

NGUYỄN THANH HƯNG

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC  
**MÔN TOÁN**  
**Ở TIỂU HỌC**



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

91 19  
Gò Dầu

## *Lời Nói Đầu*

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN là một trong các nội dung quan trọng được trang bị cho giáo viên tiểu học và sinh viên ngành Sư phạm Giáo dục tiểu học ở các trường Đại học Sư phạm và Cao đẳng Sư phạm.

Cuốn sách này nhằm cung cấp một cách hệ thống và chi tiết các kiến thức cơ bản về lí luận dạy học môn Toán, những cách thức chung về dạy học môn Toán và ứng dụng vào việc giảng dạy các nội dung cụ thể trong chương trình môn Toán ở cấp Tiểu học, như dạy học các tập hợp số (số tự nhiên, phân số, số thập phân), dạy học các yếu tố đại lượng, dạy học các yếu tố hình học, dạy học các yếu tố thống kê mô tả và về giải toán.

Ngoài phần xây dựng các lí thuyết cơ bản sách còn đưa vào một hệ thống bài tập có chọn lọc với lời giải thích hợp.

Sách gồm hai phần :

**Phần I :** Cơ sở lí luận trong phương pháp dạy học môn Toán :

*Chương 1. Những vấn đề chung về dạy học môn Toán ở tiểu học ;*

*Chương 2. Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học.*

**Phần II :** Dạy học những nội dung cụ thể trong chương trình môn Toán ở tiểu học :

*Chương 3. Dạy học các tập hợp số ;*

*Chương 4. Dạy học các yếu tố đại lượng ;*

*Chương 5. Dạy học các yếu tố hình học ;*

*Chương 6. Dạy học các yếu tố thống kê mô tả ;*

*Chương 7. Dạy học về giải bài toán có lời văn.*

Mỗi chương, trình bày việc giảng dạy các nội dung cụ thể và tỉ mỉ trong chương trình, sách giáo khoa Toán hiện hành ở trường tiểu học.

Hi vọng rằng cuốn sách này là một tài liệu tham khảo bổ ích cho các giáo viên tiểu học, phụ huynh và các em học sinh cấp Tiểu học.

Chắc chắn cuốn sách không tránh khỏi những sai sót. Rất mong nhận được ý kiến góp ý của các độc giả để sách được hoàn thiện hơn trong các lần tái bản sau.

**TÁC GIẢ**

# **PHẦN MỘT**

## **CƠ SỞ LÝ LUẬN**

### **TRONG PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN**

#### **Chương 1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG**

##### **VỀ DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC**

#### **§1. MỘT SỐ NỘI DUNG CƠ BẢN VỀ DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC**

##### **1. Giáo dục tiểu học**

Giáo dục tiểu học là cấp học bắt buộc đối với mọi trẻ em từ 6 – 14 tuổi, được thực hiện trong 5 năm học (từ lớp 1 – lớp 5).

##### **2. Mục tiêu của giáo dục tiểu học**

Giáo dục tiểu học nhằm giúp HS hình thành những cơ sở ban đầu cho sự phát triển về đạo đức, trí tuệ, thể chất, thẩm mỹ và các kỹ năng cơ bản nhằm chuẩn bị cho HS tiếp tục học Trung học cơ sở.

##### **3. Yêu cầu về nội dung**

Giáo dục tiểu học phải đảm bảo cho HS có hiểu biết đơn giản, cần thiết về tự nhiên, xã hội và con người. Có kỹ năng cơ bản về nghe, đọc, nói, viết và tính toán. Có thói quen rèn luyện thân thể, giữ gìn vệ sinh. Có hiểu biết ban đầu về nghệ thuật...

##### **4. Phương pháp giáo dục tiểu học**

Phương pháp (PP) giáo dục tiểu học phải :

- Phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của HS ;
- Phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học ;
- Bồi dưỡng PP tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn ;
- Tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho HS.

##### **5. Phân phối thời gian giáo dục tiểu học**

Cấp Tiểu học có 5 năm học từ lớp 1 đến lớp 5, mỗi năm học có 35 tuần lễ, mỗi tuần lễ có 5 ngày học. Dạy học (DH) các môn học bắt buộc trong mỗi buổi học kéo dài không quá 240 phút và chia thành các tiết học. Mỗi tiết học kéo dài trung bình 35 phút. Mỗi buổi học có 25 phút nghỉ, vui chơi và tập thể dục.

## 6. Kế hoạch giáo dục tiểu học

**6.1. Các trường tiểu học dạy học 5 buổi mỗi tuần lễ, đều thực hiện kế hoạch dạy học môn Toán tối thiểu như sau**

Lớp 1 : 4 tiết/tuần ; Lớp 2, 3, 4, 5 : 5 tiết/tuần (nếu học cả ngày, cần cân đối thời gian cho hợp lí).

### **6.2. Chương trình Tiểu học được cấu trúc theo 2 giai đoạn học tập**

Giai đoạn 1 (lớp 1, 2, 3) gồm 6 môn học (*Toán, Tiếng Việt, Đạo đức, Tự nhiên và xã hội, Nghệ thuật, Thể dục*).

Giai đoạn 2 (lớp 4, 5) gồm 9 môn học (*Toán, Tiếng Việt, Đạo đức, Thể dục, Khoa học, Lịch sử và Địa lí, Kỹ thuật, Âm nhạc, Mĩ thuật*).

*Lưu ý* : Các trường có điều kiện có thể giảng dạy thêm tiếng nước ngoài, tin học, DH tự chọn và các hoạt động ngoại khóa.

### **6.3. Một số nét điển hình về tâm lí học sinh tiểu học**

Lứa tuổi HS tiểu học ở vào khoảng từ 6 đến 11, 12 tuổi nhất là HS ở các lớp dưới, nhìn chung hệ thống tín hiệu thứ nhất còn chiếm ưu thế hơn hệ thống tín hiệu thứ hai. Do đó các em rất nhạy cảm với những tác động bên ngoài. Điều này phản ánh trong hoạt động nhận thức ở lứa tuổi HS tiểu học.

Do chưa có khả năng phân tích hay khả năng phân tích còn rất kém nên các em thường tri giác trên tổng thể. Về sau các hoạt động tri giác phát triển và được hướng dẫn bởi các hoạt động nhận thức khác nên nó chính xác dần. Sự chú ý không chủ định chiếm ưu thế. Trí nhớ trực quan hình tượng và trí nhớ máy móc phát triển hơn trí nhớ lô-gic, những hình ảnh cụ thể dễ nhớ hơn là câu chữ khô khan, trừu tượng, khái quát. Trí tưởng tượng tuy có phát triển nhưng còn tản mạn, ít có tổ chức và chịu tác động nhiều của hứng thú, các mẫu hình đã biết...

Giai đoạn phát triển mới của tư duy lứa tuổi HS tiểu học thường được gọi là giai đoạn tư duy cụ thể. Các thao tác tư duy này được gọi tắt là "*cụ thể*" vì chúng còn dựa trực tiếp trên các đồ vật, hiện tượng thực tại mà chưa tác động lên lời nói và giả thiết bằng lời. Trong một chừng mực nào đó, hành động trên các đồ vật, sự kiện bên ngoài còn là chỗ dựa hay điểm xuất phát cho hành động trong trí óc.

Lứa tuổi này, đã xuất hiện những tiến bộ mới song còn hạn chế, các thao tác tư duy đã liên kết với nhau thành tổng thể nhưng sự liên kết đó chưa mang tính tổng quát. Mặc dù vậy, bước đầu chúng đã gắn bó với nhau bằng tính thuận nghịch. Khả năng biến đổi thuận nghịch này làm nảy sinh khả năng nhận thức về cái bất biến và hình thành khái niệm bảo toàn "*số lượng*" của các tập hợp trong lớp các tập hợp đó. Nhận thức được cái bất biến và cái được bảo toàn thì tư duy có một bước tiến rất quan trọng là phân biệt được định tính với định lượng, điều kiện ban đầu cần thiết để hình thành khái niệm "*số*". Nhận

thức được tính thuận nghịch của các thao tác trong sự liên kết của chúng với nhau đưa đến nhận thức có quy luật (chẳng hạn : Nếu  $a < b$  thì  $b > a$  và sau đó nếu  $a < b$  và  $b < c$  thì  $a < c$ ), từ đó nhận thức được quan hệ xếp thứ tự bằng quan hệ  $>$ ,  $<$ . Hai yếu tố nói trên đưa đến khả năng nhận thức về sự phân biệt hệ thống này với hệ thống khác (chẳng hạn : phép cộng có phép toán ngược trong tập hợp các số tự nhiên).

Một hạn chế của thao tác tư duy cụ thể là do việc tổ chức các thao tác mới được thực hiện dần với từng bộ phận mà chưa hình dung được cùng một lúc toàn bộ các tổ hợp có thể có nên yếu tố mờ mẫm, thử sai vẫn còn giữ vai trò quan trọng trong nhận thức. Chẳng hạn, khi yêu cầu HS đầu bậc tiểu học xếp một tập hợp số theo thứ tự lớn dần, HS lớp 1, 2 so sánh từng cặp số mà chưa biết xếp các số đó thành dãy theo yêu cầu. Ở các lớp trên khi làm bài tập này, nhiều em đã biết chọn số bé nhất trong các số còn lại để xếp thứ 2, cứ như vậy cho đến hết. Các em đã nhận thức được một số nào đó vừa lớn hơn các số đã xếp, vừa nhỏ hơn các số còn lại, tức là nhìn nhận một đối tượng với 2 dấu hiệu. Đồng thời làm cho các em có khả năng sử dụng các bảng có lối vào (như bảng cộng, trừ, nhân, chia...) giải các bài tập loại : Tìm một số lẻ chia hết cho 5...

Về cuối giai đoạn này (khoảng 9 – 11, 12 tuổi) các em đã đạt được những tiến bộ, các em đã có khả năng phối hợp các quan điểm khác nhau đối với một tập hợp đồ vật như phối hợp cách nhìn một hình hộp từ các phía khác nhau, nhiều em đã nhận thức được rằng mặt nước vẫn nằm ngang trong hình đặt nghiêng. Ở lứa tuổi này nhờ sự phát triển của hệ thống tín hiệu thứ hai, HS bước đầu có khả năng thực hiện việc phân tích, tổng hợp, trừu tượng hoá, khái quát hoá. Đây là hình thức rất đơn giản của sự suy luận phán đoán. Các khả năng hoạt động tư duy đó được nâng cao dần khi học toán. Khả năng phân tích và tổng hợp không đồng đều.

Chẳng hạn, khi viết biểu thức  $2 + 4$  các em phân biệt rõ dấu cộng, nói lên yêu cầu thực hiện phép cộng hai số trong biểu thức đó, nhưng vì phân tích không đi kèm tổng hợp nên các em không hiểu được rằng biểu thức  $2 + 4$  cũng biểu diễn một số 6 là kết quả các phép cộng. Dần dần giữa phân tích và tổng hợp có sự gắn bó cả dấu hiệu bản chất và không bản chất trong quá trình hình thành khái niệm. Khả năng trừu tượng hoá, khái quát hoá còn rất thấp đặc biệt là ở đầu cấp Tiểu học, khả năng này hình thành và phát triển dần dần ở cuối cấp Tiểu học và các cấp học tiếp theo.

Như vậy, ở lứa tuổi này, nhận thức đã có nhiều tiến bộ so với lứa tuổi trước nhưng vẫn còn nhiều hạn chế. Những tiến bộ này biểu hiện sự hoàn chỉnh dần của tư duy cụ thể, khắc phục những hạn chế và bước đầu chuẩn bị hình thành cho tư duy phát triển lên một bước cao hơn là giai đoạn tư duy hình thức. Nhằm vững vấn đề này, tùy theo nội dung giảng dạy mà GV lựa chọn một cách linh hoạt các phương pháp dạy học (PPDH) thích hợp để HS tiếp thu kiến thức tốt và phát huy được khả năng tư duy độc lập, sáng tạo của mình.

## 7. Môn Toán

### 7.1. Các giai đoạn phát triển của toán học

Toán học phát triển theo 4 giai đoạn : sự phát sinh của những khái niệm và PP toán học đầu tiên (khoảng thế kỉ VII đến thế kỉ V TCN) ; giai đoạn toán học sơ cấp (khoảng thế kỉ V TCN đến thế kỉ XVI) ; giai đoạn toán học cao cấp cổ điển (khoảng thế kỉ XVI đến nửa đầu thế kỉ XIX) ; giai đoạn toán học hiện đại (khoảng nửa đầu thế kỉ XIX đến nay).

### 7.2. Nguồn gốc phát sinh, phát triển của Toán học

Toán học phát triển từ nhu cầu của con người, nó nghiên cứu một phạm trù của hiện thực khách quan, hình dạng không gian và các quan hệ.

Toán học phát triển theo nhu cầu của bản thân bộ môn toán.

### 7.3. Những đặc điểm của môn Toán

Tính trừu tượng, tính lô-gic hệ thống, tính thực tiễn (các lí thuyết toán học dù trực tiếp hay gián tiếp nhất định phải tìm thấy ứng dụng trong thực tiễn).

*Nguồn gốc từ thực tiễn* : Chẳng hạn, số tự nhiên ra đời do nhu cầu đếm, hình học ra đời do nhu cầu đo đạc lại ruộng đất sau những trận lũ bên bờ sông Nil (Ai Cập).

*Phản ánh thực tiễn* : Chẳng hạn, khái niệm *vector* không chỉ phản ánh độ lớn mà còn phản ánh cả hướng. Khái niệm *hình đồng dạng* phản ánh những hình dạng cùng nhau nhưng khác nhau về độ lớn, ví dụ (VD) lá cây của một loài cây.

*Ứng dụng trong thực tiễn* : Chẳng hạn, ứng dụng phép đối xứng trục để tìm đường đi ngắn nhất, ứng dụng định lí Pitago để tìm độ sâu của dòng sông, ứng dụng của đạo hàm để giải toán...

### 7.4. Nguyên lí giáo dục thực hiện trong môn Toán

- Làm rõ mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn.
- Truyền thụ tri thức và rèn luyện kĩ năng theo tinh thần sẵn sàng ứng dụng.
- Tăng cường vận dụng và thực hành toán học.

### 7.5. Các nguyên tắc dạy học, vận dụng vào môn Toán

- Đảm bảo tính khoa học, tính tư tưởng và tính thực tiễn.
- Đảm bảo tính thống nhất giữa cụ thể và trừu tượng.
- Đảm bảo sự thống nhất giữa đồng loạt và phân hoá.
- Đảm bảo tính thống nhất giữa tính vừa sức và yêu cầu phát triển.
- Đảm bảo sự thống nhất giữa hoạt động điều khiển của thầy và hoạt động học tập của trò.

### 7.6. Môn Toán ở trường tiểu học

#### 7.6.1. Mục đích dạy học môn Toán ở tiểu học

DH môn Toán ở trường tiểu học nhằm giúp HS :

– Có những kiến thức cơ bản ban đầu về số học (số tự nhiên, phân số, số thập phân và các yếu tố đại số), các đại lượng thông dụng, một số yếu tố hình học và thống kê đơn giản.

– Hình thành các kĩ năng thực hành, đo lường, giải bài toán có nhiều ứng dụng thiết thực trong đời sống.

– Góp phần bước đầu phát triển năng lực tư duy, khả năng suy luận hợp lí và diễn đạt đúng và biết cách giải quyết các vấn đề đơn giản, gần gũi trong cuộc sống; kích thích trí tưởng tượng, gây hứng thú học tập toán. Góp phần hình thành cho HS PP tự học và làm việc có kế hoạch, khoa học, chủ động, linh hoạt, sáng tạo.

#### 7.6.2. Vị trí của môn Toán ở tiểu học

Truyền thụ những tri thức, kĩ năng toán học và kĩ năng vận dụng toán học vào đời sống.

Phát triển năng lực trí tuệ chung.

*Rèn luyện các thao tác tư duy như* : Phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát, đặc biệt hoá, trừu tượng hoá, cụ thể hoá, tương tự...

*Rèn luyện tư duy lô-gic và ngôn ngữ chính xác* : Tư duy và ngôn ngữ gắn chặt với nhau. Tư duy phải được thể hiện qua ngôn ngữ, đối với toán là các thuật ngữ, kí hiệu... Mỗi một thuật ngữ, kí hiệu chứa đựng một nội dung xác định, do vậy viết đúng, hiểu đúng và diễn đạt đúng là một yêu cầu quan trọng trong DH toán.

*Rèn luyện và phát triển các phẩm chất trí tuệ* : Theo tâm lí học, phẩm chất trí tuệ thể hiện chủ yếu ở tính linh hoạt và tính độc lập, cả hai đặc tính này tạo nên tính sáng tạo. Tính linh hoạt của trí tuệ là kĩ năng thay đổi phương hướng giải quyết vấn đề phù hợp với sự thay đổi các điều kiện, biết tìm ra PP mới để giải quyết vấn đề, dễ dàng chuyển từ dạng hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, không rập khuôn theo mẫu có sẵn, kĩ năng nhìn một vấn đề, một hiện tượng theo nhiều quan điểm khác nhau, kĩ năng xác lập sự phụ thuộc giữa các kiến thức theo thứ tự ngược lại (tính thuận nghịch của quá trình tư duy). Tính độc lập của tư duy là tự mình phát hiện và tìm ra PP giải quyết vấn đề, không đi tìm lời giải sẵn, không hoàn toàn dựa dẫm vào ý nghĩ và lập luận của người khác, nghiêm túc đánh giá những lập luận, cách giải quyết của người khác và ngay cả chính mình.

*Giáo dục tư tưởng* : Quá trình DH toán là một quá trình thống nhất giữa giáo dục và giáo dưỡng nên giáo viên (GV) toán phải thực hiện nhiệm vụ chung như các môn học khác.

*Giáo dục thẩm mĩ* : Làm cho HS biết thưởng thức cái đẹp như một lời giải gọn, độc đáo, một vẻ đẹp cân xứng và hài hòa, sự lập luận chặt chẽ và hợp lô-gic vì toán học có vẻ đẹp riêng của nó.

*Đảm bảo chất lượng phổ cập, đồng thời với việc phát hiện bồi dưỡng năng khiếu* : Do yêu cầu khách quan của xã hội mà phải phổ cập tức là cung cấp cho HS lượng kiến thức và kĩ năng đã được quy định trong chương trình và sách giáo khoa. Ngoài mục đích đào tạo phổ cập, GV biết phát hiện bồi dưỡng những HS tỏ ra có năng lực toán, tài năng

về toán, đây là nhiệm vụ quan trọng thể hiện kết hợp giữa phổ cập và nâng cao, giữa phổ cập và mũi nhọn.

*Sự liên quan giữa các mục đích riêng* : Tính toán diện cần được xem xét trong toàn bộ chương trình, chú trọng vai trò cơ sở của tri thức toán.

### 7.6.3. Chức năng môn Toán ở trường tiểu học

Với tư cách là một môn học, toán học thể hiện rõ vị trí của mình qua 3 chức năng chủ yếu : cung cấp tri thức phổ thông ; phát triển nhân cách ; môn học công cụ.

### 7.6.4. Nội dung cơ bản môn Toán ở tiểu học

Tập trung vào 5 tuyến kiến thức chính, đó là :

#### a) Số học

Bao gồm bảy vòng số : 10, 100, 1000, 100000, số tự nhiên (lớp tỉ), phân số không âm (kèm tỉ số), số thập phân không âm (tỉ số phần trăm). Đọc, viết, đếm, so sánh, thực hiện các phép tính.

#### b) Đại lượng và đo đại lượng

Giới thiệu tám đại lượng thông dụng là : Độ dài, diện tích, thể tích, dung tích, thời gian, khối lượng, tiền Việt Nam và vận tốc (mối quan hệ giữa thời gian, vận tốc, quãng đường).

#### c) Hình học

Các kiến thức về hình học trong mặt phẳng (điểm ; đoạn thẳng ; hình tròn ; hình tam giác ; tia số ; đường thẳng –vuông góc, song song ; đường gấp khúc ; góc ; hình tứ giác : hình chữ nhật, hình vuông, hình bình hành, hình thang, hình thoi) và các kiến thức về hình học trong không gian (hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình trụ, hình cầu).

#### d) Thống kê mô tả

Giới thiệu bảng số liệu, sắp xếp lại bảng số liệu theo mục đích yêu cầu cho trước (theo thứ tự từ bé đến lớn hay ngược lại). Lập bảng số liệu và nhận xét bảng số liệu. Giới thiệu ban đầu về số trung bình cộng, giới thiệu biểu đồ, tập nhận xét về biểu đồ (biểu đồ có hình ảnh, biểu đồ hình cột, hình quạt).

#### e) Giải toán có lời văn

Giới thiệu các loại toán, các dạng toán... đặc biệt là các bài toán ứng dụng các kiến thức đã học để giải quyết một số vấn đề của đời sống.

### 7.6.5. Sách giáo khoa môn Toán ở tiểu học

#### a) Đặc điểm

Nội dung được xây dựng theo lớp và chủ yếu là số học.

Sách được trình bày theo từng bài học với phần lí thuyết và bài tập riêng rẽ.

Càng ở lớp dưới sách càng có nhiều hình vẽ, tranh ảnh minh họa, lên lớp trên tăng dần sơ đồ, bảng biểu.



Các bài tập sắp xếp từ dễ đến khó, bao gồm : Bài tập vận dụng lí thuyết, bài tập vận dụng kiến thức vừa học và kiến thức cũ, bài tập khó, bài tập chuẩn bị cho kiến thức mới.

Sau từng cụm bài phục vụ cho một chủ đề nào đó là những bài tập luyện tập, ôn tập nhằm hệ thống hoá kiến thức đã học.

b) Các quan điểm cơ bản khi xây dựng chương trình và biên soạn sách giáo khoa

- Trình bày các kiến thức toán học cổ truyền dưới ánh sáng của tư tưởng toán học hiện đại.

- Quán triệt tinh thần giáo dục tổng hợp.

- Quán triệt phục vụ yêu cầu phổ cập tiểu học, đó là : Coi trọng kiến thức trọng tâm số học, giải quyết thoả đáng tính khoa học và tính sư phạm.

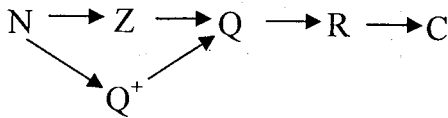
c) Các tuyến kiến thức chính trong chương trình môn Toán ở tiểu học

Toán ở tiểu học tập trung vào 5 tuyến kiến thức chính : Các yếu tố số học, các yếu tố đại lượng và đo đại lượng, các yếu tố hình học, các yếu tố thống kê mô tả và giải toán.

Lưu ý :

- Không có chủ trương chia nhỏ môn Toán ở tiểu học thành các phân môn riêng biệt mà chỉ là 5 tuyến kiến thức trên được sắp xếp xen kẽ, tạo ra sự kết hợp hữu cơ hỗ trợ lẫn nhau trên nền của kiến thức số học.

- Hệ thống số trong chương trình môn Toán ở trường phổ thông, được xây dựng theo quan điểm :



## §2. ĐỐI TƯỢNG, NHIỆM VỤ VÀ PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU CỦA BỘ MÔN PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

### 1. Đối tượng nghiên cứu

PPDH môn Toán nghiên cứu quá trình DH Toán ở tiểu học, đây là quá trình giáo dục thông qua việc DH môn Toán.

*Quá trình DH toán có hai hoạt động* : Hoạt động của thầy (giữ vai trò chủ đạo, tổ chức và hướng dẫn), hoạt động của trò (giữ vai trò tích cực, chủ động...). Từ đó nảy sinh nhiều mối quan hệ : Thầy  $\leftrightarrow$  Cá nhân trò  $\leftrightarrow$  Tập thể trò  $\leftrightarrow$  Thầy  $\leftrightarrow$  Thầy.

Quá trình DH môn Toán là sự kết hợp hữu cơ giữa mục đích, nội dung và PP.

- Mục đích DH là những yêu cầu đặt ra cho trường tiểu học ;
- Nội dung DH là nội dung được quy định bởi chương trình, sách giáo khoa... ;
- PPDH là cách thức làm việc của thầy và của trò nhằm đạt được mục đích DH trên cơ sở nội dung đã quy định.

Ba yếu tố cơ bản này tác động lẫn nhau, quy định lẫn nhau, trong đó mục đích giữ vai trò chủ đạo. Ngoài ra các yếu tố khác cũng ảnh hưởng tới quá trình DH như : Điều kiện cơ sở vật chất, kinh tế – xã hội...

### 2. Nhiệm vụ

Nhiệm vụ tổng quát của môn PPDH toán là xác định các cơ sở khoa học cho việc thực hiện nhiệm vụ dạy – học toán ở tiểu học, trên cơ sở đó đưa ra các hình thức tổ chức, các phương thức và cách thức làm việc thích hợp và các phương tiện cần thiết để quá trình dạy học toán đạt mục đích với hiệu quả cao.

### 3. Những phương pháp nghiên cứu cụ thể

#### 3.1. Nghiên cứu lí luận

Dựa vào những tài liệu sẵn có, những thành tựu của nhân loại trên những lĩnh vực khác nhau như : Tâm lí học, Giáo dục học, Toán học... Những văn kiện của Đảng và Nhà nước để vận dụng vào bộ môn PPDH môn Toán. Người ta cũng còn dựa vào kết quả của bản thân bộ môn để phê phán, gạt bỏ, bổ sung hoàn chỉnh những nhận thức đã đạt được.

Việc tìm hiểu tình hình và kết quả nghiên cứu trong nước và trên thế giới trong lĩnh vực DH môn Toán, cũng giúp ta chọn đề tài đề ra mục đích nghiên cứu, hình thành giả thuyết khoa học, xác định tư tưởng chủ đạo và đánh giá sự kiện. Khi nghiên cứu lí luận, ta cần phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát để tìm ra cái mới. Cái mới ở đây có thể là một lí thuyết hoàn toàn mới, nhưng cũng có thể là một cái mới xen kẽ với những cái cũ, có thể là một sự tổng hợp những nét riêng lẻ đã được chứa đựng trong cái cũ, sàng lọc cái mới trong cái cũ, nêu bật cái bản chất từ cái cũ.

### 3.2. Quan sát

Quan sát là PP được sử dụng nhiều trong nghiên cứu giáo dục.

“*Phương pháp quan sát sự phạm là PP tri giác có mục đích một hiện tượng giáo dục nào đó để thu lượm những số liệu, tài liệu, sự kiện cụ thể đặc trưng cho quá trình diễn biến của hiện tượng*”. Quan sát giúp ta theo dõi hiện tượng giáo dục theo trình tự thời gian, phát hiện những biến đổi về lượng cũng như về chất do tác động của giáo dục. Nó giúp ta thấy được những vấn đề thời sự cấp bách đòi hỏi phải nghiên cứu hoặc góp phần giải quyết nhiệm vụ nghiên cứu.

*Quan sát thực tiễn sự phạm* : Việc dự giờ thăm lớp sẽ giúp ta nhận thức được thực trạng DH toán, phát hiện được những vấn đề thời sự cấp bách cần nghiên cứu, giúp ta thu được những tài liệu sinh động và bổ ích cho nhiệm vụ nghiên cứu.

*Theo mỗi quan hệ giữa đối tượng quan sát với người nghiên cứu thì có các dạng quan sát* : Trực tiếp, gián tiếp, công khai, kín đáo.

*Theo dấu hiệu thời gian* : Có quan sát liên tục, gián đoạn.

*Quan sát cần có mục đích cụ thể* : Chẳng hạn, quan sát hoạt động tích cực của HS trong giờ học.

*Quan sát có nội dung cụ thể* : Chẳng hạn, gây động cơ và hướng đích của GV, số lượng HS giơ tay xin phát biểu, số lượng câu hỏi, chất lượng câu trả lời của HS thể hiện sự suy nghĩ sâu sắc hay hời hợt, sự tập trung chú ý thể hiện qua hướng nhìn và cử chỉ...

*Quan sát phải có tiêu chuẩn đánh giá cụ thể* : chẳng hạn, một giờ dạy như thế nào được xem là HS hoạt động tích cực, khá tích cực, kém tích cực.

Như vậy, quan sát là theo dõi hiện tượng giáo dục theo trình tự thời gian, phát hiện những biến đổi số lượng, chất lượng gây ra do tác dụng giáo dục. PP này giúp ta phát hiện một vấn đề để giải quyết. Có nhiều cách quan sát song bằng cách nào thì việc quan sát cũng phải có mục đích cụ thể, có tiêu chuẩn đánh giá rõ ràng, khoa học.

### 3.3. Tổng kết kinh nghiệm

Tổng kết kinh nghiệm thực chất là đánh giá và khái quát kinh nghiệm, từ đó phát hiện ra những vấn đề cần nghiên cứu hoặc khám phá ra những mối liên hệ có tính quy luật của những hiện tượng giáo dục.

Những kinh nghiệm cần được đặc biệt chú ý là kinh nghiệm tiên tiến, kinh nghiệm thành công và kinh nghiệm lặp lại nhiều lần.

Tổng kết kinh nghiệm phải có lí luận soi sáng thì mới có thể thoát khỏi những sự kiện lộn xộn, những kinh nghiệm vụn vặt không có tính phổ biến, mới loại bỏ được những yếu tố ngẫu nhiên đi sâu vào bản chất sự vật, hiện tượng, đạt tới những kinh nghiệm có giá trị khoa học. Chỉ khi đó tổng kết kinh nghiệm mới thực sự là một PP nghiên cứu khoa học.

Như vậy, tổng kết kinh nghiệm thực chất là đánh giá và khái quát kinh nghiệm, từ đó phát hiện ra những vấn đề cần nghiên cứu. Để kết quả rút ra có tác dụng tốt cần phải có lí luận soi sáng.

### **3.4. Thực nghiệm giáo dục**

Thực nghiệm giáo dục cho phép ta tạo nên những tác động sư phạm, từ đó xác định và đánh giá kết quả của những tác động đó. Đặc trưng của thực nghiệm giáo dục là nó không diễn ra tự phát mà là dưới sự điều khiển của nhà nghiên cứu. Nhà nghiên cứu tổ chức quá trình giáo dục một cách có ý thức, có mục đích, có kế hoạch và thay đổi những điều kiện thực nghiệm cho phù hợp ý đồ nghiên cứu của mình.

Trong những điều kiện nhất định, thực nghiệm giáo dục cho phép ta khẳng định hoặc bác bỏ một giả thuyết khoa học đã đề ra.

Thực nghiệm giáo dục là một PP nghiên cứu rất có hiệu lực, song thực hiện nó rất công phu, vì thế ta không nên lạm dụng nó. Khi nghiên cứu một hiện tượng giáo dục, trước hết có thể dùng những PP không đòi hỏi quá nhiều công sức. Chẳng hạn, nghiên cứu lí luận, quan sát, tổng kết kinh nghiệm.

Trong một số trường hợp, PP này chưa đủ sức thuyết phục, vì vậy chỉ ở một số khâu mấu chốt, ta mới dùng thực nghiệm giáo dục. Thông thường các PP nghiên cứu được kết hợp với nhau. Chẳng hạn, qua nghiên cứu lí luận, quan sát, tổng kết kinh nghiệm, người ta đề xuất một giả thuyết khoa học, rồi đem thực nghiệm giáo dục để kiểm nghiệm. Sau đó dùng lí luận để phân tích kết quả, xác định nguyên nhân và khái quát hoá những điều đã đạt được.

Như vậy, một vấn đề nghiên cứu muốn đạt hiệu quả cần thể hiện nó trong thực tiễn, qua đó mà sửa đổi, hoàn chỉnh, thậm chí bác bỏ.

### §3. SỬ DỤNG THIẾT BỊ TRONG DẠY HỌC TOÁN

#### 1. Vai trò, tác dụng

Trong DH ở tiểu học nói chung và DH Toán nói riêng, một yêu cầu đặt ra là tích cực hoá hoạt động của người học, tạo điều kiện để người học phát hiện và lĩnh hội tri thức. Các nội dung toán học thường mang tính trừu tượng và khái quát cao trong khi nhận thức của HS tiểu học lại mang tính cụ thể trực giác và cảm tính. Để đạt được những yêu cầu đặt ra, các phương tiện và đồ dùng DH là một giải pháp sư phạm tạo những chỗ dựa ban đầu giúp HS nhận thức được những kiến thức trừu tượng, giải pháp này tác động vào các hoạt động nhận thức của trẻ theo đúng quy luật : “*Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn*”. Như vậy, phương tiện và đồ dùng DH có ý nghĩa to lớn trong việc nâng cao hiệu quả giờ học nói chung và đặc biệt là giờ học toán nói riêng.

Phương tiện DH là những vật (từ đơn giản đến phức tạp) có khả năng chứa đựng hoặc truyền tải thông tin về nội dung DH và về sự điều khiển quá trình học, làm cho việc truyền đạt kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo của GV tới HS được dễ dàng hơn.

#### 2. Các nhóm phương tiện dạy học

Căn cứ vào tính chất của các phương tiện DH, người ta chia các phương tiện làm 3 nhóm :

*Nhóm 1* : Các đồ dùng, vật dụng trực quan cụ thể gồm : vật tư, hoá chất, mô hình, tranh ảnh.

*Nhóm 2* : Tài liệu, ấn phẩm, sách giáo khoa, vở bài tập, phiếu bài tập...

*Nhóm 3* : Các thiết bị hiện đại : máy vi tính, đĩa CD, đèn chiếu, băng hình...

#### 3. Các yêu cầu cơ bản khi sử dụng phương tiện dạy học ở tiểu học

Khi sử dụng phương tiện đồ dùng DH phải tuân thủ một số yêu cầu cơ bản sau : Quan niệm đúng đắn về việc sử dụng đồ dùng tức là tạo ra chỗ dựa trực quan để phát triển tư duy trừu tượng cho HS trong quá trình học môn toán. Vì thế phương tiện được sử dụng đúng lúc, đúng chỗ, đúng đối tượng. Cần thiết thì dùng, tránh thủ tục, hình thức.

Sử dụng phải đúng cách và mang lại hiệu quả thực sự. Muốn vậy các thao tác trên phương tiện phải biểu hiện tính sư phạm, gợi mở được kiến thức và thao tác phải dứt khoát.

## §4. TỔ CHỨC DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

### 1. Những việc cần làm để chuẩn bị bài dạy

*Những công việc cần làm :*

- Nắm vững chương trình môn Toán cấp Tiểu học ;
- Thể hiện nội dung chương trình, sách giáo khoa Toán cấp Tiểu học ;
- Tìm hiểu kĩ về đặc điểm tâm sinh lí của HS tiểu học ;
- Tìm hiểu hồ sơ HS lớp mình giảng dạy ;
- Nắm tình hình về phương tiện dạy học, các tài liệu tham khảo ;
- Những kinh nghiệm DH ;...

*Cụ thể :*

- Nghiên cứu vị trí, yêu cầu của bài học trong kế hoạch DH ;
- Nghiên cứu kĩ sách giáo khoa, sách hướng dẫn giảng dạy, sách bài tập và các tài

liệu liên quan ;

- Tìm mối liên quan của bài học trước và bài học sau ;
- Xác định rõ mục tiêu bài học (kiến thức, kĩ năng, thái độ), mức độ, yêu cầu ;
- Nêu được các kiến thức trọng tâm ;
- Lựa chọn các PP dạy học ;
- Chuẩn bị đủ các phương tiện DH ;
- Xác định rõ các bài tập ở lớp, bài tập ở nhà, bài tập làm thêm và bài tập khó ;
- Soạn các câu hỏi thích hợp, nhằm gợi ý cho HS cách tiếp cận bài học ;
- Kiểm tra lại việc chuẩn bị bài của HS (tình hình nắm vững các kiến thức đã học có liên quan tới bài học, các vấn đề còn tồn tại cần được giải quyết trong bài mới : kiến thức nào đã học cần được củng cố, tiếp tục rèn luyện kĩ năng, kĩ xảo nào, tinh thần thái độ học tập, ý thức kỉ luật của các HS yếu kém...), soát lại tình hình sử dụng sách giáo khoa, sách bài tập, đồ dùng học tập...

### 2. Các loại bài học trong chương trình môn toán ở tiểu học

Ở tiểu học, người ta thường phân loại các tiết học theo mục tiêu cơ bản cũng như theo vị trí của nó trong hệ thống các tiết học trong cả năm, cụ thể :

- Tiết học tổng hợp ;
- Tiết học ôn tập, luyện tập ;
- Tiết học thực hành ;
- Tiết học ngoại khoá ;
- Tiết kiểm tra.

### 3. Cấu trúc chung của một bài soạn (giáo án)

#### I. Phần giới thiệu

Bài soạn : ...

Người soạn.: ...

Môn : Toán

Tiết chương trình : ...

Ngày : ...

Lớp : ...

Tiết dạy : ...

Trường : ...

## II. Phần chính

- A. Mục tiêu
- B. Tài liệu và các phương tiện
- C. PP và các hoạt động
- D. Nội dung
- E. Đánh giá
- F. Bài tập về nhà.

### 4. Các bước dạy học của một tiết học

Để có thể thiết lập một kế hoạch DH trên lớp thiết thực, phù hợp và giờ dạy đạt hiệu quả cao, người GV cần thực hiện các bước sau :

- *Tạo tiền đề xuất phát*

Do sự khác nhau về trình độ cũng như tâm lí của mỗi HS, do mức độ khó, dễ của các bài học nên để HS tiếp thu bài có hiệu quả, GV cần có sự chuẩn bị trước cho HS để bài dạy không gặp nhiều trở ngại. Bước này được gọi là tiền đề xuất phát, gồm 3 nhóm :

- Những tiền đề chung không liên quan trực tiếp đến bộ môn và nội dung sắp dạy, như : Tinh thần, thái độ học tập, ý thức kỉ luật...

- Những tiền đề toán học : Cần thiết đối với môn Toán nhưng chưa phải là đặc thù với nội dung bài dạy, như : trình độ suy diễn logic, năng lực tư duy cơ bản...

- Những tiền đề đặc thù có liên quan trực tiếp đến bài dạy : như kiến thức, kĩ năng...

Khi chuẩn bị bài, ta phải lưu tâm đến cả 3 nhóm nhưng tập trung chủ yếu vào nhóm cuối cùng.

Để làm tốt việc này GV nên theo quy trình sau :

GV cần phải nắm vững nội dung bài dạy : kiến thức truyền thụ, kĩ năng cần rèn luyện, trọng tâm bài giảng.

GV cần biết những kiến thức và kĩ năng cụ thể đã có sẵn ở HS đạt mức độ nào.

Ôn tập nhắc lại những kiến thức, kĩ năng cần thiết phục vụ trực tiếp cho bài dạy. Có thể tiến hành theo 2 cách :

+ Trước khi dạy bài mới với những vấn đề lớn liên quan tới bài học.

+ Xen kẽ vào lúc giảng bài mới đối với những vấn đề đơn giản, vừa mới học. Tuy nhiên việc ôn tập, nhắc lại này GV cần phải cân nhắc, lựa chọn hình thức thích hợp và tiết kiệm thời gian.

- *Hướng đích và gọi động cơ*

+ Khi hướng đích cần phải bao quát cả mục đích lâu dài mang tính tổng thể lẫn bộ phận, thấy được mối liên hệ này để tạo nên sự hướng đích thích hợp, không chông chéo hoặc mâu thuẫn nhau.

- Khi hướng đích cần chú ý :

Việc sử dụng một thuật ngữ mới mà HS chưa hiểu được nội dung thì không có tác dụng hướng đích.

Việc hướng đích sẽ kém hiệu quả nếu như không chỉ cho HS thấy mối quan hệ hữu cơ giữa mục đích đặt ra với vốn kiến thức và kinh nghiệm mà HS đã tích lũy được.

- Khi tạo động cơ không chỉ đối với các nội dung cụ thể mà còn đối với cả những hoạt động, những phương thức làm việc có tác dụng lâu dài về sau như khái quát hoá, tìm mối liên hệ bằng cách quy lạ về quen.

- Trông khi gọi động cơ không chỉ xuất phát từ nội bộ toán học mà phải xuất phát từ nhu cầu thực tế của xã hội. Làm như vậy không chỉ đạt được yêu cầu dạy mà còn chỉ cho HS thấy toán học có nguồn gốc từ thực tế cuộc sống.

- *Làm việc với nội dung mới*

Ở đây sử dụng từ "*làm việc với nội dung mới*" mà không dùng từ "*giảng bài mới*" để nhấn mạnh : đây là công việc, là hoạt động của thầy lẫn trò mà không phải công việc đơn thuần của thầy (thầy giảng trò nghe, thầy viết trò ghi). Nội dung mới thể hiện dưới nhiều dạng khác nhau, chủ yếu là : khái niệm, suy luận, quy tắc, PP. Căn cứ vào xu hướng hoạt động hoá trong DH, công việc này được tiến hành như sau :

- GV tạo ra những tình huống, gọi ra những hoạt động tương thích với nội dung và mục đích giờ dạy.

- HS học tập chủ động, tích cực và tự giác dưới sự chỉ đạo, hướng dẫn của GV trong mỗi giao lưu giữa HS trong lớp.

- Căn cứ vào thực tế, thầy giáo điều chỉnh hoạt động của HS giúp họ vượt qua khó khăn hay hiểu sâu hơn bằng cách đưa ra gợi ý, các hướng dẫn phụ, phân tích một hoạt động thành những thành phần đơn giản hơn, cung cấp cho HS một số kiến thức về PP.

- GV giúp HS chốt lại những vấn đề quan trọng, bình luận hay nhận xét về những điều vừa đạt được để họ hiểu sâu hơn, chắc hơn. Vấn đề này được trình bày đầy đủ hơn ở các phần : DH khái niệm (định nghĩa), suy luận, giải bài tập...

- *Củng cố*

Việc củng cố bao gồm nhiều hình thức, sau đây ta xét một số hình thức chủ yếu thường hay sử dụng trong DH môn Toán.

- Luyện tập : Luyện tập nhằm mục đích biến những hiểu biết ban đầu của HS thành kĩ xảo, tức là vận dụng thành thạo những điều đã học. VD : tính toán, vẽ hình, tìm hai số khi biết tổng và hiệu, tìm số trung bình cộng, sử dụng compa...



Sau đây là một số lưu ý khi thực hiện :

Về hoạt động và hoạt động thành phần : Chú ý cho HS không chỉ hoạt động toán học mà còn hoạt động trí tuệ trong toán như tìm lời giải, phân chia các trường hợp và cả hoạt động trí tuệ chung như phân tích, tổng hợp, khái quát hoá, tương tự... và cả các hoạt động ngôn ngữ khác.

Về mặt động cơ : cần làm cho HS thấy ích lợi của việc rèn luyện kĩ xảo trong khi làm toán.

Về mặt tri thức phương pháp : thành thạo các thuật toán giải đã học hay vận dụng lược đồ để giải toán.

Về bậc hoạt động : xây dựng các bài tập theo hướng phân bậc, nâng cao dần yêu cầu hay tạm thời hạ thấp yêu cầu để HS tập làm, thích hợp với trình độ của mình, gây cho HS sự tự tin mà không sao chép lời giải có sẵn trong sách hoặc của bạn bè.

- *Đào sâu* : Tập cho HS biết xem những khía cạnh khác nhau của bài toán, bổ sung, mở rộng, hoàn chỉnh hay tìm mối liên hệ với các bài tập khác. Việc này làm cho HS hiểu sâu và chắc hơn các vấn đề đã học, từ đó HS sẽ nhớ lâu hơn.

- *Ứng dụng* : Tập cho HS biết vận dụng những kiến thức, kĩ năng, kĩ xảo đã lĩnh hội vào việc giải quyết vấn đề mới trong nội bộ toán cũng như trong thực tiễn. Qua đó cần rèn luyện cho HS năng lực phát hiện vấn đề dựa vào việc lựa chọn những tri thức và kĩ năng thích hợp, PP giải quyết thích hợp, kiểm tra và đánh giá kết quả, xem xét để tìm ra cách giải tốt nhất.

Một loại bài tập ứng dụng trong toán học là chứng minh. Ý nghĩa của loại toán này không phải là giá trị khoa học của mệnh đề chứng minh mà là rèn luyện năng lực chứng minh cho HS.

