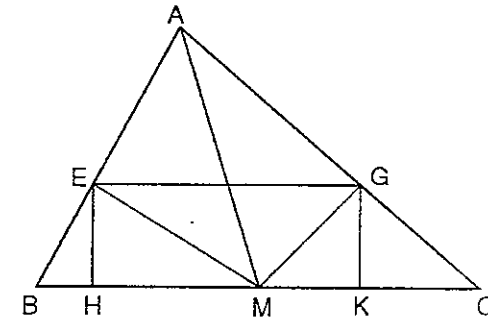
Vẽ chiều cao EP và GQ. Vì $S_{AEM} = S_{AGM}$ (câu a),

hai tam giác này có chung đáy AM nên hai chiều cao tương ứng bằng nhau : $EP = GQ$.

Hai chiều cao EP và GQ cũng là chiều cao của hình tam giác AEN và AGN ta có :

$S_{AEN} = S_{AGN}$ (vì chung đáy AN và hai chiều cao tương ứng bằng nhau : $EP = GQ$). Hai hình tam giác AEN và AGN có diện tích bằng nhau và có chung chiều cao hạ từ A xuống EG nên hai đáy phải bằng nhau là $EN = NG$.

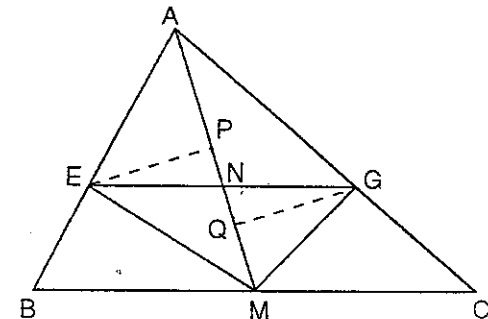
Vậy $EN = NG$.



Hình 56

104. (hình 57). Hai hình tam giác ABM và ABC có chung chiều cao hạ từ A xuống BC và có đáy BM bằng $\frac{2}{3}$ đáy BC nên diện tích ABM cũng bằng $\frac{2}{3}$ diện tích ABC. Do đó :

$$S_{ABM} = \frac{180 \times 2}{3} = 120 \text{ (cm}^2\text{)}$$

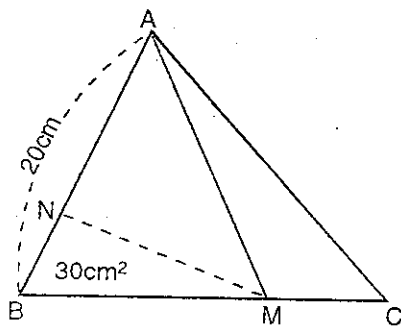


Hình 57

Vì $S_{ABM} = 120 \text{ cm}^2$ và $S_{BMN} = 30 \text{ cm}^2$ nên S_{ABM} so với S_{BMN} thì lớn gấp một số lần : $120 : 30 = 4$ (lần).

Hai hình tam giác ABM và BMN có chiều cao chung hạ từ M xuống AB mà $S_{ABM} = S_{BMN} \times 4$ nên đáy AB phải lớn gấp 4 lần đáy BN . Do đó, $BN = 20 : 4 = 5$ (cm).

Vậy điểm N phải cách điểm B là 5 cm.

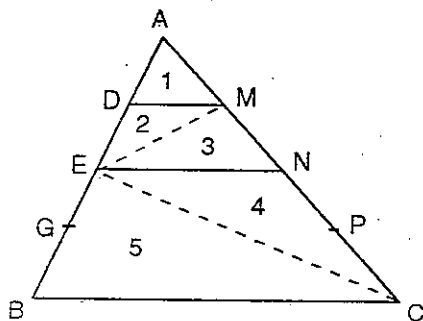


Hình 58

105. (h.59). a) $S_1 = S_2$ (vì có chiều cao chung hạ từ M xuống AE và $DA = DE$), $S_1 + S_2 = S_3$ (vì có chiều cao chung hạ từ E xuống AN và $MA = MN$), nếu coi S_1 là 1 phần thì $S_2 = 1$ phần, do đó $S_3 = 1 + 1 = 2$ (phần).

Vậy $S_2 + S_3 = 1 + 2 = 3$ (phần).

b) $S_1 + S_2 + S_3 = S_4$ (vì có chung chiều cao hạ từ E xuống AC và $NA = NC$), do đó $S_4 = 1 + 1 + 2 = 4$ (phần).



Hình 59

c) $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = S_5 = \frac{1}{2} S_{ABC}$ (vì có chung chiều cao hạ từ C xuống AB và $EA = EB$). Do đó, $S_5 = 1 + 1 + 2 + 4 = 8$ (phần).

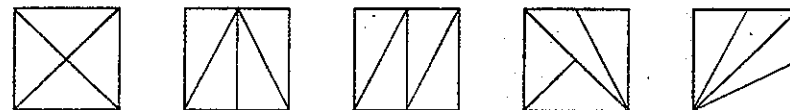
d) $S_4 + S_5 = 4 + 8 = 12$ (phần).

e) Vậy tỉ số diện tích hình $EDMN$ với diện tích hình $BENC$ là :

$$\frac{3}{12} \text{ hay } \frac{1}{4}$$

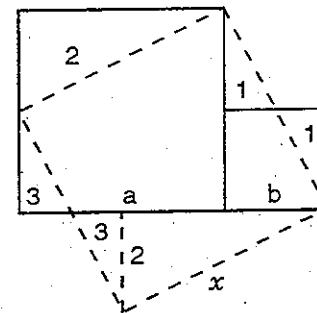
106. Một số cách chia như trên hình 60.

Bạn đọc hãy tự lập luận để chứng tỏ rằng 4 tam giác được chia ra có diện tích bằng nhau.



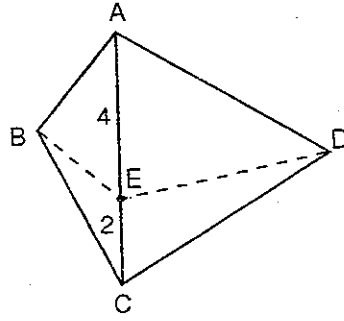
Hình 60

107. Xếp hai hình vuông kế nhau rồi cắt ghép như trên hình 61. Được hình vuông mới (vẽ bằng nét đứt). Như vậy, từ hai hình vuông bất kì đều có thể cắt ghép thành một hình vuông mới. Từ đó suy ra rằng từ k hình vuông bất kì, k là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 2, đều có thể cắt, ghép lại thành một hình vuông mới (bằng cách cứ cắt ghép hai hình vuông như trên cho đến khi chỉ còn một hình vuông cuối cùng).



Hình 61

108. (h. 62). Điểm E trên đoạn AC được xác định sao cho $AE = 4\text{cm}$, tức là $AE = 2EC$. Điểm E thỏa mãn điều kiện bài toán bởi vì : $S_{ABE} = 2S_{BCE}$ do chung đường cao hạ từ B xuống AC và cạnh đáy $AE = 2EC$;



Hình 62

$S_{ADE} = 2S_{CDE}$ do chung đường cao hạ từ D xuống AC và cạnh đáy $AE = 2EC$, suy ra $S_{ABE} + S_{ADE} = 2(S_{BCE} + S_{CDE})$ hay diện tích hình ABED gấp đôi diện tích hình BCDE.

109. Gọi số phải tìm là số \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$). Nếu số viết theo thứ tự ngược lại là số có một chữ số thì giá trị lớn nhất của tích hai số đó sẽ bằng : $90 \times 9 = 810 < 3154$. Do đó số viết theo thứ tự ngược lại phải là số có hai chữ số là \overline{ba} ($b \neq 0, b, a < 10$).

Giả sử $\overline{ab} > \overline{ba}$. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ba} - (b + a) = 27$$

$$\overline{ba} - b - a = 27 \text{ (một số trừ một tổng)}$$

$$\overline{b0} - b = 27 \text{ (}\overline{ba} - a = \overline{b0}\text{)}$$

Vì $10 - b = 7$ nên $b = 3$. Từ đó ta có :

$$\overline{a3} \times \overline{3a} = 2154$$

Vì $3 \times a$ có tận cùng là 4 nên $a = 8$.

Thử : $83 \times 38 = 3154$. Đúng với đầu bài.

$$38 - (3 + 8) = 27. \text{ Đúng với đầu bài.}$$

Vậy số phải tìm là 83 và 38.

110. Cách 1. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$). Hiệu các chữ số hàng chục và hàng đơn vị là $a - b$. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ab} = (a - b) \times 18 + 4$$

$$a \times 10 + b = (a - b) \times 18 + 4 \text{ (cấu tạo thập phân của } \overline{ab}\text{)}$$

$$a \times 10 + b = a \times 18 - b \times 18 + 4 \text{ (một hiệu nhân một số).}$$

Nếu coi $a \times 18 + 4$ là số bị trừ, $b \times 18$ là số trừ, $a \times 10 + b$ là hiệu thì ta có :

$$a \times 10 + b + b \times 18 = a \times 18 + 4 \text{ (tìm số bị trừ)}$$

$$a \times 10 + b \times (1 + 18) = a \times 18 + 4 \text{ (một số nhân một tổng).}$$

$$a \times 10 + b \times 19 = a \times 18 + 4$$

Nếu coi $a \times 10$ và $b \times 19$ là các số hạng của tổng còn $a \times 18 + 4$ là tổng thì ta có :

$$b \times 19 = a \times 18 + 4 - a \times 10 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b \times 19 = 4 + a \times 18 - a \times 10 \text{ (tính chất giao hoán của tổng)}$$

$$b \times 19 = 4 + a \times (18 - 10) \text{ (một số nhân một hiệu)}$$

$$b \times 19 = 4 + a \times 8 (*)$$

Nhận xét : + Vì 4 và $a \times 8$ đều là số chẵn nên $b \times 19$ cũng là số chẵn, vì 19 là số lẻ nên b phải là số chẵn khác 0.