- *Hệ thống hoá* : Hệ thống hoá bài tập cho HS so sánh, đối chiếu những kiến thức, kĩ năng đã đạt được, tìm ra những điểm giống nhau, khác nhau, làm rõ những mối quan hệ giữa chúng. Nhờ đó người học không chỉ nắm được những kiến thức đơn lẻ mà là nắm được cả một hệ thống tri thức.

- *Ôn tập* : Ôn tập tức là nhắc lại những kiến thức đã lĩnh hội. Như vậy thuật ngữ này được hiểu theo nghĩa hẹp. Vì theo nghĩa rộng nó đồng nhất với củng cố.

- Trong khi ôn tập, thầy giáo cần chú ý tiến hành cả 2 hình thức : nhớ máy móc và nhớ ý nghĩa. Có khi phối hợp cả hai hình thức trên. Ôn tập thường kết hợp với các hình thức khác của củng cố để tạo nên ý nghĩa lớn.

- *Kiểm tra và đánh giá*

- *Kiểm tra* :

*Mục đích* : Nhằm cung cấp cho thầy và trò những thông tin về kết quả DH, trước hết về kiến thức, kĩ năng nhưng cũng bao gồm cả năng lực, thái độ và phẩm chất của HS. Như vậy kiểm tra là mối liên hệ ngược nhằm hai mục đích cùng một lúc : Từ trò đến thầy

và từ trò đến bản thân trò. Qua đó thầy nắm được tình hình lĩnh hội tri thức của HS để từ đó điều chỉnh đánh giá kết quả PP dạy của mình. Học trò cũng nắm được mức độ hiểu bài của mình, phát hiện những chỗ cần khắc phục.

*Đối tượng kiểm tra* : Là những mục đích đã được quy định trong chương trình về kiến thức, kĩ năng, năng lực trí tuệ và phẩm chất...

*Hình thức kiểm tra thường dùng* : Kiểm tra miệng ; Kiểm tra viết ngắn (10 – 20 phút) ; Kiểm tra viết dài (từ 1 tiết trở lên)...Tùy theo yêu cầu và hoàn cảnh mà thay đổi hình thức kiểm tra.

• *Đánh giá* : Hiểu theo nghĩa rộng đánh giá bao gồm tất cả các kiểu xác nhận, đồng tình hay không đồng tình, kể từ cái gật đầu đồng ý cho đến việc đánh giá bằng điểm. Sự đánh giá của thầy phải đúng, có cơ sở và công bằng. Có thể kết hợp giữa đánh giá của thầy với tập thể HS.

Mục đích của việc đánh giá không phải là điểm số. Điều quan trọng là qua đó HS thấy được điểm mạnh và điểm yếu của mình. Tốt hơn là HS còn được thầy cho biết nguyên nhân sai lầm và cách sửa chữa.

- *Hướng dẫn công việc ở nhà*

Công việc ở nhà bao gồm : Hướng dẫn học lí thuyết ; Hướng dẫn làm bài tập ở nhà ; Chuẩn bị bài mới.

Trong đó nội dung chủ yếu của công việc ở nhà là giải bài tập. Để HS làm tốt dạng hoạt động này, cần lưu ý :

- Lượng bài tập hợp lí, đủ dạng để HS có đủ thời gian giải.
- Việc hướng dẫn bài tập ở nhà không nhất thiết phải đợi đến hết tiết dạy mà GV cần lựa chọn thời điểm thích hợp trong quá trình dạy khi có sự liên quan đến nội dung bài giảng.
- Việc ra bài tập ở nhà cần có sự lựa chọn và có trong kế hoạch lên lớp theo những yêu cầu sư phạm mà không được tùy tiện chấp vá.

*Chú ý* : Ấn tượng đầu tiết học rất quan trọng. Mỗi bài học cần có phần mở đầu thuyết phục, bởi vì 3 phút mở đầu sẽ dẫn dắt cả buổi học. Phần mở bài phải có hiệu quả nhằm thu hút sự chú ý, kích thích sự hào hứng học bài của HS. Chỉ khi sẵn sàng học, HS mới có thể tiếp thu tốt.

*Mục đích mở đầu một bài học* : Thu hút được sự chú ý và khơi dậy niềm hứng thú của HS ; thiết lập mối quan hệ giữa bài cũ với bài mới ; chỉ ra tầm quan trọng của các kĩ năng ; giới thiệu những điều cần diễn ra trong giờ học.

*Kĩ thuật mở đầu một bài học* : Không tồn tại một kĩ thuật mở bài tốt nhất. Bí quyết mở bài giỏi nằm trong sự đa dạng và sáng tạo. Phần mở đầu bài học chính là lúc tốt nhất để con người diễn viên trong mỗi GV bước ra sân khấu “diễn xuất”.

Sau đây là một vài kĩ thuật để mở đầu một bài học :

Khi mở đầu một bài học cần thu hút sự chú ý và khơi dậy niềm hứng thú cho HS. Có nhiều cách để thu hút sự chú ý của HS. Trong số đó có thể kể đến những kỹ thuật sau :

- Hãy nhiệt tình! Vì nếu chúng ta tỏ ra buồn chán thì chẳng bao lâu HS của chúng ta sẽ buồn chán theo.

- Hãy cho xem những vật thật, những bức tranh biếm họa, những mô hình, giáo cụ trực quan gây ấn tượng mạnh. Hãy đứng ở giữa lớp và đứng gần HS hơn.

- Nên thể hiện sự hài hước đúng mực, kể chuyện cười, truyện ngắn, đọc thơ, kể chuyện bản thân, kể những tin tức có liên quan đến chủ đề bài học.

- Hãy ra những câu hỏi thách đố.
- Hãy làm cho HS ngạc nhiên trước một câu tuyên bố hoặc một hành động bất ngờ.
- Hãy sử dụng PP sắm vai và sau đó đặt câu hỏi.
- Hãy trình diễn một cách hấp dẫn.
- Hãy phát cho HS một tài liệu thú vị.
- Hãy phát cho HS một sản phẩm đẹp rồi hỏi các em có thể làm được như thế không ?

◦ *Khái quát mở đầu một bài học* : Phần mở đầu của bài học là cơ hội rất tốt để liên hệ giữa cái cũ và cái mới. Hãy khái quát lại bài học lần trước và trình bày xem kỹ năng hoặc khái niệm sắp học được xây dựng như thế nào trên cơ sở những điều đã học. Hãy giải thích cho HS thấy kỹ năng này phù hợp với cả chương trình học như thế nào ?

◦ *Giới thiệu mục tiêu bài học* : Hãy dành thời gian để thảo luận một cách kỹ lưỡng điều mình mong đợi ở HS. Hãy thảo luận về mục tiêu bài học. Hãy đặt câu hỏi về các mục tiêu cho đến khi GV tin chắc rằng tất cả HS đều nắm được một cách chính xác điều mà HS phải đạt được.

◦ *Giới thiệu những điểm then chốt phần mở đầu một bài học* : Đây mới là lúc giới thiệu cho cả lớp đôi chút về bài học. Ở đây chúng ta cần mô tả những hoạt động sắp thực hiện ; phát một đồ dùng DH (như mô hình, sơ đồ...) nhằm giới thiệu mục tiêu bài học.

*Phần chuyển tiếp* : Không nên kết thúc phần mở bài một cách đột ngột. Khi hoàn thành xong phần mở bài, GV cần có một phần chuyển tiếp thật mềm mại để dẫn dắt HS đến phần đầu của bài học mới. Không nên để cho HS biết mình kết thúc phần mở bài và khi nào thì phần chính của bài học bắt đầu, phần chuyển tiếp phải thật tự nhiên.

- Hãy thiết kế tất cả các hoạt động khác của giờ học trước khi nghĩ đến phần mở bài.
- Hãy chuẩn bị phần mở bài một cách chi tiết.
- Hãy viết sẵn những câu đầu tiên chính xác từng từ một.
- Hãy nghĩ đến yêu cầu và quan tâm của HS.
- Hãy viết sẵn những câu hỏi mà bạn định hỏi hoặc có thể bị hỏi.
- Hãy tập trước phần mở bài.
- Hãy giữ cho phần mở bài tương đối ngắn gọn.

- Hãy thu thập thông tin phản hồi về phần mở đầu thông qua việc quan sát hành vi của HS.

- Hãy lôi cuốn HS tham gia tích cực vào phần mở đầu thông qua PP sắm vai.

Như vậy, một giờ học có phần mở đầu tốt coi như đã thành công một nửa. Hãy làm một điều gì đó bất ngờ, sáng tạo, khiến cho HS ngạc nhiên và hứng thú khi bắt đầu học. Mỗi bài học cần bố cục theo ý tưởng hoặc theo chủ đề. Một trong những cách để đạt được điều đó là hãy suy nghĩ về những câu hỏi hoặc những vấn đề mà bài học sẽ trả lời hoặc giải quyết.

## 5. Viết bài soạn

Sau khi đã nghiên cứu dự kiến bài soạn, đối chiếu với mục tiêu, nội dung bài học, các yêu cầu cụ thể của bài học, xem xét kĩ tính vừa sức với HS của lớp và sự phù hợp về thời gian...GV điều chỉnh những chỗ chưa phù hợp, hoàn chỉnh các biện pháp thực hiện rồi mới bước vào soạn giáo án.

*Chú ý* : Bài soạn không nhất thiết phải theo một khuôn mẫu nhất định cũng không quá chi tiết dài dòng mà cần gọn, rõ với mục đích cuối cùng là làm cho HS nắm được nội dung tiết học.

## 6. Gợi ý các tiêu chí đánh giá bài giảng

### 6.1. Kỹ năng sư phạm

- DH phải đúng đặc trưng bộ môn ; Phân bổ thời gian phù hợp (đảm bảo thời gian quy định) ;

- Lựa chọn hình thức tổ chức DH phù hợp ; Vận dụng các PPDH linh hoạt theo hướng đổi mới ;

- Xử lí linh hoạt các tình huống sư phạm; Lời nói rõ ràng, mạch lạc và truyền cảm; Chữ viết đúng, đẹp, trình bày bảng hợp lí.

### 6.2. Kiến thức

- Đảm bảo độ chính xác, hệ thống, phù hợp tâm lí lứa tuổi ;

- Đảm bảo các yêu cầu về kiến thức, kĩ năng cơ bản, trọng tâm ;

- Có tính cập nhật, thực tiễn, gắn với đời sống ;

- Thể hiện tính giáo dục về thái độ, tình cảm, thẩm mỹ ;

- Phù hợp với đối tượng HS của lớp.

### 6.3. Thái độ sư phạm

Giữ đúng tác phong sư phạm, gần gũi, tận tụy với HS ; Đối xử công bằng và quan tâm đến các đối tượng HS.

### 6.4. Hiệu quả

- HS học tập với thái độ nghiêm túc, thoải mái, không áp đặt, không máy móc ;

- HS nắm được kiến thức, kĩ năng cơ bản, trọng tâm ;

- HS có khả năng vận dụng tốt vào các bài tập, thực hành ;

- Đánh giá phù hợp với các đối tượng HS.

## Chương 2. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

### §1. CÁC PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

#### 1. Một số quan điểm chung về phương pháp và phương pháp dạy học

##### 1.1. Về phương pháp

PP được hiểu là hệ thống các nguyên tắc, hệ thống các thao tác có thể nhằm đi từ những điều kiện nhất định ban đầu tới một mục đích xác định.

Dấu hiệu bản chất của PP là tính hướng đích. Phạm trù PP có chức năng phương tiện và đặc trưng kết thúc (thể hiện mối quan hệ giữa PP và mục đích).

Về bản chất, PP gắn bó tương hợp với đối tượng. Đó cũng chính là ý nghĩa sâu xa của mệnh đề “nội dung quyết định PP” hay yêu cầu nhất thiết phải có về sự phù hợp của PP với logic sự vật.

PP gắn liền với tính “kế hoạch” và tính “liên tục của các thao tác”.

Như vậy, PP có thể có cấu trúc hoá được xét từ bình diện hành động và được xác định bởi các yếu tố :

- Mục đích hành động
- Logic sự vật của nhiệm vụ đặt ra
- Hệ thống các điều kiện mà nhờ đó hành động được thực hiện

Nói khác đi, bất kì PP nào cũng gắn với việc xây dựng hành động và các dạng của nó theo một trình tự nhất định với những phương tiện tương ứng để đạt được mục đích dự kiến (PP còn được hiểu như một hệ thống các chỉ dẫn, các quy tắc mang điều kiện cần).

##### 1.2. Về phương pháp dạy học

Có nhiều định nghĩa về PPDH và từ đó có nhiều cách phân loại và hình thành hệ thống PPDH. Dưới đây sẽ chọn cách tiếp cận khái niệm PPDH phù hợp với ý tưởng cải tiến, tiến tới đổi mới PPDH theo hướng quy trình hoá việc chuẩn bị và tiến hành DH nhằm tích cực hoá hoạt động học tập của người học, một trong những hướng nghiên cứu và triển khai vừa phù hợp với xu thế chung, vừa đáp ứng được những đòi hỏi thực tiễn giáo dục hiện nay.

PPDH là một hệ thống các tác động liên tục của người dạy nhằm *tổ chức hoạt động nhận thức và thực hành của người học* để người học lĩnh hội vững chắc các thành phần của nội dung giáo dục nhằm đạt được mục tiêu đã định.

PPDH phải luôn luôn đặt trong mối quan hệ với các thành tố khác của quá trình giáo dục, trước hết đó là mối quan hệ : mục tiêu – nội dung – PP, hoặc quan hệ : mục tiêu – nội dung – PP – phương tiện – những điều kiện khác.

Các PPDH được phân loại như sau : PP *thông tin tiếp nhận* ; PP *tái hiện* ; PP *trình bày nêu vấn đề* ; PP *tìm tòi từng phần* ; PP *ngiên cứu*.

Ba PP (*trình bày nêu vấn đề* ; *tìm tòi từng phần* ; *ngiên cứu*) có ý nghĩa đặc biệt trong việc hình thành và phát triển hoạt động sáng tạo, đó là hoạt động không thể mô tả được như một hệ thống các hoạt động được điều khiển hay quy định một cách nghiêm ngặt.

## **2. Các phương pháp dạy học môn Toán**

### **2.1. Phương pháp dạy học truyền thống**

Là truyền thụ tri thức với định hướng tri thức là mục đích của DH. Quan tâm nhiều hơn đến logic của tri thức ấy và việc DH chú trọng rèn luyện cho HS khả năng vận dụng kiến thức.

Các PPDH truyền thống chủ yếu là : PP giảng giải, PP vấn đáp, PP luyện tập, PPDH nhờ phương tiện trực quan...

### **2.2. Phương pháp dạy học không truyền thống**

Xem tri thức chính là phương tiện của DH với mục đích cho HS cách thức khám phá, hình thành tri thức. DH phải coi trọng quá trình tái tạo lại trong lịch sử sự hình thành tri thức mà nhân loại đã đi qua. Các PPDH hiện đại được xây dựng theo 3 hướng chủ yếu :

- Các PP dựa trên những thành tựu của khoa học tâm lí, khoa học giáo dục (như DH nêu vấn đề, DH theo nhóm...).

- Các PP dựa trên những thành tựu của điều khiển học, logic học (như DH chương trình hoá, angôrit hoá...).

- Các PP tận dụng các phương tiện kĩ thuật dựa trên những thành tựu của kĩ thuật hiện đại.

- Các PPDH hiện đại chủ yếu là : PPDH giải quyết vấn đề, DH theo nhóm, DH theo lí thuyết trò chơi...

## **3. Các phương pháp dạy học cụ thể**

### **3.1. Phương pháp giảng giải**

#### **3.1.1. Mô tả**

Với PP này, GV chủ yếu dùng lời nói để trình bày nội dung toán học cho HS. Giảng giải là dùng luận cứ, số liệu để chứng minh các quy tắc, công thức... Tuy nhiên người thầy giáo vẫn có thể dùng các phương tiện trực quan thích hợp, có thể đặt một số câu hỏi hay đặt vấn đề để HS tham gia.

#### **3.1.2. Trường hợp sử dụng**

PP này thường được sử dụng khi trình bày ý nghĩa, tác dụng của một vấn đề mới, giới thiệu lịch sử phát triển, tiểu sử các nhà toán học, trình bày cách chứng minh, quy tắc khó, giải toán mẫu, tiến hành ôn tập...

- *Ưu điểm* : Trong một thời gian ngắn, GV có thể trình bày được nhiều tài liệu toán học cơ bản theo yêu cầu, chủ động được về thời gian, kế hoạch. HS có thể học tập được cách lập luận logic, chặt chẽ, ngắn gọn nhưng đầy đủ của thầy giáo.

- *Nhược điểm* : HS tiếp thu kiến thức một cách thụ động, giờ học đơn điệu, HS dễ bị mệt, GV không có điều kiện kiểm tra thu nhận kiến thức của HS trong giờ học đó và ít có điều kiện phát triển trí tuệ của HS.

- *Lưu ý* : Không nên lạm dụng, mà chỉ nên sử dụng khi cần thiết hay ở lớp cuối cấp (lớp 5) ; cần lập luận gọn gàng, chặt chẽ, diễn đạt có hệ thống ; Thực hiện với mức độ vừa phải : Nhịp điệu chậm, thời gian ít trong một tiết học, tài liệu thuyết trình ngắn, kết hợp với minh họa hay đặt một số câu hỏi nhằm hướng HS vào bài giảng.

### **3.2. Phương pháp gợi mở vấn đáp**

#### **3.2.1. Mô tả**

Với PP này, người GV không trực tiếp đưa ra những kiến thức ở dạng hoàn chỉnh mà hướng dẫn HS tư duy, từng bước một để các em tự tìm ra những kiến thức mới phải học, thông qua việc khéo léo đặt câu hỏi dẫn dắt HS rút ra những kết luận mới, những tri thức mới. PP này do nhà hiền triết Hi Lạp Xôcrat (469 – 399 TCN) đề ra để giảng triết học. Ông cho đây là “*thuyết đỡ đỡ*”, vì bằng những câu hỏi của mình, ông kích thích người nói chuyện với mình tự tìm ra những câu trả lời, phát hiện ra những chân lí. Vì vậy người ta gọi PP này là PP “*vấn đáp Oristic*” hay PP Xôcrat. PP này trước đây thường được sử dụng trong quá trình DH, nhưng người ta buộc HS phải trả lời máy móc những điều đã trình bày sẵn nên không phát huy được tính tích cực của HS. Thông thường ta dùng PP vấn đáp bằng cách đưa ra những câu hỏi thích hợp cho HS trả lời để tiến hành gợi mở dần dần đi đến kết luận.

#### **3.2.2. Trường hợp sử dụng**

PP này có thể dùng trong việc truyền thụ kiến thức toán học mới, vận dụng kiến thức toán học để giải bài tập, củng cố, ôn tập kiến thức, kiểm tra đánh giá...

- *Ưu điểm* : Ưu điểm nổi bật của PP này là có thể sử dụng một cách phổ biến nhằm phát huy tính chủ động, tích cực của HS. Do đó không khí lớp học sôi nổi, sinh động, nâng cao được hứng thú học tập, lòng tự tin của HS, rèn luyện và phát triển năng lực tư duy, năng lực diễn đạt, từ đó HS sẽ tiếp thu kiến thức sâu hơn, có tổ chức hơn.

- *Nhược điểm* : Làm cho GV khó chủ động về thời gian. Nếu câu hỏi đặt ra không có hiệu quả sư phạm cao thì dễ rơi vào tình trạng hình thức “*hỏi cho có*”.

- *Lưu ý* : Sự thành công chủ yếu của PP này là ở chỗ xây dựng được một hệ thống câu hỏi gợi mở thích hợp, thoả mãn một số yêu cầu xác định :

Câu hỏi phải dành cho đủ các loại đối tượng HS : Giỏi, khá, trung bình, yếu kém.

Đối với mỗi loại đối tượng, câu hỏi phải vừa sức, phải chứa đựng yếu tố gây hứng thú khích lệ HS tìm câu trả lời.

Câu hỏi phải có nội dung chính xác, thích hợp với mục đích, yêu cầu, nội dung bài học.

Câu hỏi phải ngắn gọn, rõ, không mập mờ, khó hiểu.

Không nên đưa ra câu hỏi mà câu trả lời dưới dạng “có” hay “không”, “đúng” hay “sai”, mà câu hỏi phải là “tại sao?”, “như thế nào?”, “do đâu?”,...

Cùng một nội dung có thể đặt nhiều câu hỏi dưới nhiều hình thức khác nhau để giúp HS nắm được kiến thức một cách sâu sắc, rèn luyện năng lực tư duy linh hoạt.

Bên cạnh những câu hỏi chính cần chuẩn bị một số câu hỏi phụ để tùy tình hình mà dẫn dắt sự suy nghĩ của HS, cũng cần chuẩn bị sẵn câu trả lời để tránh sự bị động và ứng phó với mọi trường hợp HS trả lời sai.

Câu hỏi phải đưa ra cho cả lớp suy nghĩ, sau đó chỉ đạo HS trả lời.

Có thể cho một số em trả lời, sau đó gọi một số em khác nhận xét, bổ sung. Cuối cùng GV nhận xét chung, nhấn mạnh ý chính.

### **3.3. Phương pháp luyện tập**

#### **3.3.1. Mô tả**

Luyện tập là lặp đi lặp lại nhiều lần những hành động nhất định nhằm hình thành và củng cố những kĩ năng, kĩ xảo cần thiết. PP này được thực hiện một cách có tổ chức và có kế hoạch.

Luyện tập có một ý nghĩa quan trọng đặc biệt với môn Toán. Môn Toán là một môn học công cụ, được sử dụng rộng rãi trong các môn khoa học khác và trong đời sống. Học toán không chỉ để lĩnh hội một tri thức mà điều quan trọng hơn là phải biết vận dụng những tri thức đã học, rèn luyện kĩ năng, kĩ xảo và đặc biệt là những phương thức tư duy cần thiết.

#### **3.3.2. Các trường hợp sử dụng**

Luyện tập ngay trong cả quá trình truyền thụ tri thức; vừa giảng, vừa rèn luyện chính là đặc điểm của bộ môn; giải các bài tập sau khi học xong lí thuyết; giải các bài tập có nội dung thực tế; giải các bài tập toán tổng hợp đòi hỏi phải vận dụng sáng tạo các tri thức, kĩ năng đã học, đã biết.

Thông qua những hình thức luyện tập này vừa rèn luyện kĩ năng, kĩ xảo, vừa nâng cao kĩ năng suy luận, phân tích, tổng hợp, quan sát, nhận xét, tìm mối liên hệ, tương tự, dự đoán, kiểm nghiệm, khái quát...cho HS.

- **Ưu điểm** : Ưu điểm cơ bản và nổi bật của PP luyện tập là nâng cao tính độc lập sáng tạo của HS, qua đó HS hiểu bài sâu hơn, chắc hơn và năng lực, phẩm chất trí tuệ được phát triển.

- **Nhược điểm** : Khó khăn của PP này là đối với bộ môn toán lượng bài tập rất đa dạng và phong phú. Nếu GV không có PP chọn lọc thích hợp thì dễ bị phiền diện, hoặc



quá khó, hoặc quá dễ gây cho các em tâm lí sợ toán và chán nản, hay sa đà vào các thủ thuật giải mà quên mất việc luyện tập phương thức tư duy cho HS.

- *Lưu ý* : GV phải chuẩn bị kĩ các bài tập trong sách giáo khoa, kể cả sách bài tập để có sự phân loại theo tiêu chuẩn đã xác định : Theo PP giải, theo mức độ phát triển năng lực tư duy, theo từng loại đối tượng HS. Trên cơ sở đó mà chủ động trong việc ra bài luyện tập cho HS một cách thích hợp.

Luyện tập phải nhằm mục đích, yêu cầu nhất định : Nắm lí thuyết rồi mới luyện tập năng lực vận dụng tri thức vào nhiều trường hợp khác nhau, duy trì sự hứng thú học tập của HS. Qua luyện tập mà rèn luyện cho HS tính kiên trì, nhẫn nại, tập trung chú ý, tự kiểm tra đánh giá...

Qua luyện tập, GV phải chỉ cho HS những chỗ khó, dễ quên hay nhầm lẫn trong khi vận dụng.

### **3.4. Phương pháp dạy học nhờ các phương tiện trực quan**

#### **3.4.1. Mô tả**

Toán học là một khoa học mang tính trừu tượng cao. Để HS hiểu bài một cách sâu sắc, dễ tiếp thu ta phải sử dụng những phương tiện trực quan trong DH mà gọi tắt là PP trực quan.

Trong môn Toán, phương tiện trực quan là chỗ dựa để GV hướng dẫn HS quan sát, nhận xét, so sánh, đưa ra những nhận định, những dự đoán mang tính khám phá một chân lí, sau đó phải tiến hành chứng minh chặt chẽ.

Hay sau khi học xong tri thức mới, GV cho HS tự tìm những VD, những hình ảnh tượng trưng nhằm minh họa, thể hiện các kiến thức trừu tượng của toán học, ở đây thể hiện nguyên lí "*Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng*".

Do đó, sử dụng PP này không những HS hiểu bài sâu hơn mà còn làm cho HS thấy kiến thức toán học, nhất là ở mức độ phổ thông, có mối quan hệ chặt chẽ với thực tiễn, tạo cho HS ý thức vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn.

#### **3.4.2. Các trường hợp sử dụng**

- Đưa ra một số phương tiện trực quan thích hợp để HS quan sát, so sánh, nhận xét từ đó khái quát hoá để đi đến một khái niệm mới, một kiến thức mới...

- Đưa ra trong quá trình giảng bài để giúp HS nhận biết một tính chất toán học nào đó.

- Đưa ra, hay cho HS tự tìm để minh họa, nhận diện hoặc thể hiện các kiến thức toán học vừa học.

#### **\* Lưu ý**

Phương tiện trực quan dùng trong DH toán là để khám phá, thể hiện chứ không phải là một công cụ để chứng minh mọi khám phá. Nhận xét, dự đoán thu được từ trực quan phải được chứng minh chặt chẽ, nghiêm túc.

GV cần phải suy nghĩ trước để biết cần phải đưa ra phương tiện trực quan nào, lúc nào cho thích hợp, tránh sự tùy tiện.

Mô hình, hình vẽ... cần phải làm rõ những chỗ HS cần quan sát, tập trung sức chú ý (chẳng hạn màu sắc) tránh sự phân tán của HS (VD che những phần chưa sử dụng đến).

Phương tiện trực quan trong DH là cần thiết, nhất là ở các lớp dưới giúp HS hình thành được biểu tượng, phát triển óc quan sát, nhận xét, nhưng không được lạm dụng vì vừa tốn thời gian vừa làm giảm trí tưởng tượng không gian của HS.

Vì vậy, khi sử dụng, GV phải cân nhắc kỹ về mục đích, biện pháp để cho PP này đạt hiệu quả sư phạm cao.

### **3.5. Dạy học giải quyết vấn đề**

#### **3.5.1. Cơ sở lí luận**

*Về phương diện triết học* : Tạo ra một mâu thuẫn giữa yêu cầu nhiệm vụ nhận thức với kiến thức và kinh nghiệm sẵn có. Khi giải quyết xong mâu thuẫn, tầm hiểu biết của HS được nâng cao.

*Về phương diện tâm lí học* : Con người chỉ bắt đầu tư duy tích cực khi nảy sinh nhu cầu tư duy, tức là khi đứng trước một khó khăn và nhận thức phải khắc phục dưới dạng tình huống gợi vấn đề.

*Về phương diện giáo dục học* : Dựa trên nguyên tắc tính tích cực và tự giác của HS, GV gợi động cơ để HS phát hiện và giải quyết vấn đề.

#### **3.5.2. Những hình thức dạy học giải quyết vấn đề**

Tuỳ theo mức độ độc lập của HS trong quá trình giải quyết vấn đề, mà ta phân chia các cấp độ khác nhau :

*Tự nghiên cứu vấn đề* : Ở đây, tính độc lập của HS được phát huy cao độ, GV chỉ tạo ra tình huống có vấn đề (cùng lắm là phát hiện) còn HS tự phát hiện và giải quyết vấn đề.

*Đàm thoại giải quyết vấn đề* : Ở đây, HS không hoàn toàn độc lập giải quyết vấn đề mà có sự gợi ý dẫn dắt của GV thông qua câu hỏi – trả lời giữa thầy và trò.

*Thuyết trình giải quyết vấn đề* : Ở đây, tính độc lập của HS trong quá trình giải quyết vấn đề ở mức thấp nhất, mà GV giữ vai trò chủ yếu qua lời giảng của mình khi nêu vấn đề, giải quyết vấn đề với mục đích là tìm tòi, khám phá chứ không trình bày kiến thức ở dạng có sẵn, VD như sách giáo khoa đã in sẵn.

#### **3.5.3. Thực hiện dạy học giải quyết vấn đề**

Quá trình nghiên cứu giải quyết vấn đề có thể tiến hành theo các bước sau :

*Bước 1* : Tri giác vấn đề (tạo tình huống gợi ý vấn đề ; tạo tình huống và chính xác hoá để hiểu đúng tình huống; phát biểu vấn đề và đặt mục đích cần phải thực hiện).

*Bước 2* : Giải quyết vấn đề (phân tích vấn đề, làm rõ mối liên hệ giữa cái đã biết và cái phải tìm ; đề xuất và thực hiện hướng giải quyết, có thể điều chỉnh, thậm chí bác bỏ và chuyển hướng khi cần thiết ; trình bày cách giải quyết).

*Bước 3* : Kiểm tra và nghiên cứu lời giải (kiểm tra tính đúng đắn ; tính hợp lí và tính tối ưu ; tìm những khả năng có thể ứng dụng kết quả hay PP vừa tìm được ; nghiên cứu mở rộng vấn đề : Khái quát tương tự, đảo ngược vấn đề và giải quyết nếu được).

### **3.6. *Dạy học chương trình hoá***

#### **3.6.1. *Mô tả***

DH chương trình hoá là tên gọi mượn từ khái niệm “*Chương trình*” của máy tính, để chỉ sự xây dựng chương trình làm việc cho người học theo một cách đặc biệt trong quá trình học tập. Nó được hình thành khoảng 50 năm gần đây, cùng với sự phát triển của khoa học kĩ thuật, đặc biệt là điều khiển học và tin học.

Theo cố GS. Hoàng Chúng, đây là “*Hình thức DH nhằm điều khiển tốt nhất việc học tập cá nhân của HS, bảo đảm việc tự kiểm tra thường xuyên trong quá trình học*”.

#### **3.6.2. *Quá trình dạy học chương trình hoá***

Gồm các bước liên tiếp nhau, mỗi bước gồm có 4 phần : Thông báo về kiến thức cho HS ; câu hỏi kiểm tra ; “*GV*” nghiên cứu câu trả lời của HS và quyết định quá trình học tiếp theo ; HS được biết câu trả lời của mình đúng hay sai ?

– *Ưu điểm* : Góp phần phát hiện ra trong khoa học giáo dục những quy luật mới của DH, đặc biệt là tính quy luật của việc điều khiển hoạt động nhận thức của HS.

Sử dụng được những phương tiện kĩ thuật hiện đại như máy vi tính trong việc cải tiến PPDH nhằm đạt hiệu quả cao về sự phạm.

Bảo đảm cá thể hoá triệt để hơn trong DH, tiến hành được việc kiểm tra và tự kiểm tra thường xuyên.

– *Nhược điểm* : Đối với HS giỏi, tác động còn ít. Hạn chế sự trao đổi ý kiến, hoạt động có tính chất xã hội của HS. Dạy bằng sách thì công kênh và phải dựa rất nhiều vào tính tự giác của HS, dạy bằng máy thì giá thành cao.

### **3.7. *Dạy học phân hoá nội tại***

#### **3.7.1. *Xuất phát điểm***

HS trong một lớp, vừa có sự chọn lựa và sắp xếp, vừa có sự khác nhau về trình độ phát triển nhân cách, trong đó sự giống nhau là cơ bản. Chính vì vậy ta mới có thể áp dụng DH trong một lớp thống nhất.

Yêu cầu của xã hội đối với HS vừa có sự khác nhau về trình độ phát triển, về khuynh hướng và tài năng vừa có sự giống nhau về những đặc điểm cơ bản của người lao động trong xã hội. Để giải quyết sự khác biệt trên, ta có thể thực hiện DH phân hoá theo 2 hướng :

Tổ chức các lớp chuyên, lớp chọn, phân ban, học theo giáo trình tự chọn.

Vẫn giữ nguyên một lớp theo một tiêu chí nào đó khi xếp lớp nhưng GV tiến hành những biện pháp phân hoá thích hợp với cùng một kế hoạch học tập, cùng một chương trình,

cùng một bộ sách giáo khoa. Đây chính là phân hoá nội tại, là sự kết hợp “*phổ cập*” với “*nâng cao*”, giữa “*đại trà*” với “*mũi nhọn*” trong quá trình DH toán.

### 3.7.2. *Những nguyên tắc chỉ đạo khi tiến hành*

Lấy trình độ chung của HS trong lớp làm nền tảng. Đối với trình độ chung này ta cần mạnh dạn tinh giản nội dung, tước bỏ những gì chưa thiết thực và chưa phù hợp để đi vào những yêu cầu thật cơ bản.

Vì vậy, việc xác định cho đúng yêu cầu cơ bản cần phải đạt là rất quan trọng, nếu không dễ dẫn đến tình trạng hạ thấp yêu cầu.

### 3.7.3. *Những biện pháp dạy học phân hoá nội tại*

Đối với những lớp sự khác biệt giữa các loại đối tượng không lớn lắm, người GV qua quan sát, đàm thoại, kiểm tra phát hiện được sự sai khác giữa HS về tình trạng lĩnh hội và trình độ phát hiện thì tiến hành những phân hoá nhỏ, như : Giao nhiệm vụ phù hợp với từng loại đối tượng (câu hỏi dành cho từng loại đối tượng).

Khuyến khích HS yếu kém trả lời câu hỏi.

Tận dụng những tri thức và kỹ năng riêng biệt của từng HS.

Phân hoá việc giúp đỡ, kiểm tra và đánh giá HS.

## 3.8. *Dạy học Angôrit hoá*

### 3.8.1. *Thế nào là Angôrit*

Angôrit (thuật toán) là một tập hợp các quy tắc xác định một thủ tục (PP) hữu hiệu để giải mọi bài toán thuộc một lớp cho trước.

*Ba đặc trưng của Angôrit là :*

– *Tính phổ dụng* : Thể hiện ở khả năng đảm bảo thực hiện không chỉ một bài toán cụ thể nào đó mà là một lớp các bài toán cùng loại.

– *Tính tiền định* : Bảo đảm cho Angôrit chỉ được hiểu theo một cách duy nhất, cho một kết quả duy nhất và việc thực hiện Angôrit không phụ thuộc mong muốn của bất cứ người nào sử dụng.

– *Tính hiệu quả* : Đảm bảo tính hữu hạn của Angôrit, tức là sau một số bước hữu hạn đã quy định phải chỉ ra được kết quả hoặc chỉ ra rằng Angôrit không áp dụng được cho lớp bài toán này.

### 3.8.2. *Sự cần thiết phải phát triển tư duy Angôrit ở HS tiểu học*

Trong chương trình toán ở Tiểu học có nhiều quy tắc giải, nhiều bài toán chứa Angôrit. HS giải tốt các loại bài này tức là đã nắm vững kiến thức và có những kỹ năng giải toán cơ bản.

Góp phần phát triển những năng lực trí tuệ chung như : Phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hoá... trong khi xây dựng một Angôrit giải một loại toán. Qua đó góp phần hình thành những phẩm chất của người lao động như tính hợp lý, kỉ luật, ngăn nắp...

### 3.8.3. Vận dụng kiểu dạy học Angôrit hoá

DH Angôrit hoá là dạy HS hoạt động theo tư duy Angôrit được vận dụng trong những trường hợp sau :

Đối với những bài dạy (khái niệm, quy tắc suy luận, quy tắc giải...) có chứa Angôrit giải, GV rèn luyện cho HS có khả năng sau : HS biết rút ra Angôrit giải dưới sự hướng dẫn của GV. Nhận xét lớp bài toán có cùng Angôrit giải đã xây dựng. Giải theo Angôrit đã vạch ra.

Đối với những nội dung toán học không chứa sẵn Angôrit giải thì : Tập cho HS xây dựng một quy trình nhận thức, chứng minh hay cách giải ; Nhận biết loại bài tập này hay nội dung nào thuộc quy trình trên ; Tập giải theo hướng mà quy trình đã vạch.

- *Ưu điểm* : HS nắm được logic của khái niệm, nắm được Angôrit giải toán, phát triển được tư duy Angôrit, hiểu và vận dụng kiến thức tốt hơn. Ngoài ra, còn giáo dục cho HS ý thức tổ chức kỉ luật, ý thức hành động tuân theo một trình tự nhất định, tránh mò mẫm mất thời giờ... Rèn luyện được cho HS các phẩm chất trí tuệ, các thao tác tư duy.

- *Nhược điểm* : DH Angôrit hoá cần kết hợp với các PP khác, các kiểu DH khác để phát huy tính linh hoạt, sáng tạo của HS. Hơn nữa, trong nhiều bài toán đòi hỏi tính tìm tòi, sáng tạo của HS khá cao, trong phạm vi này PPDH Angôrit hoá hiệu quả hơn các PP dạy khác.

## 3.9. Phương pháp thảo luận nhóm

### 3.9.1. Mô tả

Thảo luận nhóm là một hình thức DH hợp tác trong đó GV nêu ra vấn đề, HS thảo luận, bàn bạc và giải quyết vấn đề đó.

### 3.9.2. Sử dụng

PP này thường được sử dụng để hình thành kiến thức mới, củng cố, ôn tập và kiểm tra.

- *Ưu điểm* : Góp phần rèn luyện tinh thần tự lực của HS, tạo cơ hội để HS hoà nhập cộng đồng, nâng cao năng lực hợp tác, đồng thời tạo điều kiện để từng HS phát huy hết khả năng của mình, tiếp thu kiến thức một cách tự nhiên, rõ ràng, sâu sắc.

- *Nhược điểm* : Tốn thời gian, GV tổ chức không tốt, nội dung thảo luận quá nhẹ hoặc quá nặng sẽ gây chán nản mệt mỏi cho HS.

- *Lưu ý* : Sau khi giao nhiệm vụ cho các nhóm thảo luận, GV theo dõi từng nhóm để hướng các em thảo luận đúng yêu cầu của bài, đồng thời nội dung thảo luận phải phù hợp với bài học và đảm bảo tính vừa sức.

## 3.10. Phương pháp sử dụng phiếu giao việc

### 3.10.1. Mô tả

Phiếu giao việc là một hệ thống các công việc mà HS phải tiến hành để có thể tự mình chiếm lĩnh kiến thức mới, tự mình hình thành những kĩ năng mới.

Những công việc này đã được viết trước trên giấy, có chứa sẵn chỗ trống để HS làm.

### 3.10.2. Trường hợp sử dụng

PP này thường được sử dụng trong các tiết luyện tập, củng cố kiến thức.

- *Ưu điểm* : Phiếu giao việc làm sẵn tiết kiệm thời gian, nhờ đó mà cho phép gia tăng tốc độ làm việc của HS. Tạo điều kiện để 100% HS tự làm việc. Nhờ vậy mà GV kiểm soát chặt chẽ hoạt động của từng em. GV thu được kết quả trung thực, từ đó điều chỉnh cách DH của mình.

Chống lại được thói quen dựa dẫm, ỷ lại của đa số HS kém, trung bình.

Giúp HS hiểu sâu và nhớ bài lâu hơn.

Các bài tập mang dáng dấp trắc nghiệm trong phiếu giao việc sẽ giúp HS nhanh chóng tiếp cận với các lỗi kiểm tra, đánh giá, thi cử mới. Nhờ vị trí của các bài trên phiếu giao việc là như nhau, GV có thể quan sát nhanh quá trình và kết quả làm việc của từng HS.

- *Nhược điểm* : Tạo cho HS thói quen làm việc không đầy đủ, hạn chế năng lực diễn đạt và trình bày bằng lời của HS vì các em làm việc bằng tay quá nhiều.

Gây ra một sự tốn kém về tài chính, thêm vào đó trường nào chưa có máy photocopy thì việc in phiếu giao việc cho từng HS sẽ gặp rất nhiều khó khăn.

- *Lưu ý* : GV phải sử dụng hợp lí, cân đối giữa việc sử dụng phiếu giao việc và việc sử dụng sách giáo khoa và vở. Nội dung phiếu giao việc phải phù hợp với trình độ HS, ngắn gọn, chính xác. Kết hợp với các PPDH khác.

## 4. Các thao tác tư duy khi dạy học toán ở tiểu học

### 4.1. So sánh

Là xác định sự giống nhau và khác nhau giữa các sự vật và hiện tượng. Muốn vậy ta phải phân biệt các dấu hiệu thuộc tính của chúng, đối chiếu chúng với nhau rồi tổng hợp lại để xem chỗ giống nhau và khác nhau.

- *Tác dụng* : Hiểu sâu và đúng ; thấy được mối liên hệ giữa các đối tượng ; giúp cho việc tiến hành một số thao tác tương tự sau này.

- *Một số biện pháp* : Tập cho HS so sánh các khái niệm, quy tắc để thấy cái hay, cái mới ; so sánh những sự vật, hiện tượng bề ngoài có vẻ khác nhau nhưng thực chất là giống nhau, thậm chí có khi chỉ là một ; so sánh các sự vật hiện tượng theo nhiều khía cạnh khác nhau. Có khi chúng khác nhau ở khía cạnh này mà giống nhau ở khía cạnh khác.

### 4.2. Phân tích

Là dùng trí óc chia cái toàn thể ra thành từng phần hoặc từng thuộc tính hay khía cạnh riêng biệt nằm trong cái toàn thể đó.

### 4.3. Tổng hợp

Tổng hợp là dùng trí óc để hợp các phần của cái toàn thể hoặc kết hợp lại những thuộc tính hay khía cạnh khác nhau đã được tách ra nằm trong cái toàn thể đó.

*Lưu ý* : Phép phân tích và tổng hợp có tác dụng giúp HS hiểu sâu và đầy đủ những thuộc tính, những trường hợp riêng lẻ nằm trong một khái niệm, một định lí...từ những trường hợp riêng lẻ đó HS tổng hợp lại để nhận biết đầy đủ, chính xác khái niệm.

Đây là hai thao tác thường xuyên được sử dụng khi tiến hành các thao tác khác.

- *Một số biện pháp* :

- Khi DH khái niệm, tập cho HS phân tích các thuộc tính bản chất để từ đó tổng hợp lại để nhận biết và phân biệt các khái niệm khác hay để tìm ra mối liên hệ giữa các khái niệm.

- Khi DH giải bài toán cần nhìn bao quát xem bài toán thuộc loại nào ? Phân tích cái đã cho và cái phải tìm... thực hiện các bước phân tích và tổng hợp xen kẽ nhau để tìm hướng giải cho bài toán. Tách bài toán đã cho thành nhiều bài toán nhỏ thành phần, đơn giản hơn và cuối cùng tổng hợp lại để có kết quả.

#### **4.4. Khái quát hoá**

Là dùng trí óc tách cái chung trong các đối tượng, hiện tượng hoặc sự kiện. Muốn khái quát hoá phải so sánh nhiều đối tượng với nhau để rút ra cái chung, cũng có khi chỉ từ một đối tượng ta cũng có thể khái quát một tính chất, một PP.

#### **4.5. Đặc biệt hoá**

- *Tác dụng* : Giúp con người có một cái nhìn bao quát, thấy được cái chung trong nhiều cái riêng lẻ, rút ra cái chung để vận dụng rộng hơn. Đây là con đường dẫn tới sự sáng tạo, phát minh, kiểm chứng giả thuyết...

- *Biện pháp thực hiện* : Khái quát hoá từ nhiều đối tượng cần tập trung cho HS so sánh, phân tích để tìm ra cái chung.

Đặc biệt hoá là xét một trường hợp cụ thể nằm trong cái chung.

#### **4.6. Phép tương tự**

Là một kiểu giống nhau nào đó. Có thể nói rằng : Hai quan hệ là tương tự nếu chúng phù hợp với nhau trong các mối quan hệ xác định rõ ràng giữa những bộ phận tương ứng.

- *Tác dụng* :

+ Luyện tập cho HS óc quan sát, so sánh, nhìn theo nhiều quan điểm khác nhau để tìm ra sự tương tự.

+ Đây là con đường dẫn tới sự sáng tạo, phát minh. Tuy nhiên cần lưu ý rằng kết quả của tương tự chưa có gì là chắc chắn, chỉ mới là những dự đoán, giả thuyết, vì vậy cần phải chứng minh.

- *Biện pháp* : Tập cho HS nhìn các đối tượng, hiện tượng dưới nhiều góc độ khác nhau, phát hiện chúng có những bộ phận, tính chất giống nhau, từ đó suy ra những khác nhau có thể có.

## 5. Dạy học lấy người học làm trung tâm

### 5.1. Mô tả

- GV giúp HS học tập trên cơ sở kiến thức mà các em chưa biết.
- GV giúp HS liên hệ những kiến thức cũ với những kiến thức mới và xem xét mối liên hệ giữa chúng.
- Hợp tác cao.
- Các hoạt động được xây dựng nhằm giúp HS sử dụng các PP tư duy và nhận thức cần thiết để thành công trong học tập cũng như trong cuộc sống.
- HS có cách làm việc theo nhóm, chia sẻ, tranh luận và tổng hợp.
- HS trở thành những người tham gia tích cực trong học tập vì thế có đủ năng lực để lựa chọn và đạt được tiến bộ phù hợp với khả năng của mình.

### 5.2. Cách dạy học

#### 5.2.1. Kiểm tra trước và sau khi học

Là kiểm tra cùng một bài trước và sau bài học, giúp HS củng cố hoặc sửa sai dựa trên những gì các em đã học được.

#### 5.2.2. Học hợp tác

Cách học này là sự sáng tạo, được tạo ra từ kết quả đơn lẻ, đòi hỏi HS phải hỗ trợ nhau, thực hành các kỹ năng và trao đổi tích cực trong hoạt động. Học hợp tác là nền tảng của nhiều hoạt động trong lớp học, trên cơ sở PP giảng dạy lấy người học làm trung tâm.

HS tăng khả năng tương tác bằng cách phân định vai trò, giúp các thành viên trong nhóm có trách nhiệm với nhau trong học, phải tạo kết quả hoạt động có tính sáng tạo, nâng cao tiêu chuẩn và đặc tính của nhóm. HS sẽ được thúc đẩy, khuyến khích, được quan tâm để đạt kết quả cao.

#### 5.2.3. Dạy và học nhóm

Một VD về PP này là đôi bạn học tập. Hai HS sẽ lập thành một đôi bạn học tập và thay nhau hỏi đáp các câu hỏi trong những tài liệu mà các em học cùng nhau. PP này tạo cơ hội cho người học được làm việc với một bạn học và cùng với người bạn này sẽ hiểu rõ hơn về một vấn đề theo cách làm việc tương tác.

#### 5.2.4. Phân tích trường hợp điển hình

Những trường hợp được lấy để phân tích điển hình thường là nguyên tắc hay một vấn đề cụ thể.

Theo PP này, các trao đổi nên tập trung vào đặt câu hỏi, làm rõ vấn đề, tìm ra kết luận, khuyến khích phân tích và kiểm nghiệm tính đúng đắn của các giải pháp hay khái quát hoá.

#### 5.2.5. Các tình huống cần ra quyết định

Đây là những mâu thuẫn có kết thúc mở, nội dung miêu tả một vấn đề hay một rắc rối cần giải quyết, đòi hỏi HS phải đưa ra một quyết định hay có hành động ứng phó.



Để hoạt động này có hiệu quả, câu hỏi nên đa dạng. Một câu chuyện có đoạn kết tốt phải khuyến khích người học phân biệt được quan điểm, giá trị và cảm xúc và nó là câu chuyện đòi hỏi người học phải suy nghĩ, phân tích và kiểm nghiệm nó.

### 5.2.6. Trò chơi

Là những trò vui được tổ chức trong khi học nhằm cung cấp những kinh nghiệm có ích, giúp người học có thói quen chấp hành các quy định. Tránh không tổ chức các trò chơi mang nặng tính chất cạnh tranh.

### 5.3. So sánh phương pháp dạy học truyền thống và phương pháp dạy học lấy người học làm trung tâm

<i>Các thành tố trong giảng dạy</i>	<i>DH truyền thống</i>	<i>DH lấy người học làm trung tâm</i>
1. <i>Xác định mục tiêu</i>	Dựa vào sách giáo khoa	Dựa vào đánh giá nhu cầu
2. <i>Mục tiêu</i>	Dựa vào khả năng của GV	Dựa vào trình độ của HS
3. <i>HS nắm được mục tiêu bài học</i>	HS không được biết mục tiêu bài học	HS được biết những mục tiêu bài học
4. <i>Kết quả mong đợi</i>	Dựa vào đường cong phát triển bình thường	Dựa vào tiêu chuẩn
5. <i>Xếp loại kết quả</i>	Dựa vào kết quả so sánh với những HS khác	Có kế hoạch cho những HS cần giúp đỡ
6. <i>Củng cố cho HS</i>	Thường không có kế hoạch	Có kế hoạch bài học cho những HS cần giúp đỡ
7. <i>Phương pháp giảng dạy</i>	Dựa vào thói quen và ý thích của GV	Được lựa chọn để có thể đạt được các mục tiêu, sử dụng nhiều PP khác nhau
8. <i>Đánh giá</i>	Theo định chuẩn	Theo tiêu chí, đánh giá mức độ đạt được các mục tiêu của HS
9. <i>Sửa đổi PP và tài liệu</i>	Khi có tài liệu giảng dạy mới	Thường xuyên và dựa vào kết quả đánh giá

## §2. ĐỔI MỚI PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC

Từ vài năm nay vấn đề cải tiến đổi mới PPDH được quan tâm qua nhiều ý kiến đánh giá tình hình, bày tỏ quan niệm và giải pháp về đổi mới PPDH trên báo chí, qua các công trình nghiên cứu và thực nghiệm...

Đổi mới PPDH ở trường Đại học là một yêu cầu khách quan, có tính cấp thiết để phát triển : Do yêu cầu của sự nghiệp công nghiệp hoá, hiện đại hoá đất nước; do sự phát triển mạnh mẽ của khoa học công nghệ; do yêu cầu của sự hội nhập giáo dục đại học trong khu vực và trên thế giới.

### 1. Thực trạng dạy học hiện nay

#### 1.1. Thế mạnh

Một số không ít người dạy có tâm huyết với nghề, có hiểu biết sâu sắc về bộ môn, có tay nghề khá và nhạy cảm trước yêu cầu của xã hội, của người học. Vẫn có nhiều giờ dạy tốt, phản ánh được tinh thần của xu thế mới.

Đội ngũ làm công tác giảng dạy rất đông về số lượng và đa dạng về thành phần, loại hình và trình độ nhưng số lượng GV có trình độ cao không ít. Đội ngũ này có những hiểu biết sâu sắc về nghiệp vụ sư phạm. Hầu hết đã qua những lớp bồi dưỡng thường xuyên, dự giờ, hội giảng. Một bộ phận đã bắt đầu tiếp thu và hăng hái vận dụng PPDH mới.

Mặc dù phần lớn GV phải sống và giảng dạy trong những điều kiện còn khó khăn nhưng nét nổi bật là đều có tinh thần trách nhiệm, bám lớp, bám trường.

#### 1.2. Những bất cập

Mặt bằng học vấn, trình độ đào tạo của người dạy có nhiều hạn chế và thấp.

Người dạy còn lúng túng, gặp nhiều khó khăn trong việc đảm nhiệm giáo dục toàn diện cho người học.

Trong các trường học còn hình thành và rất phổ biến PPDH theo kiểu truyền thống : người dạy thiên về giảng giải, truyền thụ, thậm chí nhồi nhét kiến thức, người học lắng nghe một cách thụ động, bắt người học ghi nhớ những sự kiện, giải quyết các bài tập theo mẫu của người dạy.

Cơ sở vật chất thiếu thốn, khó khăn cũng như cách quản lí, đánh giá chậm đổi mới. Việc cập nhật thông tin còn hạn chế.

Sự non yếu cả về ý thức lẫn khả năng tự học vươn tới tri thức mới, tích lũy kinh nghiệm sư phạm, sáng tạo trong nghề nghiệp của mỗi GV cũng là một đặc điểm của nền giáo dục thụ động, chậm đổi mới.

Theo chúng tôi, một trong những nguyên nhân của những bất cập trên là :

- Động lực dạy có phần suy giảm trong một bộ phận người dạy (đời sống khó khăn, thái độ học tập của người học...).

- Việc tuyển chọn, đào tạo bồi dưỡng GV còn chưa được quan tâm đúng mức ;
- Công tác rèn luyện nghiệp vụ sư phạm vẫn còn nặng về hình thức.
- Thiếu các thông tin về đổi mới PPDH nói riêng và đổi mới giáo dục nói chung.
- Các kiểu đánh giá, kiểm tra và thi cử cũng ảnh hưởng rõ rệt tới PP giảng dạy.

Từ những quan điểm lí luận đã trình bày và thực trạng DH hiện nay có thể thấy rằng nhất thiết phải đổi mới PPDH. Nhưng đổi mới dựa trên quan điểm nào, tiến hành ra sao, cùng với những điều kiện nào là vấn đề phải được khẳng định một cách khẩn trương trong thời gian tới.

## **2. Các phương pháp dạy học thường dùng**

### **2.1. Các phương pháp dạy học truyền thống**

PP thuyết trình (giảng giải, đàm thoại, diễn giảng...), PP hỏi đáp (gợi mở – vấn đáp, vấn đáp...), PP trực quan, PP thực hành – luyện tập (trình diễn, thực tập...)...

### **2.2. Các phương pháp dạy học không truyền thống (hiện đại)**

PP thảo luận nhóm (hội thảo, xemina...), PP nêu vấn đề (giải quyết vấn đề, phát hiện và giải quyết vấn đề...), PP vận dụng lí thuyết tình huống, PP vận dụng lí thuyết kiến tạo...

### **2.3. Trình bày phương pháp dạy học**

Khi trình bày một PPDH cụ thể cần nêu lên được : Đặc điểm (mô tả), trường hợp sử dụng, ưu điểm, hạn chế, các chú ý khác của PP đó.

Theo tài liệu trên Internet của Mỹ có 14 PPDH phổ biến : PP thuyết trình, PP thuyết trình có thảo luận, PP nhóm chuyên gia, PP động não, PP giảng dạy qua băng hình, PP thảo luận trong lớp, PP thảo luận trong nhóm nhỏ, PP nghiên cứu trường hợp, PP đóng vai, PP báo cáo lại, PP điều tra, PP phiếu ghi chép, PP nói chuyện chuyên đề và PP bài tập làm rõ giá trị.

Xuất phát từ hai câu hỏi : Học như thế nào ? Dạy như thế nào ?

• *Người học* cần phải cảm nhận được tầm quan trọng và ích lợi của đối tượng kiến thức để thiết lập mối quan hệ có ích giữa người học và đối tượng kiến thức, đó là tạo *hứng thú*. Người học cần cố gắng, lập ra kế hoạch học tập, đó là tính *tích cực*. Người học phải hiểu rõ trách nhiệm của mình để tự chủ. PP học theo chúng tôi đó là toàn bộ quá trình mà người học tiến hành để thu nhận kiến thức hay kĩ năng mới. PP học miêu tả quá trình mà người học phải theo bằng cách đưa ra hành động học, PP học khởi động bằng việc sử dụng nội lực của người học, nó luôn phát triển và thay đổi và cuối cùng đi đến đồng hoá một tri thức. Người học học.

• *Người dạy* phải tôn trọng người học, đưa ra các hướng suy nghĩ cho người học. Người dạy phải là *người hướng dẫn* (đề ra mục đích cho người học, lựa chọn PP, phương tiện phù hợp và đánh giá công bằng). Người dạy phải là *người đồng hành* cũng như *tạo thuận lợi* cho người học (làm thức tỉnh cho người học thấy được sự cần thiết của việc học tập bằng cách nêu ra các tình huống có vấn đề). Vậy làm sao để dạy tốt, theo chúng tôi dạy tốt là *làm cho việc học được dễ dàng* (trình bày sáng sủa rõ ràng, cần nhấn mạnh các điểm quan trọng, ngôn ngữ sử dụng chính xác dễ hiểu, giọng nói truyền cảm, chữ viết rõ ràng), *phải dạy theo mục tiêu hay xác định rõ cái đích cần đạt* (phải phù hợp, hiện thực hoá, có tính khả thi và để người học chủ động lập kế hoạch còn người dạy kiểm soát được cách lượng giá), *cần có thông tin phản hồi và đánh giá đúng kết quả của người học* (phải tính xem người học học được bao nhiêu, luôn khích lệ người học), *người dạy phải nói rõ ý nghĩa thực tiễn của bài học* (tạo hứng thú cho người học).

Quá trình DH bao gồm việc dạy (hoạt động và ứng xử của người dạy), việc học (hoạt động và giao lưu của người học) và môi trường. Trong quá trình này ba yếu tố : Mục đích, nội dung và PP có quan hệ hữu cơ với nhau.

- Mục đích DH là kiểu nhân cách mà xã hội đòi hỏi
- Nội dung DH là một chuyên môn cụ thể
- PPDH là cách thức hoạt động và ứng xử của người dạy tạo ra những hoạt động giao lưu của người học.

### 3. Một số giải pháp đổi mới phương pháp dạy học

#### 3.1. Các giải pháp đổi mới giáo dục

Đổi mới mục tiêu đào tạo ; đổi mới nội dung đào tạo ; cải tiến PP đào tạo ; đổi mới công tác kiểm tra đánh giá kết quả học tập ; tăng cường hiệu quả các hoạt động thực hành sư phạm ; tăng cường hoạt động ngoài giờ lên lớp ; bổ sung và hoàn thiện hệ thống giáo trình và tài liệu tham khảo ; bồi dưỡng và nâng cao trình độ đội ngũ giảng viên ; đầu tư thoả đáng cơ sở vật chất và thiết bị DH ; khai thác và ứng dụng công nghệ thông tin trong DH ; thiết kế bài học theo hướng Môđun ; giáo dục đạo đức, nếp sống văn hoá cho người học, coi trọng giáo dục chính trị tư tưởng, tinh thần tự hào và đoàn kết dân tộc, xây dựng bầu không khí dân chủ thực sự trong nhà trường, tạo nên một tập thể đoàn kết nhất trí; tăng cường các hoạt động văn nghệ, thể dục thể thao, kĩ năng tổ chức hoạt động tập thể; xây dựng cơ chế phối hợp giữa trường sư phạm với trường phổ thông trong công tác đào tạo GV, nghiên cứu để xây dựng trường thực hành hay mạng lưới các trường thực hành sư phạm nhằm làm cho công tác đào tạo GV thực sự gắn với thực tiễn.

#### 3.2. Những định hướng đổi mới

Đổi mới PPDH phải xuất phát từ những định hướng sau : phải tiến hành một cách đồng bộ, nghĩa là đổi mới cả mục tiêu, nội dung, chương trình đào tạo; xây dựng và

phát triển đội ngũ giảng viên; cơ sở vật chất thiết bị phục vụ đào tạo cũng như kiểm tra, đánh giá... người dạy phải hiểu và quan tâm đến dạy cách học cho người học. Phải hướng vào việc phát huy tính tích cực, chủ động của người học, tránh lối truyền thụ một chiều, “nhồi nhét kiến thức”, tiến tới DH phát hiện và giải quyết vấn đề. Phải đổi mới PPDH theo mức độ và hình thức tổ chức khác nhau.

### 3.3. Đổi mới phương pháp dạy học

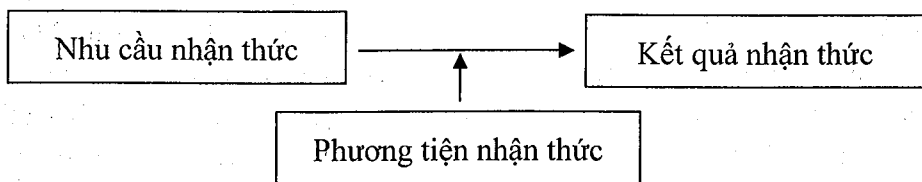
Ở đây, chúng tôi xin đề xuất một hình thức DH có tính khả thi. Đáp ứng được những yêu cầu là phát huy tính tích cực, chủ động và sáng tạo của người học đó là **dạy tự học** cho người học.

#### 3.3.1. Tính cấp thiết của dạy tự học

Theo các nhà *tâm lí học* con người chỉ tư duy tích cực khi có nhu cầu và hoạt động nhận thức, chỉ có kết quả cao khi chủ thể ham thích, tự giác và tích cực. Thực tế cho thấy nếu người học chỉ học một cách thụ động, được nhồi nhét kiến thức như tình trạng đối phó với các kì thi, không có thói quen suy nghĩ một cách sâu sắc thì kiến thức nhanh chóng bị lãng quên. *Giáo dục* sẽ đạt kết quả cao hơn nếu quá trình đào tạo được biến thành quá trình tự đào tạo, quá trình giáo dục được biến thành quá trình tự giáo dục. *Thực tiễn* cũng cho thấy các bài nghiên cứu được tăng theo cấp số nhân, rõ ràng nên học tất cả, nhưng không thể dạy được tất cả. Chỉ có biết cách tự học mới có thể đáp ứng được sự phát triển như vũ bão của khoa học công nghệ.

#### 3.3.2. Phương pháp dạy tự học

Quá trình tự học là quá trình xuất phát từ nhu cầu nhận thức, chủ thể dựa vào các phương tiện, tự nhận thức được, tiếp thu được những tri thức nào đấy, có thể biểu diễn quá trình này theo sơ đồ :



DH tự học là sự tác động của người dạy vào quá trình tự học của người học. Đó là sự tác động vào cả ba mặt của quá trình tự học : *Gợi nhu cầu nhận thức*, tạo ra tình huống có vấn đề; giới thiệu *phương tiện nhận thức* (sách, tạp chí, phương tiện nghe nhìn, internet...) và hướng dẫn khai thác các phương tiện đó ; Đánh giá, phân tích, kết luận và *kết quả nhận thức*.

PP dạy tự học là cách thức tác động của người dạy vào quá trình tự học của người học. Hệ PPDH tự học nằm trong hệ PPDH nói chung. PP dạy tự học bao gồm các hoạt động sau :

*Hoạt động làm mẫu* (người dạy có thể hướng dẫn tại lớp cách đọc, cách ghi chép một chương, một bài nào đó trong giáo trình, có thể làm mẫu về cách khai thác một bài cụ thể và giao cho người học các bài khác để khai thác).

*Rèn luyện kỹ năng tự học* (những kỹ năng là đào sâu suy nghĩ, khai thác các bài tập, đặc biệt hoá, tổng quát hoá, tự tổng kết các vấn đề, biết ghi chép sau khi đọc một tài liệu, một quyển sách, một vấn đề...); *Hoạt động giao lưu* giữa người học và người học, giữa người học và người dạy với nhiều hình thức và các hoạt động hỗ trợ khác. Các hình thức giao lưu có thể là trao đổi bài ở nhà, một nhóm cùng làm việc về một chủ đề, thảo luận trên lớp, hỏi đáp, trình bày một vấn đề. (VD: Khi dạy một chủ đề nào đó, ta định ra các chuyên đề, giao mỗi chuyên đề cho một, hai người học chuẩn bị thông qua tài liệu để trình bày trước lớp về vấn đề nghiên cứu của mình. Đó là sự tập dượt nghiên cứu, tự học hỏi).

*Các PP đánh giá*: Có nhiều cách đánh giá kết quả tự học của người học, đó là trình bày lại một vấn đề, đối thoại, viết thu hoạch, làm bài tập lớn, làm luận văn, hoặc có thể tự đánh giá.

*Hiểu thêm về từ "sự phạm"*: Từ "sự phạm" có nguồn gốc xuất phát từ một danh từ và một động từ trong tiếng Hi Lạp và có nghĩa là "hướng dẫn một đứa trẻ". Nguồn gốc của từ chỉ ra rằng có sự tham gia của hai nhân vật: người hướng dẫn và người được hướng dẫn. Ngày nay người ta đồng hoá chúng một cách hoàn toàn ngẫu nhiên vào người dạy và người học.

### §3. HÌNH THÀNH KHÁI NIỆM TOÁN HỌC

#### 1. Khái niệm

Khái niệm là một hình thức của tư duy phản ánh những thuộc tính chung, chủ yếu, bản chất của sự vật hiện tượng.

Khái niệm được coi là đúng nếu như nó phản ánh đúng những sự vật, hiện tượng tồn tại trong thực tế. Khái niệm được diễn tả bằng lời, hoặc bằng kí hiệu theo sự thoả thuận trong một ý nghĩa nào đó và được xác định một cách nghiêm ngặt.

#### 2. Quá trình hình thành khái niệm

Quá trình nhận thức của con người về tự nhiên bắt đầu bằng những cảm giác, tri giác và biểu tượng. Tiếp đó là giai đoạn hình thành những khái niệm : Qua thao tác phân tích, ta tách được toàn khối sự vật và hiện tượng ra thành những bộ phận khác nhau với những thuộc tính khác nhau. Sau đó tổng hợp để gom các đối tượng có những thuộc tính giống nhau về một nhóm. Tập hợp những đối tượng có cùng thuộc tính bản chất gạt bỏ những thuộc tính thứ yếu, ngẫu nhiên và đặt tên cho nó gọi là thao tác khái quát hoá.

Quá trình hình thành khái niệm là một quá trình nhận thức phức tạp đồng thời nó gắn liền một cách hữu cơ với hoạt động thực tiễn của con người. Những thuộc tính bản chất của sự vật hiện tượng không phải luôn luôn được nhận thức trọn vẹn trong một lần mà được bộc lộ dần dần qua thời gian cùng với sự nâng cao nhận thức của con người bằng hoạt động thực tiễn.

Khái niệm về một đối tượng nào đó hình thành trong ý thức theo hai con đường là con đường *quy nạp* và con đường *suy diễn*.

##### 2.1. Hình thành bằng con đường quy nạp

Chẳng hạn, khái niệm “*số chẵn*” ở tiểu học hình thành qua việc lấy các VD  $20 : 2$ ,  $12 : 2$ ,  $34 : 2$ ,  $76 : 2$ ,  $98 : 2$ ... và rút ra : Các số có chữ số tận cùng là 0, 2, 4, 6, 8 thì chia hết cho 2 và gọi là *số chẵn*.

Như vậy, hình thành khái niệm theo con đường quy nạp là đi từ VD cụ thể đến tổng quát, hình thành khái niệm. Ở tiểu học, GV chủ yếu hình thành khái niệm bằng con đường quy nạp.

##### 2.2. Hình thành bằng con đường suy diễn

Là nêu khái niệm và đưa ra VD để minh hoạ khái niệm. Chẳng hạn, đưa ra khái niệm : *Số lẻ* là số không chia hết cho 2.

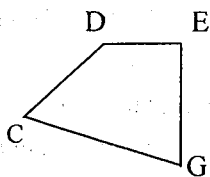
VD :  $11 (11 = 2 \times 5 + 1)$ ,  $13 (13 = 2 \times 6 + 1)$ ,  $29 (29 = 2 \times 14 + 1)$ ...

*Chú ý* : Các khái niệm được hình thành sẽ có hai dạng là khái niệm trừu tượng và khái niệm cụ thể.

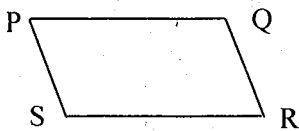
**Khái niệm trừu tượng** : Những tính chất chung của đối tượng được tách ra và không để ý đến các tính chất chung của chúng.

Trong khái niệm trừu tượng được hình thành bằng cách trên ta không chỉ giữ lại các tính chất chung để tạo nên khái niệm mà còn chứa trong nó những dấu hiệu đặc biệt và riêng của nó. Loại này ta gọi là *khái niệm cụ thể*.

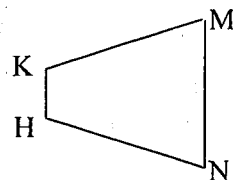
VD :



Hình tứ giác CDEG



Hình tứ giác PQRS



Hình tứ giác KMNH

Khi tạo ra khái niệm này ta chỉ giữ lại các tính chất chung là bốn đoạn thẳng, khép kín, không thẳng hàng, còn các tính chất khác ta không để ý đến. Tuy vậy khái niệm trừu tượng “*tứ giác*” này vẫn còn có những dấu hiệu riêng chứa trong nó như sự bằng nhau hay không giữa các cạnh, độ lớn của các góc so với góc vuông... Do đó từ khái niệm tứ giác ta lại theo con đường cụ thể đi đến các loại tứ giác khác như hình bình hành, hình chữ nhật, hình vuông... Đây là những khái niệm cụ thể so với khái niệm trừu tượng “*tứ giác*” trước đó.

### 3. Nội hàm và ngoại diên của khái niệm

*Nội hàm* của khái niệm là toàn thể những thuộc tính bản chất được phản ánh trong khái niệm.

*Ngoại diên* của khái niệm là toàn thể những cá thể có chứa những thuộc tính bản chất được phản ánh trong khái niệm.

Nếu nội hàm của một khái niệm càng phong phú thì ngoại diên của khái niệm đó càng thu hẹp.

VD 1 : “*Hình bình hành có hai cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau*”.

*Nội hàm* : Hai cặp cạnh đối diện song song, bằng nhau.

*Ngoại diên* : Tất cả các hình có cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau có thể có như hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông.

VD 2 : “*Hình chữ nhật có 4 góc vuông, có 2 cạnh dài bằng nhau và 2 cạnh ngắn bằng nhau*”.

*Nội hàm* : 4 góc vuông, 2 cạnh dài bằng nhau, 2 cạnh ngắn bằng nhau.

*Ngoại diên* : Tất cả các hình chữ nhật có thể có.



Như vậy ngoại diên của khái niệm “*hình chữ nhật*” hẹp hơn “*hình bình hành*” vì có nội hàm phong phú hơn (thêm dấu hiệu 4 góc vuông).

#### 4. Định nghĩa khái niệm

Định nghĩa khái niệm là tách một sự vật cần định nghĩa ra khỏi sự vật tiếp cận với nó và chỉ rõ thuộc tính bản chất của nó. Hay nói cách khác, quá trình khám phá nội hàm khái niệm dựa trên việc liệt kê hết những dấu hiệu cần và đủ của khái niệm và sau đó gộp lại thành một mệnh đề hoàn chỉnh (bằng lời hay bằng kí hiệu) chính là định nghĩa khái niệm. Mỗi dấu hiệu đưa vào khái niệm phải là cần và đủ để xác lập khái niệm đó.

VD 1 : Muốn định nghĩa hình vuông ta phải làm hai việc là phân biệt nó với các hình mà ta có thể lẫn lộn như hình chữ nhật, hình bình hành... và chỉ ra thuộc tính bản chất của nó : *Hình vuông là hình bình hành có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau.*

VD 2 : Các dấu hiệu cần và đủ để định nghĩa khái niệm “*phân số*” là tử số, mẫu số. Tử số là số tự nhiên viết trên gạch ngang, mẫu số là số tự nhiên khác 0 viết dưới gạch ngang.

#### 5. Các cách định nghĩa khái niệm

Định nghĩa khái niệm là một thao tác logic nhằm phân biệt đối tượng đang xét với những đối tượng khác và vạch ra nội hàm khái niệm. Bao gồm :

##### 5.1. Định nghĩa nhờ một khái niệm loại

(có ngoại diên rộng hơn khái niệm đang xét và sự khác biệt về chúng)

Sơ đồ cấu trúc

$\forall x \in M$	A(x)	$\Leftrightarrow$	B(x)
Miền đối tượng (khái niệm loại)	Từ mới (khái niệm mới)	Tân từ (thuộc tính của chúng)	

VD 1 : Hai đường thẳng song song  $\Leftrightarrow$  không bao giờ gặp nhau. Trong định nghĩa này thì khái niệm loại là hai đường thẳng thông thường còn sự khác biệt về chúng là “*không gặp nhau*”.

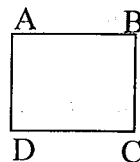
VD 2 :  $(\forall \diamond ABCD)(ABCD \text{ là hình bình hành}) \Leftrightarrow (AB//CD) \wedge (BC//AD)$ .

Với cách định nghĩa này ta có thể thu được một hệ thống khái niệm  $A_1, A_2, \dots, A_k$ . Kể từ khái niệm thứ hai trở đi thì mọi khái niệm đều là “*loại*” đối với khái niệm đứng sau nó và “*chúng*” đối với khái niệm đứng trước nó. Tuy nhiên không thể kéo dài mãi được mà phải có những khái niệm không được định nghĩa, đó là khái niệm cơ bản của hệ thống khái niệm.

##### 5.2. Định nghĩa nhờ phương pháp kiến thiết

Tức là chỉ ra PP xây dựng, tạo lập ra khái niệm mới.

VD 1 : Kéo dài hai cạnh BC và DC của hình chữ nhật ABCD ta được hai đường thẳng vuông góc với nhau.



VD 2 : Khái niệm hình trụ, hình cầu ở tiểu học được định nghĩa bằng cách này.

### 5.3. Định nghĩa theo quy nạp

VD : Cấp số cộng là một dãy số, trong đó số hạng đứng sau bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số  $d$  không đổi :  $u_n = u_{n-1} + d$

### 5.4. Định nghĩa theo quy ước

VD : Với  $a \neq 0$ , ta quy ước  $a^0 = 1$ ,  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ .

### 5.5. Định nghĩa bằng tiên đề

VD : Thể tích của một vật thể  $T$  là một số kí hiệu  $V$ , thoả 4 điều kiện :

T1. Mỗi vật thể đều có một thể tích  $V > 0$ .

T2. Hai vật thể bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

T3. Nếu một vật thể  $T$  được chia thành  $T_1, T_2$  không có điểm chung trong thì

$$V(T) = V(T_1) + V(T_2).$$

T4. Có một hình lập phương  $T_0$  dùng làm đơn vị thể tích và  $V(T_0) = 1$ .

Lưu ý : Mỗi khái niệm có thể định nghĩa bằng nhiều cách. Định nghĩa có thể thay đổi (mở rộng, chính xác hơn) tùy theo trình độ, kiến thức HS.

Chẳng hạn, khái niệm tiếp tuyến : Một đường thẳng được gọi là tiếp tuyến của một đường tròn nếu nó chỉ có một điểm chung với đường tròn đó (ở trung học cơ sở).

Giả sử  $M_0$  là một điểm của đường cong  $(\tau)$  ta nói đường thẳng  $M_0T$  là tiếp tuyến với  $(\tau)$  tại  $M_0$ , nếu đường thẳng  $M_0M$  nối  $M_0$  với một điểm  $M$  khác của  $(\tau)$  dần tới vị trí  $M_0T$  khi  $M$  dần tới  $M_0$  (từ hai phía) trên  $(\tau)$  (ở trung học phổ thông).

## 6. Các yêu cầu của một định nghĩa khái niệm

- Định nghĩa phải tương xứng, ngoại diên của khái niệm muốn định nghĩa phải bằng ngoại diên của khái niệm dùng để định nghĩa. Nếu vi phạm yêu cầu này sẽ dẫn đến tình trạng định nghĩa quá rộng hay quá hẹp. Chẳng hạn : “Số vô tỉ là số thập phân vô hạn” là định nghĩa quá rộng vì trong các số vô tỉ có hạn có cả số hữu tỉ. Hay “Số vô tỉ là căn bậc hai của những số không chính phương” là quá hẹp vì còn nhiều số vô tỉ khác như  $\pi$  không có căn.

- Định nghĩa không được vòng quanh, dùng A để định nghĩa B rồi lại dùng B để định nghĩa A. Chẳng hạn, Góc được gọi là góc vuông nếu hai cạnh của nó vuông góc với nhau là một định nghĩa vòng quanh, không rõ ràng, chính xác.

- Định nghĩa phải ngắn gọn, không có một thuộc tính nào trong định nghĩa bị thừa. Chẳng hạn, định nghĩa “Hình chữ nhật là hình bình hành có bốn góc vuông” là vi phạm quy tắc này.

- Định nghĩa phải có giá trị (tồn tại ít nhất một đối tượng thoả mãn điều kiện nêu trong định nghĩa) nhưng không được đa trị (mỗi thuật ngữ hay kí hiệu chỉ được dùng để chỉ một cái được định nghĩa). Chẳng hạn : Kí hiệu  $AB$  phải chỉ rõ đoạn thẳng  $AB$  hay đường thẳng  $AB$ .

VD : Hình chữ nhật là hình bình hành có một góc vuông. Định nghĩa này đảm bảo được các yêu cầu trên : Ngoại diên của khái niệm được định nghĩa bằng ngoại diên khái niệm dùng để định nghĩa, không luân quán, nêu đúng, đủ và ngắn gọn những thuộc tính bản chất; có giá trị và không đa trị.

### 7. Vị trí, yêu cầu của dạy học khái niệm toán học

Trong môn Toán, các khái niệm đóng vai trò nền tảng. Việc hình thành các khái niệm là tiền đề để tạo nên khả năng vận dụng hiệu quả các kiến thức đã học, đồng thời góp phần phát triển trí tuệ và thế giới quan duy vật biện chứng cho HS.

Việc DH khái niệm toán phải đạt các yêu cầu sau :

- Nắm vững các tính chất đặc trưng của khái niệm.
- Biết nhận dạng các khái niệm, tức là biết phát hiện đối tượng đã cho thuộc hay không thuộc ngoại diên của khái niệm vừa định nghĩa; đồng thời phải biết thể hiện khái niệm, tức là chỉ ra được một khái niệm đã có.
- Biết phát biểu rõ ràng, chính xác định nghĩa của khái niệm cùng với những kí hiệu.
- Biết vận dụng khái niệm trong những tình huống cụ thể, trong giải toán và ứng dụng thực tiễn.
- Nắm được mối liên hệ giữa khái niệm vừa học với những khái niệm có liên quan.

Trong DH, các yêu cầu trên có liên quan chặt chẽ với nhau. Nhưng trong thực tế, do yêu cầu sư phạm, các yêu cầu trên không phải lúc nào cũng thoả mãn đầy đủ.

VD : Khái niệm “*trung điểm*” không định nghĩa rõ ràng chính xác mà chỉ mô tả M là điểm ở giữa hai điểm A và B nếu độ dài đoạn thẳng AM bằng độ dài đoạn thẳng BM. Viết là :  $AM = MB$ .

### 8. Phân loại khái niệm

Phân loại khái niệm là thao tác logic nhằm vạch ra ngoại diên của khái niệm bằng cách chỉ ra những khái niệm cụ thể nằm trong khái niệm trừu tượng đã có bằng những tiêu chuẩn xác định.

Về ý nghĩa sư phạm, việc phân loại giúp HS hiểu rõ bản chất khái niệm. *Chẳng hạn* : HS sẽ hiểu rõ khái niệm “*số tự nhiên*” hơn nếu biết số tự nhiên được phân thành số 1, số nguyên tố và hợp số.

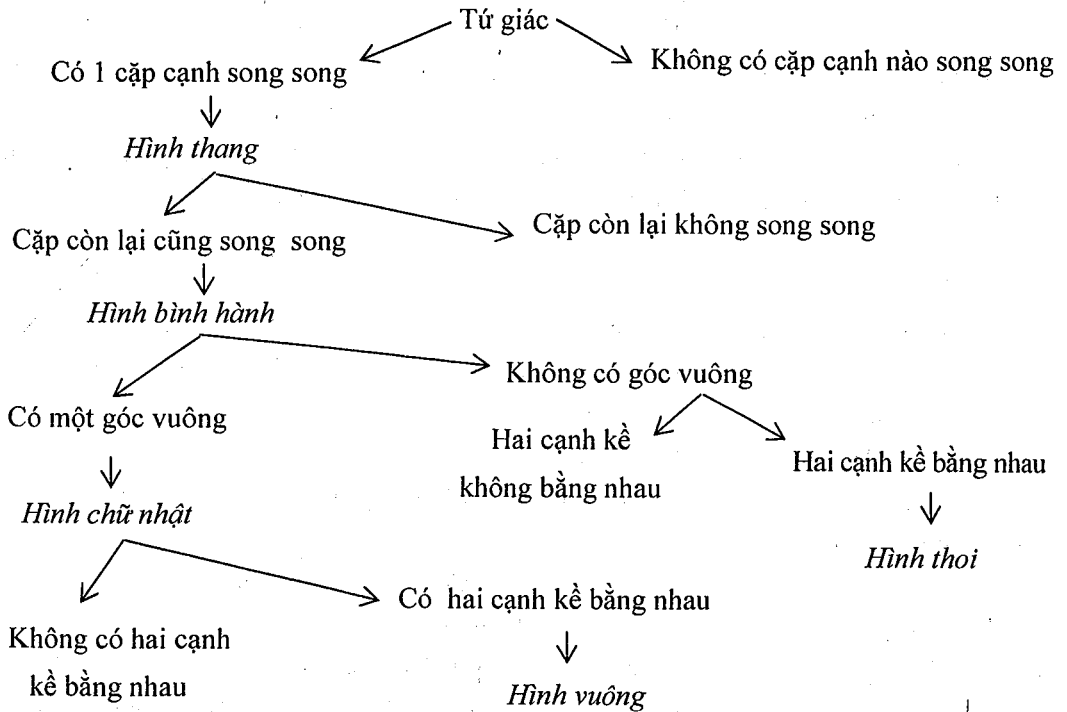
*Các điều kiện để phân loại khái niệm :*

- Trong quá trình phân loại chỉ được dựa theo một tiêu chí nhất định. Chẳng hạn, phân tam giác thành tam giác thường, tam giác cân, tam giác vuông thì không phải là phân loại khái niệm.
- Những khái niệm thu được theo một sự phân loại nào đó phải độc lập với nhau.
- Việc phân loại phải triệt để, tức là hợp ngoại diên của khái niệm thu được sau khi phân loại phải bằng ngoại diên của khái niệm được phân loại.

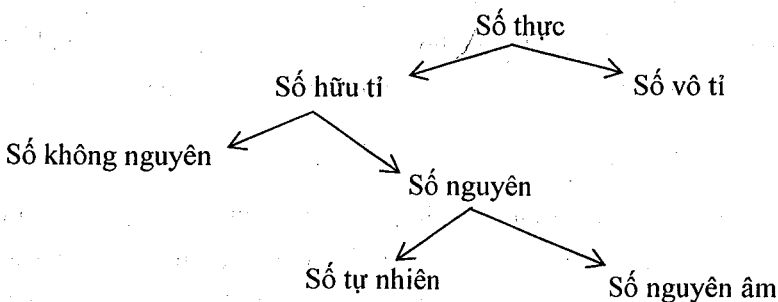
VD : Nếu phân chia số tự nhiên thành số nguyên tố và hợp số thì thiếu số 1.

Việc phân chia phải tuân thủ, tức là cần chuyển sang khái niệm chung gần với khái niệm loại được phân chia. Chẳng hạn : Nếu chia số thực thành số vô tỉ, số 0, số hữu tỉ dương, số hữu tỉ âm là vi phạm yêu cầu này. Cách phân chia tốt nhất là dùng phép nhị phân.

VD 1 : Phân loại khái niệm "tứ giác" :



VD 2 : Phân loại khái niệm "số"



## 9. Trình tự dạy học khái niệm

Trình tự DH khái niệm toán học bao gồm 5 hoạt động :

- *Hoạt động 1* : Dẫn vào khái niệm – giúp HS tiếp cận khái niệm – có thể thực hiện được bằng cách thông qua một VD hoặc một hiện tượng có trong thực tiễn.

- *Hoạt động 2* : Hình thành khái niệm – giúp HS có được khái niệm – có thể thực hiện được bằng cách khái quát hoá.

- *Hoạt động 3* : Củng cố khái niệm, thông qua các hoạt động nhận dạng và thể hiện khái niệm. Khắc sâu kiến thức thông qua VD và phản VD.

- *Hoạt động 4* : Bước đầu vận dụng khái niệm trong khi giải bài tập đơn giản.

- *Hoạt động 5* : Vận dụng khái niệm trong khi giải bài tập tổng hợp.

## **10. Hệ thống khái niệm toán học ở tiểu học**

Trong phần này, chúng tôi chỉ giới hạn trình bày các khái niệm toán học được đưa vào chương trình toán tiểu học về : các tập hợp số, các yếu tố hình học.

Đồng thời chỉ rõ các cách định nghĩa chúng và các cách định nghĩa của sách giáo khoa tiểu học. Từ đó, đưa ra những lưu ý khi hình thành khái niệm này cho HS tiểu học.

### **10.1. Các khái niệm về tập hợp số**

#### **10.1.1. Số tự nhiên**

Số tự nhiên ra đời do nhu cầu nhận biết số lượng của sự vật. Đó là thành tựu toán học lâu đời nhất trong lịch sử loài người. Và số tự nhiên được xây dựng theo các PP khác nhau.

*Cách 1* : Xây dựng bằng PP bàn số.

*Cách 2* : Xây dựng bằng PP tiên đề.

*Cách 3* : Xây dựng dựa trên khái niệm tập hợp sắp thứ tự tốt, đó là hình ảnh các tập hợp lồng vào nhau.

*Số tự nhiên ở bậc tiểu học* là một trong những kiến thức trọng tâm. Bậc học này nhằm giới thiệu cho HS khái niệm về số tự nhiên, mười kí hiệu (chữ số) để viết số, đọc số theo các đơn vị đếm của hệ thập phân và sự sắp thứ tự, so sánh các số tự nhiên. Từ đó, giúp HS nhận biết các quy tắc thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia và giải các bài toán liên quan để phát triển năng lực tư duy, năng lực thực hành và những phẩm chất không thể thiếu của người lao động mới.

Tuy nhiên do đặc điểm tâm sinh lí của HS tiểu học còn có những hạn chế trong nhận thức nên khái niệm về số tự nhiên được xây dựng theo PP *bàn số* và hình thành bằng con đường quy nạp.

#### **10.1.2. Phân số**

*Sự cần thiết phải mở rộng tập số tự nhiên* : Về phương diện tính toán ở tập hợp số tự nhiên, tổng và tích của hai số tự nhiên bất kì là một số tự nhiên nhưng thương của hai số tự nhiên không phải lúc nào cũng là một số tự nhiên. Và trong thực tế, tập hợp số tự nhiên không đủ để biểu diễn số đo của nhiều phép đo đại lượng. Do đó, khi HS đã hoàn thành cơ bản về số tự nhiên thì các em sẽ tiếp tục học về phân số.

Có nhiều quan điểm khác nhau khi định nghĩa phân số.

*Cách 1* : Trong toán học người ta sử dụng PP đối xứng hoá để mở rộng tập hợp số hữu tỉ không âm từ tập số tự nhiên.

*Cách 2* : Quan niệm phân số là thương đúng của hai số tự nhiên.

*Cách 3* : Phân số là cặp sắp thứ tự  $(a, b)$  trong đó  $a, b$  là số tự nhiên và  $b \neq 0$ ;  $b$  chỉ số phần bằng nhau mà một đơn vị được chia ra và  $a$  chỉ số phần đã lấy.

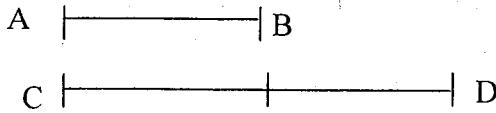
Trong sách giáo khoa tiểu học người ta hình thành khái niệm phân số bằng PP quy nạp không hoàn toàn. Nghĩa là không đưa ra một định nghĩa tổng quát mà từ những VD cụ thể để giới thiệu phân số; cách đọc, viết phân số; các phân số tập hợp thành một tập hợp số và cuối cùng làm cho HS hiểu được định nghĩa về nó.

*Hình thành khái niệm phân số theo kiểu phép chia* : Có 3 quả cam chia đều cho 4 người, tính phần cam của mỗi người ?

Mỗi quả cam chia thành bốn phần bằng nhau lần lượt cho mỗi người một phần, như vậy mỗi người được  $\frac{3}{4}$  quả cam. Ta có :  $3 : 4 = \frac{3}{4}$ ;

Tổng quát  $a : b = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ )

*Hình thành khái niệm phân số theo kiểu tỉ số* :



Đoạn thẳng AB dài bằng  $\frac{1}{2}$  đoạn thẳng CD.

Một điều cần lưu ý là phải làm rõ đơn vị được chia trong khi DH hình thành phân số cho HS tiểu học.