+ Nếu a lấy giá trị lớn nhất là 9 thì $b \times 19$ có giá trị lớn nhất là $4 + 9 \times 8 = 76$. Khi đó b có giá trị lớn nhất là : $76 : 19 = 4$.

Từ những nhận xét trên đây ta thấy b có thể lấy các giá trị là $b = 2$ hoặc $b = 4$.

• Với $b = 2$ thì theo (*) ta có :

$$2 \times 19 = 4 + a \times 8$$

$$38 = 4 + a \times 8$$

$$a \times 8 = 38 - 4 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 8 = 34$$

$$a = 34 : 8 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Kết quả phép tính $34 : 8$ không phải là số tự nhiên nên $b = 2$ không phù hợp với điều kiện bài toán.

• Với $b = 4$ thì theo (*) ta có :

$$4 \times 19 = 4 + a \times 8$$

$$76 = 4 + a \times 8$$

$$a \times 8 = 76 - 4 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 8 = 72$$

$$a = 72 : 8 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

$$a = 9$$

Thử lại : $(9 - 4) \times 18 + 4 = 5 \times 18 + 4 = 94$. Đúng với điều kiện bài toán.

Vậy số phải tìm là 94.

Cách 2. (Lập luận như trên).

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ab} = (a - b) \times 18 + 4.$$

Trong phép chia có dư thì số dư bé hơn số chia nên $4 < a - b$.

Nếu \overline{ab} lấy giá trị lớn nhất là 98 thì giá trị lớn nhất của $(a - b) \times 18$ sẽ là : $98 - 4 = 94$. Khi đó giá trị lớn nhất của $a - b$ sẽ là $94 : 18 = 5,23$. Điều đó có nghĩa $a - b < 6$.

Vì $4 < a - b < 6$ nên ta xét $a - b = 5$. Khi đó ta có :

$$\overline{ab} = 5 \times 18 + 4 = 94.$$

Vì hiệu hai chữ số của 94 là $9 - 4 = 5$ nên đúng với đầu bài. Vậy số phải tìm là 94.

111. Gọi các số có hai chữ số là \overline{ab} thì số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{ba} , gọi số có bốn chữ số là \overline{cdxy} thì số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{yxdc} . Theo đầu bài ta đặt các phép tính như sau :

$$\begin{array}{r} \overline{cdxy} \\ + \overline{ab} \\ \hline 2750 \end{array} \quad (1) \qquad \begin{array}{r} \overline{yxdc} \\ + \overline{ba} \\ \hline 8888 \end{array} \quad (2)$$

Ở cả hai phép cộng này đều không nhớ sang hàng nghìn nên từ (1) ta có $c = 2$, từ (2) ta có $y = 8$.

Từ (1) có : $y + b$ có tận cùng là 0 mà $y = 8$ nên $8 + b = 10$, do đó $b = 10 - 8 = 2$.

Từ (2) có : $c + a = 8$ mà $c = 2$ nên $2 + a = 8$, do đó $a = 8 - 2 = 6$.

Từ (1) có : $x + a + 1$ có tận cùng là 5 mà $a = 6$ nên $x + 6 + 1 = 15$, do đó $x = 15 - 7 = 8$.

Từ (2) có : vì $x = 8$ nên $d + b = 8$, mà $b = 2$ nên $d = 8 - 2 = 6$.

Vậy các số phải tìm là 62 và 2688.

112. Cách 1. Gọi số phải tìm là \overline{abcd} ($a \neq 0, a, b, c, d < 10$) thì số mới sẽ là $\overline{a0bcd}$. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \times 9$$

$$a \times 10000 + \overline{bcd} = (a \times 1000 + \overline{bcd}) \times 9$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times 10000 + \overline{bcd} = a \times 9000 + \overline{bcd} \times 9$$

(một tổng nhân một số).

Nếu coi $a \times 9000$ và $\overline{bcd} \times 9$ là hai số hạng của tổng

và $a \times 10000 + \overline{bcd}$ là tổng của chúng thì :

$$a \times 10000 + \overline{bcd} - a \times 9000 = \overline{bcd} \times 9$$

(tìm một số hạng của tổng)

$$a \times (10000 - 9000) + \overline{bcd} = \overline{bcd} \times 9$$

(một số nhân một tổng)

$$a \times 1000 + \overline{bcd} = \overline{bcd} \times 9$$

Nếu coi $a \times 1000$ và \overline{bcd} là hai số hạng của tổng và $\overline{bcd} \times 9$ là tổng của chúng thì : $a \times 1000 = \overline{bcd} \times 9 - \overline{bcd}$ (tìm một số hạng của tổng)

$$a \times 1000 = \overline{bcd} \times (9 - 1) \text{ (một số nhân một hiệu)}$$

$$a \times 1000 = \overline{bcd} \times 8$$

$$a \times 125 = \overline{bcd} \text{ (cùng chia cho 8)}$$

Vì $\overline{bcd} < 1000$ nên $a \times 125 < 1000$. Do đó $a < 8$ (vì nếu lấy $a = 8$ hoặc $a = 9$ thì $a \times 125$ sẽ là số có bốn chữ số).

Theo đầu bài các chữ a, b, c, d khác nhau nên ta xét từng trường hợp với a .

- Nếu $a = 1$ thì $\overline{bcd} = 1 \times 125 = 125$. Loại vì $a = b = 1$

- Nếu $a = 2$ thì $\overline{bcd} = 2 \times 125 = 250$. Loại vì $a = b = 2$

- Nếu $a = 3$ thì $\overline{bcd} = 3 \times 125 = 375$. Loại vì $a = b = 3$

- Nếu $a = 4$ thì $\overline{bcd} = 4 \times 125 = 500$. Loại vì $c = d = 0$.

- Nếu $a = 5$ thì $\overline{bcd} = 5 \times 125 = 625$. Loại vì $a = d = 5$.

- Nếu $a = 6$ thì $\overline{bcd} = 6 \times 125 = 750$

Thử : $6750 \times 9 = 60750$. Đúng với đầu bài.

- Nếu $a = 7$ thì $\overline{bcd} = 7 \times 125 = 875$. Loại vì $a = c = 7$.

Vậy số phải tìm là 6750.

Cách 2. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \times 9$$

$$\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \times (10 - 1)$$

$$\overline{a0bcd} = \overline{abcd} \times 10 - \overline{abcd} \text{ (một số nhân một hiệu)}$$

$$\overline{a0bcd} + \overline{abcd} = \overline{abcd} \times 10 \text{ (tìm số bị trừ)}$$

$$\overline{a0bcd} + \overline{abcd} = \overline{abcd0} \text{ (cấu tạo thập phân của số)}$$

Đặt theo cột dọc :

$$\begin{array}{r} \overline{a0bcd} \\ + \overline{abcd} \\ \hline \overline{abcd0} \end{array}$$

Vì $d + d$ có tận cùng là 0 nên $d = 0$ hoặc $d = 5$.

• Xét $d = 0$

Vì $c \neq d$ nên $c \neq 0$, khi đó : $c + c = 10$, do đó $c = 5$. Khi đó :
 $b + b + 1$ có tận cùng 5 nên $b = 2$ hoặc $b = 7$.

+ Nếu $b = 2$ thì $0 + a = 2$ nên $a = 2$. Loại vì $a = b = 2$.

+ Nếu $b = 7$ thì $0 + a + 1 = 7$ nên $a = 6$.

Thử : $6750 \times 9 = 60750$. Đúng với đầu bài.

• Xét $d = 5$

Ta có : $c + c + 1$ có tận cùng là 5 nên $c = 2$ hoặc $c = 7$.

+ Nếu $c = 2$ thì $b + b = 2$ nên $b = 1$, do đó $0 + a = 1$ nên
 $a = 1$. Loại vì $a = b = 1$.

+ Nếu $c = 7$ thì $b + b + 1$ có tận cùng bằng 7 nên $b = 3$ hoặc
 $b = 8$.

Với $b = 3$ thì $0 + a = 3$ nên $a = 3$. Loại vì $a = b = 3$.

Với $b = 8$ thì $0 + a + 1 = 8$ nên $a = 7$. Loại vì $a = c = 7$.

113. Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a \neq 0, a, b, c < 10$) thì số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{cba} .

Theo đầu bài ta có : $\overline{abc} - \overline{cba} = 297$.

Đây là phép trừ có nhớ sang hàng trăm nên $a - 1 - c = 2$ hay
 $a - c = 2 + 1 = 3$ hay $a = c + 3$.

Vì số \overline{abc} chia hết cho 5 nên $c = 0$ hoặc $c = 5$.

• Với $c = 0$ thì $a = 3$.

Vì số \overline{abc} chia hết cho 9 (với $c = 0$) nên $a + b + c = 3 + b + 0$
phải chia hết cho 9, do đó $b = 6$ để $a + b = 3 + 6 = 9$.

Thử : $360 - 63 = 297$.

360 vừa chia hết cho 5, vừa chia hết cho 9.

Số 360 là số phải tìm.

• Với $c = 5$ thì $a = 5 + 3 = 8$.

Vì số \overline{abc} chia hết cho 9 nên $a + b + c = 8 + b + 5 = 13 + b$
phải chia hết cho 9 ; do đó $b = 5$ để $a + b + c = 8 + 5 + 5 = 18$.

Thử : $855 - 558 = 297$.

855 vừa chia hết cho 5, vừa chia hết cho 9.

Số 855 là số phải tìm.

Vậy số phải tìm là 360 và 855.

114. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$).

Theo đầu bài ta có : $\overline{ab} = b \times b + a$

$$\overline{ab} - a = b \times b \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 10 + b - a = b \times b \text{ (cấu tạo thập phân của } \overline{ab})$$

$$a \times 10 - a = b \times b - b \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times (10 - 1) = b \times (b - 1) \text{ (một số nhân một hiệu)}$$

$$a \times 9 = b \times (b - 1)$$

Nhận xét : b và $b - 1$ là hai số tự nhiên liên tiếp ; tích của chúng là $b \times (b - 1)$ là một số chia hết cho 9 (vì $a \times 9 = b \times (b - 1)$). Do đó hai số này chỉ có thể là 9 và 8.

Vì $b > b - 1$ nên $b = 9$ và $b - 1 = 8$. Ta có :

$$a \times 9 = 9 \times 8, \text{ do đó } a = 8.$$

Thử : $89 : 9 = 9$ (dư 8) đúng với đầu bài.

Chú ý : Sau khi viết được $a \times 9 = b \times (b - 1)$ thì có thể tiến hành như sau :

Vì b và $b - 1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên tích của chúng phải là số chẵn, do đó $a \times 9$ phải là số chẵn. Vì $a \times 9$ là số chẵn, 9 là số lẻ nên số a phải là số chẵn.

Xét từng trường hợp với a chẵn.

+ Với $a = 2$ thì $2 \times 9 = b \times (b - 1)$

$18 = b \times (b - 1)$. Không tìm được hai số tự nhiên liên tiếp nào có tích bằng 18.

+ Với $a = 4$ thì $4 \times 9 = b \times (b - 1)$. Không tìm được hai số tự nhiên liên tiếp nào có tích bằng 36.

+ Với $a = 6$ thì $6 \times 9 = b \times (b - 1)$. Không tìm được hai số tự nhiên liên tiếp nào có tích bằng 54.

+ Với $a = 8$ thì $8 \times 9 = b \times (b - 1)$

Nếu $b = 9$ thì $b - 1 = 8$. Do đó $b = 9$ và $a = 8$.

Thử $89 : 9 = 9$ (dư 8). Đúng với đầu bài.

Hoặc : $9 \times 9 + 8 = 89$. Đúng với đầu bài.

115. Ta phải tìm \overline{abcd} biết rằng

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1977$$

Nhận xét :

Ở bên trái dấu bằng là một tích gồm hai thừa số, một thừa số là biểu thức trong dấu ngoặc đơn, một thừa số là chữ d . Tích hai thừa số này là một số lẻ (1977) nên cả hai thừa số đều là số lẻ. Do đó thừa số d có thể được xét với các giá trị 1, 3, 5, 7, 9.

Nếu coi $\overline{ab} \times c + d$ là một thừa số thì :

$$\overline{ab} \times c + d = 1977 : d \text{ (tìm một thừa số của tích).}$$

Vì giá trị số của biểu thức $\overline{ab} \times c + d$ là một số tự nhiên nên 1977 phải chia hết cho d . Theo điều kiện chia hết cho 5 hoặc 9 thì số 1977 không chia hết cho 5 hoặc 9. Nếu thực hiện phép tính $1977 : 7$ thì phép chia này có dư nên 1977 không chia hết cho 7. Ta chỉ xét $d = 1$ hoặc $d = 3$.

• Với $d = 1$ thì :

$$\overline{ab} \times c + 1 = 1977 : 1 = 1977$$

$$\overline{ab} \times c = 1977 - 1 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$\overline{ab} \times c = 1976$$

Giả sử lấy giá trị lớn nhất của $\overline{ab} = 99$ và $c = 9$ thì tích của chúng sẽ bằng : $99 \times 9 = 891 < 1976$.

• Với $d = 3$ thì :

$$\overline{ab} \times c + 3 = 1977 : 3$$

$$\overline{ab} \times c + 3 = 659$$

$$\overline{ab} \times c = 659 - 3 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$\overline{ab} \times c = 656$$

$$\overline{ab} = 656 : c \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Vì thương của $656 : c$ là số có hai chữ số nên số chia c phải lớn hơn 6. Số 656 không chia hết cho 9 nên chỉ xét $c = 7$ hoặc $c = 8$.

Nếu $c = 7$ thì $656 : 7$ là phép chia có dư.

Nếu $c = 8$ thì $\overline{ab} = 656 : 8 = 82$.

Thử : $(82 \times 8 + 3) \times 3 = 1977$. Đúng với đầu bài.

Vậy số phải tìm $\overline{abcd} = 8283$.

116. Gọi ba chữ số phải tìm là a, b, c khác nhau và khác 0. Theo đầu bài, lập được sáu số là :

$$\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bca}, \overline{bac}, \overline{cab}, \overline{cba}.$$

Tổng của sáu số này là :

$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bca} + \overline{bac} + \overline{cab} + \overline{cba} = 2664.$$

Ta thấy rằng mỗi chữ a, b, c đều xuất hiện hai lần ở hàng trăm, hàng chục, đơn vị của sáu số trên, nên có thể viết :

$$\begin{aligned} \overline{aaa} + \overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{bbb} + \overline{ccc} + \overline{ccc} &= 2664 \\ (\overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc}) \times 2 &= 2664 \text{ (một số nhân một tổng)} \\ \overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc} &= 2664 : 2 \text{ (tìm một thừa số của tích)} \\ \overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc} &= 1332. \end{aligned}$$

Vì a, b, c đều khác 0 và ở hàng trăm có $a + b + c \leq 13$ nên ở hàng đơn vị ta có : $a + b + c = 12$.

Giả sử $a > b > c$ thì theo đầu bài ta có :

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 198.$$

Vì $c < a$ nên đây là phép trừ có nhớ sang hàng chục và hàng trăm. Do đó ở hàng trăm ta có : $(a - 1) - c = 1$, do đó $a - c = 2$ (hoặc $a = c + 2$ hoặc $a - 2 = c$).

Đến đây ta có thể giải một trong các cách sau đây :

Cách 1. Vì $a - c > 2$ mà $c \neq 0$ nên $a > 2$ (hoặc $a \geq 3$).

• Với $a = 3$ thì $c = 3 - 2 = 1$. Do đó : $b = 12 - 3 - 1 = 8$ loại vì ta giả sử $a > b$ mà ở đây thì $a < b$.

• Với $a = 4$ thì $c = 4 - 2 = 2$. Do đó : $b = 12 - 4 - 2 = 6$ loại vì ta giả sử $a > b$ mà ở đây thì $a < b$.

• Với $a = 5$ thì $c = 5 - 2 = 3$.

Thử : $543 + 534 + 435 + 453 + 354 + 345 = 2664$. Đúng với điều kiện bài toán. Các chữ số phải tìm là 5, 4, 3.

• Với $a = 6$ thì $c = 6 - 2 = 4$. Do đó : $b = 12 - 6 - 4 = 2$. Loại vì ta giả sử $b > c$ mà ở đây $b < c$.

• Với $a = 7$ thì $c = 7 - 2 = 5$. Do đó : $b = 12 - 7 - 5 = 0$. Loại vì $b = 0$ mà đầu bài đã cho $b \neq 0$.

• Với $a = 8$ và $a = 9$ thì không tìm được giá trị thích hợp của b. Vậy các chữ số phải tìm là 5, 4, 3.

Cách 2. Vì $a + b + c = 12$ và $a = c + 2$ nên có thể viết :

$$c + 2 + b + c = 12$$

$$c \times 2 + b = 12 - 2 = 10 \text{ hay } c \times 2 = 10 - b$$

Vì $c \times 2$ và 10 là số chẵn nên b là số chẵn khác 0.

• Với $b = 2$ thì $c = (10 - 2) : 2 = 4$ loại vì $b < c$.

• Với $b = 4$ thì $c = (10 - 4) : 2 = 3$. Khi đó :

$$a = 12 - 4 - 3 = 5.$$

Thử : $543 + 534 + 435 + 453 + 354 + 345 = 2664$. Đúng.

• Với $b = 6$ thì $c = (10 - 6) : 2 = 2$. Khi đó :

$$a = 12 - 6 - 2 = 4. \text{ Loại vì } a < b.$$

• Với $b = 8$ thì $c = (10 - 8) : 2 = 1$. Khi đó :

$$a = 12 - 8 - 1 = 3. \text{ Loại vì } a < b.$$

Vậy các chữ số phải tìm là 5, 4, 3.