Và ở giai đoạn đầu khi hình thành khái niệm phân số cho HS tiểu học, người ta chủ yếu sử dụng cách thể hiện theo kiểu phần của cái toàn thể để HS nắm được biểu tượng về phân số. Sau đó, khi giải các bài tập có liên quan, GV cho HS tiếp cận với các cách còn lại để hiểu rõ hơn về phân số.

### 10.1.3. Số thập phân

Số thập phân là phân số mà mẫu số có dạng lũy thừa 10. Số thập phân là trường hợp riêng của phân số (hữu tỉ).

*Khái niệm số thập phân ở tiểu học được hình thành theo hai cách*

*Cách 1* : Xây dựng khái niệm phân số trước, sau đó xây dựng khái niệm số thập phân. Theo cách này những phân số có mẫu số là lũy thừa 10 được gọi là phân số thập phân.

Các phân số thập phân thường được viết dưới dạng không mẫu số và được gọi là số thập phân. Chẳng hạn :  $\frac{7}{10}$  viết thành 0,7;  $\frac{23}{10} = 2 + \frac{3}{10}$  viết thành 2,3... cách viết thứ nhất gọi là phân số thập phân, cách viết thứ hai gọi là số thập phân.

Những phân số có mẫu là 100 còn được viết dưới dạng phân trăm, kí hiệu %. Chẳng hạn :  $\frac{52}{100}$  viết thành 52%.

*Cách 2* : Xây dựng số thập phân gắn liền với phép đo đại lượng.

Do đặc điểm tâm lí của HS tiểu học là khả năng tư duy chưa cao, vốn từ ngữ còn thiếu nên khái niệm số thập phân được đưa ra dưới dạng mô tả và dựa trên vốn kiến thức đã có ở các lớp dưới. Do đó, đến lớp 5 các em mới được học về số thập phân. Tuy nhiên, vẫn đảm bảo được tính khoa học, chân lí của khái niệm số thập phân tổng quát : “*Mỗi số thập phân gồm hai phần : phần nguyên và phần thập phân, chúng được phân cách bởi dấu phẩy. Những chữ số ở bên trái dấu phẩy thuộc về phần nguyên, những chữ số ở bên phải dấu phẩy thuộc về phần thập phân*”.

### **10.2. Các khái niệm về hình học**

DH các yếu tố hình học ở tiểu học là giúp các em làm quen, nhận dạng và tiến tới xây dựng biểu tượng đầy đủ về hình hình học. Đồng thời góp phần củng cố kiến thức số học, đại lượng và phép đo đại lượng, phát triển năng lực thực hành, năng lực tư duy đối với HS tiểu học nhằm gắn học với hành, nhà trường với đời sống.

Tuy nhiên, các yếu tố hình học không được cấu tạo thành chương riêng mà sắp xếp xen kẽ với các kiến thức khác, thậm chí nhiều nội dung hình học được đưa vào dưới dạng bài tập liên quan tới các kiến thức khác.

Hơn nữa, hình học ở tiểu học là hình học mô tả, chứ chưa phải là hình học suy diễn. Vì vậy, việc DH các yếu tố hình học ở tiểu học phải đi từ thực nghiệm quan sát, đo đạc, đếm, dùng từ ngữ để gọi tên, mô tả đặc điểm của hình để có được biểu tượng về hình hình học chứ chưa đưa ra khái niệm chính xác (vì lí do sự phạm). Do đó, việc DH các yếu tố hình học chỉ mang ý nghĩa chuẩn bị cho việc học hình học một cách có hệ thống ở những lớp trên.

Một tập hợp điểm H khác rỗng được gọi là một hình hình học. VD : Một điểm, tam giác, tứ giác... là những hình hình học. Các yếu tố về hình hình học ở tiểu học bao gồm : Điểm, đoạn thẳng, đường gấp khúc, đường thẳng, góc, hình tam giác, hình tứ giác, hình tròn, đường tròn và một số hình học không gian.

## §4. DẠY HỌC SUY LUẬN TOÁN HỌC

### 1. Dạy học suy luận ở tiểu học

#### 1.1. Các phép suy luận thường gặp ở tiểu học

##### 1.1.1. Suy luận suy diễn

Ở tiểu học, GV thường sử dụng PP này để hướng dẫn HS vận dụng các quy tắc đã biết vào việc giải các bài tập, chẳng hạn :

VD 1 : Sau khi rút ra được quy tắc chung về dấu hiệu chia hết cho 3 “*một số chia hết cho 3 khi tổng các chữ số của nó chia hết cho 3*”. Từ đó xét xem trong các số sau số nào chia hết cho 3 : 1995, 6276, 49682.

Ta nhận thấy :

$1 + 9 + 9 + 5 = 24$  ; 24 chia hết cho 3. Nên 1995 chia hết cho 3.

$6 + 2 + 7 + 6 = 21$  ; 21 chia hết cho 3. Nên 6276 chia hết cho 3.

$4 + 9 + 6 + 8 + 2 = 29$  ; 29 không chia hết cho 3.

Vậy 49682 không chia hết cho 3.

VD 2 : Sau khi đã biết cách tính thể tích hình hộp chữ nhật có chiều dài là a, chiều rộng b, chúng ta dùng PP suy diễn để tìm cách tính thể tích hình lập phương có cạnh là a như sau :

Ta đã biết quy tắc chung : “*Thể tích hình hộp chữ nhật :  $V = a \times b \times c$* ”.

Áp dụng vào trường hợp cụ thể là hình lập phương cạnh a, đó là một hình hộp chữ nhật đặc biệt có “chiều dài” bằng a, “chiều rộng” bằng a và “chiều cao” cũng bằng a.

Vậy thể tích V của hình lập phương cạnh a là :  $V = a \times a \times a$ .

VD 3 : .  $0 \times 2 = 0 + 0 = 0$ , nên  $0 \times 2 = 0$ . Ta có :  $2 \times 0 = 0$ .

$0 \times 3 = 0 + 0 + 0 = 0$ , nên  $0 \times 3 = 0$ . Ta có :  $3 \times 0 = 0$ ;...

Kết luận : “Số 0 nhân với số nào cũng bằng 0. Số nào nhân với số 0 cũng bằng 0”.

.  $1 \times 2 = 1 + 1 = 2$ , nên  $1 \times 2 = 2$ .

$1 \times 3 = 1 + 1 + 1 = 3$ , nên  $1 \times 3 = 3$ ;...

Kết luận : “Số 1 nhân với số nào cũng bằng chính số đó”.

##### 1.1.2. Suy luận quy nạp

Suy luận quy nạp thường được gọi vắn tắt là quy nạp. Có hai loại phép quy nạp là quy nạp hoàn toàn và quy nạp không hoàn toàn.

VD 1 : Dựa vào một số trường hợp riêng như :  $3 : 0,5 = 6$ ;  $7 : 0,5 = 14$ ;  $9 : 0,5 = 18$

GV có thể hướng dẫn HS nhận xét “*thương gấp đôi số bị chia*”.

Quy tắc chung : “*Muốn chia một số cho 0,5 ta chỉ cần gấp đôi số đó*”. Như thế là ta đã dùng phép quy nạp không hoàn toàn để dạy cho HS : “*Quy tắc chia nhẩm một số cho 0,5*”.



VD 2 : Từ các trường hợp riêng : 20 chia hết cho 5; 30 chia hết cho 5; 40 chia hết cho 5.

Với nhận xét là : “Các số 20,30, 40 đều có tận cùng là 0”. Ta có nhận xét chung :  
“Các số có tận cùng là 0 đều chia hết cho 5”.

Mặt khác đối với phép quy nạp hoàn toàn ở tiểu học sử dụng không nhiều như phép quy nạp không hoàn toàn. Nó chỉ được dùng khi cần phải xét tất cả các khả năng có thể xảy ra của một sự kiện nào đó.

VD 3 : Tìm  $x$  để  $2 \times x < 7$ , biết  $x$  là số tự nhiên.

Để giải bài toán này HS thường dùng PP thử, cụ thể : lấy  $x = 0, 1, 2, \dots$  thử vào biểu thức đã cho ta có :

$$2 \times 0 = 0 < 7; 2 \times 1 = 2 < 7; 2 \times 2 = 4 < 7; 2 \times 3 = 6 < 7; 2 \times 4 = 8 > 7 \text{ (loại)}.$$

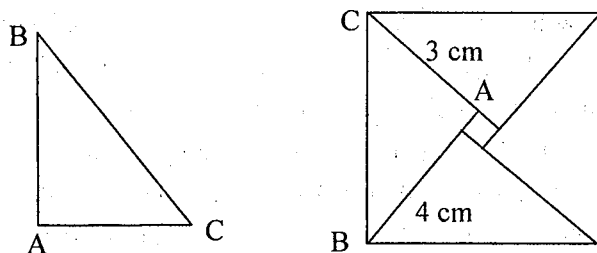
Sau đó ta rút ra kết luận, với  $x = 0, 1, 2, 3$  thì  $2 \times x < 7$ .

### 1.1.3. Suy luận tương tự

Phép tương tự là phép suy luận đi từ sự giống nhau của một số thuộc tính nào đó của hai đối tượng để rút ra kết luận về sự giống nhau của các thuộc tính khác của hai đối tượng đó.

VD : Trong tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông là  $AB = 4\text{cm}$  và  $AC = 3\text{cm}$ . Tính chu vi của tam giác đó.

Bài giải : Trước hết ta tính độ dài các cạnh BC của tam giác : Ta ghép 4 tam giác bằng tam giác vuông ABC thành một hình vuông lớn có cạnh BC như hình vẽ.



Lúc này, diện tích hình vuông lớn bằng diện tích hình vuông nhỏ ở giữa cộng với bốn lần diện tích tam giác vuông ABC.

Vì cạnh hình vuông nhỏ là :  $4 - 3 = 1(\text{cm})$ .

Diện tích hình vuông lớn là :  $[(4 \times 3) : 2] \times 4 + (1 \times 1) = 25 (\text{cm}^2)$ .

Cạnh BC của hình vuông lớn là :  $5\text{cm}$ , (vì  $5 \times 5 = 25 (\text{cm}^2)$ ).

Chu vi của tam giác vuông ABC là :  $4 + 3 + 5 = 12 (\text{cm})$ .

Theo cách giải của bài toán ghép hình như trên ta có thể đưa ra dạng toán tương tự như sau : Cho tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông  $AB = 5\text{cm}$  và  $AC = 12\text{cm}$ . Tính chiều cao AH.

*Giải :* Ghép bốn tam giác bằng tam giác ABC thành hình vuông lớn như hình vẽ. Hình vuông lớn này chứa bốn tam giác bằng tam giác ABC và hình vuông nhỏ bên trong có cạnh BC.

Cạnh hình vuông lớn là :

$$12 + 5 = 17 \text{ (cm)}.$$

Diện tích hình vuông lớn là :

$$17 \times 17 = 289 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích bốn tam giác vuông ABC là :

$$12 \times 5 : 2 \times 4 = 120 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

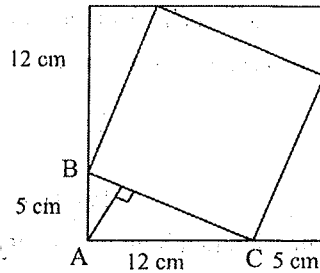
Diện tích hình vuông nhỏ là :

$$289 - 120 = 169 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vì  $169 = 13 \times 13$  nên cạnh BC của hình vuông nhỏ là : 13 cm.

Ta lại có :  $AH \times BC = 2 S_{ABC} = AB \times AC = 12 \times 5 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}.$

$$\text{Vậy } AH = 60 : BC = 60 : 13 = 4 \frac{8}{13} \text{ (cm)}$$



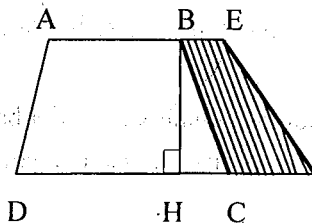
Qua hai bài toán trên ta thấy sự tương tự ở đây là : Đối với bài toán 1 ta ghép 4 tam giác vuông bằng nhau tạo thành hình vuông lớn có cạnh là cạnh huyền của tam giác vuông. Đối với bài toán 2 ta cũng phải ghép hình nhưng phải chuyển đổi vị trí các cạnh ta được một hình vẽ khác. Ngoài ra chúng ta còn nhiều cách ghép khác nhau từ 4 hình tam giác đó khi sử dụng PP tương tự.

#### 1.1.4. Suy luận khác

##### a) Phép phân tích

Phép phân tích là phép đi từ cái chưa biết đến cái đã biết. Phép này thường dùng tìm ra đường lối để giải bài toán.

*VD 1 :* Cho hình thang ABCD có đáy bé 40m, đáy lớn gấp rưỡi đáy bé. Nếu tăng đáy lớn 20m, tăng đáy bé 10m thì diện tích tăng lên  $510\text{m}^2$ . Tính diện tích hình thang ban đầu.



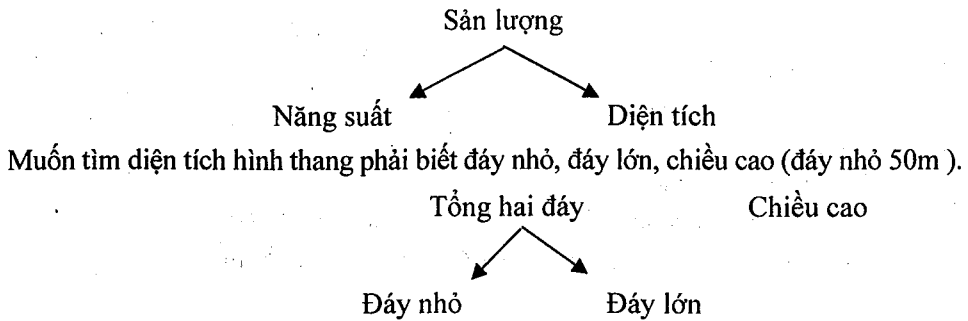
Dùng PP phân tích ta tìm lời giải bài toán này như sau :

Để tính diện tích hình thang ban đầu cần phải tính được đường cao BH và đáy lớn DC của nó. Nhận thấy DC tính được vì DC gấp rưỡi AB đã cho.

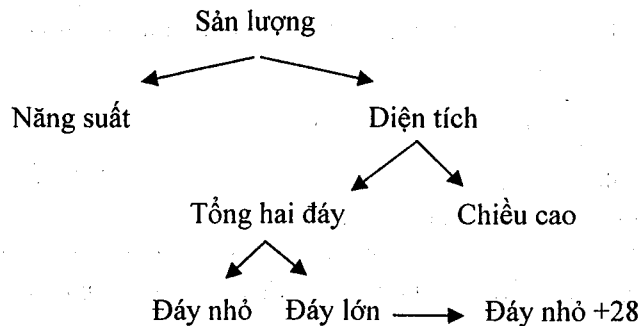
Để tính được đường cao ta thấy từ giả thiết cho tăng đáy lớn lên 20m, đáy bé 10m thì diện tích tăng  $510\text{m}^2$ , điều này nói lên : Một hình thang có 2 đáy là 10m và 20m, chiều cao bằng chiều cao ban đầu và cho biết diện tích là  $510\text{m}^2$ . Tính chiều cao.

VD 2 : Một tổ kĩ thuật cấy lúa trên một thửa ruộng hình thang đáy nhỏ 50m, đáy lớn hơn đáy nhỏ 28m và chiều cao bằng 1/2 của tổng hai đáy. Mỗi a thu được 36 kg thóc khô. Tính xem thửa ruộng đó thu hoạch được bao nhiêu kg thóc?

Ta dùng PP phân tích để suy luận như sau: Bài toán hỏi số thóc thu được ở thửa ruộng hình thang. Muốn tìm sản lượng thóc phải biết năng suất và diện tích. (năng suất là 36 kg mỗi a).



Muốn tìm diện tích hình thang phải biết đáy nhỏ, đáy lớn, chiều cao (đáy nhỏ 50m).  
 Muốn tìm đáy lớn, biết nó hơn đáy nhỏ 28m do vậy ta làm phép tính cộng.  
 Muốn tìm chiều cao, biết nó bằng nửa tổng hai đáy, thì cần biết tổng của hai đáy rồi chia cho 2.  
 Có thể biểu thị quá trình phân tích bằng sơ đồ tổng quát sau :

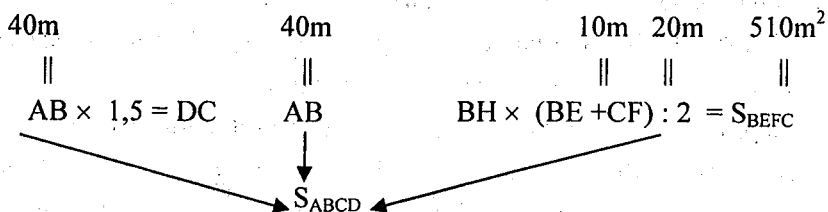


**b) Phép tổng hợp**

Phép tổng hợp đó là đi từ cái đã biết đến cái chưa biết. Từ cái đã cho đến cái cần tìm. Ngược lại với phép phân tích.

Trong thực tế giảng dạy, bước tổng hợp bằng hình vẽ chỉ viết bằng giấy nháp thực chất đó là bước trình bày bài giải. Hai PP này có mối liên hệ chặt chẽ với nhau : phân tích để tìm đường lối giải còn tổng hợp trình bày bài giải.

VD 1 : Cùng với đề bài của VD 1 ở phép phân tích trên :



*Bài giải* : Đường cao hình thang BEFC là :  $2 \times 510 : (10 + 20) = 34$  (m)

Diện tích hình thang cần tìm là :  $[(40 \times 1,5) + 40] \times 34 : 2 = 1700$  (m<sup>2</sup>)

*VD 2* : Với bài toán ở câu trên ta có thể suy luận theo lối tổng hợp như sau :

Bài toán cho đáy nhỏ 50m, đáy lớn hơn đáy nhỏ 28m, suy ra đáy lớn bằng 50m + 28m.

Biết đáy lớn sẽ giúp cho ta tính diện tích và tính sản lượng.

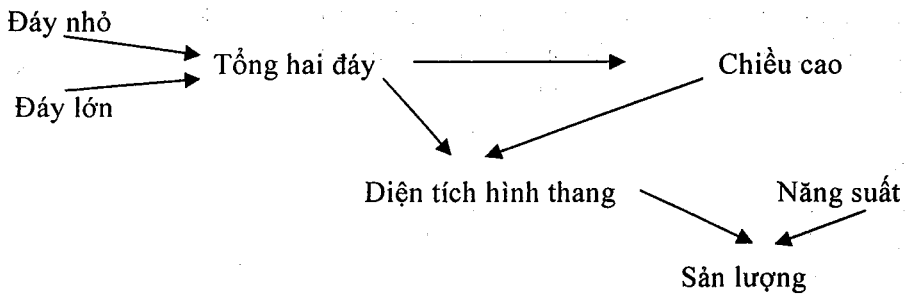
Bài toán cho chiều cao bằng nửa tổng hai đáy.

Biết đáy nhỏ tính và được đáy lớn ở trên ta sẽ tìm được tổng hai đáy và suy ra chiều cao.

Suy ra được diện tích.

Từ đó ta tính được sản lượng thóc.

Có thể biểu thị quá trình suy luận tổng hợp trên bằng sơ đồ sau :



*Giải* : Đáy lớn là :  $50 + 28 = 78$  (m).

Chiều cao là :  $(50 + 78) : 2 = 64$  (m).

Diện tích thửa ruộng là :  $(78 + 50) \times 64 : 2 = 4096$  (m<sup>2</sup>) = 40,96 (a).

Số thóc thu hoạch được là :  $40,96 \times 36 = 1474,56$  (kg).

## 1.2. Tiến trình dạy học suy luận

Trình tự DH suy luận bao gồm 5 hoạt động sau :

- *Hoạt động 1* : Tạo động cơ học tập.
- *Hoạt động 2* : Phát hiện suy luận.
- *Hoạt động 3* : Thực hiện các suy luận.
- *Hoạt động 4* : Vận dụng suy luận.
- *Hoạt động 5* : Vận dụng suy luận vào bài tập tổng hợp.

## 1.3. Một số ví dụ về dạy học các yếu tố suy luận ở tiểu học

### 1.3.1. Suy luận suy diễn

*VD 1* : Muốn chứng tỏ rằng số 1995 chia hết cho 3, có thể suy luận :

- a) Ta đã biết quy tắc chung : “Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 đều chia hết cho 3”.
- b) Số 1995 có tổng các chữ số của nó là :  $1 + 9 + 9 + 5 = 24$ , chia hết cho 3.
- c) Vậy 1995 chia hết cho 3.

Ở đây, quy tắc chung (a) đã được áp dụng cho trường hợp cụ thể (b) để rút ra kết luận (c). Vậy ta có phép suy diễn.

Loại phép suy diễn gồm có 3 khâu như thế rất hay gặp trong đời sống. Người ta thường gọi chúng là các *phép tam đoạn luận*.

VD 2 : Tìm x biết :  $x : \frac{2}{3} = \frac{7}{5}$

Ở đây, ta suy diễn như sau :

a) Ta đã biết quy tắc chung : “Muốn tìm số bị chia ta lấy thương nhân với số chia”

b) Áp dụng vào trường hợp cụ thể của bài toán trên : x là số bị chia ;  $\frac{2}{3}$  là số chia ;  $\frac{7}{5}$  là thương.

c) Ta rút ra kết quả :  $x = \frac{7}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{14}{15}$

### 1.3.2. Phép quy nạp hoàn toàn

VD 1 : Ta thấy : 5 chia hết cho 5 ; 15 chia hết cho 5 ; 25 chia hết cho 5 ; 35 chia hết cho 5 ; 45 chia hết cho 5.

Với nhận xét rằng : “5, 15, 25, 35, 45 là tất cả các số có tận cùng bằng 5 trong phạm vi 50 số tự nhiên đầu tiên, đều chia hết cho 5”.

Ta rút ra kết luận chung : “trong phạm vi 50 số tự nhiên đầu tiên, các số có số tận cùng là 5 đều chia hết cho 5”. Rõ ràng kết luận trên là đúng.

VD : Nghiên cứu dãy số chẵn ta thấy :

$$4 = 2 + 2$$

$$14 = 3 + 11 = 7 + 7$$

$$6 = 3 + 3$$

$$16 = 3 + 13 = 5 + 11$$

$$8 = 5 + 3$$

$$18 = 5 + 13 = 7 + 11$$

$$10 = 3 + 7 = 5 + 5$$

$$20 = 3 + 17 = 7 + 13$$

$$12 = 5 + 7$$

Từ những kết quả cụ thể trên đây nếu ta kết luận : “Mọi số chẵn lớn hơn 2 và không quá 20 đều có thể biểu thị ít nhất một cách thành tổng của hai số nguyên tố ” thì ta đã tiến hành một phép quy nạp hoàn toàn. Kết luận này chắc chắn đúng.

Trong quy nạp hoàn toàn, kết luận chỉ có thể đề cập đến những trường hợp đã biết chứ không thể đề cập đến các trường hợp khác chưa biết, vì nếu không như vậy thì không còn là quy nạp hoàn toàn nữa.

VD 3 : Tìm a, b, c biết :  $\overline{0,abc} = \frac{1}{a+b+c}$  (1)

Giải : Ta có :  $\frac{1}{a+b+c} = \frac{\overline{abc}}{abc} \times \frac{1}{(a+b+c)}$

$$\overline{0,abc} = \frac{\overline{abc}}{1000}$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{\overline{abc}}{abc} \times \frac{1}{(a+b+c)} = \frac{\overline{abc}}{1000}$$

suy ra  $\overline{abc} = (a+b+c) \times 1000$

do đó 1000 : (a + b + c) có thương  $\overline{abc}$  là : 100, 125, 200, 250, 500.

Nếu  $\overline{abc} = 100$  thì  $1000 \neq (1 + 0 + 0) \times 100$  (loại)

Nếu  $\overline{abc} = 125$  thì  $1000 = (1 + 2 + 5) \times 125$  (nhận)

Nếu  $\overline{abc} = 200$  thì  $1000 \neq (2 + 0 + 0) \times 200$  (loại)

Nếu  $\overline{abc} = 250$  thì  $1000 \neq (2 + 5 + 0) \times 250$  (loại)

Nếu  $\overline{abc} = 500$  thì  $1000 \neq (5 + 0 + 0) \times 500$  (loại).

Vậy  $a = 1, b = 2, c = 5$ .

### 1.3.3. Phép quy nạp không hoàn toàn

VD 1 : Từ các trường hợp riêng : 72 chia hết cho 3 ; 87 chia hết cho 3 ; 51 chia hết cho 3. Với nhận xét là :

Tổng các chữ số của 72 là  $7 + 2 = 9$  chia hết cho 3.

Tổng các chữ số của 87 là  $8 + 7 = 15$  chia hết cho 3.

Tổng các chữ số của 51 là  $5 + 1 = 6$  chia hết cho 3.

Ta có thể rút ra nhận xét chung là : “các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3”(đúng).

VD 2 : Từ các trường hợp riêng : 63 chia hết cho 3 ; 93 chia hết cho 3 ; 123 chia hết cho 3.

Với nhận xét là : “Các số 63, 93, 123 đều có tận cùng là 3”.

Nhận xét chung : “Các số tận cùng là 3 đều chia hết cho 3” (sai).

Lưu ý : Trong 2 VD trên ta thấy kết luận chung được rút ra trong VD 1 là đúng, song kết luận chung được rút ra trong VD 2 là sai (chẳng hạn : 13 tận cùng là 3, song 13 không chia hết cho 3). Như vậy, suy luận theo kiểu quy nạp không hoàn toàn có khi kết luận chung là đúng nhưng có khi kết luận chung là sai.

### 1.3.4. Phép tương tự

VD 1 : Ta đã biết : “Mọi số có tận cùng bằng 2 thì chia hết cho 2”.

Từ đó, bằng phép tương tự ta có thể suy ra : (1) Mọi số tận cùng bằng 5 thì chia hết cho 5 ; (2) Mọi số tận cùng bằng 4 thì chia hết cho 4 (sai).

VD 2 : Ta đã biết : “khi nhân cả tử và mẫu số của một phân số với cùng một số (khác 0) thì phân số đó không thay đổi”. Tương tự ta có thể rút ra : Khi chia cả tử và mẫu số của một phân số với cùng một số (khác 0) thì phân số đó không thay đổi.

Khi cộng cả tử số và mẫu số của một phân số với cùng một số thì phân số đó không thay đổi (sai).

Lưu ý : Từ các VD trên ta thấy các kết luận rút ra từ phép tương tự có khi đúng, có khi sai. Do vậy, khi sử dụng cần phải kiểm tra lại kết luận.

VD 3 : Có mấy số gồm hai chữ số mà mỗi số có tổng hai chữ số bằng 5.

Trả lời : Chúng ta dễ dàng ghi ngay năm số đó là : 50, 41 32, 23, 14.

Như vậy, ta cũng có thể đặt các bài toán tương tự như thế hay không ?

Chỉ cần vài phút chúng ta có thể liệt kê tất cả các số gồm hai chữ số  $a, b$  mà

$$a + b = 1, 2, 3, \dots, 17, 18.$$

Nếu  $a + b = 1$  thì có một số là 10

$$a + b = 2 \text{ thì có hai số là } 20 ; 11$$

$$a + b = 3 \text{ thì có ba số là } 30 ; 21 ; 12$$

$$a + b = 4 \text{ thì có bốn số là } 40 ; 31 ; 22 ; 13$$

$$a + b = 5 \text{ thì có năm số là } 50 ; 41 ; 32 ; 23 ; 14$$

Cũng có thể dự đoán : Nếu  $a + b = 6$  thì có sáu số.

Nếu  $a + b = 7$  thì có bảy số.

Nếu  $a + b = 8$  thì có tám số.

Nếu  $a + b = 9$  thì có chín số

Do đó nếu  $a + b = 1, 2, 3, \dots, 8, 9$  thì tương ứng có số các số  $\overline{ab}$  là : 1, 2, 3, ..., 8, 9 số.

Nếu  $a + b = 10$  thì có chín số là : 91, 82, 73, 64, 55, 46, 37, 28, 19

Nếu  $a + b = 11$  thì có tám số là : 92, 83, 74, 65, 56, 47, 38, 29

Nếu  $a + b = 12$  thì có bảy số là : 93, 84, 75, 66, 57, 48, 39

.....

Nếu  $a + b = 17$  thì có hai số là : 98, 89

Nếu  $a + b = 18$  thì có một số là : 99

Chính vì tương tự như thế chúng ta đã tìm ra một quy luật :

$a + b$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Số các																		
$\frac{số}{ab}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	8	7	6	5	4	3	2	1

### 1.3.5. Các bài toán suy luận khác

**Bài toán 1 :** Trong mơ tớ thấy mình đau bụng nằm trên một đồng cỏ xanh rì. Trước mặt có 3 cây to, có quả đỏ mọng, giồng hết nhau. Bỗng có một cụ già đi tới và bảo tớ : “Đây là ba cây biết nói, trong 3 cây, có một cây mà quả ăn vào thì bệnh gì cũng khỏi ; khi hỏi thì cây đấy luôn nói thật. Có một cây thì tuy bệnh mà quả ăn vào khỏi hay không khỏi, cây đó trả lời câu hỏi thì lúc nói thật, lúc nói dối. Cây còn lại thì quả độc, ăn vào bệnh không bao giờ khỏi, có khi sẽ chết”. Con hãy cố gắng tìm ra cây nói thật và nhớ rằng : Cây có quả độc thì luôn nói dối.

Rồi tớ hỏi cây thứ nhất ở bên trái : Cây ơi, cây nào đứng cạnh bạn đấy ?

Cây trả lời : “Đó là cây nói thật quả ăn tốt lắm”.

Tiếp đó tớ hỏi cây giữa : Đây là cây gì ? “Ta là cây lúc nói thật, lúc nói dối”.

Cuối cùng tớ hỏi cây bên phải : Cây ơi, cây nào đứng cạnh đấy ? “Đó là cây độc luôn nói dối”.

Các bạn hãy suy luận để giúp tớ tìm ra cây nói thật nhé.

**Giải :** Theo câu hỏi đầu tiên thì cây bên trái không phải là cây nói thật vì nếu nó nói thật thì cây giữa cũng nói thật thành ra có 2 cây nói thật.

Cây giữa cũng không nói thật vì nó tự nhận lúc nói thật lúc nói dối.

Vậy chỉ có cây bên phải là cây nói thật. Từ đó ta biết cây giữa là cây nói dối và cây bên trái là cây lúc nói thật lúc nói dối.

**Bài toán 2 :** Một Hoàng tử phải đánh lại một con quái vật có 3 cái đầu và 3 cái đuôi, con quái vật chỉ chết khi bị chặt hết cả đầu lẫn đuôi. Bằng một nhát kiếm, Hoàng tử có thể chặt được một cái đầu hoặc hai cái đầu, một cái đuôi hoặc hai cái đuôi. Nhưng nếu bị chặt một cái đầu thì quái vật mọc ngay ra một cái đầu mới, nếu bị chặt một cái đuôi thì nó mọc ngay ra hai cái đuôi mới, nếu bị chặt một lúc hai cái đuôi thì cái đầu mới lập tức mọc

ra, còn nếu bị chặt một lúc hai cái đầu thì không mọc lại được gì. Em hãy giúp Hoàng tử chặt mấy nhát kiếm và chặt thế nào để giết được quái vật.

*Giải :* Để đơn giản và dễ hiểu ta viết tắt Đầu là “Đ”, đuôi là “đ”, mỗi nhát kiếm biểu thị một mũi tên kèm theo phép trừ, chẳng hạn : - 2đ là nhát kiếm chặt hai đuôi.

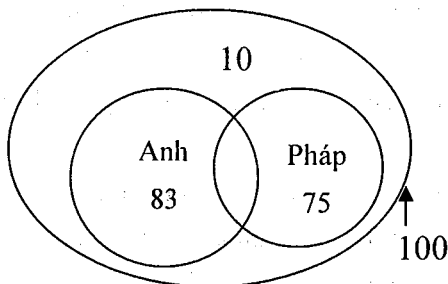
Ta có cách giết quái vật của Hoàng tử như sau :

3Đ, 3đ	→ -2Đ	1Đ, 3đ	→ -2đ	2Đ, 1đ	→ -2Đ
0Đ, 1đ	→ -1đ	0Đ, 2đ	→ -1đ	0Đ, 3đ	→ -2đ
1Đ, 1đ	→ -1đ	1Đ, 2đ	→ -2đ	2Đ, 0đ	→ -2Đ
0Đ, 0đ.					

Có thể thay đổi thứ tự các nhát kiếm để được cách chặt khác. Có tất cả 166 cách chặt bằng 9 nhát kiếm.

*Bài toán 3 :* Một Hội nghị có 100 người tham dự, trong đó có 10 người không biết tiếng Pháp và tiếng Anh, có 75 người biết tiếng Pháp và có 83 người biết tiếng Anh. Hỏi trong Hội nghị này có bao nhiêu người biết cả hai thứ tiếng Pháp và Anh ?

*Giải :*



Số người biết tiếng Pháp hoặc tiếng Anh là :

$$100 - 10 = 90 \text{ (người)}$$

Trong 90 người, chỉ có 75 người biết tiếng Pháp, vậy số người không biết tiếng Pháp mà biết tiếng Anh là :  $90 - 75 = 15$  (người)

Số người biết tiếng Anh là 83, trong đó có 15 người không biết tiếng Pháp. Vậy số người biết cả tiếng Anh và Pháp là :  $83 - 15 = 68$  (người)

*Bài toán 4 :* Cho lần lượt vào hộp, bắt đầu là viên bi đỏ, vàng và xanh ; rồi lại bi đỏ, vàng, xanh... tiếp tục theo thứ tự cho đến hết 2000 viên bi, hỏi :

a) Viên bi thứ 1985 màu gì ?

b) Không nhìn vào hộp, lấy ra bất kì một số bi nào đó, phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn rằng trong các viên bi lấy ra bao giờ cũng có đủ ba màu đỏ, vàng và xanh ?

*Giải :* a) Coi mỗi lần cho 3 viên bi đỏ, vàng và xanh là cho một “bộ”, số 1985 chia cho 3 được 661 dư 2.

Như vậy, trong 1985 viên có 661 “bộ” và thừa 2 viên, vậy : viên thứ 1984 màu đỏ và viên thứ 1985 màu vàng.



b) Số 2000 chia cho 3 được 666 dư 2, vậy trong 2000 viên bi có 666 “bộ” và thừa 2 viên bi.

Do đó số bi màu xanh là 666, số bi màu đỏ bằng số bi màu vàng và bằng :

$$666 + 1 = 667 \text{ (viên)}$$

Số bi nhiều nhất để chỉ có 2 màu là :  $667 \times 2 = 1334$  (viên).

Vậy số bi ít nhất phải lấy ra để chắc chắn có ba màu là :  $1334 + 1 = 1335$  (viên).

*Bài toán 5* : Trinh hỏi cô giáo dạy lớp 4A : “Cô ơi! Có phải tuổi cô hiện nay gần 40 hơn là 30?”. Cô giáo trả lời : “Đúng vậy”.

Trinh lại hỏi tiếp : “12 năm trước tuổi của cô gần 20 hơn là 30?”

Cô giáo trả lời : “Cũng đúng luôn!”

Trinh liền nói : “Em thật là may mắn, em đã biết hiện nay cô bao nhiêu tuổi” và Trinh đã nói đúng số tuổi của cô. Cô khen Trinh quá giỏi. Các bạn có biết cô giáo dạy lớp 4A bao nhiêu tuổi không?

*Giải* : Tuổi cô giáo gần 40 hơn 30 nên chỉ có thể là : 36, 37, 38, 39.

Tuổi của cô 12 năm trước gần 20 hơn 30, nên chỉ có thể là : 21, 22, 23, 24.

Ta thấy :  $24 + 12 = 36$ , còn các số 21, 22, 23 khi cộng với 12 đều nhỏ hơn 36.

Vậy, cô giáo hiện nay 36 tuổi.

*Bài toán 6* : Có 50 chuồng gà, mỗi chuồng nhốt không quá 24 con gà.

Hãy chứng tỏ rằng ít nhất có 3 chuồng nhốt một số gà như nhau.

*Giải* : Giả sử không có 3 chuồng nào nhốt cùng một số gà thì số chuồng nhiều nhất chỉ có thể gồm :

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 1 con.

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 2 con.

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 3 con.

...

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 24 con.

Tất cả gồm :  $2 \times 24 = 48$  (chuồng)

Như vậy còn :  $50 - 48 = 2$  (chuồng)

2 chuồng này sẽ nhốt số gà từ 1 đến 24 con. Do đó ít nhất phải có 3 chuồng nhốt cùng một số gà như nhau.

*Bài toán 7* : Tổ Toán của một trường trung học phổ thông có năm người : Thầy Hùng, thầy Quân, cô Vân, cô Hạnh và cô Cúc. Kì nghỉ hè cả tổ được hai phiếu nghỉ mát. Mọi người đều nhường nhau, thầy hiệu trưởng đề nghị mỗi người đề xuất một ý kiến. Kết quả như sau :

1. Thầy Hùng và thầy Quân đi.
2. Thầy Hùng và cô Vân đi.
3. Thầy Quân và cô Hạnh đi.
4. Cô Cúc và cô Hạnh đi.
5. Thầy Hùng và cô Hạnh đi.

Cuối cùng thầy hiệu trưởng quyết định chọn đề nghị của cô Cúc, vì theo đề nghị đó thì mỗi đề nghị đều thoả mãn một phần và bác bỏ một phần. Bạn hãy cho biết ai đã đi nghỉ mát trong kì nghỉ hè đó ?

*Giải :* Ta thấy nếu chọn đề nghị thứ nhất thì đề nghị thứ tư bị bác bỏ hoàn toàn.

Vậy không thể chọn đề nghị thứ nhất và thứ tư.

Nếu chọn đề nghị thứ hai thì đề nghị thứ ba bị bác bỏ hoàn toàn.

Vậy không thể chọn đề nghị thứ hai và thứ ba.

Nếu chọn đề nghị thứ năm thì mỗi đề nghị trong bốn đề nghị còn lại đều thoả mãn và bác bỏ một phần.

Vậy kì nghỉ hè năm đó thầy Hùng và cô Hạnh đi nghỉ mát.

Bài toán này thể hiện phép suy luận lựa chọn tình huống rất hay gặp. Tuy nhiên, lối suy luận này rất dễ đưa đến sai lầm nếu ta không xét hết mọi khả năng xảy ra. Tính chân thật chỉ được xác định khi ta gạt bỏ hết mọi giả định có thể có, trừ một giả định.

## 2. Dạy học chứng minh ở tiểu học

**2.1. Chứng minh** một mệnh đề X là chỉ ra rằng X là kết luận của các tiên đề đúng.

### 2.2. Một phép chứng minh gồm ba phần

- *Luận đề :* Là những mệnh đề ta phải chứng minh.
- *Luận cứ :* Là những mệnh đề mà tính đúng đắn của nó đã được khẳng định.
- *Luận chứng :* Là những quy tắc suy luận tổng quát được sử dụng trong mỗi bước suy luận của chứng minh đó.

### 2.3. Các phương pháp chứng minh toán học thường gặp

#### 2.3.1. Phương pháp chứng minh trực tiếp

Cơ sở của PP này là sử dụng quy tắc suy luận bắc cầu:  $(p \Rightarrow q, q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ .

*Cụ thể :* Chứng minh trực tiếp là dùng luận cứ chân thực đã có để trực tiếp suy ra tính chân thực của luận đề.

#### a) Phép tổng hợp

Giả sử cần chứng minh mệnh đề  $A \Rightarrow X$  nào đó, ta xuất phát từ mệnh đề  $A_1$  đúng và được biểu diễn theo sơ đồ :

$$\underbrace{A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \dots \Rightarrow A_n}_{\text{Mệnh đề đã biết}} \Rightarrow X$$

Mệnh đề phải chứng minh

VD : Từ hai mệnh đề :

$A_1$  : Mọi số tận cùng bằng 5 đều chia hết cho 5.

$A_2$  : Số 109225 tận cùng là số 5.

Ta rút ra kết luận :

B : Số 109225 chia hết cho 5.

Từ hai tiên đề sau :

$A_1$  : 96 chia hết cho 2.

$A_2$  : 96 chia hết cho 3.

Ta rút ra kết luận :

B : 96 chia hết cho 2 và chia hết cho 3.

### b) Phép phân tích

Ngược với phép tổng hợp (đi từ cái đã biết suy ra cái chưa biết), phép phân tích là PP chứng minh để đi từ cái chưa biết đến cái đã biết, từ điều kiện cần tìm đến điều kiện đã cho. Có 2 loại phân tích : Phân tích đi lên ; Phân tích đi xuống.

Tuy nhiên ở tiểu học thường sử dụng phép phân tích đi lên (PP giật lùi)

Sơ đồ :  $X \Leftarrow A_1 \Leftarrow A_2 \Leftarrow \dots \Leftarrow A_n$ .

Giả sử muốn chứng minh X ta phải chứng minh  $A_1$ , muốn chứng minh  $A_1$  ta phải chứng minh  $A_2$ ... muốn chứng minh  $A_{n-1}$  ta phải chứng minh  $A_n$ .

VD : Người ta lát nền nhà hình chữ nhật có chu vi 26m và chiều dài hơn chiều rộng 5m bằng những viên gạch bông hình vuông cạnh 20m. Tính số gạch cần dùng.

Có thể phân tích như sau :

- Từ đề toán ta tính được nửa chu vi hình chữ nhật (nền nhà). Đây cũng chính là tổng của chiều dài và chiều rộng.

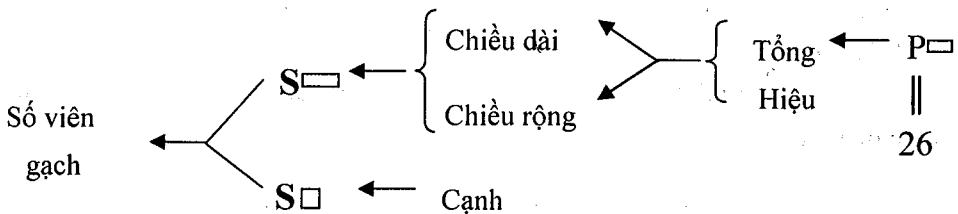
- Tính được chiều dài và chiều rộng nhờ đưa bài toán về dạng : Tìm hai số khi biết tổng và hiệu.

- Tính được diện tích nền nhà (bằng chiều dài nhân chiều rộng).

- Diện tích 1 viên gạch hình vuông tính được (bằng cạnh nhân cạnh).

- Số viên gạch tính được (bằng diện tích nền nhà chia diện tích 1 viên gạch).

Quá trình suy nghĩ kết thúc. Đến đây có thể biểu diễn bằng sơ đồ sau :



### 2.3.2. Phương pháp chứng minh gián tiếp

PP thường dùng là PP phản chứng.

*Cụ thể:* Giả sử muốn chứng minh mệnh đề  $A \Rightarrow B$  đúng. Ta tiến hành chứng minh bằng PP phản chứng như sau :

- Giả sử A đúng mà B sai :  $(A \wedge \bar{B}) \equiv 1$

-  $A \wedge \bar{B} \Rightarrow C \wedge \bar{C}$

- Áp dụng quy tắc suy luận :  $\frac{A \wedge \bar{B} \Rightarrow C \wedge \bar{C}}{A \Rightarrow B}$

Ta rút ra kết luận  $A \Rightarrow B$  đúng.

*Tóm lại :* Chứng minh phản chứng là đưa ra một mệnh đề mâu thuẫn với luận đề cần được chứng minh và chỉ ra rằng luận đề mâu thuẫn ấy là sai. Áp dụng các quy tắc suy luận, nếu luận đề mâu thuẫn là sai thì luận đề cần được chứng minh là đúng.

*VD :* Trong tủ có 3 đôi bút tất lẫn lộn. Người ta lấy ra 4 chiếc bút tất. Có thể nói chắc chắn rằng trong 4 chiếc bút tất đó có ít nhất hai chiếc cùng một đôi được không ?

*Trả lời :* Giả sử trong 4 chiếc bút tất không có chiếc nào của cùng một đôi.

Vậy 4 chiếc phải thuộc 4 đôi.

Do đó, trong tủ phải có tới 4 đôi bút tất. Điều này vô lí vì theo đề toán thì trong tủ chỉ có 3 đôi thôi.