Cách 3. Vì $a + b + c = 12$ nên ta có thể viết :

$$a + b + c + 2 = 12 + 2 \text{ (cộng 2 vào hai tổng bằng nhau)}$$

$$a + b + a = 14 \text{ (vì } a = c + 2)$$

$$a \times 2 + b = 14.$$

Vì $a \times 2$ và 14 là số chẵn nên b phải là số chẵn.

Vì $a \times 2 < 14$ nên $a < 7$. Vì $b < a$ nên $b < 7$. Do đó ta chỉ xét các trường hợp : $b = 2$; $b = 4$; $b = 6$ (như cách 2).

Hoặc lập luận như sau :

Vì $a > 2$ và $a < 7$ nên chỉ xét các trường hợp

$$a = 3 ; a = 4 ; a = 5 ; a = 6 \text{ (như cách 1)}$$

117. Gọi số phải tìm là \overline{lab} .

Theo đầu bài ta có :

$$(1 + a + b) \times 17 = \overline{lab}$$

$$17 + a \times 17 + b \times 17 = \overline{lab} \text{ (một tổng nhân một số)}$$

$$a \times 17 + b \times 17 = \overline{lab} - 17 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 17 + b \times 17 = 100 + a \times 10 + b - 17$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times (10 + 7) + b \times (1 + 16) = 100 - 17 - a \times 10 + b$$

$$a \times 10 + a \times 7 + b \times 1 + b \times 16 = 83 + a \times 10 + b$$

(một số nhân một tổng)

$$a \times 7 + b \times 16 = 83 \text{ (cùng bớt } a \times 10 + b)$$

Vì tổng là số lẻ, $b \times 16$ là số chẵn nên $a \times 7$ phải là số lẻ, do đó a phải là số lẻ. Xét các trường hợp với a :

- Với $a = 1$ thì $b \times 16 = 83 - 1 \times 7 = 76$
 $b = 76 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).
- Với $a = 3$ thì $b \times 16 = 83 - 3 \times 7 = 62$
 $b = 62 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).
- Với $a = 5$ thì $b \times 16 = 83 - 5 \times 7 = 48$
 $b = 48 : 16 = 3$.

Thử : $(1 + 5 + 3) \times 17 = 153$. Đúng với điều kiện bài toán.

- Với $a = 7$ thì $b \times 16 = 83 - 7 \times 7 = 34$.
 $b = 34 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).
- Với $a = 9$ thì $b \times 16 = 83 - 9 \times 7 = 20$
 $b = 20 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).

Vậy số phải tìm là 153.

118. Cách 1. Gọi số phải tìm là \overline{abc} .

Tìm ba chữ số a, b, c ta viết được sáu số gồm hai chữ số là :

$$\overline{ab}, \overline{ba}, \overline{bc}, \overline{cb}, \overline{ca}, \overline{ac}$$

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac}$$

$$a \times 100 + \overline{bc} = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac}$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times 100 = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac} \text{ (cùng bớt } \overline{bc})$$

$$a \times 100 = \overline{aa} + \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cb} + \overline{cc} \text{ (cấu tạo thập phân của số)}$$

$$a \times 100 = \overline{aa} \times 2 + \overline{bb} + \overline{cb} + \overline{cc}$$

$$a \times 100 = a \times 11 \times 2 + b \times 11 + c \times 10 + b + c \times 11$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times 22 + a \times 78 = a \times 22 + b \times 12 + c \times 21$$

(một số nhân một tổng)

$$a \times 78 = b \times 12 + c \times 21 \text{ (cùng bớt } a \times 22)$$

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7 \text{ (cùng chia cho 3)}$$

Giả sử b và c lấy giá trị lớn nhất là 9 thì $b \times 4 + c \times 7$ đạt giá trị lớn nhất là $9 \times 4 + 9 \times 7 = 99$. Khi đó $a \times 26$ cũng đạt giá trị lớn nhất là 99, do đó a đạt giá trị lớn nhất là 3, vì nếu $a = 4$ thì $4 \times 26 = 104 > 99$. Xét từng trường hợp với a :

+ Với $a = 1$ thì :

$$1 \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

$$26 = b \times 4 + c \times 7$$

Vì 26 và $b \times 4$ là số chẵn nên $c \times 7$ là số chẵn, do đó c phải là số chẵn.

Trong một tổng $26 = b \times 4 + c \times 7$ thì $c \times 7 < 26$ nên $c < 4$, vì nếu $c = 4$ thì $4 \times 7 = 28 > 26$. Vì thế $c = 2$. Khi đó ta có :

$$26 = b \times 4 + 2 \times 7$$

$$26 = b \times 4 + 14$$

$$b \times 4 = 26 - 14 = 12 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b = 12 : 4 = 3 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Thử với $a = 1, b = 3, c = 2$. Ta có : $13 + 31 + 32 + 23 + 21 + 12 = 132$. Đúng với đầu bài.

+ Với $a = 2$ thì :

$$2 \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

$$52 = b \times 4 + c \times 7$$

Vì 52 và $b \times 4$ là số chẵn nên $c \times 7$ phải là số chẵn, do đó c phải là số chẵn.

Vì một số hạng không vượt quá tổng nên ở đây $c \times 7 < 52$, do đó $c < 8$, vì nếu $c = 8$ thì $8 \times 7 = 56 > 52$. Bởi vậy c có thể lấy giá trị 2, 4, 6. Nhưng vì $a \neq c$ mà $a = 2$ nên chỉ xét $c = 4$ hoặc $c = 6$.

• Nếu $c = 4$ thì $52 = b \times 4 + 4 \times 7$

$$b \times 4 = 52 - 28 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b = 24 : 4 = 6 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Thử với $a = 2, b = 6, c = 4$. Ta có : $26 + 62 + 64 + 46 + 42 + 24 = 264$. Đúng với đầu bài.

• Nếu $c = 6$ thì $52 = b \times 4 + 6 \times 7$

$$b \times 4 = 52 - 42 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b = 10 : 4 \text{ là số thập phân (loại)}$$

+ Với $a = 3$ thì :

$$3 \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

$$78 = b \times 4 + c \times 7$$

Vì 78 và $b \times 4$ là số chẵn nên $c \times 7$ là số chẵn. Do đó c là số chẵn. Giả sử b lấy giá trị lớn nhất là 9 thì $c \times 7$ có giá trị nhỏ nhất là : $78 - 9 \times 4 = 42$. Khi đó c đạt giá trị nhỏ nhất là 6. Vì c là số chẵn nên $c = 6$ hoặc $c = 8$.

• Nếu $c = 6$ thì

$$78 = b \times 4 + 6 \times 7$$

$$b \times 4 = 78 - 42 = 36 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b = 36 : 4 = 9 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Thử với $a = 3, b = 9, c = 6$ ta có :

$$39 + 93 + 96 + 69 + 63 + 36 = 396. \text{ Đúng với đầu bài.}$$

Vậy số phải tìm là 132, 264, 396.

Cách 2. Tiến hành như phần đầu ở cách 1 để có :

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

Sau khi tìm được $a = 1, b = 3, c = 2$ thì có thể làm tiếp :

$$1 \times 26 = 3 \times 4 + 2 \times 7 (*)$$

a) Cùng nhân cả hai vế của (*) với 2, ta có :

$$2 \times 1 \times 26 = (3 \times 4 + 2 \times 7) \times 2$$

$$2 \times 1 \times 26 = 2 \times 3 \times 4 + 2 \times 2 \times 7$$

(một tổng nhân một số)

$2 \times 26 = 6 \times 4 + 4 \times 7$ ở đây có dạng :

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

Sau đó thử với $a = 2, b = 6, c = 4$

b) Cùng nhân cả hai vế của (*) với 3, ta có :

$$3 \times 1 \times 26 = (3 \times 4 + 2 \times 7) \times 3$$

$$3 \times 1 \times 26 = 3 \times 3 \times 4 + 3 \times 2 \times 7$$

(một tổng nhân một số)

$3 \times 26 = 9 \times 4 + 6 \times 7$ ở đây có dạng :

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

Sau đó thử với $a = 3, b = 9, c = 6$.

Phần thứ tư

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 5
TOÀN QUỐC**

(Theo chương trình CCGD)

NĂM 1986

1. Cho số có hai chữ số. Nếu viết thêm hai chữ số vào bên phải số đó thì được số mới lớn hơn số đã cho là 1986 đơn vị. Hãy tìm số đã cho và hai chữ số được viết thêm đó.

2. Cho bốn số có tổng bằng 45. Nếu số thứ nhất cộng với 2, số thứ hai trừ đi 2, số thứ ba nhân với 2, số thứ tư chia cho 2 thì đều được bốn kết quả bằng nhau. Hãy tìm bốn số đã cho.

3. Từ hai tỉnh A và B cách nhau 396 km có hai người khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều với nhau. Khi người thứ nhất đi được 216 km thì hai người gặp nhau, lúc đó họ đã đi hết một số ngày đúng bằng hiệu của số km mà hai người đi được trong một ngày. Hãy tính xem mỗi người đi được bao nhiêu kilômét trong một ngày (vận tốc của mỗi người không thay đổi trên đường đi).

4. Cho hình tứ giác ABCD có đường chéo $AC = 6\text{cm}$. Hãy tìm trên AC một điểm E sao cho diện tích hình ABED gấp đôi diện tích hình BCDE.

NĂM 1987

1. Tuấn hỏi ông nội : "Thưa ông, ông bao nhiêu tuổi ạ ?". Ông trả lời : "Số chỉ tuổi ông là một số chẵn. Nếu viết các chữ số chỉ tuổi ông theo thứ tự ngược lại thì được số chỉ tuổi bố cháu. Nếu cộng các chữ số của số chỉ tuổi bố cháu thì được số chỉ tuổi cháu. Tuổi của ông, tuổi của bố cháu và tuổi của cháu cộng lại bằng 144 năm". Em hãy tính tuổi của Tuấn.

2. Trên ba mảnh giấy trắng ta ghi lần lượt các số 1, 2, 3. Sau đó ta úp các mặt đã ghi số xuống xáo trộn các mảnh giấy rồi cùng ghi lần lượt các số 1, 2, 3 vào mặt trắng thứ hai của mỗi mảnh giấy. Ta cộng hai số ghi trên hai mặt của mỗi mảnh giấy rồi đem ba tổng tìm được nhân với nhau. Em hãy cho biết tích tìm được có thể là một số lẻ được không và cho biết vì sao ?

3. Cho một tam giác ABC, điểm M trên cạnh BC sao cho BC gấp 5 lần BM, điểm N trên cạnh AC sao cho AN bằng $\frac{3}{4}$ của AC, điểm P trên đoạn thẳng NM sao cho NP bằng $\frac{2}{3}$ của NM. Em hãy so sánh diện tích của tam giác ABM với diện tích của tam giác AMP.

4. Một quãng đường dài 53 km gồm có năm đoạn đường. Cho biết :

1 - Đoạn đường thứ nhất dài hơn đoạn đường thứ hai, đoạn đường thứ hai dài hơn đoạn đường thứ ba, đoạn đường thứ ba dài hơn đoạn đường thứ tư, đoạn đường thứ tư dài hơn đoạn đường thứ năm.

2 - Đoạn đường thứ nhất dài gấp 2 lần đoạn đường thứ năm.

3 - Số đo chiều dài các đoạn đường tính theo km đều là số tự nhiên và số đo chiều dài đoạn đường thứ ba là số chẵn.

Em hãy tính chiều dài của mỗi đoạn đường.

BẢNG A
NĂM 1988

1. Thay các chữ a, b, c, d, m, n bằng các chữ số thích hợp vào ba phép nhân sau đây :

$$a \times a = d$$

$$b \times m = n$$

$$c \times a = a$$

Cho biết : - Các chữ giống nhau được thay bởi các chữ số giống nhau.

- Các chữ khác nhau được thay bởi các chữ số khác nhau.

- Đồng thời $a > b > c$.

Hãy giải thích cách làm.

2. So sánh hai tích sau đây :

$$A = 198719871987 \times 1988198819881988 \text{ và}$$

$$B = 198819881988 \times 1987198719871987$$

Hãy giải thích cách làm.

3. Có ba bình đựng nước nhưng chưa đầy. Sau khi đổ $\frac{1}{3}$ số nước ở bình 1 sang bình 2, rồi đổ $\frac{1}{4}$ số nước hiện có ở bình 2 sang bình 3, cuối cùng đổ $\frac{1}{10}$ số nước hiện có ở bình 3 sang bình 1 ; thì mỗi bình đều có 9 lít nước. Hỏi lúc đầu mỗi bình có bao nhiêu lít nước ?

4. Cho hình tam giác ABC có M là điểm chính giữa cạnh AB. Trên cạnh AC lấy điểm N sao cho CN dài gấp đôi AN. Đoạn thẳng BN cắt đoạn thẳng CM ở điểm O.

a) Cho biết diện tích hình tam giác OMB bằng 3cm^2 . Tính diện tích hình tam giác ABC.

b) Nếu gọi diện tích hình tam giác OMB là m, diện tích hình tam giác ONA là n thì ta có :

$$m \times 6 + n \times 3 = m \times 2 + n \times 6$$

Hãy giải thích tại sao ?

NĂM 1989

1. Trong các số có nhiều chữ số, có thể tìm được số nào để khi chuyển chữ số ở hàng cao nhất thành chữ số ở hàng đơn vị và vẫn giữ nguyên vị trí của các chữ số khác thì số mới nhận được lớn gấp 5 lần số cũ không ? Vì sao ?

2. Một cửa hàng có 5 rổ đựng cam và chanh. Trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả (cam hoặc chanh). Số quả đựng ở mỗi rổ lần lượt là 110 quả, 105 quả, 100 quả, 115 quả, 130 quả. Sau khi cất đi 1 rổ thì trong các rổ còn lại có số quả cam nhiều gấp 3 lần số quả chanh. Hỏi trong các rổ còn lại đó có bao nhiêu quả mỗi loại ? (giải thích cách tìm số quả mỗi loại).

4. Tam giác ABC có cạnh AB bằng 24cm, cạnh AC bằng 30cm. Một đường gấp khúc MENDPC chia tam giác ABC thành 6 tam giác có diện tích bằng nhau (đó là các tam giác AME, MEN, END, NDP, DPC, PCB). Các điểm M, N, P ở trên cạnh AB, các điểm E, D ở trên cạnh AC. Tính độ dài các đoạn thẳng AM, AN, AP, AE, AD.

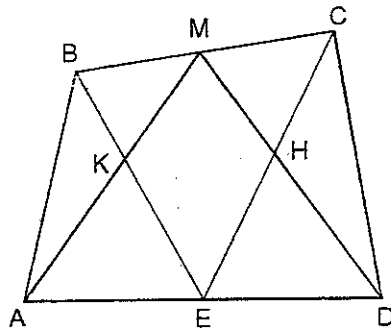
NĂM 1990

1. Cho ba số, trong đó hiệu của số lớn nhất và số bé nhất bằng 4,8. Nếu đem một số nhân với 12, một số nhân với 15, một số nhân với 10 thì được ba tích bằng nhau. Hãy tìm ba số đã cho.

2. Hãy tìm một số có ba chữ số khác nhau, biết rằng số đó bằng tổng tất cả các số có hai chữ số khác nhau lập được từ ba chữ số của số phải tìm.

3. Đọc theo một đường phố người ta đánh số các ngôi nhà liên tiếp như sau : một bên là các số lẻ liên tiếp, một bên là các số chẵn liên tiếp. Có một dãy liên tiếp mấy nhà (không rõ bao nhiêu nhà) nằm ở một bên đường phố (không rõ bên nào). Bạn An đã các bạn tìm đúng tất cả các số nhà của dãy đó biết rằng có một số nhà là một số có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị gấp 4 lần chữ số hàng chục, còn tổng tất cả các số nhà của dãy bằng 186.

4. Cho hình tứ giác ABCD. Điểm M là điểm chính giữa cạnh BC, điểm E là điểm chính giữa cạnh AD. Nối điểm A với điểm M, nối điểm B với điểm E, hai đoạn thẳng này cắt nhau ở điểm K. Nối điểm D với điểm M, nối điểm C với điểm E, hai đoạn thẳng này cắt nhau ở điểm N. Cho biết diện tích hình tam giác ABK bằng 3cm^2 , diện tích hình tam giác CDN bằng 5cm^2 . Tính diện tích hình tứ giác EKMN (hình 63).



Hình 63

NĂM 1991

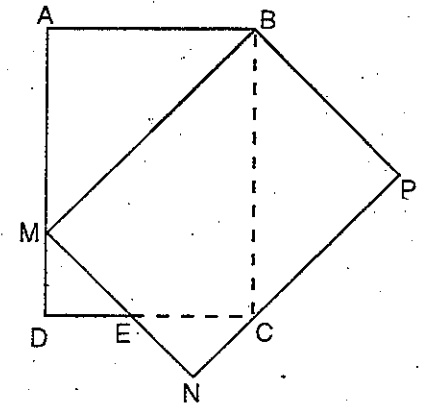
1. Bạn Tân hỏi bạn Mùi : "Hãy lấy số 1991 rồi thực hiện liên tiếp ba phép tính : nhân với 11, chia cho 11, cộng với 11 theo bất cứ thứ tự nào, hỏi kết quả là bao nhiêu số khác nhau và là những số nào ?".

Em hãy giúp bạn Mùi giải đáp câu đố trên.

2. Trong giải thi vô địch bóng đá thế giới "Mundial 90" có đội bóng của một nước mà tuổi trung bình của 11 cầu thủ ra sân lớn hơn 1 tuổi so với tuổi trung bình của 10 cầu thủ (không tính tuổi của đội trưởng). Tính xem tuổi của đội trưởng nhiều hơn tuổi trung bình của cả đội là bao nhiêu ?

3. Viết liên tiếp các số lẻ từ số 335 đến số 111 theo thứ tự giảm dần. Hãy đặt trước mỗi số lẻ đó dấu cộng (+) hoặc trừ (-) sao cho sau khi thực hiện các phép tính ta sẽ được kết quả đúng bằng số lẻ đầu tiên 335.