Điều vô lí này chứng tỏ giả sử ban đầu là sai. Vậy trong bốn chiếc bút tất phải có ít nhất 2 chiếc của cùng một đôi.

### 2.3.3. Phương pháp chứng minh loại bỏ

Là PP mà ngoài một “*sự thật*” của luận đề cần phải chứng minh, còn tất cả các “*sự thật*” khác đều bị loại bỏ.

*VD 1 :* Chuyện xưa kể rằng, có một anh nông dân ngồi trên ngựa với vua mà không biết. Đi đến chỗ đám đông, có người hoan hô vua mới hỏi : “Anh biết ai là vua không ?” Anh nông dân nói : “Ở đây có anh, tôi và con ngựa. Con ngựa không phải là vua. Tôi cũng không phải là vua. Vậy vua chỉ là anh thôi”.

*VD 2 :* Cô giáo viết 2 số tự nhiên lên bảng và cho các bạn nhận xét :

Bạn Việt nhận xét : “Tích của chúng là một số lẻ”.

Bạn Nam nhận xét : “Tổng của chúng là một số chia hết cho 5”.

Bạn Hoà nhận xét : “Thương của chúng là 4”.

Bạn Bình nhận xét : “Hiệu của chúng là 1989”.

Có ba ý kiến đúng, một ý kiến sai. Em hãy tìm hai số cô giáo viết trên bảng.

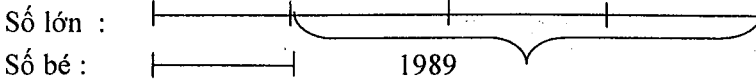
*Trả lời :* Nếu ý kiến bạn Việt đúng thì hai số viết trên bảng phải là số lẻ (vì tích của hai số lẻ là một số lẻ) như vậy thương của chúng không thể là 4 (nếu thương là 4 thì

số bị chia là số chẵn) tức là ý kiến của bạn Hoà sẽ sai, ý kiến của bạn Bình cũng sai (vì hiệu hai số lẻ là một số chẵn) mà 1989 là số lẻ.

Đến đây ta đã có hai ý kiến sai, điều đó trái với đề bài.

Vậy ý kiến bạn Việt sai, suy ra ba ý kiến còn lại đúng. Theo ý kiến Hoà và Bình ta có sơ đồ :

Ta có :



$$\text{Số bé là : } 1989 : (4 - 1) = 663$$

$$\text{Số lớn là : } 663 \times 4 = 2652$$

Thử lại :  $2652 + 663 = 3315$  (tổng của hai số chia hết cho 5) đúng với ý bạn Nam.

Vậy hai số cô giáo viết lên bảng là : 2652 và 663.

*Nhận xét :*

- Lỗi chứng minh theo PP loại dần này rất dễ đưa đến sai lầm nếu ta không nghiên cứu hết mọi sự thật có khả năng.

- Tính chân thật của luận đề chỉ được chứng minh sau khi ta gạt bỏ hết mọi giả định có thể có, trừ một giả định.

## §5. DẠY HỌC ÔN TẬP - CÔNG TÁC KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ

### 1. Dạy học ôn tập

#### 1.1. Mục đích

Nhằm tổ chức và điều khiển HS ôn tập, tổng kết, hệ thống hoá và khái quát hoá tri thức, kĩ năng sau khi học xong một chương, một phần hay toàn bộ chương trình học.

#### 1.2. Cấu trúc

Loại bài này gồm các bước sau :

- Ổn định lớp ;
- Định hướng mục đích, nhiệm vụ bài học ;
- Tổ chức cho HS hệ thống hoá, khái quát hoá trên cơ sở đã được chuẩn bị trước nhằm xây dựng nên những bảng tổng kết, sơ đồ, biểu đồ...

#### 1.3. Các yêu cầu khi dạy học ôn tập

Tiết ôn tập không phải là nhắc lại những kiến thức đã học mà là tìm ra được sợi chỉ liên kết giữa các kiến thức ấy.

Nêu các bảng hệ thống mà trong bảng đó có những mối liên quan cả theo hàng ngang lẫn hàng dọc. Tận dụng những sơ đồ để hệ thống kiến thức.

Nên chọn những bài tập có nội dung tổng hợp liên quan đến nhiều kiến thức cần ôn tập, qua đó khắc sâu, hệ thống và nâng cao các kiến thức cơ bản đã học.

Luôn luôn thay đổi các kiến thức ôn tập cho phong phú, đa dạng và hiệu quả. Trong bất kì hình thức nào, HS cũng phải chủ động tham gia vào quá trình ôn tập kiến thức.

#### 1.4. Các hoạt động ôn tập

1.4.1. Có thể hoạt động hoá người học thông qua việc bài tập hoá những kiến thức cơ bản

Giờ học được thiết kế theo chùm 4 bài tập tương ứng với 4 loại đối tượng HS là : Giỏi, khá, trung bình, yếu – kém. Bài tập chuẩn bị theo bảng sau :

Mức độ / Đối tượng	Mức độ 1	Mức độ 2	Mức độ 3	Mức độ 4
HS yếu – kém	Bài 1.1	Bài 1.2	Bài 1.3	Bài 1.4
HS trung bình	Bài 2.1	Bài 2.2	Bài 2.3	Bài 2.4
HS khá	Bài 3.1	Bài 3.2	Bài 3.3	Bài 3.4
HS giỏi	Bài 4.1	Bài 4.2	Bài 4.3	Bài 4.4

Chú ý : Mức độ tăng dần từ mức 1 đến mức 4. Trong đó bài 1.4 tương đương với bài 2.1, bài 2.4 tương đương với 3.1...

### 1.4.2. Trình tự dạy học

Giờ học sẽ diễn ra theo tiến trình :

a) *Hoạt động 1* : GV giao nhiệm vụ bằng cách cho mỗi đối tượng HS một bài tập thích hợp. HS làm bài tập được giao trong một thời gian nhất định.

b) *Hoạt động 2* : GV theo dõi hoạt động của HS và giải đáp những thắc mắc cũng như đưa ra những hướng dẫn, gợi ý cho đối tượng, HS độc lập làm bài.

c) *Hoạt động 3* : Kiểm tra kết quả công việc khi hết thời gian, nếu HS nào làm đúng và nhanh nhất sẽ được khen và thưởng (bằng việc mời HS lên bảng chữa bài cho cả lớp hoặc cho điểm). Những HS chưa hoàn thành bài tập thì cần học tập lời giải của bạn và tự điều chỉnh.

d) *Hoạt động 4* : GV chuẩn hoá kiến thức. Thông qua hoạt động này cả GV và HS sẽ nắm được tri thức và PP.

#### \* Nhận xét

- *Tiến trình DH trên có những ưu điểm và hạn chế*

• *Ưu điểm* : HS được hoạt động độc lập, tự giác hoạt động, chiếm lĩnh kiến thức phù hợp với trình độ nhận thức của mình.

• *Hạn chế* : Chuẩn bị vất vả, điều khiển giờ học phức tạp, nếu không điều khiển khéo có thể gây phản tác dụng. Một số HS yếu – kém, hoạt động chậm hơn rất dễ bị động dẫn đến chán học.

- *Đối với HS trung bình (điện đại trà) và HS yếu kém* thì quá trình ôn tập có thể theo các giai đoạn sau :

*Giai đoạn 1* : GV làm mẫu, HS bắt chước theo mẫu, chú ý chỉ rõ cho HS làm theo.

*Giai đoạn 2* : HS tái hiện ngay trên lớp những kiến thức đã học thông qua bài tập tương tự.

*Giai đoạn 3* : GV đưa ra bài tập tương tự. HS tự lực làm bài có sự hướng dẫn của GV. Thông qua hoạt động này GV biết được thực trạng việc nắm kiến thức của HS.

*Giai đoạn 4* : Củng cố kiến thức thông qua bài tập. Có thể làm một bài kiểm tra hoặc một bài tập về nhà thông thường.

Cách DH như trên bước đầu góp phần hoạt động hoá người học, hình thành cho HS PP học bộ môn, HS tiếp thu kiến thức một cách không hình thức.

## 2. Công tác kiểm tra, đánh giá

Kế hoạch kiểm tra, đánh giá phải được xác định từ đầu năm học, đầu kì học. Việc kiểm tra, đánh giá bài học (hay nội dung từng chương, nội dung cả chương trình) cần được tính đến ngay khi xác định mục tiêu và thiết kế bài học nhằm giúp HS và GV nắm được những thông tin liên hệ ngược để điều chỉnh hoạt động dạy và học.

Nội dung kiểm tra và đánh giá phải toàn diện, bao gồm cả kiến thức, kĩ năng và PP, không phải chỉ yêu cầu tái hiện kiến thức kĩ năng.

### **2.1. Mục đích đánh giá**

*Đối với HS* : Cung cấp cho HS thông tin ngược về quá trình học tập của bản thân để các em tự điều chỉnh quá trình học, kích thích hoạt động học, khuyến khích năng lực tự đánh giá.

*Đối với GV* : Cung cấp cho GV những thông tin cần thiết nhằm xác định đúng năng lực nhận thức của HS trong học tập, để đề xuất các biện pháp kịp thời điều chỉnh hoạt động DH, thực hiện mục đích học tập.

### **2.2. Các yêu cầu sư phạm về đánh giá**

Khách quan, toàn diện, hệ thống, công khai,..

### **2.3. Đánh giá trong môn Toán**

Thông qua các hoạt động toán học mà GV tiến hành trong giảng dạy toán hằng ngày, GV có thể phát hiện mức độ hiểu bài của cá nhân HS trong lớp.

Ngoài hoạt động trên, GV cần thiết kế các bài kiểm tra và câu đố vui trong giờ học toán. Tất cả các hoạt động trên giúp GV đánh giá quá trình học tập của HS và thành tích học tập môn toán của các em. Khi đó đánh giá là tìm ra những điều HS có thể làm được và không thể làm được.

*Chú ý* : Giám sát trong môn Toán

Các hoạt động hằng ngày, ngoài việc giúp GV đánh giá HS, nó còn giúp GV phát hiện xem HS có tiếp thu được những khái niệm mà mình dạy hay không ? Thông qua đó GV điều chỉnh cách dạy của mình nếu thấy cần thiết.

Như vậy là GV đã tiến hành giám sát hoạt động học toán của HS. Việc đánh giá và giám sát trong giờ học toán thực chất là quá trình giúp GV thu thập và ghi lại thông tin. Thông tin này giúp GV nhận biết việc học tập và thành tích của HS trong học toán.

### **2.4. Chức năng của đánh giá**

– *Chức năng sư phạm*

Làm sáng tỏ thực trạng, định hướng điều chỉnh hoạt động dạy và học.

– *Chức năng xã hội*

Công khai hoá kết quả học tập của mỗi HS trước tập thể lớp, trước trường, các bậc phụ huynh HS và các cấp quản lí giáo dục.

– *Chức năng khoa học*

Nhận định chính xác về một mặt nào đó thực trạng dạy và học, về hiệu quả thực nghiệm một sáng kiến nào đó trong DH.

### **2.5. Quá trình đánh giá**

Thông thường gồm các khâu lượng hoá (cho điểm), lượng giá (đánh giá theo tiêu chí), đánh giá, ra quyết định.



## **2.6. Các hình thức đánh giá**

### **2.6.1. Đánh giá không chính thức**

Trong DH người GV thường xuyên tiến hành đánh giá không chính thức đối với HS. Thông qua việc HS giải thích, biểu diễn, đặt câu hỏi hoặc làm bài tập...GV có thể đánh giá mức độ hiểu bài của HS cũng như hiệu quả giảng dạy của mình.

### **2.6.2. Đánh giá chính thức**

Hình thức đánh giá này có đặc điểm sau : bị hạn chế về thời gian ; có người bên ngoài trông thi ; được bên ngoài chấm điểm và xếp loại ; tập trung vào làm bài cá nhân của HS.

Cả hai hình thức trên đều giúp GV theo sát sự tiến triển của HS.

## **2.7. Các kiểu đánh giá**

### **2.7.1. Đánh giá chuẩn**

Thiết kế để xác định điểm xuất phát cho người học, trước khi học một chủ đề nào đó, giúp cho GV định hướng việc DH.

### **2.7.2. Đánh giá từng phần**

Được thực hiện trong quá trình DH một nội dung nào đó, giúp cho GV và HS nắm được các thông tin ngược về quá trình học tập, làm căn cứ cho việc điều chỉnh kịp thời cho hoạt động dạy của thầy và hoạt động học của trò, để thực hiện theo đúng mục đích đề ra.

### **2.7.3. Đánh giá kết thúc**

Được thực hiện sau quá trình DH (sau khi kết thúc môn học, khóa học) hướng vào thành phẩm cuối cùng nhằm hiểu được mức độ thực hiện mục đích và đánh giá tổng quát kết quả học tập cho HS.

## **2.8. Kỹ thuật đánh giá**

Thông thường sử dụng câu hỏi và bài tập. Trong việc biên soạn câu hỏi, bài tập cần đảm bảo các yêu cầu sau :

- Câu hỏi và bài tập phải phù hợp với yêu cầu chương trình, với chuẩn kiến thức tối thiểu theo quy định của Bộ, sát với trình độ HS.

- Câu hỏi và bài tập đưa ra phải chính xác, rõ ràng để HS có thể hiểu một cách đơn trị.

- Bên cạnh những câu hỏi, bài tập hướng vào yêu cầu cơ bản cần chuẩn bị cả những câu hỏi, bài tập đào sâu, đòi hỏi vận dụng kiến thức một cách tổng hợp, khuyến khích suy nghĩ tích cực của HS.

- Việc đánh giá kết quả không đơn thuần chỉ là cho điểm mà kèm theo đó cần có nhận xét ưu, khuyết điểm về nội dung, hình thức trình bày và PP học tập, đề xuất các phương hướng bổ cứu và kế hoạch giúp HS khắc phục.

## **2.9. Đổi mới công tác kiểm tra, đánh giá**

Về đổi mới kiểm tra, đánh giá kết quả bài học cần được tính đến ngay cả khi xác định mục tiêu và thiết kế bài học nhằm giúp HS và GV kịp thời nắm được các thông tin liên hệ ngược để điều chỉnh hoạt động dạy và học.

Đổi mới công tác kiểm tra, đánh giá cần nắm vững mối quan hệ giữa kiểm tra và đánh giá, khắc phục thói quen khá phổ biến là khi chấm bài GV chỉ chú trọng đến điểm số mà ít cho những lời phê chỉ rõ ưu, khuyết điểm của HS khi làm bài.

Trong PPDH đổi mới, để phát huy vai trò tích cực, chủ động của HS GV cần hướng dẫn HS phát triển kỹ năng tự đánh giá nhằm điều chỉnh cách học của mình.

### **2.10. Biện pháp đánh giá**

**Biện pháp 1 :** Kiểm tra thông qua việc kiểm tra bài cũ. Chú ý những câu hỏi và bài tập buộc HS suy nghĩ tích cực. Nên ưu tiên những câu hỏi kiểm tra kiến thức cũ mà GV có thể dựa vào đó để đặt vấn đề cho bài học mới.

**Biện pháp 2 :** Kiểm tra HS học nội dung mới, khi giải bài tập, khi ôn tập. Thông qua hình thức Thầy – Trò : Thầy hỏi trò trả lời ; thông qua hình thức Trò – Trò : Có thể yêu cầu HS tự đánh giá bài làm của mình hoặc nhận xét, góp ý bài làm của bạn. Qua việc kiểm tra tăng cường thảo luận, tranh luận trong tập thể lớp.

**Biện pháp 3 :** Kiểm tra HS khi tiến hành kiểm tra định kì. Cần đảm bảo các yêu cầu đã nêu trên.

**Chú ý :**

+ Cần khắc phục thói quen khá phổ biến là trong khi chấm bài kiểm tra, GV chỉ chú trọng đến việc cho điểm, ít có lời nhận xét ưu khuyết điểm của HS khi làm bài, không mấy quan tâm đến việc điều chỉnh hoạt động dạy và học, giúp đỡ HS kém, bồi dưỡng HS giỏi. Mặt khác, có biện pháp hướng dẫn HS biết cách tự đánh giá, có thói quen đánh giá lẫn nhau.

+ Bên cạnh việc kiểm tra đánh giá truyền thống, GV có thể kết hợp với các PP trắc nghiệm khách quan (câu đúng- sai, câu nhiều lựa chọn, câu ghép đôi, câu điền, câu hỏi trả lời ngắn...), cụ thể :

#### **a) Trắc nghiệm dạng lựa chọn**

+ **Ưu điểm :** Có thể khái quát phạm vi rộng lớn các vấn đề ; dễ chấm điểm ; tốt cho những HS diễn đạt kém ; phù hợp với bất kì môn học nào ; trả lời nhanh ; có thể đánh giá tất cả các cấp độ kiến thức.

+ **Nhược điểm :** Khuyến khích HS phỏng đoán và độ tin cậy bị nghi ngờ ; không có lợi cho những HS mạnh về vấn đề ; những HS đọc chậm thường gặp khó khăn ; không tạo cơ hội làm việc thực sự cho HS ; mất thời gian chuẩn bị.

#### **b) Dạng câu hỏi đúng – sai**

+ **Ưu điểm :** Dễ xây dựng ; nội dung bao quát chương trình ; trả lời nhanh ; trình bày theo hình thức đơn giản dễ đọc

+ **Nhược điểm :** Có thể khuyến khích HS học vẹt hơn là phát triển các kỹ năng suy luận ; khó trình bày các tài liệu phức tạp ; những phát biểu sai có thể tạo thông tin sai lệch ; tạo điều kiện cho HS đoán mò.

*c) Dạng bài ghép*

+ *Ưu điểm* : chăm điểm nhanh, dễ ; có thể cung cấp nhiều tài liệu hướng dẫn mẫu; dễ xây dựng ; thuận lợi cho việc đánh giá những kiến thức cơ bản ; tiết kiệm thời gian trình bày và trả lời câu hỏi.

+ *Nhược điểm* : câu hỏi chỉ đánh giá khả năng nối ghép của HS ; dễ trả lời thông qua loại trừ ; ghép nối các câu không cho thấy khả năng sử dụng các thông tin đó ; khó đọc kĩ danh sách dài.

*d) Dạng điền vào chỗ trống*

+ *Ưu điểm* : Có lợi cho những HS mạnh về vấn đáp ; yêu cầu HS diễn đạt đúng cách hiểu của mình.

+ *Nhược điểm* : Chỉ đánh giá khả năng nhớ lại của HS ; khuyến khích thói học vẹt ; tốn thời gian hơn các hình thức trắc nghiệm khác ; việc trả lời tóm tắt rất dễ dẫn đến đoán mò.

**PHẦN HAI**  
**DẠY HỌC NHỮNG NỘI DUNG CỤ THỂ**  
**TRONG CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC**

**Chương 3. DẠY HỌC CÁC TẬP HỢP SỐ**

**§1. NỘI DUNG CÁC TẬP HỢP SỐ**  
**TRONG CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC**

**1. Nội dung các tập hợp số.**

**1.1. Nội dung cụ thể ở các lớp**

**1.1.1. Lớp 1**

**Các số đến 10 :**

- Nhận biết các quan hệ số lượng (nhiều hơn, ít hơn, bằng nhau) ;
- Đọc, đếm, viết, so sánh các số đến 10. Sử dụng các dấu bằng, bé hơn, lớn hơn ;
- Bước đầu giới thiệu khái quát về phép cộng ;
- Bước đầu giới thiệu khái quát về phép trừ ;
- Bảng cộng và bảng trừ trong phạm vi 10 ;
- Số 0 trong phép cộng và phép trừ ;
- Mối quan hệ giữa phép cộng và phép trừ ;
- Tính giá trị của biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ.

**Các số đến 100 :** Phép cộng và phép trừ không nhớ trong phạm vi 100 :

Đọc, viết, đếm, so sánh các số trong phạm vi 100. Giới thiệu cấu tạo thập phân của số. Phép cộng và phép trừ trong phạm vi 10. Phép cộng và phép trừ không nhớ trong phạm vi 100. Giới thiệu tia số.

Phép cộng, phép trừ có nhớ trong phạm vi 100. Tính nhẩm và tính viết.

Tính giá trị của biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ (các trường hợp đơn giản).

**1.1.2. Lớp 2**

**Phép cộng và phép trừ có nhớ trong phạm vi 100 :**

Giới thiệu tên gọi, thành phần và kết quả của phép cộng (số hạng, tổng) và phép trừ (số bị trừ, số trừ, hiệu).

Bảng cộng và bảng trừ trong phạm vi 20.

Phép cộng và phép trừ không nhớ hoặc có nhớ một lần trong phạm vi 100. Tính nhẩm và tính viết.

Tính giá trị của biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ.

Giải bài tập dạng : “*Tìm x biết :  $a + x = b$ ,  $x - a = b$ ,  $a - x = b$  (với  $a, b$  là những số có hai chữ số)*”, bằng cách sử dụng mối quan hệ giữa thành phần và kết quả của phép tính.

*Các số đến 1000 :*

Đọc, viết so sánh các số có 3 chữ số. Giới thiệu hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm.

Phép cộng các số có 3 chữ số tổng không quá 1000, không nhớ. Tính nhẩm và tính viết.

Phép trừ các số có 3 chữ số, không nhớ.

Tính giá trị của biểu thức số có đến hai dấu phép tính cộng, trừ, không có dấu ngoặc.

*Phép nhân và phép chia :*

Giới thiệu khái niệm ban đầu về phép nhân : lập phép nhân từ tổng các số hạng bằng nhau. Giới thiệu thừa số và tích.

Giới thiệu khái niệm ban đầu về phép chia : lập phép chia từ phép nhân có một thừa số chưa biết khi biết tích và thừa số kia. Giới thiệu số bị chia, số chia, thương.

Lập bảng nhân với 2, 3, 4, 5 có tích không quá 50.

Lập bảng chia với 2, 3, 4, 5 có số bị chia không quá 50.

Nhân với 1 và chia cho 1.

Nhân với 0. Số bị chia là 0. Không thể chia cho 0.

Nhân chia nhẩm trong phạm vi các bảng tính. Nhân số có đến 2 chữ số với số có 1 chữ số không nhớ. Chia số có đến 2 chữ số cho số có 1 chữ số các phép chia trong phạm vi các bảng tính.

Tính giá trị biểu thức số có tới 2 dấu phép tính cộng, trừ hoặc nhân, chia. Giải bài tập dạng “*Tìm x biết :  $a \times x = b$ ,  $x : a = b$  (với  $a$  là số có 1 chữ số, khác 0,  $b$  là số có 2 chữ số)*”, bằng cách sử dụng mối quan hệ giữa thành phần và kết quả của phép tính.

Giới thiệu các phần bằng nhau của đơn vị (dạng  $1/n$ , với  $n$  là các số tự nhiên khác 0, và không vượt quá 5).

*1.1.1. Lớp 3*

*Phép nhân và phép chia trong phạm vi 1000 :*

Củng cố các bảng nhân với 2, 3, 4, 5 (tích không quá 50) và các bảng chia cho 2, 3, 4, 5 (số bị chia không quá 50). Bổ sung cộng, trừ các số có 3 chữ số và nhớ không quá 1 lần.

Lập các bảng nhân với 6, 7, 8, 9, 10 (tích không quá 100) và các bảng chia cho 6, 7, 8, 9, 10 (số bị chia không quá 100).

Hoàn thiện các bảng nhân và các bảng chia.

*Nhân, chia ngoài bảng phạm vi 1000 :*

Nhân số có 2, 3 chữ số với số có một chữ số có nhớ không quá 1 lần. Chia số có 2, 3 chữ số cho một số có 1 chữ số. Chia hết và chia có dư.

Thực hành tính : Tính nhẩm trong phạm vi các bảng tính, nhân nhẩm số có 2 chữ số với số có 1 chữ số không nhớ, chia nhẩm số có 2 chữ số cho số có 1 chữ số không có dư ở từng bước chia. Cùng cố về cộng, trừ, nhân, chia trong phạm vi 1000 theo các mức độ đã xác định.

Làm quen với biểu thức số và tính giá trị của biểu thức

Giới thiệu thứ tự các phép tính trong biểu thức số có đến 2 dấu phép tính, có hoặc không có dấu ngoặc.

Giải bài tập dạng  $a : x = b$  (với  $a, b$  là những số trong phạm vi đã học).

Giới thiệu các số trong phạm vi 100 000 :

Giới thiệu hàng nghìn, hàng vạn, hàng chục vạn.

Phép cộng và phép trừ có nhớ không liên tiếp và nhớ 2 lần trong phạm vi 100 000. Phép nhân số có đến 4 chữ số với số có một chữ số có nhớ không liên tiếp và không quá 2 lần, tích không quá 10 000. Phép chia số có đến 5 chữ số cho số có 1 chữ số (chia hết và chia có dư).

Tính giá trị của biểu thức số có đến 3 dấu phép tính, có hoặc không có dấu ngoặc.

Giới thiệu các phần bằng nhau của đơn vị (dạng  $1/n$ , với  $n$  là số tự nhiên từ 2 đến 10 và  $n = 100, n = 1000$ ). Thực hành so sánh các phần bằng nhau của đơn vị trên hình vẽ trong trường hợp đơn giản.

Giới thiệu bước đầu về chữ số La Mã.

### 1.1.1. Lớp 4

Số tự nhiên, các phép tính về số tự nhiên :

Lớp triệu. Đọc, viết, so sánh các số đến lớp triệu ; Giới thiệu lớp tỉ.

Tính giá trị của các biểu thức chứa chữ dạng  $a + b, a - b, a \times b, a : b, a + b + c, a \times b \times c, (a + b) \times c$ .

Tổng kết về số tự nhiên và số thập phân.

Phép cộng và trừ các số có đến 5, 6 chữ số không nhớ và có nhớ đến 3 lần. Tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng các số tự nhiên.

Phép nhân các số có nhiều chữ số và số có không quá 3 chữ số, tích có không quá 6 chữ số. Tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân các số tự nhiên, tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng.

Phép chia các số có nhiều chữ số và số có không quá 3 chữ số, thương có không quá 4 chữ số.

Dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9.

Tính giá trị của biểu thức số có nhiều chữ số có đến 4 dấu phép tính. Giải các bài tập dạng : Tìm  $x$  biết  $x < a$ ,  $a < x < b$ .

*Phân số.* Các phép tính về phân số :

Giới thiệu khái niệm ban đầu về các phân số đơn giản. Đọc, viết, so sánh các phân số, phân số bằng nhau.

Phép cộng, phép trừ hai phân số có cùng hoặc không cùng mẫu số (trường hợp đơn giản, mẫu số của tổng hoặc hiệu không quá 100).

Giới thiệu về tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng các phân số.

Giới thiệu quy tắc về phép nhân phân số với phân số, nhân phân số với số tự nhiên (trường hợp đơn giản, mẫu số của tích có không quá 2 chữ số).

Giới thiệu về tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân các phân số. Giới thiệu nhân một tổng 2 phân số với một phân số.

Giới thiệu quy tắc chia phân số cho phân số, chia phân số cho số tự nhiên khác 0.

Thực hành tính : tính nhằm về cộng, trừ hai phân số có cùng mẫu số, phép tính không có nhớ, tử số của kết quả tính có không quá 2 chữ số; tính nhằm về nhân phân số với phân số hoặc với số tự nhiên, tử số và mẫu số của tích có không quá 2 chữ số. Phép tính không có nhớ.

Tính giá trị của biểu thức có không quá 3 dấu phép tính với các phân số đơn giản (mẫu số chung của kết quả tính có không quá 2 chữ số).

*Tỉ số :*

Giới thiệu khái niệm ban đầu về tỉ số

Giới thiệu về tỉ lệ bản đồ.

*1.1.1. Lớp 5*

*Ôn tập về phân số :*

Bổ sung về phân số thập phân ; hỗn số; các bài toán về tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch.

*Số thập phân. Các phép toán về số thập phân :*

o Giới thiệu khái niệm ban đầu về số thập phân

o Đọc, viết, so sánh số thập phân

o Viết chuyển đổi các số đo đại lượng dưới dạng số thập phân

Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số thập phân :

• Phép cộng, phép trừ các số thập phân có tới 3 chữ số ở phần thập phân. Cộng trừ không nhớ và có nhớ đến 3 lần.

• Phép nhân các số thập phân có tới 3 tích riêng và phần thập phân của tích có không quá 3 chữ số.

- Phép chia các số thập phân với số chia có không quá 3 chữ số (cả phần nguyên và phần thập phân), và thương có không quá 4 chữ số, với phần thập phân có không quá 3 chữ số.

- Tính chất giao hoán, kết hợp của phép cộng và phép nhân, tính chất phân phối của phép nhân với phép cộng các số thập phân.

- Thực hành tính nhẩm :

- Cộng trừ không nhớ hai số thập phân có không quá hai chữ số.

- Nhân không nhớ một số thập phân có không quá hai chữ số cho một số tự nhiên có một chữ số.

- Chia không có dư một số thập phân có không quá 2 chữ số cho một số tự nhiên có 1 chữ số.

- Giới thiệu bước đầu về cách sử dụng máy tính bỏ túi.

*Tỉ số phần trăm :*

- Giới thiệu khái niệm ban đầu về tỉ số phần trăm

- Đọc, viết tỉ số phần trăm

- Cộng, trừ các tỉ số phần trăm ; nhân, chia tỉ số phần trăm với một số.

- Mối quan hệ giữa tỉ số phần trăm với phân số thập phân, số thập phân và phân số.

## **1.2. Sự phân bố thời lượng**

Chương trình Toán ở tiểu học được phân bố như sau :

Lớp 1 : 140 tiết ; Lớp 2, 3, 4, 5 mỗi lớp : 175 tiết.

## **2. Mục tiêu dạy học các tập hợp số ở tiểu học**

### **2.1. Kiến thức**

Cung cấp cho HS các kiến thức cơ bản về số tự nhiên, phân số dương, số thập phân không âm và các phép toán của chúng.

### **2.2. Kỹ năng**

- Rèn luyện cho HS các kỹ năng về đọc, viết, thực hiện các phép tính...trên các tập hợp số.

- Làm cho HS biết áp dụng các kiến thức đã học vào giải toán và áp dụng vào đời sống.

### **2.3. Thái độ**

Giúp HS rèn luyện đức tính kiên trì, chịu khó, làm việc có kế hoạch... đặc biệt là tạo thói quen tự học.



## §2. DẠY HỌC SỐ TỰ NHIÊN

### 1. Nội dung dạy Số tự nhiên ở tiểu học

Các kiến thức về số tự nhiên chính là chiếc chìa khoá để mở cửa vào thế giới các con số. Chính vì vậy mà số tự nhiên được đưa vào ngay từ chương trình lớp 1. Tuy nhiên trong các chương trình từ lớp 1 đến lớp 3 do chỉ học một loại số duy nhất nên chưa cần giới thiệu tên của tập hợp số đó, nhưng đến lớp 4 thì HS được học thêm một loại số mới nữa đó là phân số nên trước khi học phân số thì phải giới thiệu : Các số 0, 1, 2... gọi là những số tự nhiên.

Trong chương trình tiểu học, khái niệm về số và các phép tính được xây dựng theo tinh thần của lí thuyết tập hợp thông qua các hình ảnh trực quan. Chẳng hạn, phép cộng được giới thiệu dựa vào thao tác hợp các tập hợp đồ vật cụ thể như 2 que tính với 3 que tính.

*Nội dung chủ yếu về số tự nhiên trong chương trình Toán tiểu học bao gồm :*

Giới thiệu khái niệm số tự nhiên, đọc, viết, đếm, so sánh các số tự nhiên.

Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia trên số tự nhiên.

Tính giá trị của các biểu thức chứa số tự nhiên.

Ứng dụng các tính chất và các phép toán trên số tự nhiên để giải các bài toán.

Bài toán về tìm trung bình cộng của các số tự nhiên.

### 2. Mục tiêu dạy học Số tự nhiên ở tiểu học

Cũng như các tập hợp số khác, mục tiêu của việc DH số tự nhiên là góp phần hình thành và rèn luyện phẩm chất, đức tính cần thiết của người lao động. Ngoài ra, nó còn giúp HS :

- Có được những tri thức cơ bản ban đầu về số tự nhiên ;
- Hình thành các kĩ năng thực hành, tính toán và giải bài toán có nhiều ứng dụng thiết thực trong cuộc sống ;
- Phát triển năng lực tư duy và khả năng suy luận, đặc biệt là năng lực trừu tượng hoá, khái quát hoá ;
- Khả năng suy luận hợp lí và diễn đạt đúng các suy luận đơn giản ;
- Kích thích trí tưởng tượng, gây hứng thú học tập toán, góp phần rèn luyện ý thức học tập và làm việc có kế hoạch, khoa học, chủ động, linh hoạt, sáng tạo.

### 3. Các dạng toán về Số tự nhiên ở tiểu học

#### 3.1. Dạng toán thực hiện một dãy các phép tính

##### 3.1.1. Nội dung

Cho HS thực hiện một dãy các phép tính trên các số tự nhiên gồm hai, ba hay cả bốn phép tính : Cộng, trừ, nhân, chia. Trong đó, có thể có dấu ngoặc hoặc không có dấu ngoặc.

### 3.1.2. Phương pháp dạy

Khi giải các bài toán thực hiện một dãy các phép tính, GV cho HS nhắc lại các quy tắc về thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức.

GV giải mẫu một vài VD và cho HS áp dụng.

Cuối cùng GV uốn nắn những sai lầm HS mắc phải.

### 3.1.3. Bài tập

*Bài tập 1* : Tính

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 97 - 98 + 99 - 100 + 101 =$$

*Giải* :  $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 97 - 98 + 99 - 100 + 101 = 1 + (3 - 2) + (5 - 4) + \dots + (99 - 98) + (101 - 100) = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1 = 1 \times 51 = 51$

*Bài tập 2* : Tính nhanh

$$\frac{1979 \times 1978 + 1980 \times 21 + 1958}{1980 \times 1979 - 1978 \times 1979}$$

*Giải* : Xét tử số ta có :  $1978 \times 1979 + 1980 \times 21 + 1958$

$$1978 \times 1979 + (1979 + 1) \times 21 + 1958$$

$$1978 \times 1979 + 1979 \times 21 + 21 + 1958$$

$$1978 \times 1979 + 1979 \times 21 + 1979$$

$$1979 \times (1978 + 21 + 1) = 1979 \times 2000$$

Mẫu số :  $1980 \times 1979 - 1978 \times 1979 = 1979 \times (1980 - 1978) = 1979 \times 2$

Vậy :  $\frac{1979 \times 1978 + 1980 \times 21 + 1958}{1980 \times 1979 - 1978 \times 1979} = \frac{1979 \times 2000}{1979 \times 2} = 1000.$

*Bài tập 3* : So sánh hai tích sau :

a)  $A = 9876548 \times 9876544$  và  $B = 9876546 \times 9876546$

b)  $A = 198719871987 \times 1988198819881988$

và  $B = 198819881988 \times 1987198719871987$

*Giải* : a) Đặt  $x = 9876546$

$$y = 9876544$$

Ta có  $x > y$

$$A = 9876548 \times 9876544 = (x + 2) \times y = x \times y + 2 \times y$$

$$B = 9876546 \times 9876546 = (y + 2) \times x = x \times y + 2 \times x$$

Vì  $x > y$  nên  $B > A$

b)  $198719871987 = 198700000000 + 19870000 + 1987$

$$= 1987 \times (100000000 + 10000 + 1) = 1987 \times 100010001$$

Tương tự :  $1988198819881988 = 1988 \times 1000100010001$

Do đó :

$$A = 198719871987 \times 1988198819881988$$

$$= 1987 \times 100010001 \times 1988 \times 1000100010001$$

$$= 1988 \times 100010001 \times 1987 \times 1000100010001 = B. \text{ Vậy } A = B.$$

**Chú ý :** Đối với dạng toán thực hiện một dãy các phép tính, HS thường dễ làm khi đã nắm vững các quy tắc về thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức. Tuy nhiên, với một bài toán phức tạp, HS tiểu học thường lúng túng dẫn đến sai lầm là thực hiện từng phép tính một. Vì vậy, GV phải tạo cho HS tác phong, cách tư duy toán học, nhạy bén, linh hoạt trước mọi tình huống. Chẳng hạn đối với các bài tập trên, trước hết cần đọc kĩ đề và suy nghĩ xem biểu thức có đặc điểm gì ? Nên giải (biến đổi) theo hướng nào ? Để làm được điều đó GV cần rèn luyện cho HS thông qua các bài tập toán cụ thể, để các em có thể nắm bắt được đặc điểm riêng của từng bài, đặc thù của từng dạng toán.

### 3.2. Dạng toán tìm một số khi biết kết quả sau một dãy phép tính liên tiếp

#### 3.2.1. Nội dung

Dạng toán tìm một số khi biết kết quả sau một dãy phép tính liên tiếp là dạng toán bao gồm những số đã biết, thứ tự các phép tính và số lượng phép tính có thể tùy ý.

#### 3.2.2. Phương pháp dạy học

Trước hết, GV giới thiệu từng PP giải thường gặp.

- PP giải từ cuối : Nội dung của PP này là thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong bài toán, kết quả của một phép tính sẽ trở thành một phân đã biết trong phép tính liền sau đó. Cứ tiếp tục như thế cho đến khi tìm được số phải tìm.

- PP dùng chữ thay số : Nội dung của PP này là kí hiệu số phải tìm bằng một chữ nào đó, sau đó theo các điều kiện đã cho trong bài toán, thiết lập dãy các phép tính và kết quả của các phép tính đó. Đây là dạng đơn giản của phương trình bậc nhất một ẩn.

- PP dùng sơ đồ đoạn thẳng : Nội dung của PP này là có thể diễn đạt các điều kiện đã cho trong bài toán bằng sơ đồ đoạn thẳng, dùng đoạn thẳng thay thế các số đã cho, số phải tìm trong bài toán và mối liên hệ giữa chúng.

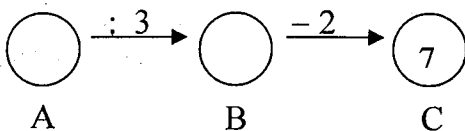
GV làm mẫu từng PP, hướng dẫn HS áp dụng các PP kết hợp với uốn nắn sai lầm của HS.

#### 3.2.3. Ví dụ

**VD 1 :** Tìm một số biết rằng nếu đem số đó chia cho 3, được bao nhiêu trừ đi 2 thì còn 7.

**Giải :**

**Cách 1 :**



Xét sơ đồ trên :

(1) Vòng tròn A chỉ số phải tìm.

(2) Đem A chia cho 3 ta được số ghi trong vòng tròn B.

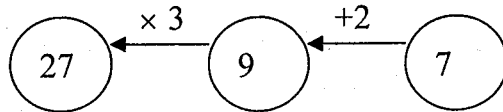
(3) Đem số trong vòng tròn B trừ đi 2 ta được 7 (ghi trong vòng tròn C).

Để chỉ việc làm (2) ta ghi dấu “ : 3” bên cạnh mũi tên nối từ A đến B.

Để chỉ việc làm (3) ta ghi dấu “- 2” bên cạnh mũi tên nối từ B đến C.

(Hình vẽ trên còn gọi là *lưu đồ* biểu diễn bài toán).

Biết  $C = 7$  ta có thể đi ngược lại để tìm A bằng cách đi ngược lại các phép tính “- 2” thành “+ 2”; “: 3” thành “ $\times 3$ ” như sau :



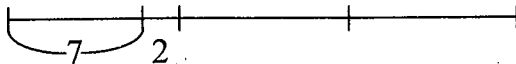
Sau khi thực hiện các phép tính.

$7 + 2 = 9$  (điền 9 vào vòng tròn B)

$9 \times 3 = 27$  (điền 27 vào vòng tròn A)

Ta thấy số phải tìm là 27.

*Cách 2* : Có thể làm bài toán trên dựa vào sơ đồ đoạn thẳng.



Số phải tìm chia cho 3 thì được :

$$7 + 2 = 9$$

Số phải tìm là :  $9 \times 3 = 27$ .

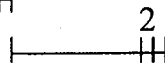
*VD 2* : Bạn Yến có một bó hoa hồng đem tặng các bạn cùng lớp. Lần đầu Yến tặng một nửa số bông hồng và thêm một bông. Lần thứ hai Yến tặng một nửa số bông hồng còn lại và thêm 2 bông. Lần thứ ba Yến tặng một nửa số bông hồng còn lại và thêm 3 bông. Cuối cùng Yến còn lại một bông hồng dành cho mình. Hỏi Yến đã tặng bao nhiêu bông hồng ?

*Giải* : *Cách 1* : Ta có sơ đồ về số các bông hồng

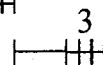
Lúc đầu :

Tặng lần 1 :

Tặng lần 2 :



Tặng lần 3 :



Số bông hồng còn lại sau khi Yến tặng lần thứ 2 là :

$$(1 + 3) \times 2 = 8 \text{ (bông)}$$

Số bông hồng còn lại sau khi Yến tặng lần thứ nhất là :

$$(8 + 2) \times 2 = 20 \text{ (bông)}$$

Số bông hồng lúc đầu Yến có là :

$$(20 + 1) \times 2 = 42 \text{ (bông)}$$

Số bông hồng Yến đã tặng các bạn là :

$$42 - 1 = 41 \text{ (bông)}$$

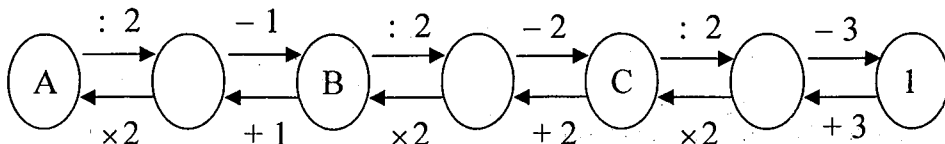
*Cách 2 :*

Biểu thị : A là số bông hồng lúc đầu Yến có.

B là số bông hồng còn lại sau khi tặng lần thứ nhất.

C là số bông hồng còn lại sau khi tặng lần thứ 2.

Ta có lưu đồ sau :



Số bông hồng còn lại sau khi Yến tặng lần thứ hai là :

$$(1 + 3) \times 2 = 8 \text{ (bông)}$$

Số bông hồng còn lại sau khi Yến tặng lần thứ nhất là :

$$(8 + 2) \times 2 = 20 \text{ (bông)}$$

Số bông hồng lúc đầu Yến có là :  $(20 + 1) \times 2 = 42$  (bông)

Số bông hồng Yến tặng bạn là :  $42 - 1 = 41$  (bông)

*Chú ý :* Ứng với mỗi PP là một cách giải, qua đó ta thấy :

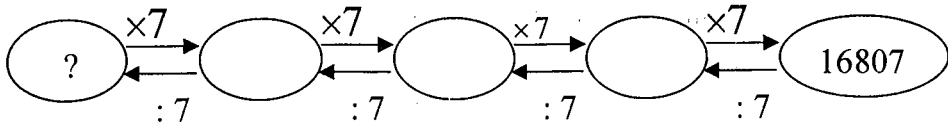
Cách giải 1 là cách giải thông thường mà HS tiểu học lựa chọn để giải. Mục đích của việc vẽ sơ đồ nhằm giúp cho HS dễ dàng nhìn thấy các mối liên hệ trong bài toán. Tuy nhiên, đối với các em HS khá, giỏi thì việc vẽ sơ đồ là không cần thiết khi các em đã thành thạo.

Khi giải theo cách 2, HS đã thực hiện một loạt các phép tính ngược từ dưới lên. Các ô tròn A, B, C lần lượt biểu thị số bông hồng lúc đầu, số bông hồng còn lại sau khi tặng lần thứ nhất, số bông hồng còn lại sau khi tặng lần thứ hai. Khi đã hiểu rõ điều này không nhất thiết HS phải đặt kí hiệu cho các ô tròn của lưu đồ mà vẫn có thể chỉ ra lời giải của bài toán.

### 3.2.4. Bài tập

*Bài tập 1 :* Có một số người, mỗi người nuôi 7 con mèo. Mỗi con mèo ăn 7 con chuột, mỗi con chuột ăn 7 gié lúa, mỗi gié lúa có 7 hạt lúa. Người ta tính rằng đã tiết kiệm được 16807 hạt lúa không bị chuột phá hoại. Hỏi có bao nhiêu người ?