4. Cho hình chữ nhật ABCD bị che một phần bởi hình chữ nhật BMNP bằng nó như hình vẽ.



Hình 64

a) Hãy so sánh diện tích phần bị che BCEM với phần không bị che của hình chữ nhật ABCD.

b) Tính diện tích của phần giới hạn bởi đường gấp khúc khép kín ABPNEDA biết rằng $AB = 2MD = 2NC = 8\text{cm}$, diện tích hình tam giác AMB bằng 24cm^2 và diện tích hình tam giác ENC bằng 6cm^2 (hình 64).

NĂM 1992

1. Cho các số tự nhiên liên tiếp từ 2 đến 30.

a) Từ các số đã cho hãy tìm các số chỉ chia hết cho chính nó. Hãy viết các số vừa tìm được liên nhau theo thứ tự tăng dần để được một số A gồm nhiều chữ số.

b) Nếu vẫn giữ nguyên thứ tự các chữ số như trên rồi xóa đi nửa số chữ số của A thì phải xóa đi những chữ số nào để được :

- Số lớn nhất : viết số đó.
- Số bé nhất : viết số đó.

2. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 324m và chiều rộng 141m. Thửa đó được chia thành những thửa hình vuông cạnh 141m để còn lại một mảnh hình chữ nhật có cạnh bé hơn 141m. Mảnh hình chữ nhật này lại được chia thành những mảnh hình vuông có cạnh là chiều rộng của mảnh hình chữ nhật đó, để còn lại một mảnh hình chữ nhật nhỏ hơn nữa. Mảnh hình chữ nhật nhỏ hơn này lại được tiếp tục chia như trên, v.v... cho đến khi tất cả các mảnh nhỏ đều là hình vuông. Hỏi :

- a) Mảnh hình vuông nhỏ nhất có cạnh dài bao nhiêu mét ?
- b) Có bao nhiêu mảnh hình vuông của mỗi loại cạnh khác nhau ?

3. Hội khỏe Phù Đổng của tỉnh đã tập trung N học sinh của các trường tham dự. Cho biết N là số có 3 chữ số khác nhau và khác 0. Từ các chữ số đó lập nên tất cả các số có hai chữ số khác nhau, tổng của các số này gấp đôi số N. Hãy tìm số N.

4. Bạn An đã đưa ra công thức sau đây :

$$T + TH + TH\hat{A} + TH\hat{A}N = 4321$$

trong đó mỗi chữ khác nhau là một chữ số khác nhau. Em hãy tìm xem các chữ T, H, \hat{A}, N là những chữ số nào ?

NĂM 1993

1. a) Cho $A = 1993 \times 427$ và $B = 477 \times 1993$

Tính hiệu $B - A$ mà không tính riêng tích A và tích B.

b) Cho 4 chữ số khác nhau ; ta lập ra số lớn nhất và số nhỏ nhất, mỗi số đều có 4 chữ số lấy trong 4 chữ số đã cho. Biết rằng tổng 2 số này là 11220, hãy tìm tổng các chữ số đã cho.

2. Tìm các chữ số a, b, c, d sao cho tổng $\overline{abc} + \overline{dba}$ chia hết cho \overline{aa} và được thương là \overline{aa} , \overline{abc} , \overline{dba} là các số có 3 chữ số theo thứ tự a, b, c và d, b, a (\overline{aa} là số có 2 chữ số đều bằng a).

3. Cho hình chữ nhật ABCD có chiều dài 16cm và chiều rộng 9cm.

a) Tính cạnh hình vuông có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật.

b) Hãy chia hình chữ nhật ABCD thành 2 hình nhiều cạnh có diện tích bằng nhau mà khi ghép lại theo một cách khác sao cho 2 hình nhiều cạnh ấy vẫn giáp nhau dọc theo một đường gấp khúc có 5 cạnh, cạnh sau vuông góc với cạnh trước, ta được một hình vuông.

4. Trên bàn có 9 cuốn sách giáo khoa Văn và Toán.

a) Có một cuốn nhẹ hơn 8 cuốn còn lại. Dùng cân đĩa làm cách nào để chỉ 2 lần cân (không dùng quả cân) là biết ngay cuốn nào nhẹ ?

b) Xếp 9 cuốn đó thành hàng ngang. Hãy giải thích là nếu xếp như vậy thì luôn tìm được một cuốn Toán đặt cách đều 2 cuốn Toán khác, hoặc một cuốn Văn cách đều 2 cuốn Văn khác.

BẢNG B

Từ năm 1988, đề thi ở bảng B dành cho các vùng kinh tế và văn hóa phát triển chưa thật cao. Sau đây giới thiệu một số đề để bạn đọc tham khảo.

NĂM 1988

1. Người ta viết dãy số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100. Hỏi :

- a) Dãy này có tất cả bao nhiêu chữ số ?
- b) Dãy này có tất cả bao nhiêu chữ số 1 ?

2. Cho hai số tự nhiên có tổng bằng 46. Nếu ghép số lớn vào bên trái số bé hoặc ghép số lớn vào bên phải số bé đều được số có bốn chữ số, hiệu của hai số có bốn chữ số này bằng 2178. Tìm hai số đã cho.

3. Một xe ô tô đi từ A đến B. Khi xe đến C thì người lái xe nhìn thấy ở phía trước mặt có một cột cây số ghi 190 km và nhằm tính rằng quãng đường còn lại dài gấp 3 lần quãng đường đã đi qua.

Khi xe đi tiếp đến D, thì người lái xe cũng nhìn thấy ở phía trước mặt có cột cây số ghi 146 km và nhằm tính quãng đường còn lại chỉ bằng $\frac{1}{3}$ quãng đường đã đi qua.

Cuối cùng xe đi tiếp đến B. Hãy tính xem ở B có cột cây số ghi số bao nhiêu km ?

4. Cho hình chữ nhật ABCD có chu vi bằng 220 m. Nếu ở mỗi chiều dài bớt đi $\frac{1}{4}$ số đo của chính nó thì sẽ còn lại hình chữ nhật ABMN có chu vi bằng 180m. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.

NĂM 1989

1. Hãy tìm bốn số tự nhiên khác nhau biết rằng nếu lần lượt cộng từng ba số khác nhau đó thì được các tổng là 21, 22, 23, 24.

2. Tìm y biết $\overline{y0y04} + \overline{40y0y} + \overline{y040y} = 10101 \times 11 \times 2$
(các số ở bên trái dấu bằng (=) đều là số có 5 chữ số).

3. Quãng đường từ A đến B gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi từ A đến B hết 21 phút rồi trở về từ B đến A hết 24 phút. Hãy tính quãng đường AB, biết rằng vận tốc của người đó khi lên dốc là 2,5km/h và khi xuống dốc là 5km/h.

4. Một hình chữ nhật có 4 lần chiều dài bằng 9 lần chiều rộng. Tính diện tích của hình đó, biết rằng số đo chiều dài, chiều rộng tính ra mét là các số nguyên và số đo diện tích là một số có 3 chữ số nhỏ hơn 200.

NĂM 1990

1. Hãy tìm ba số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 1990. Nếu đem số thứ nhất chia cho số thứ hai thì được thương là 2 và dư 9, số thứ hai hơn số thứ ba là 3 đơn vị.

2. Cho ba số, trong đó hiệu của số lớn nhất và số bé nhất bằng 4,8. Nếu đem một số nhân với 12, một số nhân với 15, một số nhân với 10 thì được ba tích bằng nhau. Hãy tìm ba số đã cho.

3. Hiện nay anh 36 tuổi. Trước đây khi tuổi anh bằng tuổi em hiện nay thì hồi đó anh gấp đôi tuổi em. Hãy tính tuổi em hiện nay.

4. Cho hình chữ nhật chiều dài gấp đôi chiều rộng. Nếu chiều dài thêm 3m và chiều rộng thêm 9m thì được một hình vuông. Hãy tính diện tích hình chữ nhật.

NĂM 1991

1. Hãy tìm số có hai chữ số, biết rằng số đó lớn gấp 8 lần tổng các chữ số của nó.

2. Khi thực hiện phép chia hai số tự nhiên thì được thương là 6 và dư 51. Tổng của số bị chia, số chia, thương và số dư bằng 969. Hãy tìm số bị chia và số chia trong phép chia này.

3. Tổng số tuổi của bố, mẹ và hai con là 87. Bố hơn mẹ 3 tuổi. Số tuổi của người con thứ nhất nhiều gấp đôi số tuổi của người con thứ hai. Số tuổi của người con thứ hai đem nhân với chính số đó thì bằng số tuổi bố. Hãy tính số tuổi của mỗi người trong gia đình này.

4. Cho một hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 chiều rộng. Nếu chiều dài thêm 2m và chiều rộng thêm 10m thì được một hình vuông. Hãy tính diện tích hình vuông đó.

Gợi ý

NĂM 1986

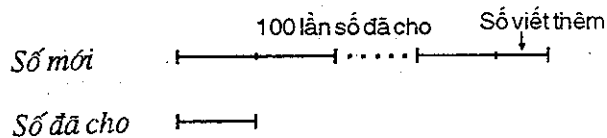
1. (20 và 06)

Cách 1.