*Giải :* Ta có lưu đồ :



Số gié lúa tiết kiệm được là :  $16807 : 7 = 2401$  (gié)

Số con chuột bị mèo ăn là :  $2401 : 7 = 343$  (con chuột)

Số mèo được nuôi là :  $343 : 7 = 49$  (con mèo)

Số người cần tìm là :  $49 : 7 = 7$  (người)

**Bài tập 2 :**

Tìm x trong dãy phép tính sau :  $(x + 1) + (x + 4) + (x + 7) + \dots + (x + 28) = 155$

*Giải :*  $(x + 1) + (x + 4) + (x + 7) + \dots + (x + 28) = 155.$

Viết tất cả các số hạng của dãy tính ta có :  $(x + 1) + (x + 4) + (x + 7) + (x + 10) + (x + 13) + (x + 16) + (x + 19) + (x + 22) + (x + 25) + (x + 28) = 155.$

$x \times 10 + (1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 + 25 + 28) = 155$

$x \times 10 + 145 = 155 ; x \times 10 = 155 - 145 ; x \times 10 = 10 ; x = 10 : 10 = 1.$

**3.3. Dạng toán tìm số trung bình cộng của các số tự nhiên**

**3.3.1. Nội dung**

Dạng toán tìm số trung bình cộng là một dạng toán rất điển hình và lí thú mà HS đã được học trong chương trình toán lớp 4.

Dạng toán này có thể mô tả như sau : Tìm một số bằng cách lấy tổng tất cả các số trong tập hợp được xét rồi chia cho số các số đó.

Chẳng hạn : Nếu ta có các số tự nhiên a, b, c, d thì số trung bình cộng của 4 số này là :  $(a + b + c + d) : 4.$

**Cách tìm số trung bình cộng**

Trong trường hợp tìm số trung bình cộng của hai số, ta có thể áp dụng 1 trong 3 cách sau :

*VD :* Cho số lớn hơn là a, số nhỏ là b. Tìm số trung bình cộng của hai số ?

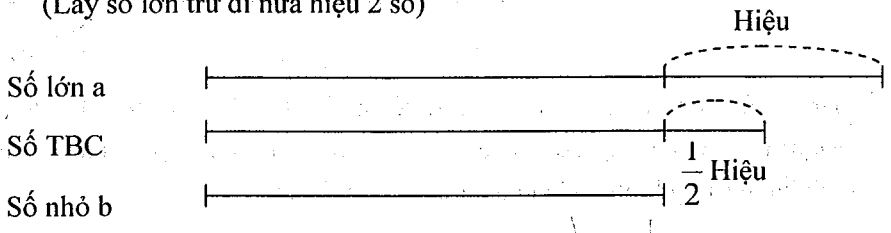
*Cách 1 :* Số trung bình cộng của 2 số là  $(a + b) : 2$  (lấy tổng của hai số chia cho 2)

*Cách 2 :* Số trung bình cộng của 2 số là  $b + (a - b) : 2$  (Lấy số nhỏ cộng với nửa hiệu 2 số)

*Cách 3 :* Số trung bình cộng của 2 số là  $a - (a - b) : 2$

(Lấy số lớn trừ đi nửa hiệu 2 số)

*Sơ đồ :*



**Nhận xét :** Nếu một trong hai số lớn hơn trung bình cộng của chúng  $a$  đơn vị thì số đó lớn hơn số còn lại  $a \times 2$  đơn vị.

VD : Cho hai số 39 và 21 thì trung bình cộng của hai số là :  $(39 + 21) : 2 = 30$  ; 39 lớn hơn trung bình cộng 2 số là :  $39 - 30 = 9$  ; 39 lớn hơn 21 là :  $39 - 21 = 18$  mà  $18 = 9 \times 2$

Trung bình cộng của một số lẻ các số cách đều nhau chính là số ở chính giữa dãy số.

VD : Cho 3 số cách đều nhau 3, 5, 7 thì trung bình cộng của 3 số là :

$$(3 + 5 + 7) : 3 = 5. \text{ Trong đó } 5 \text{ là số ở giữa dãy số đã cho.}$$

Trung bình cộng của một số chẵn các số cách đều nhau thì bằng tổng của một cặp số cách đều hai đầu dãy số chia cho 2.

VD : Cho 4 số cách đều nhau : 2, 4, 6, 8 thì số trung bình cộng của 4 số đã cho là :  $(2 + 4 + 6 + 8) : 4 = 5$ . Mà  $5 = (2 + 8) : 2 = (4 + 6) : 2$

### 3.3.2. Phương pháp dạy học

– PP áp dụng định nghĩa : (như đã trình bày ở phần nội dung).

– PP dùng sơ đồ đoạn thẳng : Nội dung của PP này là có thể diễn đạt bằng sơ đồ đoạn thẳng, dùng đoạn thẳng thay thế các số đã cho, mối liên hệ giữa chúng và số phải tìm.

### 3.3.3. Ví dụ

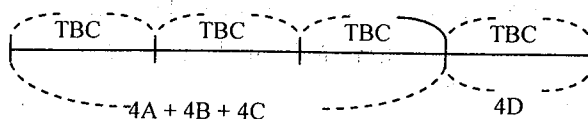
**Bài toán 1 :** Lớp 4A trồng được 21 cây, lớp 4B trồng được 22 cây, lớp 4C trồng được 29 cây. Lớp 4D trồng được số cây bằng trung bình cộng số cây trồng được của 3 lớp kia. Hỏi lớp 4D trồng được bao nhiêu cây ?

**Giải :** Lớp 4D trồng được số cây là :  $(21 + 22 + 29) : 3 = 24$  (cây).

**Bài toán 2 :** Lớp 4A trồng được 21 cây, lớp 4B trồng được 22 cây, lớp 4C trồng được 29 cây, lớp 4D trồng được số cây bằng trung bình cộng số cây của cả 4 lớp. Hỏi lớp 4D trồng được bao nhiêu cây ?

**Phân tích :** Bài toán này cho số cây của lớp 4D không phải bằng trung bình cộng số cây của 3 lớp kia như ở bài toán 1 mà số cây của lớp 4D bằng trung bình cộng số cây của cả 4 lớp. Ta dễ thấy tổng số cây của cả 4 lớp chia làm 4 phần bằng nhau thì số cây của lớp 4D là một phần và tổng số cây của cả 3 lớp kia là 3 phần. Như thế trung bình cộng số cây của cả 4 lớp chính bằng trung bình cộng số cây của 3 lớp còn lại. Bài toán giải giống như bài toán 1.

**Giải :** Theo bài ta có sơ đồ sau :

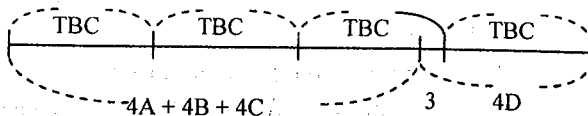


Từ sơ đồ ta có : Lớp 4D trồng được số cây là :  $(21 + 22 + 29) : 3 = 24$  (cây)

**Nhận xét :** Một trong các số đã cho lại bằng trung bình cộng của các số còn lại thì số đó chính bằng trung bình cộng của tất cả các số đã cho.

**Bài toán 3 :** Lớp 4A trồng được 21 cây ; lớp 4B trồng được 22 cây ; lớp 4C trồng được 29 cây ; lớp 4D trồng được số cây hơn trung bình cộng số cây của cả 4 lớp là 3 cây. Hỏi lớp 4D trồng được bao nhiêu cây ?

**Giải :** Theo bài toán ta có sơ đồ :



Nhìn vào sơ đồ ta có :

Trung bình cộng số cây của cả 4 lớp là :  $(21 + 22 + 29 + 3) : 3 = 25$  (cây)

Số cây của lớp 4D trồng được là :  $25 + 3 = 28$  (cây)

**Nhận xét :** Nếu có 3 số a ; b ; c và số chưa biết x, mà x lớn hơn trung bình cộng của cả 4 số a ; b ; c ; x là n đơn vị thì trung bình cộng của cả 4 số là

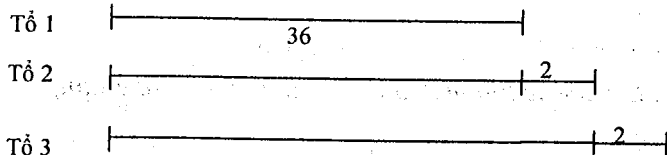
$(a + b + c + n) : 3$  hay  $(a + b + c + x) : 4 = (a + b + c + n) : 3$

Với cách khai thác một bài toán như thế này sẽ giúp cho HS hiểu sâu và nắm vững hơn phần bản chất của vấn đề. Từ đó các em sẽ dễ dàng giải các bài toán liên quan đến tìm trung bình cộng.

### 3.3.4. Bài tập

**Bài tập 1 :** Tổ một góp được 36 quyển vở. Tổ hai góp được nhiều hơn tổ một 2 quyển vở nhưng lại ít hơn tổ ba 2 quyển. Hỏi trung bình mỗi tổ góp được bao nhiêu quyển vở ?

**Tóm tắt :**



Trung bình mỗi tổ có ? quyển vở.

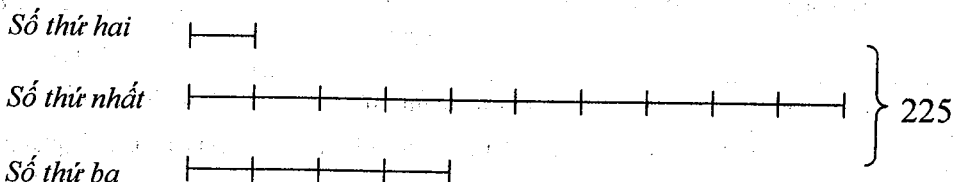
**Giải :** Số quyển vở tổ 2 góp là :  $36 + 2 = 38$  (quyển)

Số quyển vở tổ 3 góp là :  $38 + 2 = 40$  (quyển)

Trung bình mỗi tổ góp được :  $(36 + 38 + 40) : 3 = 38$  (quyển)

**Bài tập 2 :** Trung bình cộng của ba số là 75. Nếu thêm 0 vào bên phải số thứ hai thì được số thứ nhất. Nếu gấp 4 lần số thứ 2 thì được số thứ 3. Tìm số đó ?

**Giải :** Ta có sơ đồ :





Tổng số phần bằng nhau :  $(1 + 10 + 4) = 15$  (phần)

Tổng số của 3 số là :  $75 \times 3 = 225$

Số thứ hai là :  $225 : 15 = 15$

Số thứ nhất là :  $15 \times 10 = 150$

Số thứ ba là :  $15 \times 4 = 60$

**Bài tập 3 :** Bạn Tâm đã được kiểm tra một số bài. Bạn Tâm tính rằng : Nếu mình được thêm 3 điểm 10 nữa thì điểm trung bình của tất cả các bài sẽ là 8, nhưng nếu được thêm hai điểm 9 nữa thì điểm trung bình của tất cả các bài kiểm tra là 7,5 thôi.

Hỏi Tâm đã kiểm tra mấy bài ?

*Giải :*

a) Trường hợp thứ nhất :

Số điểm được thêm là :  $10 \times 3 = 30$  (điểm)

Để được trung bình là 8 thì số điểm phải bù thêm vào cho các bài kiểm tra là :  $30 - 8 \times 3 = 6$  (điểm)

b) Trường hợp thứ hai :

Số điểm được thêm là :  $9 \times 2 = 18$  (điểm)

Để điểm trung bình là 7,5 thì số điểm phải bù thêm là :  $18 - 7,5 \times 2 = 3$  (điểm)

Để tăng điểm trung bình của tất cả các bài kiểm tra từ 7,5 lên 8 thì số điểm phải tăng thêm là :  $6 - 3 = 3$  (điểm)

Để tăng điểm trung bình của một bài kiểm tra từ 7,5 lên 8 thì số điểm phải tăng thêm là :  $8 - 7,5 = 0,5$  (điểm)

Số bài kiểm tra Tâm đã làm là :  $3 : 0,5 = 6$  (bài)

### 3.4. Dạng toán tìm các số khi biết tổng (hiệu) và tỉ số của chúng

#### 3.4.1. Nội dung

Dạng toán này thường cho dưới dạng : Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng ; Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của chúng ; Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của chúng... Để phân biệt được ba dạng toán này, chúng tôi hệ thống qua bảng tổng hợp sau :

Giả thiết	Biết tổng và hiệu	Biết tổng và tỉ	Biết hiệu và tỉ
Sơ đồ			
Cách giải	Đại lượng bé : $(T - H) : 2$ Đại lượng lớn : $T - \text{đại lượng bé}$	Tổng số phần : $n + m$ Giá trị của một phần: $T : (m + n)$	Hiệu số phần : $n - m$ Giá trị của một phần: $H : (n - m)$

hoặc : $H + \text{đại lượng bé}$ hoặc : $(T + H) : 2$	Đại lượng bé : $T : (m + n) \times m$ Đại lượng lớn : $T - \text{đại lượng bé}$ hoặc : $T : (m + n) \times n$	Đại lượng bé : $H : (n - m) \times m$ Đại lượng lớn : $H + \text{đại lượng bé}$ hoặc : $H : (n - m) \times n$
--	---	---

với T là tổng ; H là hiệu).

Có những bài toán giả thiết không cho ngay tổng, hiệu hoặc tỉ thì chúng ta cần phải xác định những yếu tố này để có bài toán thuộc một trong các dạng trên.

Chẳng hạn, khi cho biết trung bình cộng của hai đại lượng thì hai lần trung bình cộng chính là tổng.

Với dạng toán này, HS bước đầu làm quen với hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.

### 3.4.2. Phương pháp dạy học

Trước hết GV giới thiệu các PP thường áp dụng để giải bài toán này.

– *PP khử ẩn số* : Theo bài toán, ta thiết lập được hai biểu thức chứa hai chữ thay cho hai đại lượng cần tìm (chính là hai phương trình bậc nhất hai ẩn) sao cho hệ số của một trong hai đại lượng cần tìm bằng nhau, từ đó tìm ra được một đại lượng. Sau đó, tìm đại lượng còn lại bằng cách thay đại lượng đã tìm được vào biểu thức đã thiết lập.

– *PP giả thiết tạm* : Một số bài toán thuộc dạng này thường đề cập tới hai đại lượng biểu thị bằng hai số chênh lệch nhau.

Nội dung của PP giả thiết tạm là ta thử giả thiết (chỉ có tính chất tạm thời) một trường hợp nào đó không xảy ra, không phù hợp với bài toán, thậm chí một tình huống vô lí, nhằm đưa bài toán (trong điều kiện giả thiết tạm) về dạng quen thuộc đã biết cách giải, hoặc dựa trên cơ sở đó để tiến hành lập luận mà suy ra các đại lượng cần tìm. PP giả thiết tạm đòi hỏi người giải toán có năng lực giải toán cao, suy luận linh hoạt, nên ta chỉ áp dụng cho các lớp cuối cấp ở bậc tiểu học.

– *PP dùng chữ thay số*.

– *PP dùng sơ đồ đoạn thẳng*.

### 3.4.3. Ví dụ

Nhà trường mua một số khoá, lần thứ nhất mua 10 khoá loại I và 8 khoá loại II hết 64000đ, lần thứ 2 mua 7 khoá loại I và 8 khoá loại II hết 52000đ.

Tính giá tiền mỗi loại khoá.

*Giải :*

*Cách 1* : Bài toán được tóm tắt như sau :

10 khoá loại I và 8 khoá loại II : 64000đ

7 khoá loại I và 8 khoá loại II : 52000đ

Ta áp dụng PP khử ẩn số như sau :

Số khoá loại I mua lần thứ nhất nhiều hơn lần thứ hai là :  $10 - 7 = 3$  (khoá)

Số tiền mua lần thứ nhất nhiều hơn lần thứ hai là :

$$64000 - 52000 = 12000(\text{đ})$$

Giá tiền mỗi khoá loại I là :  $12000 : 3 = 4000$  (đ)

Số tiền 10 khoá loại I là :  $4000 \times 10 = 40000$  (đ)

Số tiền 8 khoá loại II là :  $64000 - 40000 = 24000$  (đ)

Giá tiền mỗi khoá loại II là :  $24000 : 8 = 3000$  (đ)

*Cách 2* : Áp dụng PP dùng chữ thay số.

Gọi số tiền mỗi khoá loại I là  $x$ , mỗi khoá loại II là  $y$ , theo bài toán ta có :

$$10 \times x + 8 \times y = 64000 \quad (1);$$

$$7 \times x + 8 \times y = 52000 \quad (2)$$

So sánh đẳng thức (1) và (2) ta thấy : vế trái chênh lệch nhau  $3 \times x$ , vế phải lệch nhau :  $64000 - 52000 = 12000$ .

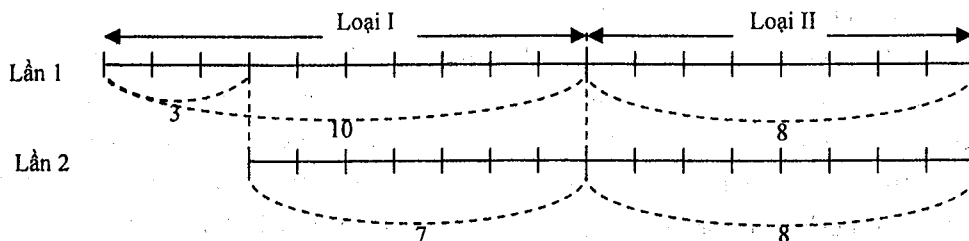
Vì vậy :  $3 \times x = 12000$ . Suy ra :  $x = 12000 : 3 = 4000$

Khi đó :  $10 \times x = 10 \times 4000 = 40000$ .

Do đó :  $8 \times y = 64000 - 40000 = 24000$

$y = 24000 : 8$ ;  $y = 3000$

*Cách 3* : Áp dụng sơ đồ đoạn thẳng.



Từ sơ đồ đoạn thẳng ta thấy : Lần 1 và lần 2 đều mua 8 khoá loại II

Số khoá loại I mua lần 1 nhiều hơn lần 2 là 3 khoá.

Số tiền mua lần 1 nhiều hơn lần 2 là :  $64000 - 52000 = 12000$  (đ)

Giá tiền mỗi khoá loại I là :  $12000 : 3 = 4000$  (đ)

Số tiền 10 khoá loại I là :  $4000 \times 10 = 40000$  (đ)

Số tiền 8 khoá loại II là :  $64000 - 40000 = 24000$  (đ)

Giá tiền mỗi khoá loại II là :  $24000 : 8 = 3000$  (đ)

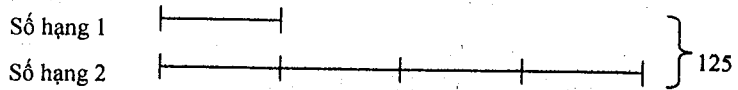
#### 3.4.4. Bài tập

*Bài tập 1* : Một phép cộng có hai số hạng. Biết số hạng thứ hai bằng 4 lần số hạng thứ nhất và tổng của số hạng thứ nhất với số hạng thứ hai và tổng số bằng 250.

Tìm phép cộng đó.

*Giải :* Ta có : Số hạng 1 + số hạng 2 + tổng số = 250; Tổng số là :  $250 : 2 = 125$

Do đó, ta có sơ đồ :



Số hạng thứ nhất là :  $125 : 5 = 25$

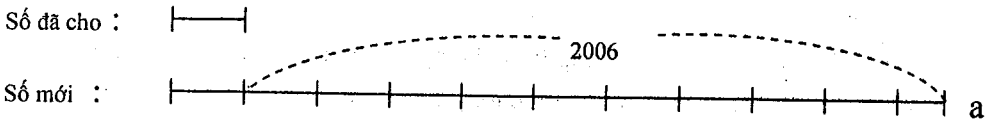
Số hạng thứ hai là :  $125 - 25 = 100$

Phép cộng đó là :  $25 + 100 = 125$ .

*Bài tập 2 :* Cho một số tự nhiên, nếu viết thêm một chữ số vào bên phải số đó thì ta được số mới hơn số đã cho 2006 đơn vị. Tìm số đã cho và chữ số viết thêm.

*Giải :* Khi viết thêm một chữ số nào đó vào bên phải một số tự nhiên đã cho ta được số mới bằng 10 lần số tự nhiên cộng thêm chính chữ số viết thêm.

Gọi chữ số viết thêm là a. Ta có sơ đồ :



9 lần số đã cho là :  $2006 - a$ ; Số đã cho là :  $(2006 - a) : 9$ .

Vì số đã cho là số tự nhiên nên  $2006 - a$  phải chia hết cho 9, số 2006 chia hết cho 9 dư 8 mà a là chữ số nên  $a = 8$ . Số tự nhiên đã cho là :  $(2006 - 8) : 9 = 222$ .

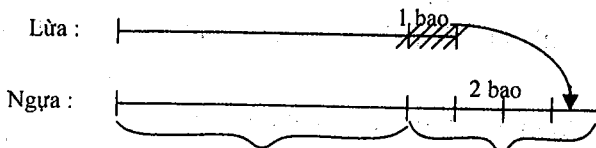
Vậy số tự nhiên đã cho là 222 ; chữ số viết thêm là 8.

*Bài tập 3 :* Lừa và Ngựa cùng nhau thò hàng, các bao hàng đều nặng bằng nhau. Lừa kêu là mang nặng. Ngựa bèn nói : “*Bạn còn kêu nữa gì ? Nếu tôi cho bớt bạn một bao hàng thì chúng ta mới mang nặng ngang nhau, còn nếu bạn cho bớt tôi một bao hàng thì số bao hàng của tôi sẽ gấp đôi của bạn*”.

Tính xem mỗi con mang mấy bao hàng.

*Giải :* Nếu Ngựa cho Lừa một bao thì hai con mang nặng bằng nhau, vậy Ngựa mang nhiều hơn Lừa :  $1 + 1 = 2$  (bao)

Nếu lừa cho Ngựa một bao thì số bao của Ngựa gấp đôi của Lừa, nên ta có sơ đồ :



Sau khi được Lừa cho thêm thì một nửa số bao của Ngựa :  $1 + 2 + 1 = 4$  (bao)

Số bao hàng Ngựa mang lúc đầu là :  $4 \times 2 - 1 = 7$  (bao)

Số bao hàng Lừa mang lúc đầu là :  $7 - 2 = 5$  (bao)

*Chú ý* : Đối với dạng toán này, khi HS đã nắm được cách giải thì việc làm bài tập dạng này không khó lắm. Tuy nhiên, nếu không cẩn thận, HS dễ sai lầm trong suy luận của mình. Chẳng hạn, đối với các bài toán tương tự bài tập 2 một số em thường mắc sai lầm : Số mới bằng 10 lần số tự nhiên đã cho mà không cộng thêm chữ số viết thêm (suy luận như thế chỉ đúng khi ta viết thêm chữ số 0).

### 3.5. Dạng toán cấu tạo thập phân của số

#### 3.5.1. Nội dung

Cho HS tìm một số tự nhiên thoả mãn một số điều kiện nào đấy. Khi giải những bài toán đó HS phải sử dụng cấu tạo thập phân của một số.

Để giải dạng toán này, HS cần nắm vững các bước giải chủ yếu sau :

*Bước 1* : Diễn tả giá trị số (những số) cần tìm qua các kí hiệu kèm theo các điều kiện ràng buộc của các kí hiệu đó.

*Bước 2* : Diễn tả mối quan hệ trong bài toán bằng các đẳng thức toán học (hoặc rộng hơn : các hệ thức toán học).

*Bước 3* : Biến đổi các đẳng thức đã lập được về các đẳng thức đơn giản hơn.

*Bước 4* : Bằng biện pháp lựa chọn, ta chọn các khả năng có thể thoả mãn đẳng thức đã xác lập.

*Bước 5* : Lần lượt thử các trường hợp có thể xảy ra để xác định số phải tìm.

*Bước 6* : Trả lời.

#### 3.5.2. Phương pháp dạy học

Khi giải các bài toán về cấu tạo thập phân, trước hết GV cần nhắc lại cấu tạo thập phân của một số (số tự nhiên hoặc số thập phân thông qua một số VD cụ thể) chẳng hạn :  $6234 = 6 \times 1000 + 2 \times 100 + 3 \times 10 + 4$ .

Sau đó GV giới thiệu các PP giải thường gặp.

– PP dùng chữ thay số.

– PP lập bảng hay PP thử nghiệm : Nội dung của PP này là liệt kê tất cả các trường hợp có thể xảy ra trong điều kiện của bài toán, kiểm tra từng trường hợp để loại bỏ những trường hợp không phù hợp và giữ lại những trường hợp thoả mãn những yêu cầu của bài toán.

– PP suy luận logic : Nội dung của PP này là trên cơ sở những kiến thức cơ bản, những kinh nghiệm sống của mình ta phải biết suy luận đúng đắn, chặt chẽ để tìm ra lời giải cho bài toán.

GV làm mẫu cho HS từng PP kết hợp uốn nắn những sai lầm có thể xảy ra với HS.

3.5.3. Ví dụ : Cho số có ba chữ số. Nếu xoá chữ số hàng trăm thì số đã cho bị giảm đi 7 lần. Tìm số đó.

*Giải* : Gọi số phải tìm là  $\overline{abc}$  ( $a \neq 0 ; a, b, c < 10$ ).

Theo đầu bài ta có :  $\overline{abc} : 7 = \overline{bc}$  ;  $\overline{abc} = 7 \times \overline{bc}$

Cách 1 : Vì  $a \neq 0$  nên  $\overline{bc} \neq 0$ , do đó  $b \neq 0$  ;

Vì  $c \times 7$  có tận cùng là  $c$  nên  $c = 0$  hoặc  $c = 5$

Nếu  $c = 0$  thì  $\overline{ab0} = \overline{b0} \times 7$ . Do đó  $\overline{ab} = b \times 7$  (cùng chia hết cho 10). Vì  $b \neq 0$  mà  $b \times 7$  có tận cùng là  $b$  nên  $b = 5$ . Do đó  $\overline{ab} = 5 \times 7 = 35$ .

Vậy số phải tìm là 350.

Nếu  $c = 5$  thì  $\overline{ab5} = \overline{b5} \times 7$ . Vì  $5 \times 7 = 35$  nên  $b \times 7 + 3 = \overline{ab}$ . Nếu  $b$  là số chẵn thì  $\overline{ab}$  là số chẵn, nhưng  $b \times 7$  là số chẵn mà  $b \times 7 + 3$  lại là số lẻ có nghĩa  $\overline{ab}$  là số lẻ (vô lí) ; Nếu  $b$  là số lẻ thì  $\overline{ab}$  là số lẻ, nhưng  $b \times 7$  là số lẻ mà  $b \times 7 + 3$  lại là số chẵn có nghĩa  $\overline{ab}$  là số chẵn (vô lí).

Vậy với  $c = 5$  thì không tìm được giá trị của  $b$  phù hợp với bài toán.

Số phải tìm là : 350.

Cách 2 : Vì  $\overline{abc} = \overline{bc} \times 7$  nên  $\overline{abc} = \overline{bc} \times (6 + 1)$

$$\overline{abc} = \overline{bc} \times 6 + \overline{bc} \text{ (một số nhân một tổng)}$$

$$\overline{abc} - \overline{bc} = \overline{bc} \times 6 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$\overline{a00} = \overline{bc} \times 6. \text{ Suy ra } \overline{bc} = \overline{a00} : 6 \text{ (tìm một thừa số của một tích)}$$

Vì  $\overline{a00}$  chia hết cho 6 và  $\overline{bc}$  có hai chữ số nên  $a = 3$ , do đó  $\overline{bc} = 300 : 6 = 50$

Vậy số phải tìm là 350.

### 3.5.4. Bài tập

Bài tập 1 : Tìm  $a, b$  biết  $\overline{56a3b}$  cùng chia hết cho 4 và 9.

Giải : Vì  $\overline{56a3b}$  chia hết cho 4 nên  $\overline{3b}$  chia hết cho 4. Ta thấy chỉ có 2 trường hợp là 32 và 36 (vì  $b < 10$ ).

Vì  $\overline{56a3b}$  chia hết cho 9 nên  $5 + 6 + a + b + 3$  phải là số chia hết cho 9 ;

hoặc  $14 + a + b$  phải là số chia hết cho 9 ( $a < 10$ ).

Ta xét 2 trường hợp :

Nếu  $\overline{3b} = 32$  thì  $b = 2$ . Khi đó  $14 + a + b = 14 + a + 2 = 16 + a$  là số chia hết cho 9, nên  $16 + a = 18$ , do đó  $a = 2$ .

Nếu  $\overline{3b} = 36$  thì  $b = 6$ . Khi đó  $14 + a + b = 14 + a + 6 = 20 + a$  là số chia hết cho 9, nên  $20 + a = 27$ , do đó  $a = 7$ . Vậy  $b = 2$  và  $a = 2$ , hoặc  $b = 6$  và  $a = 7$ , thoả mãn.

Bài tập 2 : Tìm các thừa số trong phép nhân sau đây :

$$\begin{array}{r} 1 * \\ \times ** \\ \hline * * * \\ * * \\ \hline * * * 1 \end{array}$$

*Giải* : Vì chữ số hàng đơn vị của tích bằng 1 nên chữ số hàng đơn vị của thừa số thứ nhất và thừa số thứ hai chỉ có thể là 1 (vì  $1 \times 1 = 1$ ), hoặc 3 và 7 (vì  $3 \times 7 = 21$ ) hoặc 9 và 9 (vì  $9 \times 9 = 81$ ).

Với 2 trường hợp đầu ta có thừa số thứ nhất là 11, 13, 17 và chữ số hàng đơn vị của thừa số thứ 2 là 1, 7, 3.

Trong các trường hợp ta có tích riêng thứ nhất theo thứ tự là :

$$11 \times 1 = 11 ;$$

$$13 \times 7 = 91 ;$$

$$17 \times 3 = 51.$$

Trong cả 3 trường hợp đều không thoả mãn điều kiện bài toán là tích riêng thứ nhất phải có 3 chữ số.

Vì thế ta có chữ số hàng đơn vị của hai thừa số phải là số 9.

Khi đó :

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times \quad *9 \\ \hline 171 \\ \quad * * \\ \hline * * * 1 \end{array}$$

Xét tích riêng thứ hai : Tích riêng thứ hai là một số có 2 chữ số nên chữ số hàng chục của thừa số thứ hai phải nhỏ hơn 6. (Vì  $19 \times 6 = 114$  là số có 3 chữ số).

Mặt khác tích là số có 4 chữ số nên chữ số hàng chục của thừa số thứ hai phải lớn hơn 4 (vì  $19 \times 49 = 931$  là số có 3 chữ số).

Vậy chữ số hàng chục của thừa số thứ hai phải là 5.

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times \quad 59 \\ \hline 171 \\ \quad 95 \\ \hline 1121 \end{array}$$

*Bài tập 3* : Cho một số có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm gấp đôi chữ số hàng chục. Nếu lấy tích của 2 chữ số đó chia cho tổng của chúng thì được chữ số hàng đơn vị. Hãy tìm số đó ?

*Giải* : Ta thử tất cả các trường hợp và ghi vào bảng sau đây :

Chữ số hàng chục	Chữ số hàng trăm	Tích	Tổng	Tích/Tổng	Chữ số hàng đơn vị
1	2	2	3	Không có	Không có
2	4	8	6	Không có	Không có
3	6	18	9	2	2
4	8	32	12	Không có	Không có

Các trường hợp tích không chia hết cho tổng bị loại. Trường hợp thứ 3, tích chia cho tổng được 2, do đó chữ số hàng đơn vị là 2. Vậy số đã cho là 632.

**Bài tập 4 :** Cu Tí chọn 4 chữ số liên tiếp nhau và dùng 4 chữ số này để viết ra 3 số gồm 4 chữ số khác nhau. Biết rằng số thứ nhất viết theo thứ tự tăng dần, số thứ 2 viết các chữ số theo thứ tự giảm dần và số thứ 3 viết theo thứ tự nào đó. Khi cộng ba số vừa viết thì được tổng số là 12300. Hãy cho biết các số mà cu Tí đã viết.

**Giải :** Gọi 4 số tự nhiên liên tiếp từ nhỏ đến lớn là  $a, b, c, d$ .

Số thứ nhất cu Tí viết là  $\overline{abcd}$ , số thứ 2 viết là  $\overline{dcba}$  ( $a > 0$ ;  $b, c, d < 10$ )

Ta xét các chữ số hàng nghìn của 3 số có tổng là 12300 :

$a$  là số lớn hơn 1 vì nếu  $a = 1$  thì  $d = 4$ , khi đó số thứ 3 có chữ số hàng nghìn lớn nhất là 4 và tổng của 3 chữ số này lớn nhất là :  $1 + 4 + 4 = 9 < 12$  ;

Như vậy tổng của 3 số nhỏ hơn 12300.

$a$  là số nhỏ hơn 5 vì nếu  $a = 5$  thì  $d = 8$  và  $a + d = 13 > 12$ ;

Như vậy tổng của ba số lớn hơn 12300.

$a$  chỉ có thể nhận 3 giá trị là 2, 3, 4.

Nếu  $a = 2$  thì số thứ nhất là : 2345 ; Số thứ 2 là : 5432, số thứ 3 là :

$$12300 - (2345 + 5432) = 4523 \text{ (đúng vì số này chứa các chữ số là 2, 3, 4, 5)}$$

Nếu  $a = 3$  thì số thứ nhất là : 3456 ; số thứ hai là 6543 ; số thứ ba là :

$$12300 - (3456 + 6543) = 2301 \text{ (loại)}.$$

Nếu  $a = 4$  thì số thứ nhất là : 4567 ; số thứ hai là 7654 ; số thứ ba là :

$$12300 - (4567 + 7654) = 79 \text{ (loại)}$$

**Chú ý :** Khi làm những bài toán dạng này, HS thường mắc một số sai lầm là quên đặt điều kiện cho các chữ số.

Thông thường chữ số  $a$  đứng đầu phải lớn hơn 0, còn những chữ số khác bé hơn 10

VD : Số  $\overline{abcd}$  điều kiện :  $a > 0$ ;  $b, c, d < 10$

HS dễ bỏ sót các trường hợp có thể xảy ra trong bài tập. VD : Bài tập 2

HS chưa biết giới hạn (thu hẹp) để xét ít các trường hợp hơn : Chẳng hạn ở bài tập 4.

Vì thế GV cần nhắc nhở và rèn luyện cho HS, uốn nắn kịp thời những sai lầm đó.



### 3.6. Dạng toán định tính

#### 3.6.1. Nội dung

Dạng toán định tính bao gồm những bài toán không liên quan đến mặt số lượng, khi giải chúng không thực hiện các phép tính mà chỉ vận dụng những suy luận có lí, đúng đắn, chặt chẽ, dựa trên những kiến thức cơ bản đã trang bị cho HS và kinh nghiệm sống phong phú của HS.

#### 3.6.2. Phương pháp dạy học

Thực chất của PP suy luận là từ một số tiền đề (hay giả thiết) và một số phán đoán (hay kết luận) sẵn có rút ra một hay một số phán đoán mới (hay kết luận mới) về một chủ đề nào đó. Suy luận logic là một kiểu suy luận mà giữa các ý gắn bó với nhau một cách chặt chẽ, tất yếu.

Khi giải dạng toán định tính GV hướng dẫn HS biết dựa vào giả thiết của bài toán để loại trừ những khả năng không hợp lí, sau đó chọn khả năng phù hợp với bài toán, đồng thời kết hợp với việc uốn nắn những sai lầm HS mắc phải hoặc có thể mắc phải.

3.6.3. Ví dụ : Trong ba bạn Đông, Nam, Bắc có một bạn đã vẽ bậy lên tường của lớp học. Khi cô giáo hỏi thì các bạn trả lời như sau :

Đông nói : “Thưa cô, em không vẽ ạ” !

Nam nói : “Thưa cô, bạn Bắc không vẽ ạ” !

Bắc nói : “Thưa cô bạn Đông và bạn Nam không vẽ ạ” !

Cô giáo biết một trong ba HS trên đã nói dối bèn phạt hai em về tội vẽ bậy hay nói dối. Các bạn hãy tìm xem cô giáo đã phạt những ai ?

Giải : Theo đề bài ta lập bảng đánh giá các câu trả lời “đối”, “thật” của ba bạn Đông, Bắc và Nam như sau :

Câu trả lời Vẽ bậy	Đông	Nam	Bắc
Đông	Dối	Thật	Dối
Bắc	Thật	Dối	Thật
Nam	Thật	Thật	Dối

Từ bảng đánh giá trên ta thấy có hai trường hợp thoả mãn đề bài :

Bắc vẽ bậy và Nam nói dối.

Nam vẽ bậy và Bắc nói dối.

Vì đề bài chỉ yêu cầu tìm hai bạn bị cô giáo phạt vì tội vẽ bậy hoặc nói dối, nên ta tìm thấy hai bạn bị cô giáo phạt là Bắc và Nam.

### 3.6.4. Bài tập

*Bài tập 1* : Có bốn bạn An, Bình, Cúc, Dân dự thi Olympic toán tuổi thơ. Trước khi thi các bạn dự đoán :

1. An và Bình đạt giải.
2. Cúc và Dân đạt giải.
3. An và Dân đạt giải.
4. Bình và Dân đạt giải.

Sau khi có kết quả thi thì thấy rằng : Có một dự đoán sai hoàn toàn và các dự đoán còn lại chỉ đúng một nửa. Chứng minh rằng : Nếu có hai bạn đạt giải thì nhất định phải có Cúc.

*Giải* : Trước hết giả sử có hai bạn đạt giải.

Nếu dự đoán thứ hai là sai hoàn toàn thì Cúc và Dân không đạt giải, suy ra An và Bình đạt giải. Do đó dự đoán thứ nhất là đúng hoàn toàn, điều này vô lí.

Nhưng dự đoán thứ hai không thể sai hoàn toàn mà chỉ đúng một nửa, tức là một trong hai bạn Cúc và Dân phải đạt giải.

Giả sử Dân đạt giải, thì Cúc không đạt giải và khi đó theo dự đoán thứ ba thì An không đạt giải. Theo dự đoán thứ tư thì Bình không đạt giải.

Do cả ba bạn An, Bình và Cúc đều không đạt giải, mâu thuẫn với giả thiết có hai bạn đạt giải.

Vậy Dân không đạt giải nên Cúc phải đạt giải. Chứng tỏ : Nếu có hai bạn đạt giải thì nhất định phải có Cúc.

*Bài tập 2* : Một cô giáo dạy toán đi cùng với một cụ già đến bác sĩ. Bác sĩ hỏi cô giáo :

“*Chị với cụ già này có quan hệ thế nào ?*”

Cô giáo đáp : “*Mẹ chồng tôi chỉ có hai chị em mà em vợ ông ấy là cậu chồng tôi*”.

Hỏi cô giáo và cụ già có quan hệ như thế nào ?

*Giải* : Chồng cô giáo gọi em vợ cụ già là cậu thì mẹ chồng cô giáo là chị của em vợ cụ già. Mà mẹ chồng cô giáo chỉ có hai chị em nên chồng của cô giáo phải gọi vợ cụ già ấy là mẹ và gọi cụ già ấy là bố.

Vậy cụ già là bố chồng của cô giáo.

*Bài tập 3* : Trong một trại hè Thiếu nhi Quốc tế có một nhóm gồm ba bạn thiếu niên : Một bạn người Anh, một bạn người Pháp, một bạn người Nga. Mỗi người trong số ba bạn này đều biết một trong ba ngoại ngữ Anh, Pháp, Nga hãy xác định xem bạn nào biết ngoại ngữ nào ?

*Giải* : Trong bài toán này có hai nhóm đối tượng :

Nhóm các bạn thiếu niên : Người Anh, người Pháp, người Nga.

Nhóm các ngoại ngữ : Tiếng Anh, tiếng Pháp, tiếng Nga.

Ta lập một bảng có hàng trên cùng là quốc tịch của các bạn thiếu niên và cột bên trái là các ngoại ngữ.

Theo đầu bài thì bạn biết ngoại ngữ Anh văn và bạn người Pháp là hai bạn khác nhau. Do đó ta suy ra “*bạn người Pháp không biết tiếng Anh*”, ta điền 0 vào ô

“*Pháp – tiếng Anh*”.

Đĩ nhiên, tiếng Pháp không phải là ngoại ngữ của bạn người Pháp nên ta điền 0 vào ô “*Pháp – tiếng Pháp*”.

Tương tự, ta điền 0 vào ô “*Anh – tiếng Anh*” và “*Nga – tiếng Nga*”.

<i>Người</i>			
<i>Ngoại ngữ</i>	<i>Anh</i>	<i>Pháp</i>	<i>Nga</i>
<i>Tiếng Anh</i>	0	0	Có
<i>Tiếng Pháp</i>	Có	0	0
<i>Tiếng Nga</i>	0	Có	0

Nhìn vào bảng ta thấy hàng “*Tiếng Anh*” đã có hai ô “*không*”, vậy ô còn lại phải là ô “*Có*”, cột Pháp đã có hai ô “*không*”, vậy ô còn lại phải là ô “*Có*”. Tức là :

Bạn người Pháp biết tiếng Nga.

Bạn người Nga biết tiếng Anh.

Cuối cùng chỉ còn lại bạn người Anh và tiếng Pháp mà thôi nên bạn người Anh biết tiếng Pháp.

### 3.7. Các dạng toán khác

#### 3.7.1. Dạng toán trồng cây

Có hai trường hợp : Trồng cây trên đường thẳng; Trồng cây trên đường khép kín.

+ *Trồng cây trên đường thẳng* (đường thẳng ở đây là một đoạn đường nào đó mà hai đầu không giáp với nhau) : Chia thành ba trường hợp :

– Trồng cây ở một đầu đường : Số cây = số khoảng cách

– Trồng cây ở hai đầu đường : Số cây = số khoảng cách + 1

– Không trồng cây ở hai đầu đường : Số cây = số khoảng cách – 1

+ *Trồng cây trên đường khép kín* (trồng theo chu vi của một hình nào đó) :

Số cây = số khoảng cách

*VD 1* : Người ta trồng cây ở hai bên của một quãng đường dài 1km, cứ cách 50m thì trồng 1 cây. Hỏi có tất cả bao nhiêu cây, biết rằng ở hai đầu đường đều có cây ?

*Giải* : Đổi 1 km = 1000 m

Số khoảng cách 50 m trong 1000 m là :  $1000 : 50 = 20$  (khoảng cách)

Số cây ở mỗi bên đường là :  $20 + 1 = 21$  (cây)

Số cây ở hai bên đường là :  $21 \times 2 = 42$  (cây)

VD 2 : Cho dãy số 100, 97, 94... Hỏi dãy số này có bao nhiêu số, biết rằng số cuối cùng dãy số là số nhỏ nhất có một chữ số khác 1, chia cho 3 dư 1.

Giải : Dãy số : 100, 97, 94... là dãy số giảm dần, các số chia hết cho 3 đều dư 1. Số nhỏ nhất khác 1 chia hết cho 3 dư 1 là :  $3 \times 1 + 1 = 4$ .

Vậy số cuối cùng của dãy là 4.

Khoảng cách giữa hai số liên tiếp là :  $100 - 97 = 97 - 94 = 3$

Từ 100 đến 4 cách nhau số đơn vị :  $100 - 4 = 96$  (đơn vị)

Từ 100 đến 4 có số khoảng cách :  $96 : 3 = 32$  (khoảng cách)

Vậy dãy số 100, 97, 94..., 4 có số các số là :  $32 + 1 = 33$  (số).

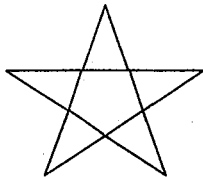
VD 3 : Chu vi cái ao là 224m. Người ta trồng dừa xung quanh ao. Hai cây dừa liền nhau cách nhau 8m. Hỏi xung quanh ao có bao nhiêu cây dừa ?

Giải : Số cây dừa xung quanh ao là :  $224 : 8 = 28$  (cây)

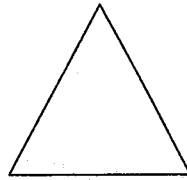
VD 4 : Làm thế nào để trồng được : a) 10 cây thành 5 hàng, mỗi hàng có 4 cây.

b) 3 cây thành 3 hàng mỗi hàng có 2 cây.

Giải : Trồng cây theo hình sau :



a)



b)

Chú ý : Đối với dạng toán này, GV cần nhắc nhở HS đọc kỹ đề bài để xác định bài toán thuộc trường hợp nào : Trồng cây ở một đầu đường hay trồng cây ở hai đầu đường... Dạng toán này không khó nhưng HS tiểu học hay nhầm lẫn giữa các trường hợp.

### 3.7.2. Dạng toán về đại lượng tỉ lệ thuận và đại lượng tỉ lệ nghịch

- Hai đại lượng được gọi là đại lượng tỉ lệ thuận khi giá trị của đại lượng này tăng lên (hoặc giảm đi) bao nhiêu lần thì giá trị tương ứng của đại lượng kia cũng tăng lên (hoặc giảm đi) bấy nhiêu lần.

Có thể tóm tắt :

	Đại lượng thứ nhất	Đại lượng thứ hai
Giá trị thứ nhất	a	b
Giá trị thứ hai	c	x

$$\text{Ta có : } x = \frac{b \times c}{a}$$

Thường gọi đây là bài toán *quy tắc tam suất thuận*.

- Hai đại lượng được gọi là tỉ lệ nghịch khi giá trị của đại lượng này tăng lên (hoặc giảm đi) bao nhiêu lần thì giá trị tương ứng của đại lượng kia giảm đi (hoặc tăng lên) bấy nhiêu lần.

Có thể tóm tắt :

	<i>Đại lượng thứ nhất</i>	<i>Đại lượng thứ hai</i>
<i>Giá trị thứ nhất</i>	a	b
<i>Giá trị thứ hai</i>	c	x

$$\text{Ta có : } x = \frac{a \times b}{c}$$

Ta thường gọi đây là bài toán *quy tắc tam suất nghịch*.

Trong trường hợp  $c = b$  thì  $x = a$ . Do đó, ta có nhận xét sau : “Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch, trong đó giá trị a của đại lượng thứ nhất ứng với giá trị b của đại lượng thứ 2. Thế thì ngược lại : Ứng với giá trị b của đại lượng thứ nhất sẽ là giá trị a của đại lượng thứ 2”.

VD : Một đơn vị bộ đội dự trữ lương thực cho 1300 người trong 45 ngày. Nhưng có một số người mới chuyển đến nên số lương thực đó đủ dùng trong 15 ngày. Hỏi số người đến thêm là bao nhiêu ?

Giải : 15 ngày so với 45 ngày thì giảm :  $45 : 15 = 3$  (lần)

Số người dùng số lương thực đó trong 15 ngày :  $1300 \times 3 = 3900$  (người)

Số người đến thêm là :  $3900 - 1300 = 2600$  (người).

### §3. DẠY HỌC PHÂN SỐ

#### 1. Phân số

Trong chương trình Toán tiểu học thì số hữu tỉ không âm được đề cập đến ở 2 khía cạnh, đó là phân số và số thập phân. Phân số và số thập phân được coi là nội dung chủ yếu trong chương trình toán lớp 4 và lớp 5, nó nhằm giúp cho HS có một số hiểu biết thực tiễn về loại số mới này.

Khái niệm phân số được giới thiệu trong chương trình toán lớp 4, nhưng biểu tượng về phân số thì đã được bắt đầu giới thiệu từ lớp 2 khi học phép chia. Cụ thể các em đã được làm quen với các khái niệm : một phần hai, một phần ba, một phần tư, một phần năm và cách ghi  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ . Các em hiểu ý nghĩa của các phần bằng nhau của đơn vị qua việc giải các bài tập về “tìm một phần mấy của một nhóm đồ vật hoặc 1 số”.

#### 2. Nội dung chung về phân số ở tiểu học

- Lớp 1 : Không giới thiệu ;
- Lớp 2 : Giới thiệu các phần bằng nhau của đơn vị :  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$  ;
- Lớp 3 : Tìm một trong các phần bằng nhau của một số (dạng  $\frac{1}{n}$  với  $n=1,2,\dots,10,100,1000$ ) ;
- Lớp 4 : Giới thiệu khái niệm phân số ; Đọc, viết, so sánh các phân số ;
  - Rút gọn phân số ;
  - Quy đồng mẫu số các phân số ;
  - Phép cộng, trừ, nhân, chia phân số.
  - Tỉ số : Giới thiệu khái niệm tỉ số ;
  - Tìm hai số khi biết tổng (hoặc hiệu) và tỉ số của chúng ;
  - Tỉ lệ bản đồ và ứng dụng.
- Lớp 5 : Ôn tập về phân số và bổ sung về phân số thập phân ; Hỗn số ; Các bài toán về tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch.

Như vậy, yếu tố phân số được đưa vào chương trình tiểu học bao gồm những nội dung : Khái niệm phân số, phân số và phép chia số tự nhiên, rút gọn, so sánh phân số, các phép tính với phân số...

#### 3. Sự phân bố trong chương trình toán tiểu học

Được phân bố như sau : Lớp 2 : 4 tiết; Lớp 3 : 4 tiết; Lớp 4 : 37 tiết ; Lớp 5 : 16 tiết.

#### 4. Mức độ trình bày phân số ở tiểu học

– *Hình thành khái niệm* : Khái niệm phân số được đưa vào chương trình tiểu học từ những VD đơn giản, gần gũi, quen thuộc và phù hợp với nhận thức các em.

– *Các phép tính* : Các phép tính cộng, trừ ban đầu được thực hiện với các phân số cùng mẫu số sau đó mới thực hiện các phép tính cộng, trừ các phân số khác mẫu số. Phép tính nhân chia phân số chỉ thực hiện với các phân số có tử số và mẫu số là những số tự nhiên, có mẫu số khác 0 và tử số khác 0 đối với số chia.

Yếu tố phân số đã được đưa vào chương trình tiểu học ở lớp 2 dưới dạng “các phần bằng nhau của đơn vị”.

#### 5. Mục tiêu dạy học phân số ở tiểu học

Giúp HS :

Biết khái niệm ban đầu về phân số. Biết đọc, viết các phân số.

Biết tính chất cơ bản của phân số và vận dụng để nhận ra hai phân số bằng nhau, rút gọn phân số, quy đồng mẫu số hai phân số trong trường hợp đơn giản.

Biết so sánh hai phân số và sắp xếp một số phân số theo thứ tự từ bé đến lớn hoặc từ lớn đến bé.

Biết thực hiện phép cộng, trừ, nhân, chia hai phân số (dạng đơn giản).

Biết phép cộng và phép nhân hai phân số có tính chất giao hoán, tính chất kết hợp, nhân một tổng hai phân số với một phân số.

Biết tính giá trị của biểu thức các phân số theo các quy tắc như đối với số tự nhiên.

Biết tìm một thành phần chưa biết trong phép tính như đối với số tự nhiên.

#### 6. Nội dung cụ thể về phân số trong chương trình môn Toán ở tiểu học

##### 6.1. Khái niệm phân số

##### 6.1.1. Giới thiệu khái niệm phân số

Quá trình hình thành khái niệm phân số ở tiểu học : Bắt đầu từ lớp 2 HS đã được làm quen với phân số dạng  $\frac{1}{n}$  với  $n = 1, n = 2, n = 3, \dots, n = 9$ . Tuy chưa gọi là “phân số” nhưng

các nội dung đã góp phần giúp HS sớm có biểu tượng về phân số và sử dụng những hiểu biết này trong quá trình giải các bài toán liên quan đến tìm một trong các phần bằng nhau của một số. Đến lớp 3 HS được làm quen với các phân số dạng  $\frac{1}{n}$  với  $n$  là các số tự nhiên từ 2 đến 10 ;

$n = 100; n = 1000$ . Nhờ có 4 học kì làm quen và sử dụng những hiểu biết đơn giản về “phân số” dạng  $\frac{1}{n}$  (với  $n = 2; 3; \dots; 9$ ) mà việc DH chính thức và có hệ thống về phân số được thực

hiện tập trung chủ yếu trong học kì hai của lớp 4. HS được làm quen với phân số dạng  $\frac{a}{b}$  ( $b$

$\neq 0; a, b \in \mathbb{N}$ ). DH những vấn đề cơ bản chủ chốt về phân số và bốn phép tính cộng, trừ, nhân, chia nhằm đem lại cho HS những kiến thức và kĩ năng cơ bản, thiết thực về phân số

chuẩn bị cho DH số thập phân ở đầu lớp 5, tăng cường kĩ năng làm tính trong suốt năm cuối ở tiểu học.

Khái niệm về phân số được hình thành bằng con đường quy nạp. Cụ thể : đưa ra VD : Chia hình tròn thành 6 phần bằng nhau, tô màu 5 phần ta nói : đã tô màu năm phần sáu hình tròn. Ta gọi  $\frac{5}{6}$  là phân số.

*Phát biểu khái niệm* : Phân số có dạng  $\frac{a}{b}$  trong đó b là số phần bằng nhau của đơn vị, a là số phần bằng nhau lấy ra của một đơn vị ( $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ ).

### 6.1. 2. Đọc, viết phân số

Khi HS đã hiểu được khái niệm phân số thì phải hướng dẫn HS đọc, viết phân số. Khi dạy nội dung này GV hướng dẫn HS phân tích VD “chia hình tròn thành 6 phần bằng nhau, tô màu 5 phần. Ta nói đã tô màu năm phần sáu hình tròn. Năm phần sáu viết thành  $\frac{5}{6}$  (viết số 5, gạch ngang, viết số 6 dưới gạch ngang và thẳng cột với số 5). GV chỉ vào  $\frac{5}{6}$  cho HS đọc : Năm phần sáu (5 là tử số, 6 là mẫu số).

GV hướng dẫn HS nhận ra : Mẫu số viết dưới gạch ngang. Mẫu số cho biết hình tròn được chia thành 6 phần bằng nhau. 6 là số tự nhiên khác 0 (mẫu số phải là số tự nhiên khác 0). Tử số viết trên gạch ngang. Tử số cho biết đã tô màu 5 phần bằng nhau đó, 5 là số tự nhiên. Làm tương tự với VD khác.

### 6.1. 3. Tính chất cơ bản của phân số

Nêu nhân cả tử số và mẫu số của phân số với một số tự nhiên khác 0 thì được phân số bằng phân số đã cho. Kí hiệu :  $\frac{a}{b} = \frac{a \times m}{b \times m}$  ( $b, m \neq 0$ ).

$$VD : \frac{5}{6} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{15}{18}$$

Nếu chia cả tử số và mẫu số của một phân số cho một số tự nhiên khác 0 thì được một phân số bằng phân số đã cho, kí hiệu  $\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$ , ( $b, n \neq 0$ ).

$$VD : \frac{15}{18} = \frac{15 : 3}{18 : 3} = \frac{5}{6}$$

### 6.1. 4. Ứng dụng tính chất cơ bản của phân số

Ứng dụng quan trọng nhất tính chất cơ bản của phân số là để rút gọn phân số. Chẳng hạn :  $\frac{90}{120} = \frac{90 : 10}{120 : 10} = \frac{9}{12} = \frac{9 : 3}{12 : 3} = \frac{3}{4}$  hoặc  $\frac{90}{120} = \frac{90 : 30}{120 : 30} = \frac{3}{4}$ .

## 6.2. Rút gọn phân số

### 6.2.1. Rút gọn phân số

Cho phân số  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}, b \neq 0$ ). Muốn rút gọn phân số này ta chia cả tử số và mẫu số cho ước chung lớn nhất của chúng.



Cụ thể :  $\frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}$  ((a, b) = c với a, b, c ∈ N, b ≠ 0, c ≠ 1).

*Chú ý* : Ước của a kí hiệu là U (a) nếu số tự nhiên a chia hết cho số tự nhiên b thì ta nói b là ước của a.

*Cách tìm ước của số tự nhiên a* : Ta có thể tìm ước của a bằng cách lần lượt chia a cho các số tự nhiên từ 1 đến a, để xem a chia hết cho những số nào, khi đó những số đó là ước của a.

VD : U (1155) = {1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 15 ; 21 ; 33 ; 35 ; 55 ; 77 ; ... ; 1155}

*Cách tìm ước chung* : Ước chung của hai hay nhiều số là ước của tất cả các số đó (x ∈ UC (a, b) nếu a : x và b : x.

Tương tự ta có x ∈ UC(a, b, c) nếu a : x, b : x và c : x.

VD : UC (1155, 5985) = {1 ; 3 ; 5 ; 15}

*Cách tìm ước chung lớn nhất của a, b* : kí hiệu ƯCLN (a, b)

*Bước 1* : Phân tích a, b ra thừa số nguyên tố.

*Bước 2* : Lấy các thừa số nguyên tố chung của a và b

*Bước 3* : Lấy tích các thừa số nguyên tố chung có số mũ bé nhất của a và b

VD : Tìm ƯCLN(1155, 5985). Ta làm như sau : 1155 = 3 × 5 × 7 × 11 ; 5985 = 3<sup>2</sup> × 5 × 133.

Các thừa số nguyên tố chung của 1155 ; 5985 là 3, 5

Tích các thừa số nguyên tố chung có số mũ bé nhất là : 3 × 5 = 15.

Vậy ƯCLN (1155, 5985) = 15.

### 6.2.2. Rút gọn phân số ở tiểu học

Xét xem tử số và mẫu số cùng chia hết cho số tự nhiên nào lớn hơn 1. Chia cả tử số và mẫu số cho số đó cứ làm như thế cho đến khi nhận được phân số tối giản.

VD : Rút gọn phân số  $\frac{14}{28} \cdot \frac{81}{54}$ .

Giải :  $\frac{14}{28} = \frac{14:2}{28:2} = \frac{7}{14} = \frac{7:7}{14:7} = \frac{1}{2}$  ;  $\frac{81}{54} = \frac{81:3}{54:3} = \frac{27}{18} = \frac{27:3}{18:3} = \frac{9}{6} = \frac{9:3}{6:3} = \frac{3}{2}$ .

## 6.3. So sánh hai phân số

### 6.3.1. Hai phân số cùng mẫu số

Phân số nào có tử số bé hơn thì bé hơn. Phân số nào có tử số lớn hơn thì lớn hơn. Nếu tử số bằng nhau thì hai phân một số nào đó và bằng nhau.

VD : So sánh  $\frac{2}{7}$  và  $\frac{5}{7}$ .

Ta thấy  $\frac{2}{7} < \frac{5}{7}$  (vì 2 < 5)

### 6.3.2. So sánh hai phân số khác mẫu số

a) *Cách so sánh* : Muốn so sánh hai phân số khác mẫu số ta quy đồng mẫu số hai phân số đó rồi so sánh các tử số của chúng.

*Quy đồng mẫu số ở tiểu học* : Lấy tử số và mẫu số của phân số thứ nhất nhân với mẫu số của phân số thứ hai. Lấy tử số và mẫu số của phân số thứ hai nhân với mẫu số của phân số thứ nhất.

b) *Ví dụ*

So sánh hai phân số sau : a/  $\frac{5}{8}$  và  $\frac{7}{8}$       b/  $\frac{15}{25}$  và  $\frac{4}{5}$ .

*Giải* :

a)  $\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$  (vì  $5 < 7$ ) ;

b)  $\frac{15 \times 5}{25 \times 5} = \frac{75}{125}$  và  $\frac{4 \times 25}{5 \times 25} = \frac{100}{125}$  vì  $\frac{75}{125} < \frac{100}{125}$  nên  $\frac{15}{25} < \frac{4}{5}$ .

*So sánh hai phân số cùng tử số* : Phân số nào có mẫu số lớn hơn thì phân số đó bé hơn. VD so sánh hai phân số sau :  $\frac{9}{11}$  và  $\frac{9}{14}$ . Ta có :  $\frac{9}{11} > \frac{9}{14}$  (vì  $11 < 14$ )

*So sánh hai phân số khác mẫu số* : Muốn so sánh hai phân số khác mẫu số, ta quy đồng mẫu số các phân số đó rồi so sánh các tử số của hai phân số mới.

*VD* : So sánh hai phân số :

a)  $\frac{3}{4}$  và  $\frac{4}{5}$       b)  $\frac{5}{6}$  và  $\frac{7}{8}$       c)  $\frac{2}{5}$  và  $\frac{3}{10}$ .

*Giải* : a)  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$  ;  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$  mà  $\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$  nên  $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ .

b)  $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$  ;  $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$  mà  $\frac{20}{24} < \frac{21}{24}$  nên  $\frac{5}{6} < \frac{7}{8}$ .

c)  $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10}$  mà  $\frac{4}{10} > \frac{3}{10}$  nên  $\frac{2}{5} > \frac{3}{10}$ .

## 6.4. Các phép tính với phân số

### 6.4.1. Phép cộng hai phân số

Muốn cộng hai phân số cùng mẫu số ta cộng tử với tử và giữ nguyên mẫu số.

*VD* :  $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = \frac{2+3}{5} = \frac{5}{5} = 1$

Muốn cộng hai phân số khác mẫu số ta quy đồng mẫu số hai phân số rồi cộng hai phân số lại.

$$VD: \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = ?$$

$$\text{Ta có: } \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$$

#### 6.4.2. Phép trừ hai phân số

Muốn trừ hai phân số *cùng mẫu*, ta trừ tử số của phân số thứ nhất cho tử số của phân số thứ hai và giữ nguyên mẫu số.

$$VD: \frac{15}{16} - \frac{7}{16} = ?$$

$$\text{Ta có: } \frac{15}{16} - \frac{7}{16} = \frac{15-7}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

Muốn trừ hai phân số *khác mẫu* ta quy đồng mẫu số hai phân số rồi thực hiện trừ hai phân số đó.

$$VD: \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = ?$$

$$\text{Ta có: } \frac{4}{5} - \frac{1}{3} = \frac{12}{15} - \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$$

#### 6.4.3. Phép nhân hai phân số

Muốn nhân hai phân số ta lấy tử số nhân với tử số, mẫu số nhân với mẫu số.

$$VD: \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{4 \times 6}{5 \times 7} = \frac{24}{35}$$

#### 6.4.4. Phép chia hai phân số

Muốn thực hiện phép chia hai phân số ta làm như sau : Lấy phân số thứ nhất nhân với phân số thứ hai đảo ngược.

$$VD: \frac{3}{7} : \frac{5}{8} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{35}$$

### 7. Một số dạng toán về phân số ở tiểu học

#### 7.1. Dạng bài tập về đọc, viết phân số

##### 7.1.1. Nội dung

Gồm các bài tập đọc, viết phân số.

##### 7.1.2. Mục đích

Nhằm củng cố những kiến thức đã học về khái niệm phân số.

##### 7.1.3. Phương pháp dạy học

Khi hướng dẫn HS làm các bài tập đọc, viết phân số GV yêu cầu HS nhắc lại quy tắc và cách viết phân số. Sau đó yêu cầu các em vận dụng quy tắc đó vào giải các bài tập.

#### 7.1.4. Bài tập

Các bài tập dạng này chủ yếu tập trung ở Toán 4.

### 7.2. Dạng toán thực hiện một dãy các phép tính trên phân số

#### 7.2.1. Nội dung

Gồm các bài tập chỉ có một phép tính cộng, trừ, nhân, chia.

#### 7.2.2. Mục đích

Nhằm củng cố những kiến thức đã học về cộng, trừ, nhân, chia phân số.

#### 7.2.3. Phương pháp dạy học

Khi DH những bài tập thuộc dạng này GV cần yêu cầu HS nhắc lại các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia phân số. GV giải mẫu một vài VD cho HS áp dụng.

#### 7.2.4. Ví dụ

Tính: a)  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$                       b)  $\frac{9}{4} + \frac{3}{5}$ .

*Hướng dẫn*: Bài toán yêu cầu gì? (tính).

Đây là phép tính gì? (cộng hai phân số không cùng mẫu số).

Vậy ta phải làm sao? (quy đồng mẫu số hai phân số đó).

Đề làm gì? (chuyển phép cộng hai phân số không cùng mẫu số thành phép cộng hai phân số có cùng mẫu số).

*HS làm bài tập*:  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ ;  $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$ .

Vậy  $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$  (câu b HS làm tương tự).

### 7.3. Dạng toán thực hiện các phép tính trên phân số

#### 7.3.1. Nội dung

Cho HS thực hiện một dãy phép tính trên phân số, bao gồm hai, ba, bốn phép tính cộng, trừ, nhân, chia. Trong đó có thể có dấu ngoặc hoặc không có dấu ngoặc.

#### 7.3.2. Phương pháp dạy học

Khi giải bài toán thực hiện một dãy các phép tính, GV cho HS nhắc lại các quy tắc về thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức. GV giải mẫu một vài VD cho HS áp dụng.

*Chú ý*: GV uốn nắn những sai lầm mà HS mắc phải.

#### 7.3.3. Ví dụ

Tính: a)  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$

b)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2048}$ .

$$\text{Giải: a) } \frac{1}{1 \times 2} = \frac{2-1}{1 \times 2} = \frac{2}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \dots; \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100} =$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

b) Tương tự câu trên.

#### 7.4. Dạng bài tập so sánh các phân số

##### 7.4.1. Nội dung

Đây là dạng toán yêu cầu HS sắp xếp các phân số đã cho theo thứ tự từ lớn đến bé hoặc từ bé đến lớn.

##### 7.4.2. Phương pháp dạy học

Khi DH các bài tập dạng này GV hướng dẫn HS nắm được đặc điểm của các phân số cần sắp xếp. Sau đó tiến hành so sánh các phân số với nhau và dựa vào đó để sắp xếp chúng theo yêu cầu của đề bài.

##### 7.4.3. Ví dụ

Viết các phân số sau theo thứ tự từ bé đến lớn :

$$\text{a) } \frac{6}{7}; \frac{4}{7}; \frac{5}{7} \quad \text{b) } \frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{3}{4}$$

*Hướng dẫn* : Các phân số ở câu b có đặc điểm gì ? (không cùng mẫu số)

Để so sánh được các phân số này ta phải làm sao ? (quy đồng mẫu số các phân số)

Để làm gì ? (chuyển các phân số đã cho thành các phân số cùng mẫu số rồi tiến hành so sánh).

#### 7.5. Dạng bài tập so sánh phân số

##### 7.5.1. Nội dung

Đây là các bài tập yêu cầu HS so sánh hai hay nhiều phân số.

##### 7.5.2. Phương pháp dạy học

Khi dạy bài tập dạng này GV cần yêu cầu HS nhắc lại quy tắc so sánh phân số đã học.

*Chú ý* : Sửa chữa những sai lầm mà HS mắc phải khi so sánh phân số.

#### 7.6. Dạng toán tìm một số khi biết kết quả sau một dãy phép tính liên tiếp về phân số

##### 7.6.1. Nội dung

Dạng toán này có thể mô tả như sau :

Tìm x biết :  $\{[(x + a) \times b] : c\} - d = e$ , trong đó : a, b, c, d, e là những số đã biết.

### 7.6.2. Phương pháp dạy học

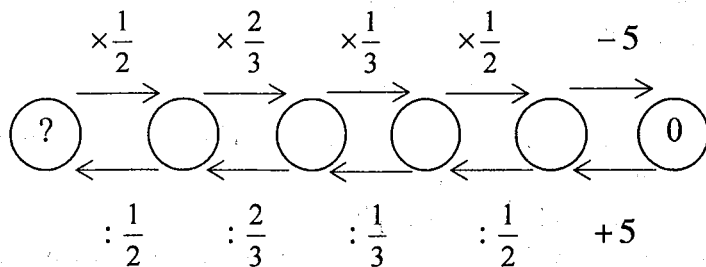
Dùng PP tính ngược từ cuối, nội dung của PP này là thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong bài toán, kết quả của một phép tính sẽ trở thành một phân số đã biết trong phép tính liền sau đó, cứ tiếp tục như thế cho đến khi tìm được số phải tìm. GV làm mẫu hướng dẫn HS áp dụng PP để giải các bài toán có liên quan.

### 7.6.3. Ví dụ

Một người bán cam, lần thứ nhất bán một nửa số cam người đó có. Lần thứ hai bán  $\frac{2}{3}$  số cam còn lại. Lần thứ ba bán được  $\frac{1}{3}$  số cam còn lại. Lần thứ tư bán được  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại. Lần thứ năm bán 5 quả thì thấy trong giỏ không còn trái nào. Hỏi lúc đầu người đó có bao nhiêu quả cam?

Hướng dẫn :

Tóm tắt :



## 7.7. Dạng toán các phân số nằm giữa hai số

### 7.7.1. Nội dung

Đây là một dạng toán khá thú vị về yêu cầu tìm các phân số nằm giữa hai số cho trước.

GV cần lưu ý với HS là : Giữa hai phân số bất kì bao giờ cũng có vô số phân số. Nếu không có yêu cầu gì thêm về phân số này thì chúng ta sẽ không bao giờ viết hết các phân số nằm giữa hai số cho trước.

### 7.7.2. Phương pháp dạy học

### 7.7.3. Ví dụ

Có bao nhiêu phân số nằm giữa  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{6}{7}$  mà tử số nhỏ hơn 2004.

Ta có  $2004 : 6 = 334$ , ta viết  $\frac{6}{7} = \frac{6 \times 334}{7 \times 334} = \frac{2004}{2338}$ , mặt khác

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times \frac{2338}{6}}{\frac{2338}{6}} = \frac{1948 \times \frac{1}{3}}{\frac{2338}{3}}$$

do đó các phân số thoả mãn bài toán là những phân số có mẫu là 2338 và tử là các số tự nhiên từ 1949 đến 2003.

Vậy các phân số thoả mãn bài toán là :  $2003 - 1949 + 1 = 55$  (số).

## §4. DẠY HỌC SỐ THẬP PHÂN

### 1. Số thập phân

Trong chương trình Toán tiểu học thì số hữu tỉ không âm được đề cập đến ở 2 khía cạnh, đó là phân số và số thập phân.

Số thập phân được coi là nội dung chủ yếu trong chương trình toán lớp 5, nhằm giúp cho HS có một số hiểu biết thực tiễn về loại số này.

Khái niệm số thập phân được giới thiệu cho HS tiểu học dựa trên những kiến thức HS đã có về số tự nhiên và cấu tạo thập phân của số, số đo độ dài, phân số.

Từ đó HS bước đầu thấy sự mở rộng tập hợp số tự nhiên sang tập hợp số mới, thấy được số thập phân cũng như hình thức ghi tiện dụng của nó là những phân số đặc biệt có mẫu số là 10, 100, 1000...

### 2. Nội dung chung về số thập phân ở tiểu học

Số thập phân được giới thiệu trong chương trình Toán tiểu học bao gồm :

Giới thiệu khái niệm số thập phân.

Cách đọc, viết, so sánh các số thập phân.

Cách viết các số đo độ dài, khối lượng, diện tích dưới dạng số thập phân.

Thực hiện các phép cộng, trừ, nhân, chia trên số thập phân.

Giới thiệu khái niệm và cách tính tỉ số phần trăm.

Giải các bài toán liên quan, các bài toán về tỉ số phần trăm, các bài toán hình học với các số đo là số thập phân.

*Nhận xét* : Số thập phân là tập hợp các số hữu tỉ không âm. Có thể nói các tập hợp số thập phân là nội dung quan trọng trong chương trình toán lớp 5 (Ôn tập về phân số và bổ sung về phân số thập phân ; Hỗn số ; Các bài toán về tỉ lệ thuận, tỉ lệ nghịch. Khái niệm số thập phân ; Viết số đo độ dài, số đo khối lượng, số đo diện tích dưới dạng số thập phân ; Cộng, trừ, nhân, chia số thập phân ; Tỉ số phần trăm...).

### 3. Sự phân bố số thập phân trong chương trình

Số thập phân chỉ được trình bày ở lớp 5, với 53 tiết của cả năm học.

### 4. Mục tiêu chung dạy học số thập phân ở tiểu học

DH số thập phân cho HS tiểu học nhằm mục đích :

- Biết được khái niệm số thập phân ; Hình thành và phát triển các kĩ năng đọc, viết, so sánh các số thập phân.

- Biết được các tính chất, quy tắc thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số thập phân và biết vận dụng để giải bài tập (kể cả một số trường hợp tính nhẩm). Biết tính giá trị của biểu thức có đến 3 dấu phép tính với số thập phân.

- Biết được khái niệm tỉ số phần trăm ; Biết tính tỉ số phần trăm của hai số.
- Biết được các đơn vị đo đại lượng và cách chuyển đổi các đơn vị đo.
- Biết giải các phương trình, bất phương trình đơn giản liên quan đến số thập phân.
- Biết giải các bài toán đơn, các bài toán hợp, trong đó có các bài toán về tỉ số phần trăm có những số liệu là số thập phân.
- Biết giải các bài toán có nội dung hình học với các số đo là số thập phân.

## 5. Dạy học số thập phân

### 5.1. Nội dung cụ thể về số thập phân ở tiểu học

Nội dung về số thập phân được dạy trong chương trình tiểu học bao gồm :

#### 5.1.1. Giới thiệu khái niệm số thập phân

Khái niệm số thập phân được giới thiệu cho HS tiểu học dựa trên những kiến thức HS đã có về số tự nhiên và cấu tạo thập phân của số, số đo độ dài, phân số thập phân. Từ đó HS bước đầu thấy được sự mở rộng tập hợp số tự nhiên sang tập hợp số mới.

Khi dạy nội dung này GV cần yêu cầu HS nhắc lại thế nào là phân số thập phân và giới thiệu cho HS biết : phân số thập phân thường được viết dưới dạng không mẫu số và được gọi là số thập phân.

VD : 1 dm hay  $\frac{1}{10}$  m sẽ được viết dưới dạng không mẫu số là 0,1m.

7 cm hay  $\frac{7}{100}$  m sẽ được viết dưới dạng không mẫu số là 0,07m.

Bằng VD thực tế GV cho HS thực hành đo độ dài, từ đó hướng dẫn HS tự nhận biết số thập phân. Khi ghi kết quả đo HS sẽ thấy rằng các số tự nhiên không đủ để ghi kết quả đó một cách chính xác nhất, do đó cần một loại số mới, đó chính là số thập phân.

Chẳng hạn, cho HS đo cái bảng dài hơn 2m nhưng chưa đến 3 m. Lần thứ nhất đo được 2 m, bảng vẫn còn 1 phần chưa đo nhưng chưa đủ 1 m. Do đó phải đo tiếp phần còn lại bằng đơn vị đo nhỏ hơn m đó là dm và đo được 7dm. Kết quả đo được ghi như sau : 2m7dm. GV hướng dẫn HS chuyển 2m7dm thành 2m và  $\frac{7}{10}$  m hay  $2\frac{7}{10}$  m. Từ đó ta chuyển sang dạng có dấu phẩy là 2,7m ; 2,7 chính là số thập phân. Trong cách viết 2,7m, số 2 viết ở bên trái dấu phẩy chỉ 2m, số 7 viết ở bên phải dấu phẩy chỉ  $\frac{7}{10}$  m (có bao nhiêu chữ số ở bên phải dấu phẩy thì có bấy nhiêu chữ số 0 ở mẫu số).

Tiếp theo GV hướng dẫn HS phân tích loại số mới này : Số thập phân gồm 2 phần : Phần nguyên và phần thập phân, hai phần này ngăn cách nhau bởi dấu phẩy, những chữ số đứng bên trái dấu phẩy thuộc về phần nguyên, những chữ số đứng bên phải dấu phẩy thuộc phần thập phân.



### 5.2.2. Hàng của số thập phân, đọc, viết số thập phân

Để giúp HS hiểu được vị trí của các hàng và quan hệ giữa các đơn vị của 2 hàng liền nhau của 1 số thập phân ta cần dựa vào những kiến thức về số tự nhiên, cấu tạo thập phân của số và quan hệ của các hàng trong hệ đếm thập phân mà HS đã được học. Bên cạnh đó những hiểu biết về phân số cũng sẽ giúp HS hiểu kĩ hơn về các hàng của phần thập phân như : Hàng phần mười, hàng phần trăm, hàng phần nghìn...

Khi dạy nội dung này, GV sẽ hướng dẫn HS phân tích VD trong sách giáo khoa (phân tích số thập phân 375,406) : Chỉ ra phần nguyên, phần thập phân của số thập phân đó ; Nêu từng hàng của phần nguyên, bắt đầu từ hàng cao nhất; Nêu từng hàng của phần thập phân, bắt đầu từ hàng phần mười. Từ đó hướng dẫn HS tự rút ra nhận xét về mối quan hệ giữa các đơn vị của hai hàng liền nhau như trong bảng sau :

Số thập phân	3	7	5	,	4	0	6
Hàng	Trăm	Chục	Đơn vị		Phần mười	Phần trăm	Phần nghìn
<i>Quan hệ giữa các đơn vị của hai hàng liền nhau</i>	<i>Phần nguyên</i> : Mỗi đơn vị của một hàng bằng 10 đơn vị của hàng thấp hơn liền sau. <i>Phần thập phân</i> : Mỗi đơn vị của một hàng bằng $\frac{1}{10}$ (hay 0,1) đơn vị của hàng cao hơn liền trước.						

Sau khi HS đã nắm chắc được vị trí của các hàng thập phân thì phải hướng dẫn HS đọc, viết số thập phân.

### 5.2.3. Số thập phân bằng nhau

Dựa trên những kiến thức của HS về số đo độ dài và quan hệ giữa các đơn vị đo. GV hướng dẫn HS nhận xét để biết :  $9dm = 90cm$ ,

$$\text{mà } 9dm = \frac{9}{10}m ; 90cm = \frac{90}{100}m$$

$$9dm = 0,9m ; 90cm = 0,90m \text{ nên } 0,9m = 0,90m.$$

$$\text{Vậy } 0,9 = 0,90 \text{ hoặc } 0,90 = 0,9.$$

Sau đó yêu cầu HS tự rút ra nhận xét :

- Nếu viết thêm chữ số 0 vào bên phải phần thập phân của một số thập phân thì được một số thập phân bằng nó.

- Nếu một số thập phân có chữ số 0 ở tận cùng bên phải phần thập phân thì khi bỏ chữ số 0 đó đi, ta được một số thập phân bằng nó.

### 5.2.4. So sánh số thập phân

Khi dạy nội dung này cần phải dựa trên các kiến thức về so sánh các số tự nhiên mà HS đã biết. Từ đó từng bước qua các VD cụ thể giúp HS rút ra bài học. Chẳng hạn, GV sẽ hướng dẫn HS so sánh 5,1m với 4,98m theo các bước :

Viết các số đo bằng m dưới dạng các số đo bằng cm để chuyển các số thập phân thành số tự nhiên :  $5,1\text{m} = 510\text{cm}$ ;  $4,98\text{m} = 498\text{cm}$ .

So sánh số tự nhiên 510 với 498 để có  $510 > 498$ .

Khi đó,  $510\text{cm} > 498\text{cm}$ . Do đó  $5,1\text{m} > 4,98\text{m}$ . Vậy  $5,1 > 4,98$ .

Từ đó yêu cầu HS tự rút ra quy tắc so sánh hai số thập phân.

#### 5.2.5. *Viết các số đo độ dài dưới dạng số thập phân*

Trong phần này thì sách giáo khoa mới không đưa ra bảng đơn vị đo độ dài như trong sách giáo khoa cải cách mà chỉ có phần bài tập, những bài tập này yêu cầu HS chuyển đổi các đơn vị đo độ dài từ lớn đến bé hoặc từ bé đến lớn. Để chuyển đổi các đơn vị đo được chính xác thì HS phải nắm được mối quan hệ của từng đơn vị đo đối với đơn vị liền sau (nếu có) và đối với đơn vị liền trước (nếu có), nghĩa là phải nắm được : Mỗi đơn vị đo độ dài bằng 10 đơn vị liền sau và bằng  $\frac{1}{10}$  (hay 0,1) đơn vị liền trước.

#### 5.2.6. *Viết các số đo khối lượng dưới dạng số thập phân*

Cũng tương tự như phần nội dung trên, sách toán 5 mới không đưa ra bảng đơn vị đo khối lượng như trong sách cải cách. Do đó, cũng không có phần nhận xét mối quan hệ của từng đơn vị đo đối với đơn vị liền sau và đơn vị liền trước mà chỉ có phần bài tập. Dựa vào việc giải quyết những bài tập đó HS sẽ tự nhận biết cách chuyển đổi giữa các đơn vị đo khối lượng, biết viết các số đo khối lượng dưới dạng số thập phân.

#### 5.2.7. *Viết các số đo diện tích dưới dạng số thập phân*

Thông qua việc làm bài tập HS sẽ chủ động biết được cách chuyển đổi giữa các đơn vị đo diện tích và mối quan hệ giữa các đơn vị đo diện tích (mỗi đơn vị đo diện tích bằng 100 đơn vị liền sau và bằng  $\frac{1}{100}$  (hay 0,01) đơn vị liền trước. Trong sách toán 5 mới thì các đơn vị đo diện tích và bảng đơn vị đo diện tích đã được giới thiệu ở phần trước đó, giúp HS dễ dàng hơn khi học nội dung viết các số đo diện tích dưới dạng số thập phân. Ngoài ra sau phần nội dung này là phần luyện tập chung, trong đó bao gồm bài tập về chuyển đổi các số đo độ dài, khối lượng, diện tích (Sách cải cách không có).

#### 5.2.8. *Các phép tính về số thập phân*

Vấn đề trọng tâm của nội dung này là kỹ thuật tính, mà điều quan trọng là cách đặt dấu phẩy trong các kết quả tính.

##### a) *Phép cộng hai số thập phân*

GV hướng dẫn HS thực hiện các VD trong sách giáo khoa Toán 5. Hướng dẫn HS tìm phép tính giải bài toán để dẫn tới việc cộng hai số thập phân mà phần thập phân có số chữ số bằng nhau ( $1,54 + 1,72 = ?$  (m)), hay tìm phép tính giải bài toán để dẫn tới việc cộng hai số thập phân mà phần thập phân và phần nguyên đều có số chữ số không bằng nhau ( $8,74 + 14,9 = ?$  (dm)). Sau đó hướng dẫn HS chuyển các phép tính với số thập phân về các phép tính với số tự nhiên (bằng cách đổi các đơn vị đo từ m ra cm, từ dm ra mm), sau đó tìm kết

qua phép tính rồi đưa kết quả trở lại các đơn vị đo ban đầu, từ đó có kết quả của phép cộng 2 số thập phân.

Qua các VD đó tiến hành so sánh và phân tích để rút ra kết luận về cộng 2 số thập phân.

Khi làm bài tập HS sẽ rút ra nhận xét : Khi đổi chỗ hai số thập phân trong một tổng thì tổng không thay đổi ( $a + b = b + a$ ), tức là phép cộng các số thập phân có tính chất giao hoán.

*Chú ý* : Tổng nhiều số thập phân, qua các VD cụ thể HS sẽ hiểu rằng tính tổng nhiều số thập phân tương tự như tính tổng hai số thập phân. Bên cạnh đó khi làm bài tập HS sẽ rút ra nhận xét : Muốn cộng một tổng hai số với số thứ ba, ta có thể cộng số thứ nhất với tổng của hai số còn lại :  $(a + b) + c = a + (b + c)$ , tức là phép cộng các số thập phân có tính chất kết hợp.

### b) Phép trừ hai số thập phân

GV hướng dẫn HS giải bài toán VD trong sách giáo khoa ngược với bài toán trong bài “cộng hai số thập phân”, để dẫn tới phép trừ hai số thập phân mà phần thập phân có số chữ số bằng nhau (VD :  $3,62 - 1,54 = ?(m)$ ). Sau đó bằng cách đổi đơn vị đo để chuyển phép trừ các số thập phân về phép trừ các số tự nhiên quen thuộc, sau khi tìm được kết quả thì đưa kết quả trở lại đơn vị đo ban đầu. Từ đó, có phép trừ hai số thập phân ( $3,62 - 1,54 = 2,08$ ).

Thông qua các VD đó hướng dẫn HS tự rút ra quy tắc trừ một số thập phân cho một số thập phân.

Khi làm bài tập về phép trừ các số thập phân, HS sẽ rút ra nhận xét :

$$a - b - c = a - (b + c).$$

c) *Phép nhân* : Nội dung phép nhân số thập phân sẽ đi từ trường hợp đơn giản đến trường hợp phức tạp, tức là nhân số thập phân với số tự nhiên rồi đến nhân số thập phân với số thập phân.

*Nhân một số thập phân với một số tự nhiên* : Thông qua việc giải các VD cụ thể để rút ra quy tắc.

*Nhân một số thập phân với 10 ; 100 ; 1000 ; ...* : Nội dung này nhằm hướng dẫn HS cách nhân nhằm một số thập phân với 10 ; 100 ; 1000 ; .... trước hết dựa vào quy tắc nhân một số thập phân với một số tự nhiên yêu cầu HS thực hiện các phép nhân một cách bình thường. Sau đó qua một vài VD rút ra quy tắc.

*Nhân một số thập phân với một số thập phân* : Dựa vào kiến thức đã học và qua việc làm một số VD để rút ra quy tắc.

Khi làm các bài tập thuộc nội dung này HS sẽ được biết phép nhân có tính chất giao hoán ( $a \times b = b \times a$ ) và tính chất kết hợp ( $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ).

#### d) Phép chia

Chia một số thập phân cho một số tự nhiên : Qua việc hướng dẫn thực hiện bài toán với số đo độ dài trong sách giáo khoa được viết dưới dạng số thập phân, từ đó hình thành ý nghĩa của phép chia (là phép tính ngược của phép nhân) và hình thành bước đầu quy tắc thực hành chia một số thập phân cho một số tự nhiên. Chẳng hạn, sau khi có phép tính giải  $(8,4 : 4 = ? \text{ (m)})$  ta sẽ đổi đơn vị đo từ lớn đến nhỏ sao cho số đo độ dài được viết dưới dạng số tự nhiên ( $8,4\text{m} = 84\text{dm}$ ), rồi thực hiện phép chia số tự nhiên cho số tự nhiên ( $84 : 4 = 21\text{dm}$ ). Cuối cùng ta sẽ đưa kết quả trở lại đơn vị đo ban đầu ( $21\text{dm} = 2,1\text{m}$ ). Khi đó  $8,4 : 4 = 2,1\text{m}$ , tiến hành đặt phép tính và thử lại với phép nhân số thập phân với số tự nhiên. Từ đó rút ra quy tắc.

Chia một số thập phân cho 10 ; 100 ; 1000 ; ... : Từ các VD, HS tự rút ra nhận xét từ đó rút ra quy tắc.

Chia một số tự nhiên cho một số tự nhiên, thương tìm được là một số thập phân. Cũng như các nội dung trên, qua các VD cụ thể để rút ra quy tắc chung.

Chia một số tự nhiên cho một số thập phân : Trước khi vào nội dung chính của bài HS làm một số phép tính và đưa ra nhận xét : Khi nhân số bị chia và số chia với cùng một số khác số 0 thì thương không thay đổi. Tiếp đó tiến hành làm bài toán, nêu phép tính giải bài toán (sẽ có dạng một số tự nhiên chia cho một số thập phân).

VD :  $87 : 14,5 = ?$ .

Hướng dẫn HS chuyển phép chia đó thành phép chia một số tự nhiên cho một số tự nhiên (mà thương không thay đổi) dựa vào nhận xét ở đầu bài, khi đó sẽ có :  $87 : 14,5 = (87 \times 10) : (14,5 \times 10)$ . Suy ra  $87 : 14,5 = 870 : 145$ . Sau đó cho HS nhận xét để biết : Ta chuyển phép chia một số tự nhiên cho một số thập phân thành phép chia một số tự nhiên cho một số tự nhiên bằng cách : Thêm vào bên phải số bị chia một số chữ số 0 bằng số chữ số ở phần thập phân của số chia, rồi bỏ dấu phẩy ở số chia và thực hiện phép chia như chia các số tự nhiên.

Hướng dẫn HS làm thêm VD rồi rút ra quy tắc.

Chia một số thập phân cho một số thập phân

GV hướng dẫn HS từng bước để có thể chuyển phép chia  $23,56 : 6,2$  thành phép chia  $235,6 : 62$ . Sau đó HS sẽ tự đưa ra nhận xét cụ thể thông qua VD đó : Ta chuyển  $23,56 : 6,2$  thành  $235,6 : 62$  bằng cách chuyển dấu phẩy của số bị chia sang bên phải một chữ số bằng số chữ số ở phần thập phân của số chia rồi bỏ dấu phẩy ở số chia và thực hiện phép chia như chia cho số tự nhiên. HS sẽ vận dụng nhận xét trên để thực hiện phép tính ở các VD khác. Từ đó rút ra quy tắc.