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} \\ - \overline{ab} \\ \hline 1986 \end{array} \quad \text{hoặc} \quad \begin{array}{r} 1986 \\ + \overline{ab} \\ \hline \overline{abcd} \end{array}$$

Xét hai trường hợp : không nhớ và có nhớ sang hàng trăm.

Cách 2. (h. 65)



Hình 65

Thực hiện phép chia để tìm số chia và số dư.

2. (8, 12, 5, 20)

Vẽ sơ đồ đoạn thẳng.

Tìm số thứ ba rồi tìm các số còn lại.

3. (36km/ngày, 30km/ngày).

Cách 1.

Khi gặp nhau, người thứ nhất đi được nhiều hơn người thứ hai bao nhiêu km ? (36km)

Tìm số ngày đi ? ($36 = 6 \times 6$)

Cách 2.

Dùng phương pháp lựa chọn theo cách : Tìm hiệu hai quãng đường trong 1 ngày, 2 ngày, ...

4. (E cách A 4cm, hoặc E cách C 2cm)

Cách 1.

Lấy điểm E (trên AC) sao cho $AE = 4\text{cm}$.

Giải thích $S_{ABED} = S_{BCDE} \times 2$

Cách 2.

Dựa vào điều kiện $S_{ABED} = S_{BCDE} \times 2$ để tìm vị trí điểm E.

Từ đó tìm được $AE = 4\text{cm}$.

NĂM 1987

1. (84)

Lập luận số chỉ tuổi ông có hai chữ số (\overline{ab})

Lập biểu thức biểu thị tổng số tuổi ba người :

$$\overline{ab} + \overline{ba} + a + b = 144.$$

Tìm số tuổi của cháu rồi tìm số tuổi của ông.

2. (Không)

Cách 1.

Lập luận tính của ba số tự nhiên (là ba tổng) là một số lẻ nếu cả ba thừa số đều lẻ.

Lập luận rằng trong ba tổng nhất định có một tổng là số chẵn.

Cách 2.

Thống kê đầy đủ các khả năng xảy ra ở các mặt sau của ba tờ giấy.

Chứng tỏ rằng trong ba tổng này nhất định có ít nhất một tổng là chẵn.

3. (bằng nhau)

Cách 1. Cùng so sánh S_{ABM} và S_{AMP} với S_{MNC} .

Cách 2. Cùng so sánh S_{ABM} và S_{AMP} với S_{AMN} .

4. (14km, 13km, 10km, 9km, 7km)

Vẽ sơ đồ đoạn thẳng.

Xét xem 53km dài hơn mấy lần đoạn đường thứ năm và ngắn hơn mấy lần đoạn đường đó ?

Kiểm tra từng trường hợp (vẽ sơ đồ) có thể xảy ra với đoạn đường thứ năm.

NĂM 1988

1. (a = 3, b = 2, c = 1, d = 9, m = 4, n = 8).

Tìm c.

Tìm a, b, d.

Tìm m, n.

2. (Bằng nhau).

Viết số A thành tích của bốn thừa số.

Đổi chỗ các thừa số đó rồi nhân từng cặp hai thừa số thì sẽ được số B.

3. (121, 81, 71).

Lần thứ ba đổ mấy lít nước từ bình ba sang bình một ?

Lần thứ hai đổ mấy lít nước từ bình hai sang bình ba ?

Lần thứ nhất đổ mấy lít nước từ bình một sang bình hai ?

Lúc đầu mỗi bình có mấy lít nước ?

4. (Câu a : 30cm^2)

Câu a.

Tính S_{AOB} .

Tính S_{BOC} .

Tính S_{AMC} .

Tính S_{ABC} .

Câu b.

Tính $S_{BAN} = m + m + n = m \times 2 + n$.

$$S_{ABC} = S_{BAN} \times 3 = (m \times 2 + n) \times 3 \quad (1)$$

Tính $S_{ACM} = m + n + n \times 2 = m + n \times 3$

$$S_{ABC} = S_{ACM} \times 2 = (m + n \times 3) \times 2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra câu b.

NĂM 1989

1. (Không có).

Theo đề bài, hai số cũ và mới có chữ số bằng nhau, vì thế chữ số hàng cao nhất của số cũ phải là 1, nếu không, khi nhân số này với 5 sẽ được số mới có nhiều chữ số hơn chữ số của số cũ.

Suy ra chữ số hàng đơn vị của số mới phải là 1. Nhưng số mới gấp 5 lần số cũ, tức là chia hết cho 5 thì phải tận cùng là 0 hoặc 5. Mâu thuẫn ! Vậy không có số thỏa mãn điều kiện bài toán.

2. (100 quả, 115 chanh, 345 cam). Trong các rổ còn lại, số cam nhiều gấp 3 lần số chanh tức là tổng số cam, chanh còn lại phải chia hết cho 4.

- Tổng số cam, chanh ở 5 rổ là 560, số này cũng chia hết cho 4.

- Vậy số quả trong rổ cất đi phải chia hết cho 4 : đã cất đi rổ 100 quả.

- Số quả còn lại là 460 gồm 1 phần chanh và 3 phần cam.

3. (thứ năm)

- Tuần lễ có 7 ngày (là số lẻ) nên giữa hai chủ nhật là ngày chẵn phải có một chủ nhật là ngày lẻ.

- Suy ra tháng đó có 5 ngày chủ nhật, giữa chủ nhật đầu và chủ nhật cuối cách nhau $7 \times (5 - 1) = 28$ ngày, mà chủ nhật đầu là ngày chẵn, do đó chủ nhật đầu là mùng 2.

- Vậy chủ nhật tiếp theo ngày 9, ngày 16, nên ngày 20 là thứ năm.

4. (7,5cm ; 15cm ; 20cm ; 16cm ; 24cm)

- $S_{BCP} = \frac{1}{6} S_{BCA}$ có chung đường cao hạ từ C nên

$BP = \frac{1}{6} AB = 4$ (cm), suy ra AP.

- $S_{ACP} = \frac{5}{6} S_{ABC}$ $S_{CDP} = \frac{1}{5} S_{ACP}$ nên $CD = \frac{1}{5} AC = 6$ (cm),
suy ra AD.

Tiếp tục suy luận tương tự như vậy.

NĂM 1990

1. (B). (1001 ; 496 ; 493)

Dùng sơ đồ đoạn thẳng : Kí hiệu số thứ hai là một đoạn thẳng thì số thứ nhất gồm 2 đoạn thẳng như thế cộng với 9 đơn vị ; còn số thứ ba là một đoạn thẳng như thế bớt đi 3 đơn vị. Suy ra : Số thứ hai là : $(1990 - 9 + 3) : 4 = 496$

Số thứ nhất là : $496 \times 2 + 9 = 1001$

Số thứ ba là : $496 - 3 = 493$

2. (132, 264, 396)

- Kí hiệu số phải tìm là \overline{abc} , ta có :

$$\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{ac} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{ca} + \overline{cb}$$

- Khai triển theo cấu tạo thập phân của số rồi rút gọn, được :

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

- Suy ra c là số chẵn : $c = 2d$ ($0 < d < 5$) :

$a \times 13 = b \times 2 + d \times 7 < 9 \times 2 + 4 \times 7 = 46$ Vậy $a < 4$,
tức là a chỉ có thể là 1, 2, 3.

- Lập luận từng trường hợp, đi đến kết quả : 132, 264, 396.

3. (26, 28, 30, 32, 34; 36).

- Trong dãy này có số nhà 14 hoặc 28, tức dãy này gồm toàn số nhà chẵn.

- Chú ý $186 = \frac{\text{số nhà đầu} + \text{số nhà cuối}}{2} \times \text{số căn nhà trong dãy}$

mà $186 \times 1 = 93 \times 2 = 31 \times 6$.

- Suy ra số căn nhà chỉ có thể là 1, 2 hoặc 6, nhưng vì tổng các số nhà là 186 nên số căn nhà là 6.

- Như vậy tổng của số nhà đầu và số nhà cuối là 62, suy ra kết quả.

4. (8cm^2).

Kí hiệu như hình 66.

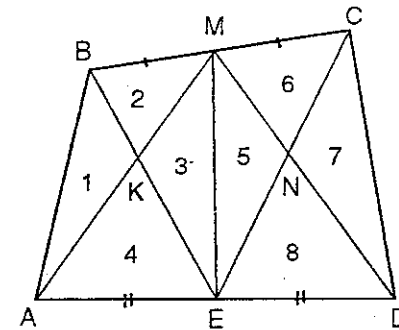
- Có $S_1 + S_2 = \frac{1}{2} S_{ABC}$; $S_7 + S_8 = \frac{1}{2} S_{ACD}$, nên

$$S_1 + S_2 + S_7 + S_8 = \frac{1}{2} S_{ABCD} = S_3 + S_4 + S_5 + S_6.$$

- Lại có $S_2 + S_3 = S_5 + S_6$ và $S_5 + S_8 = S_3 + S_4$.

Suy ra $S_2 + S_8 = S_4 + S_6$,

và $S_1 + S_7 = S_3 + S_5 = 3\text{cm}^2 + 5\text{cm}^2 = 8\text{cm}^2$.



Hình 66

NĂM 1991

1. (2002, 21902, 302) Với ba dấu phép tính \times , $:$, $+$ có tất cả 6 cách sắp xếp

$$\times : + \text{ tương ứng } 1991 \times 11 : 11 + 11$$

$$\times + : 1991 \times 11 + 11 : 11$$

$$+ \times : 1991 + 11 \times 11 : 11$$

$$+ : \times 1991 + 11 : 11 \times 11$$

$$: + \times \quad 1991 : 11 + 11 \times 11$$

$$: \times + \quad 1991 : 11 \times 11 + 11$$

- Trong đề toán không nói đến dấu ngoặc nên chỉ có 3 kết quả trên. Nếu có thêm dấu ngoặc để thay đổi thứ tự thực hiện các phép tính thì bài toán sẽ phức tạp và có nhiều kết quả khác.

2. (10 tuổi)

- Nếu đội trưởng bớt đi 11 tuổi thì tổng số tuổi của cả đội (11 cầu thủ) sẽ bớt đi 11, nên tuổi trung bình của cả đội bị bớt đi $11 : 11 = 11$ (tuổi) mà bằng tuổi trung bình của 10 cầu thủ (không kể đội trưởng).

- Vậy tuổi của đội trưởng hơn tuổi trung bình của toàn đội là

$$11 - 1 = 10 \text{ (tuổi)}$$

3. Nhận xét hiệu của hai số lẻ liên tiếp là 2, tức là :

$$335 - 333 = 331 - 329 = \dots = 121 - 119 = 117 - 115 = 113 - 111 = 2.$$

- Bỏ bớt số lẻ ở chính giữa dãy số là $\frac{335 + 11}{2} = 223$ thì có thể lập được tất cả $112 : 2 = 56$ hiệu như vậy mà tổng của chúng là $56 \times 2 = 112$. Cộng thêm 223 lại được 335.

- Đặt dấu như sau :

$$335 - 333 + 331 - 329 + \dots + 227 - 225 + 223 + 221 - 219 + \dots + 217 - 215 + \dots + 113 - 111 (= 2 \times 56 + 223 = 335).$$

4. (lớn hơn, 110 cm^2).

a) Xem hình 67, diện tích phần không bị che là $S_1 + S_2$, diện tích phần bị che là $S_1 + S_2 + S_{CEHG}$, suy ra kết luận

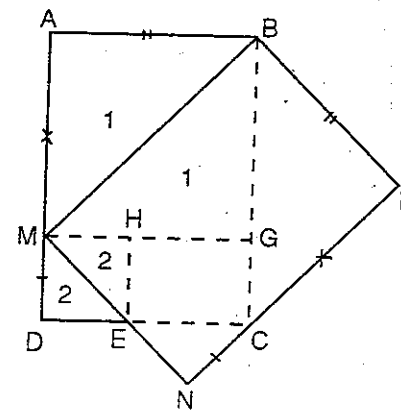
$$b) + MD = NC = 4\text{cm}; AM = 6\text{cm}; AD = 10\text{cm}$$

$$S_{ABCD} = S_{MNPB} = 80\text{cm}^2.$$

$$+ S_{ABM} = S_{BPC} = S_1 = 24\text{cm}^2.$$

$$+ S_{ABCD} - S_{ABCEM} = S_{MBPN} - S_{MBPC} \text{ hay}$$

$$S_2 = S_{ENC} = 6\text{cm}^2, \text{ suy ra diện tích phải tìm.}$$



Hình 67

NĂM 1992

1. (23571113, 17192329, 11111232)

a) Các số đó là 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

b) Cần phải xóa 8 chữ số.

- Muốn cho số còn lại lớn nhất thì chữ số hàng thứ 8 (từ phải sang trái) phải lớn nhất. Trong các số có thể đứng ở hàng thứ 8 này (2, 3, 5, 7, 1, 1, 1, 3, 1) chỉ có 7 là lớn nhất nên giữ lại, do đó phải xóa đi 2, 3, 5.

Xét chữ số ở hàng thứ 7 lớn nhất tương tự như vậy, suy ra kết quả.

- Lập luận tương tự với số còn lại bé nhất.

2. (3m, 2 hình vuông cạnh 141m, 3 hình cạnh 42m, 2 hình cạnh 15m, 1 hình cạnh 12m, 4 hình cạnh 3m).

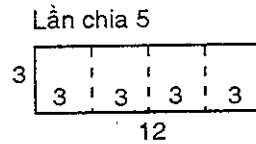
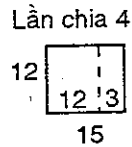
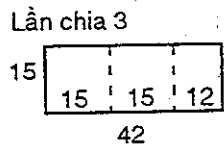
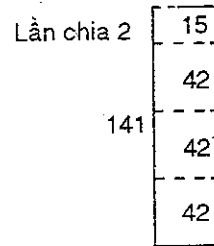
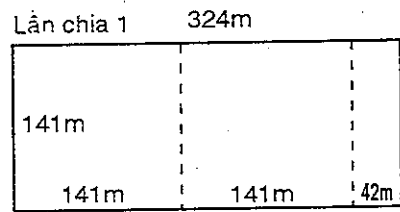
Xem hình sau :

3. (N = 198).

- Kí hiệu $N = \overline{abc}$, theo giả thiết

$$\overline{abc} \times 2 = \overline{ab} + \overline{ac} + \overline{bc} + \overline{ba} + \overline{cb} + \overline{ca}$$

- Rút gọn : $a \times 89 = b + c \times 10$ hay $a \times 98 = \overline{cb} < 100$ suy ra $a = 1, b = 9, c = 8$. Thử lại đúng.



Hình 68

4. (3, 8, 9, 1).

Ta có phép tính

$$\begin{array}{r} T \\ TH \\ TH\bar{A} \\ TH\bar{A}N \\ \hline 4321 \end{array}$$

- T không thể là 4, nên $T = 3$

- Vì $4321 - 3333 = 988$ nên

$$\begin{array}{r} H \\ +H\bar{A} \\ H\bar{A}N \\ \hline 988 \end{array}$$

Suy ra $H = 8$, tương tự $\bar{A} = 9, N = 1$

1. (99650, 21).

a) Chú ý $B - a = (477 - 427) \times 1993 = 50 \times 1993$

b) - Giả sử 4 chữ số đó là a, b, c, d với $a < b < c < d$

- Số lớn nhất là \overline{dcba} , số nhỏ nhất là \overline{abcd} , ta có :

$$\begin{array}{r} \overline{abcd} \\ + \overline{dcba} \\ \hline 11220 \end{array}$$

Xét từng cột theo hàng đơn vị, lần lượt suy ra $d + a = 10, c + b = 11$

2. (2, 4, 2, 2 và 2, 9, 2, 1 và 3, 4, 6, 7 và 3, 9, 6, 6).

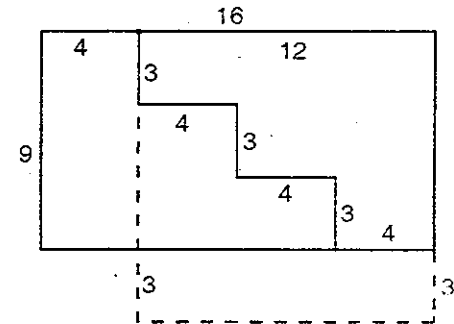
- Vì $(\overline{abc} + \overline{dba}) : \overline{aa} = \overline{aa}$ nên

$$\overline{abc} + \overline{dba} = \overline{aa} \times \overline{aab} = a \times a \times 121 < 2000$$

Suy ra $a \times a < 17$ tức a chỉ có thể là 1, 2, 3, 4

- Xét từng trường hợp :

$a = 1$ loại



Hình 69

$a = 2$ có kết quả $a = 2, b = 4, c = d = 2$ và $a = 2, b = 9, c = 2, d = 1$

$a = 3$ có kết quả $a = 3, b = 4, c = 6, d = 7$ và

$a = 3, b = 9, c = d = 6$.

$a = 4$ loại.

Thử lại từng trường hợp.

3. (12cm).

a) Chú ý $16 \times 9 = 144 = 12 \times 12$.

b) Xem hình 69.

4. a) Lần cân thứ nhất : Lấy ba cuốn bất kì đặt lên một đĩa cân và lấy ba cuốn khác đặt lên đĩa cân bên kia. Lập luận cho hai trường hợp cân thăng bằng và cân không thăng bằng. Trong mỗi trường hợp, tiến hành cân lần thứ hai và phát hiện ra được cuốn sách nào nhẹ.

b) Kí hiệu chín cuốn sách lần lượt $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_8, a_9$.

Giả sử trong đó không có cuốn Văn nào cách đều hai cuốn Văn khác và cũng không có cuốn Toán nào cách đều hai cuốn Toán khác, từ đó lập luận chứng tỏ giả sử này là sai.

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
PHẦN THỨ NHẤT. Giới thiệu các phương pháp giải toán ở tiểu học (tiếp theo)	3
PHẦN THỨ HAI. Gợi ý	48
PHẦN THỨ BA. Lời giải	67
PHẦN THỨ TƯ. Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 5 toàn quốc (theo chương trình CCGD)	108

CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC - TẬP HAI

In 2000 bản, khổ 14,5 x 20,5cm, tại Xí nghiệp in số 3, 391 Trần Hưng Đạo, Q.1, TP. Hồ Chí Minh. Giấy phép XB số: 425/CXB - 259 do CXB cấp ngày 28-8-2000. In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2001.