Tỉ số phần trăm : Qua các VD cụ thể HS biết được tên gọi, cách viết kí hiệu %, cách đọc và cách tính tỉ số phần trăm.

Thông qua việc lập tỉ số là  $25 : 100$  hay  $\frac{25}{100}$ , từ đó giới thiệu : Tỉ số đó viết là 25%,

đọc là hai mươi lăm phần trăm. Sau đó hướng dẫn HS nêu ý nghĩa về tỉ số phần trăm của hai số : Tỉ số phần trăm của hai số chỉ rằng : Nếu một số được coi gồm 100 phần bằng nhau thì số kia gồm bao nhiêu phần như thế. Từ đó rút ra quy tắc.

*Giải toán về tỉ số phần trăm* : Muốn tìm tỉ số phần trăm của hai số thì trước tiên ta phải tìm thương của hai số đó, rồi nhân thương đó với 100 và viết thêm kí hiệu % vào bên phải tích tìm được.

Phần nội dung này nhằm giúp HS củng cố kiến thức về tỉ số phần trăm và hiểu được ý nghĩa của việc học tỉ số phần trăm.

*Giới thiệu máy tính bỏ túi* : Giới thiệu cho HS biết một số chức năng cơ bản của máy tính bỏ túi như tính nhanh kết quả các phép tính và sử dụng máy tính bỏ túi để giải toán về tỉ số phần trăm.

## 6. Các dạng bài tập về số thập phân

### 6.1. Cơ sở để phân loại các dạng bài tập về số thập phân

Tiến hành thống kê toàn bộ bài tập (Số thập phân, các phép tính về số thập phân) của sách giáo khoa toán lớp 5 mới. Qua đó dựa trên các đặc điểm tương đồng của các bài tập về cách giải, chúng tôi phân hệ thống bài tập này thành từng dạng bài cụ thể. Trên cơ sở đó chúng tôi đã đưa ra PPDH phù hợp với từng dạng bài và trình độ nhận thức của HS.

### 6.2. Các dạng bài tập và các phương pháp dạy học

#### 6.2.1. Bài tập về đọc, viết, cấu tạo thập phân của số thập phân

Dạng này gồm các bài tập đọc, viết số thập phân và những bài tập liên quan đến cấu tạo thập phân của số thập phân (phân tích số). Nhằm củng cố những kiến thức lí thuyết đã học về khái niệm số thập phân, hàng của số thập phân...

Để HS làm tốt được những bài tập thuộc dạng này thì GV phải yêu cầu HS học thuộc các quy tắc sau đó yêu cầu các em vận dụng các quy tắc đó vào giải các bài tập.

Trước khi hướng dẫn HS làm các bài tập về phân tích số thập phân GV cần kiểm tra khả năng nắm vững kiến thức về số thập phân của HS. Cụ thể HS phải biết số thập phân gồm 2 phần : phần nguyên và phần thập phân, 2 phần ngăn cách nhau bởi dấu phẩy, bên trái dấu phẩy là phần nguyên, bên phải dấu phẩy là phần thập phân; Nắm vững các hàng của số thập phân; Mỗi số tự nhiên có thể biểu diễn dưới dạng 1 số thập phân có phần thập phân là những chữ số 0; Nếu viết thêm chữ số 0 vào bên phải phần thập phân của 1 số thập phân thì được số thập phân bằng nó, nếu số thập phân có chữ số 0 tận cùng ở bên phải phần thập phân thì khi bỏ chữ số 0 đó đi ta được 1 số thập phân bằng nó.

#### 6.2.2. Dạng toán thực hiện các phép tính trên số thập phân

Những bài toán chỉ có một phép tính cộng hoặc trừ hoặc nhân hoặc chia : Khi DH những bài tập thuộc dạng này GV cần yêu cầu HS nhắc lại các quy tắc cộng, trừ, nhân, chia số thập phân.

*Bài tập 1* : Đặt tính rồi tính :

$$7,8 + 9,6$$

$$34,82 + 9,75$$

$$57,648 + 35,37$$

$$0,9 + 6,3$$

$$40,7 + 8,94$$

$$0,16 + 0,994$$

*Hướng dẫn* : - Bài toán yêu cầu làm gì ?

- Hãy nêu cách đặt tính và thực hiện tính đối với các phép tính trên.

- Hãy đặt tính cho phép tính  $7,8 + 9,6$  ?

- Sau khi đặt tính xong thì thực hiện phép tính như thế nào ?

GV yêu cầu HS tự đặt tính rồi cộng đối với các phép tính còn lại.

*Bài tập 2* : Tính rồi so sánh giá trị của  $a + b$  và  $b + a$ .

$a$	5,7	14,9	0,53
$b$	6,24	4,36	3,09
$a + b$			
$b + a$			

- Hãy so sánh giá trị của  $a + b$  và  $b + a$  ? ( $a + b = b + a$ ).

- Từ đó có nhận xét gì ? (khi đổi chỗ hai số thập phân trong một tổng thì tổng không thay đổi).

- Hay ta nói cách khác là phép cộng có tính chất giao hoán.

- *Những bài tập có từ hai phép tính trở lên* : Khi DH những bài tập thuộc dạng này thì GV cho HS nhắc lại các quy tắc về thứ tự thực hiện các phép tính trong 1 biểu thức. Còn đối với các bài toán yêu cầu tính nhanh thì HS phải vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân và phép cộng một cách linh hoạt sao cho tìm được kết quả một cách nhanh nhất.

*Bài tập 3* : Tính rồi so sánh kết quả :

$a$	$b$	$c$	$(a + b) + c$	$a + (b + c)$
2,5	6,8	1,2		
1,34	0,52	4		

*Bài tập 4* : Tính rồi so sánh kết quả tính :

$a$	$b$	$c$	$a - b - c$	$a - (b + c)$
8,9	2,3	3,5		
12,38	4,3	2,08		
16,72	8,4	3,6		

### Bài tập 5 :

$a$	$b$	$c$	$(a + b) \times c$	$a \times c + b \times c$
24	3,8	1,2		
6,5	2,7	0,8		
8,2	1,8	14,7		

#### 6.2.3. Dạng toán so sánh các số thập phân

*Bài toán về thứ tự các số* : Đây là những bài toán yêu cầu sắp xếp các số cho trước theo thứ tự từ lớn đến bé hay từ bé đến lớn. Khi DH những bài tập thuộc dạng này GV hướng dẫn HS nắm được đặc điểm của các số cần sắp xếp, sau đó tiến hành so sánh các số với nhau và dựa vào đó để sắp xếp chúng theo yêu cầu của đề bài.

*Dạng bài tập so sánh số thập phân* : Khi dạy bài tập thuộc dạng này GV yêu cầu HS nhắc lại quy tắc so sánh số thập phân đã học.

#### 6.2.4. Dạng tìm thành phần chưa biết

Dạng này bao gồm những bài tập thường được cho dưới dạng : tìm  $x$ , điền số thích hợp vào ô trống.... Khi dạy những bài tập thuộc dạng này GV cần cho HS nhắc lại thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức, sau đó tìm cách chuyển chúng thành dạng cơ bản đã học.

*Bài tập* : Tìm  $x$  :

a)  $0,8 \times x = 1,2 \times 10$

b)  $210 : x = 14,92 - 6,52$

*Giải* : a)  $0,8 \times x = 1,2 \times 10$

b)  $210 : x = 14,92 - 6,52$

$0,8 \times x = 12$

$210 : x = 8,4$

$x = 12 : 0,8$

$x = 210 : 8,4$

$x = 15$

$x = 25$

*Hướng dẫn* :

- GV giúp HS đưa ra nhận xét :

Hai biểu thức của bài này có đặc điểm : vế trái là tích (thương) của một số với một chữ ; vế phải là tích (hiệu) của hai số.

a) - GV hướng dẫn HS đưa 2 biểu thức đó về dạng cơ bản bằng cách tính giá trị biểu thức ở vế phải trước.

- Trước hết ta thực hiện phép tính :  $1,2 \times 10$

- Bây giờ bài toán trở thành  $0,8 \times x = 12$ . Đây là bài toán tìm thừa số chưa biết của phép nhân.

- Muốn tìm thừa số chưa biết của phép nhân ta phải làm như thế nào ? (ta lấy tích chia cho thừa số đã biết).

- Hãy tìm  $x$  ? ( $x = 12 : 0,8 = 15$ ).

b) – Để tìm x trước hết phải làm gì ?

Khi đó biểu thức trở thành dạng cơ bản nào ? (*dạng tìm số chia khi biết thương và số bị chia*).

– Muốn tìm số chia ta phải làm như thế nào ?

– Hãy tìm x ?

### 6.2.5. Dạng bài tập đổi các đơn vị đo đại lượng

Đây là dạng bài tập thường gặp khi học số thập phân vì số thập phân là công cụ chủ yếu để biểu diễn số đo đại lượng. Trong chương trình tiểu học thường chỉ yêu cầu đổi số đo đại lượng từ một đơn vị này sang một hàng đơn vị gần nó, tránh những bài tập quá phức tạp. Khi dạy nên yêu cầu HS mỗi khi đổi cần nhắc lại mối quan hệ giữa các đơn vị. Ta có thể hướng dẫn cho HS cách dịch chuyển dấu phẩy khi đổi đơn vị đo như sau : Cứ mỗi lần chuyển sang đơn vị liền sau (liền trước) thì ta dời dấu phẩy sang phải (sang trái) :

– Một chữ số đối với số đo độ dài và đo khối lượng.

– Hai chữ số đối với số đo diện tích.

– Ba chữ số đối với số đo thể tích.

Khi viết số đo độ dài, khối lượng (diện tích hoặc thể tích) mỗi hàng đơn vị ứng với 1 (2 hoặc 3) chữ số.

*Bài tập 1* : Đổi các đơn vị đo sau ra m :

a)  $5,543 \text{ km} = 5543 \text{ m}$       $55,43 \text{ km} = 55430 \text{ m}$       $96 \text{ dam} = 960 \text{ m}$

b)  $9,07 \text{ km} = 9070 \text{ m}$       $9,007 \text{ km} = 9007 \text{ m}$       $0,17 \text{ cm} = 0,0017 \text{ m}$

*Hướng dẫn* :  $5,543 \text{ km} = ? \text{ m}$

– Từ km đến m phải qua ba lần chuyển sang đơn vị liền sau (km → hm → dam → m) nên ta phải dời dấu phẩy sang phải ba chữ số.

Như vậy ta có :  $5,543 \text{ km} = 5543 \text{ m}$ .

– Hoặc hướng dẫn HS khi làm bài có thể viết và tính nhẩm như sau : 5km 5hm 4dam 3m (nhẩm đến đâu dùng đầu bút chì đến đó, đến khi nhẩm đến đơn vị đo cần đổi thì đánh dấu phẩy ngay sau chữ số đầu bút chì đến).

Tương tự như vậy HS tự làm bài vào vở.

*Bài tập 2* : Đổi các đơn vị đo sau :

a)  $23 \text{ km } 168 \text{ m} = 23168 \text{ m}$       $32 \text{ km } 25 \text{ m} = 32025 \text{ m}$

b)  $3 \text{ m } 6 \text{ dm} = 3,6 \text{ m}$       $2 \text{ m } 51 \text{ cm} = 2,51 \text{ m}$

*Hướng dẫn* :  $32 \text{ km } 25 \text{ m} = ? \text{ m}$

Cách nhẩm như sau : 32 km 0 hm 2 dam 5 m, như vậy sẽ có :

$$32 \text{ km } 25 \text{ m} = 32025 \text{ m}$$

Hoặc đổi  $32 \text{ km} = 32000 \text{ m}$ , sau đó lấy  $32000 \text{ m} + 25 \text{ m} = 32025 \text{ m}$  khi đó có thể viết :  $32 \text{ km } 25 \text{ m} = 32025 \text{ m}$ .



### 6.2.6. Các bài tập về giải toán có lời văn

Các bài tập về giải toán có lời văn trong chương này phần lớn là các bài đơn giản, với mục đích chủ yếu là rèn luyện và củng cố cho các em các kiến thức đã học về số thập phân. Trong đó có một số bài mang yếu tố hình học với các số đo là số thập phân.

Khi dạy GV hướng dẫn HS : Đọc và tìm hiểu kỹ đề bài (phải biết rõ bài toán cho cái gì, tìm cái gì) ; phân tích các dữ kiện của bài để biết được mối quan hệ giữa cái đã cho và cái phải tìm ; sau đó hướng dẫn HS tìm phép tính giải và đặt lời giải.

Khi dạy những bài tập thuộc dạng này GV cần khuyến khích HS đưa ra nhiều lời giải khác nhau cho một phép tính. Từ đó sẽ làm tăng khả năng tư duy của HS và giúp các em vận dụng tiếng Việt một cách linh hoạt.

**Bài tập :** Thùng to có 21 lít dầu, thùng bé có 15 lít dầu. Số dầu đó được chia vào các chai như nhau, mỗi chai chứa 0,75lít. Hỏi có tất cả bao nhiêu chai dầu ?

**Tóm tắt :** Thùng to : 21l  
Thùng bé : 15l } ? chai, biết 1 chai : 0,75l.

**Giải :** Tổng số lít dầu ở 2 thùng là :  $21 + 15 = 36$  (l)

Có tất cả số chai dầu là :  $36 : 0,75 = 48$  (chai)

**Hướng dẫn :**

- Yêu cầu HS đọc và tóm tắt bài.
- Muốn biết có tất cả bao nhiêu chai dầu thì ta phải làm như thế nào ? (Ta phải tìm tổng số lít dầu trong hai thùng, sau đó lấy tổng số lít dầu chia cho số lít dầu chứa trong một chai, như vậy sẽ tìm được số chai).

- Yêu cầu HS tự làm bài vào vở.

### 6.2.7. Bài tập về tỉ số phần trăm

Đây là những bài tập yêu cầu tìm giá trị tỉ số phần trăm của một số và tìm một số khi biết giá trị tỉ số phần trăm của nó. Khi dạy những bài tập thuộc dạng này thì GV phải hướng dẫn HS xác định đúng yêu cầu của bài, nhận biết đặc điểm của loại toán này. Từ đó đưa ra cách giải đúng nhất.

**Bài tập :** Một người bỏ ra 42 000 đồng tiền vốn mua rau. Sau khi bán hết số rau người đó thu được 52 500 đồng. Hỏi :

- a) Tiền bán rau bằng bao nhiêu phần trăm tiền vốn ?
- b) Người đó đã lãi bao nhiêu phần trăm ?

**Tóm tắt :** Tiền vốn : 42 000 đồng

Tiền bán : 52 500 đồng

- a) Tiền bán = ? % tiền vốn
- b) Lãi ? %.

*Giải :* a) Tỉ số phần trăm giữa tiền bán và tiền vốn là :

$$52\ 500 : 42\ 000 = 1,25 = 125\%$$

b) Số phần trăm tiền lãi là :  $125\% - 100\% = 25\%$

*Hướng dẫn :*

- Yêu cầu HS đọc và tóm tắt bài toán.

- Để biết tiền bán bằng bao nhiêu phần trăm tiền vốn thì phải làm như thế nào ?  
(phải lập tỉ số giữa tiền bán và tiền mua).

- Đó cũng chính là tỉ số % của tiền gì ? (đó là tỉ số phần trăm của tiền bán).

- Tiền vốn sẽ là bao nhiêu phần trăm ? (100%).

- Yêu cầu HS tự làm bài.

## **7. Những yêu cầu khi dạy học số thập phân ở tiểu học**

Số thập phân là một kiến thức mới đối với HS, nhưng nó cũng liên quan đến một số kiến thức cũ HS đã học.

Để dạy tốt một kiến thức mới, cần phải xác định đúng kiến thức cơ bản và biết tập trung sức vào việc rèn luyện kiến thức cơ bản đó. Muốn thế, GV phải chuẩn bị thêm các bài tập rèn luyện kiến thức cơ bản để HS làm.

Bên cạnh đó, GV phải chú ý rằng việc hình thành khái niệm số thập phân, các phép tính về số thập phân chủ yếu vẫn dựa vào phép đo đại lượng.

Sau khi học số thập phân HS cần đạt được các yêu cầu cơ bản sau : Nắm được khái niệm số thập phân, biết đọc, viết, so sánh các số thập phân ; Biết thực hiện các phép tính trên số thập phân ; Biết tính tỉ số phần trăm ; Biết đổi các số đo đại lượng ra số thập phân ; Biết giải các bài toán có những số liệu là số thập phân.

Tăng cường rèn luyện kĩ năng thực hành tính theo quy tắc tính, trong đó có một số quy tắc tính nhẩm.

Đồng thời khi DH số thập phân GV cũng phải sử dụng linh hoạt nhiều hình thức và PPDH để thu hút mọi HS vào hoạt động-DH.

GV cần nêu vấn đề cho HS cùng suy nghĩ, giải quyết và tổ chức cho HS làm việc cá nhân theo nội dung bài học phù hợp với năng lực từng HS, tổ chức cho HS làm việc theo nhóm... Từ đó, phát huy tính tích cực, chủ động học tập của HS.

## §5. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ ĐẠI SỐ

### 1. Biểu thức toán học

Biểu thức toán học không được định nghĩa mà ngầm hiểu rằng biểu thức là một tổ hợp tùy ý những kí hiệu sắp xếp theo đúng quy tắc “ngữ pháp” rút ra từ bảng chữ cái, chữ số và các kí hiệu sau :

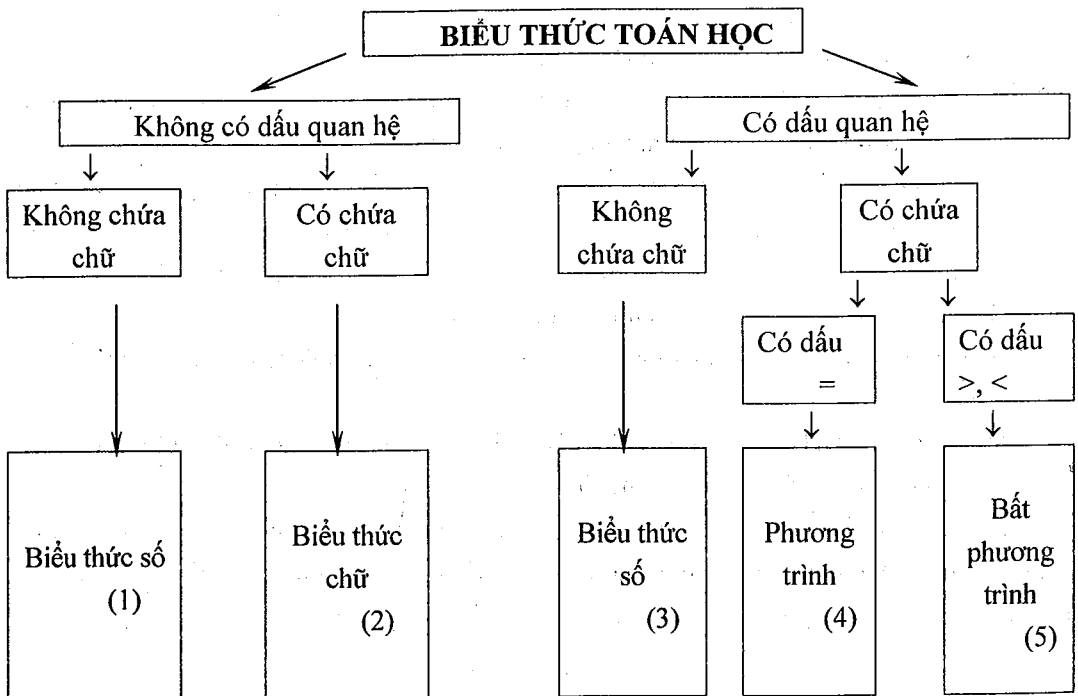
$a, b, c, \dots, x, y; 0, 1, 2, \dots, 9; +, -, \times, :; >, <, =; (, [ , \dots$

Các kí hiệu này gồm các chữ cái La tinh  $a, b, c, \dots, x, y, \dots$ ; các chữ số  $0, 1, 2, \dots, 9$ ; các phép tính  $+, -, \times, :;$ ; các dấu quan hệ ( $<, >, =$ ); các dấu ngoặc  $(, [ , \dots$

Nói cách khác thì biểu thức toán học là cách viết chỉ rõ các phép toán và thứ tự thực hiện các phép toán đó trên các số và các chữ.

### 2. Phân loại biểu thức toán học

Có thể phân loại biểu thức toán học theo sơ đồ sau :



Trong chương trình Toán tiểu học có hai loại biểu thức :

#### 2.1. Biểu thức số

Là biểu thức gồm các số liên kết bởi các dấu của phép tính, kết quả của biểu thức số là một giá trị được xác định cụ thể bằng số.

## 2.2. Biểu thức chữ

Là các biểu thức mà trong đó ngoài các số còn có các chữ, mỗi chữ là một đại lượng biến thiên đại diện cho một tập hợp giá trị gọi là *biến số*; các chữ trong biểu thức chứa chữ có thể đại diện cho một số không biến đổi trong quá trình đang xét và được gọi là *hằng số*.

Kết quả của biểu thức chữ không phải là một giá trị cụ thể bằng số mà chỉ khi ta cho biến số một giá trị thì biểu thức chứa chữ mới có một giá trị xác định tương ứng gọi là *giá trị của biểu thức*.

## 3. Tính giá trị của biểu thức

Giá trị của biểu thức được tính theo một thứ tự nhất định : Nếu biểu thức không có dấu ngoặc đơn và chỉ có phép tính cộng, trừ hoặc nhân, chia thì ta thực hiện lần lượt từ trái sang phải.

Nếu biểu thức không có dấu ngoặc đơn và có các phép tính cộng, trừ, nhân, chia thì thực hiện lần lượt nhân, chia trước, cộng, trừ sau.

Nếu biểu thức có dấu ngoặc thì thực hiện trong ngoặc trước nhưng phải theo quy tắc trên.

$$\text{VD : Tính giá trị của biểu thức : } (107 + 93) : 100 \times 75 : 10 = 200 : 100 \times 75 : 10 \\ = 2 \times 75 : 10 = 150 : 10 = 15$$

*Rèn luyện kỹ năng thực hiện các phép tính* là HS tiến hành thực hành, luyện tập tính giá trị các biểu thức, so sánh, biến đổi biểu thức, thực hiện các phép tính... dưới sự tổ chức hoặc hướng dẫn của GV.

DH là quá trình hoạt động chung giữa GV và HS, HS là trung tâm, GV là người chỉ đạo, hướng dẫn, kiểm tra, theo dõi. DH là bao gồm hoạt động học của HS và hoạt động dạy của GV.

## 4. Nội dung dạy học biểu thức ở tiểu học

Nội dung các yếu tố đại số, bao gồm các vấn đề sau : Biểu thức (số và chữ) ; Đẳng thức ; Phương trình và các bài tập có dạng phương trình đơn giản ; Bất đẳng thức (so sánh số và biểu thức số) ; Bất phương trình và các bài tập có dạng bất phương trình đơn giản ; Vấn đề dùng chữ thay số.

## 5. Mức độ dạy học nội dung biểu thức ở tiểu học

Chương trình môn Toán ở cấp Tiểu học gồm 5 tuyến kiến thức chính được dạy đan xen với nhau và nội dung biểu thức có mặt ở hầu hết các tuyến kiến thức đó, nó được phân bố đều tất cả các lớp từ lớp 1 đến lớp 5 với mức độ như sau :

### 5.1. Lớp 1

Ở các yếu tố số học nội dung biểu thức được làm quen với dạng câu hỏi "*nhiều hơn, ít hơn*"; các bài tập về so sánh hai số như điền dấu "<", ">", "=" vào ô trống.

## 5.2. Lớp 2

Xuất hiện dạng tìm  $x$  dưới dạng tìm thành phần chưa biết của phép tính, xuất hiện các thuật ngữ: Số hạng, tổng, số bị trừ, số trừ, hiệu, tích, thương... Tìm thừa số của phép nhân, tìm số bị chia.

VD: Tìm  $x$  biết:  $x + 3 = 9$ ;  $x - 8 = 19$

$$x \times 3 = 12; 3 \times x = 15$$

$$x : 2 = 3; 36 : x = 9.$$

Các bảng nhân, chia đến 5

Có phát triển thêm các dạng bài tập so sánh các số và các biểu thức số (điền dấu  $>$ ,  $<$ ,  $=$ ) đã có ở lớp một như:  $\square < 4$ ,  $13 < \square < 17$ ;  $75 + 18 = 18 + \square$ ;  $44 + \square = 36 + 44$ .

Nâng cao dạng bài tập tính giá trị biểu thức số có đến hai phép tính cộng, trừ, hoặc nhân, trừ, hoặc nhân, cộng.

VD: Tính:  $25 + 15 - 30 = \dots$ ;  $51 - 19 + 18 = \dots$

$$5 \times 7 - 15 = \dots; 4 \times 8 + 10 = \dots$$

## 5.3. Lớp 3

Phát triển các nội dung đã học ở lớp 1, 2 và có thêm dạng so sánh biểu thức số có chứa ngoặc đơn.

Các thuật ngữ “*Biểu thức*” và “*Tính giá trị của biểu thức*” đã xuất hiện, giới thiệu thứ tự thực hiện các phép tính, so sánh và tính giá trị biểu thức số có đến 3 phép tính.

VD:  $96 : 16 + 9 \times 9$ ;  $91 : 7 - 77 : 11$

Đã bước đầu giới thiệu sơ qua dạng biểu thức số có dấu ngoặc đơn và phép tính trong dấu ( ) là phép nhân.

VD: Tính:  $7 \times 5 \times 2$

## 5.4. Lớp 4

Yếu tố số học, ôn các phép cộng, trừ, nhân, chia, trong phạm vi 1000.

Ôn cách tính giá trị biểu thức có hai phép tính có ngoặc hoặc không có ngoặc trong phạm vi 1000.

Bắt đầu xuất hiện biểu thức có chứa một chữ, hai chữ, ba chữ với các dạng:

$3 + a$ ,  $68 - b$ ,  $9 \times n$ ,  $y : 5$ ,  $a + b$ ,  $a - b$ ,  $a + b + c$ , so sánh giá trị hai biểu thức  $a \times b$  và  $b \times a$ ,  $a : b$ ,  $b : a$ , so sánh giá trị hai biểu thức  $a \times (b + c)$  và  $a \times b + a \times c$ ; So sánh giá trị hai biểu thức:  $a \times (b - c)$  và  $a \times b - a \times c$ .

- Tính giá trị của biểu thức số có nhiều số trong ngoặc.

VD:  $(25 + 37 + 30 + 75 + 63) : 5$

- Tính giá trị của biểu thức có độ phức tạp tăng dần.

VD:  $(873 - 586) \times 3 + (315 + 289)$ ;  $(147 + 253 \times 3 + 108) : 3$

- Tính giá trị của biểu thức phối hợp các phép tính +, -, ×, : .

VD :  $3652 + 485 : 5 - 78 \times 6 ; (456 + 146 \times 4 - 388)$

- Các dạng giải phương trình đơn giản dưới dạng tìm x.

VD : Tìm x biết :  $x - 306 = 404 ; x : 104 = 635 \times 2 ; x : 2 : 3 = 2 \times 3 ;$   
 $x : 305 = 642 + 318 ; \dots$

- Các bất phương trình đơn giản được đưa vào dưới dạng như sau :

VD :  $x < 3 ; 32 < x < 36 ; 9932 < x < 9936.$

Dạng :  $x - 7 < 3 ; 6 < x + 2 < 8 ; x \times 8 < 48.$

Số học : So sánh, phân tích các số đến lớp tỉ.

Tính nhẩm biểu thức có hai phép tính cộng, trừ hoặc trừ, nhân, hoặc trừ, chia ; cộng, chia, có hoặc không có ngoặc.

So sánh và sắp xếp thứ tự các số tự nhiên.

Biểu thức chứa hai chữ  $a + b, a - b$

Tính chất giao hoán của phép cộng  $a + b = b + a$

Biểu thức có chứa ba chữ  $a + b + c, a \times b \times c$

Tính chất kết hợp của phép cộng  $(a + b) + c = a + (b + c)$

Biểu thức có chứa một chữ, áp dụng đưa ra công thức tính chu vi hình vuông.

Tính chất giao hoán, kết hợp của phép nhân.

Tính chất nhân một số với một tổng :  $a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$

Nhân một số với một hiệu :  $a \times (b - c) = a \times b - a \times c.$

### 5.5. Lớp 5

Mở rộng các vấn đề đã được học ở lớp 4 ra số thập phân và phân số.

VD : Tính :  $\left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) - \frac{1}{3} ;$

Tìm  $\frac{a}{b}$  biết :  $\frac{a}{b} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

Tính :  $(2,7 + 1,35) + 0,8 ; 2,7 + (1,35 + 0,8)$

Tìm x biết :  $x - 4 = 8 ; (x + 4) : 3,2 = 3$

Ngoài ra còn xuất hiện nhiều dấu ngoặc đơn khi tính giá trị biểu thức :

VD : Tính nhanh :  $(792,81 \times 0,25 + 792,81 \times 0,75) \times (11 \times 9 - 900 \times 0,1 - 9)$

Nội dung tính giá trị biểu thức có chứa phân số với tử số và mẫu số của phân số có mức độ phức tạp từ thấp đến cao.

VD : Tính nhanh : a)  $\frac{3 \times 4}{12 \times 8} ; \frac{4 \times 5 \times 6}{12 \times 15 \times 18}$

b)  $\frac{2242,82 : 100 + 37411,8 : 1000}{25 \times 14,96 \times 16}$

c)  $\frac{4,8 \times 0,5 + 16 \times 0,25 + 20 : 10}{4200 \times 0,02}$

Các dạng tìm x cũng phức tạp dần lên.

Các thuật ngữ “*đẳng thức, bất đẳng thức, phương trình, giải bất phương trình, giải phương trình*” không được dùng ở cấp Tiểu học. Với việc giải phương trình, bất phương trình (thông qua việc chuyển đổi các vế khi tính giá trị của một biểu thức), giải toán bằng cách lập phương trình cho các bài toán có lời văn, tạo cơ sở để thực hiện tìm nghiệm của các phương trình có chứa chữ, chuẩn bị cho việc giới thiệu các tính chất : Giao hoán, kết hợp của các phép tính sẽ được học ở các bậc học trên. Ngoài ra, việc học các yếu tố số học đã đề cập cũng giúp cho HS ngày càng nâng cao, rèn luyện được kỹ năng tính toán, tính nhẩm, tính nhanh, các thao tác chuyển đổi về các số hay chữ của một biểu thức.

## 6. Mục tiêu dạy học biểu thức ở tiểu học

Thông qua việc thực hiện các phép tính các em sẽ được làm quen, nắm được cơ sở lý luận của các biện pháp tính, thực hiện các biện pháp tính một cách hợp lý và thông minh.

Rèn luyện kỹ năng tính nhanh và tính nhẩm.

Cũng qua việc thực hành, luyện tập giúp HS làm quen với các tính chất của phép tính, như khi tính nhanh :  $35 + 18 + 25$ , ta tính  $35 + 25$  trước rồi cộng với 18 đó là áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng.

Việc dạy các biểu thức có chứa hai chữ, ba chữ góp phần quan trọng để chuẩn bị cho HS khả năng khái quát hoá các tính chất và quy tắc tính toán dưới dạng các công thức chữ như :  $a + b = b + a$ ;  $(a + b) + c = a + (b + c)$ ;  $a \times b = b \times a$ ;  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ;  $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$ ;  $S = a \times b$ .

Trên cơ sở những kiến thức về số học, bước đầu cho HS biết dùng chữ thay số, hình thành khái niệm biểu thức số học, khái niệm biểu thức đại số, biến số, giá trị của biểu thức đại số, HS biết dùng các kí hiệu toán học để biểu diễn các quan hệ so sánh giữa các số, diễn đạt quan hệ giữa các biểu thức thành công thức (để khái quát hoá các mệnh đề toán học) và thành phương trình và bất phương trình đơn giản. Giúp HS nắm được PP giải và có kỹ năng giải các phương trình và bất phương trình đơn giản bằng các PP phù hợp với tiểu học.

Giúp HS nắm chắc và vận dụng tương đối thành thạo các thuật toán để thực hiện tốt, ít sai lầm về bốn phép tính số học trên tập hợp các số tự nhiên và các số thập phân.

Đối với các lớp trên, biết vận dụng sáng tạo các thuật toán vào một số trường hợp để hợp lý việc tính toán, thực hiện thành thạo các phép tính đối với các số đo đại lượng (bao hàm cả việc chuyển đổi đơn vị trước khi tính toán).

Bước đầu biết sử dụng hợp lý kí hiệu thay số cần tìm và diễn đạt điều kiện bài toán thành phương trình để giải (cả bài hoặc một phần bài toán).

*Tóm lại*, việc dạy các yếu tố đại số ở tiểu học có hai mục đích chính :

a) *Góp phần củng cố và làm phong phú các tài liệu số học*, đảm bảo việc nâng cao mức độ khái quát của các kiến thức đã học, từng bước nâng cao trình độ tư duy trừu tượng, năng lực khái quát hoá của HS, gây hứng thú say mê, tự giác tìm tòi, học hỏi của các em... Trong chương trình Toán tiểu học, các yếu tố đại số luôn luôn được dạy xen kẽ với các tuyến kiến thức khác. Chúng hỗ trợ lẫn nhau để làm cơ sở lí luận hình thành nên một khái niệm mới nào đó của tuyến kiến thức khác, làm cho tiết dạy đạt hiệu quả cao hơn, việc nắm bắt kiến thức của HS cũng diễn ra một cách tự nhiên, có khoa học, làm cho tiết học sinh động hơn.

VD : Khi dạy tính nhẩm :  $48 \times 11$

Áp dụng cách phân tích cấu tạo số ta có :  $11 = 10 + 1$  nên  $48 \times 11 = 48 \times (10 + 1)$

Áp dụng tính chất một số nhân với một tổng :

$$48 \times 11 = 48 \times (10 + 1) = (48 \times 10) + (48 \times 1) = 480 + 48 = 528$$

b) *Chuẩn bị cơ sở ban đầu cho việc học đại số ở cấp Trung học cơ sở*

Quá trình dạy các yếu tố đại số là quá trình tích lũy các biểu tượng, cho HS tiếp xúc dần với các đẳng thức, bất đẳng thức, bất phương trình, phương trình và nghiệm của phương trình, bất phương trình đơn giản. Tiếp tục làm cơ sở để rèn luyện kĩ năng thực hiện các phép tính khi tính giá trị biểu thức, tập chọn các giá trị thích hợp trong tập hợp, giải toán bằng cách lập phương trình, giải hệ phương trình, tìm nghiệm hệ bất phương trình...

Làm quen dần với tương quan hàm số. Đưa việc học các yếu tố đại số cũng giúp hình thành kĩ năng tính toán để làm các bài toán trên dãy số... Ngoài ra mục tiêu DH biểu thức còn được thể hiện ở các tuyến kiến thức khác như đo đại lượng,...

## 7. Phương pháp dạy học nội dung biểu thức

Do đặc tính tâm sinh lí của HS tiểu học mà chương trình sách giáo khoa cũng như quá trình giảng dạy, truyền thụ kiến thức cho HS, chúng ta đều phải kết hợp nhiều PP cùng một lúc. Đặc biệt thường xuyên dùng PP trực quan và PP thuyết trình giúp các em làm quen dần với đồ vật, thế giới xung quanh...

Tóm lại, để dạy và học tốt các nội dung biểu thức thì thường áp dụng, xen kẽ các PP truyền thống và PP hiện đại như sau : PP vấn đáp ; PP giảng giải ; Trò chơi sư phạm ; PP tự phát hiện ; PP thực hành luyện tập ; PPDH giải quyết vấn đề ; PP thảo luận nhóm...

## 8. Dạy học tính giá trị biểu thức

### 8.1. Nội dung, mức độ dạy học vấn đề biểu thức ở lớp 4

Chương trình Toán lớp 4 có 175 tiết (5 tiết  $\times$  35 tuần) gồm các nội dung và mức độ sau :

8.1.1. *Nội dung, mức độ dạy học vấn đề biểu thức thể hiện ở tất cả các tuyến kiến thức ở môn Toán lớp 4*

Ứng với vòng các số có nhiều chữ số bao gồm các số tự nhiên đến lớp triệu, cộng, trừ, nhân, chia, viết các số có nhiều chữ số và các kiến thức có liên quan như sau :



*Các yếu tố số học, đại số* : Ôn tập bốn phép tính trong phạm vi 1000 (Phép cộng, trừ, nhân, chia) ; Biểu thức có chứa một chữ : Bài tập tính giá trị biểu thức có dạng :  $3 + a$ ,  $a + 3$ ,  $68 - b$ ,  $9 \times n$ ,  $135 : x$ ,  $a : 6$  ; Tìm thành phần chưa biết của phép tính ; Tìm số hạng chưa biết của một tổng, tìm thừa số chưa biết của một tích, tìm số trừ hoặc số bị trừ của một hiệu, tìm số chia hoặc số bị chia của một thương ; Giới thiệu thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức ; Thực hành tính giá trị biểu thức số có hai, ba phép tính có hoặc không có ngoặc đơn, bốn phép tính không có ngoặc đơn; Biểu thức có chứa hai chữ có dạng :  $a + b$ ,  $a - b$ ,  $a \times b$ ,  $a : b$  ; Tính chất giao hoán của phép cộng; Biểu thức có chứa ba chữ có dạng :

$$a + b + c, a + (b + c), a \times b \times c, a \times (b + c), (a + b) + c, a - b - c, (a + b) \times c ;$$

Tính chất kết hợp của phép cộng ; Tính chất giao hoán, kết hợp của phép nhân; Các phép về một phân số ; So sánh hai phân số ; Vẽ thu nhỏ đoạn thẳng trên giấy.

So sánh số tự nhiên, bốn phép tính cộng, trừ, nhân, chia số tự nhiên (*Cộng* : cộng hai số có nhiều chữ số, tổng của nhiều số ; *Trừ* : trừ hai số có nhiều chữ số ; *Nhân* : nhân với số có một chữ số, tích các số có tận cùng bằng chữ số 0, một số nhân với một tổng, một số nhân với một hiệu, nhân với số có hai chữ số, nhân nhẩm với 11, nhân nhẩm với 9, nhân với số có ba chữ số ; *Chia* : chia cho số có một chữ số, chia cho số có hai chữ số, chia cho số có ba chữ số, một số chia cho một tích).

*Giải toán* : Bài toán hợp với 3, 4 phép tính trong đó có một số loại toán điển hình như :

Dạng “*Tìm số trung bình cộng của nhiều số*” có dạng :  $\frac{a + b + c}{3}$  ;  $\frac{a \times m + b \times n}{m + n}$

Dạng “*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*”, “*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó*”, “*Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó*”.

*Hình học* : Chu vi là tổng độ dài các cạnh của một hình; Đưa ra công thức tính chu vi hình chữ nhật :  $P = (a + b) \times 2$  ; Chu vi hình vuông :  $P = a \times 4$  ; Giới thiệu diện tích của một hình ; Công thức tính diện tích hình chữ nhật :  $S = a \times b$  ; Diện tích hình vuông :  $S = a \times a$ .

*Đại lượng đo lường* : Đã được học, thực hành các kĩ năng thực hiện các phép tính số học với các số đo đại lượng như số đo độ dài : km, hm, dam, m, dm, cm, mm; số đo khối lượng : tấn, tạ, yến, kg, hg, dag, g ; Số đo thời gian như : giây, thế kỉ ; Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia với các số đo đại lượng, so sánh các số đo đại lượng; giới thiệu thêm các phép tính số học với số đo diện tích :  $cm^2$ ,  $dm^2$ ,  $mm^2$ ,  $m^2$ .

Trong chương trình, HS được học vòng các số đến 1 000 000, học cách nhân, chia với 10, 100, 1000... giới thiệu các dấu hiệu chia hết cho 2, 3, 5, 9 ; Giới thiệu diện tích hình bình hành, cách quy đồng mẫu số các phân số, các phép tính về phân số. Nội dung “đại lượng tỉ lệ thuận”, bài toán về “đại lượng tỉ lệ nghịch” đã được tinh giản.

### 8.1.2. Mục tiêu dạy học biểu thức ở môn Toán lớp 4

Mục tiêu dạy học biểu thức phải nói đến đó là giúp HS tính được giá trị của biểu thức.

*Về số và phép tính* : Biết một số đặc điểm chủ yếu của dãy số tự nhiên ; Biết so sánh các số tự nhiên ; Biết cộng, trừ các số tự nhiên ; Nhân số tự nhiên có đến 5 chữ số với số tự nhiên có 1, 2, 3 chữ số ; Chia số tự nhiên có đến 5, 6 chữ số cho số tự nhiên có 1, 2, 3 chữ số ; Biết tìm một thành phần chưa biết của phép tính khi biết kết quả tính và thành phần kia ; Biết tính giá trị biểu thức số có đến ba dấu phép tính và biểu thức chứa một, hai, ba chữ (dạng đơn giản) ; Biết vận dụng một số tính chất của phép tính để biến đổi các biểu thức đơn giản ; Biết tính nhẩm trong phạm vi các bảng tính, nhân với 10, 100, 1000, ..., chia cho 10, 100, 1000,... nhân số có hai chữ số với 11 ; Bước đầu nhận biết về phân số, so sánh các phân số, liên hệ phân số và phép chia số tự nhiên.

*Về đo lường* : Biết mối quan hệ giữa yến, tạ, tấn với kg, giữa giây, phút, giờ, giữa ngày và giờ, năm và thế kỷ, giữa  $dm^2$  với  $cm^2$ , giữa  $dm^2$  với  $m^2$  ; Biết vận dụng các đơn vị đo đã học trong thực hành.

*Về hình học* : Biết tính diện tích của hình bình hành, tính chu vi hình chữ nhật, chu vi hình vuông, diện tích hình vuông, diện tích hình chữ nhật.

*Về giải các bài toán có lời văn* : Biết giải và trình bày bài giải các bài toán có đến ba bước tính. Trong đó, có bài toán tìm số trung bình cộng, tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng, các bài toán liên quan đến tỉ số.

*Về phát triển ngôn ngữ và tư duy* : Phát triển năng lực phân tích, tổng hợp, khái quát hoá và cụ thể hoá ; Biết diễn đạt các quy tắc, tính chất bằng ngôn ngữ có tính khái quát.

## **8.2. Nội dung bài tập biểu thức trong chương trình môn Toán lớp 4**

*Nội dung về các tập hợp số* : Cấu tạo thập phân của một số ; Thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia với các số tự nhiên, với các số đo đại lượng ; Tính nhanh, tính nhẩm các biểu thức số ; Tìm thành phần chưa biết của phép tính ; Quy tắc cơ bản của các phép tính ; Tính giá trị biểu thức số, thay chữ bằng chữ số, tìm x, y, viết thành biểu thức rồi tính giá trị ; So sánh phân số bằng nhau ; Một số tính chất cơ bản của tập hợp các số tự nhiên ; So sánh biểu thức số, biểu thức chữ, điền số, chữ số, dấu vào ô trống ; Đổi các đơn vị đo ; Tìm độ dài thực tế và độ dài trên giấy khi cho biết tỉ lệ xích hoặc ngược lại tìm tỉ lệ xích.

*Về đại lượng và phép đo đại lượng* : Đơn vị đo độ dài dm, hm ; Chu vi hình chữ nhật, hình vuông ;  $cm^2$ ,  $dm^2$ ,  $mm^2$ ,  $m^2$  ; Diện tích hình chữ nhật, hình vuông ; Yến, tạ, tấn, dag, hg ; Đo thời gian, giây, thế kỉ.

*Về hình học* : Định nghĩa chu vi, diện tích hình chữ nhật, hình vuông và công thức tính.

*Về giải toán* : Các bài toán đơn, các bài toán hợp với các dạng toán điển hình.

## **8.3. Các dạng bài tập về tính giá trị biểu thức trong chương trình Toán lớp 4**

### **8.3.1. Những cơ sở để phân dạng bài tập**

Dựa trên đặc điểm tương đồng của các bài tập toán về cách giải, mục tiêu, để phân hệ thống bài tập thành từng dạng bài cụ thể. Trên cơ sở phân loại đó đưa ra PPDH phù hợp với từng dạng bài và trình độ nhận thức của HS.

### 8.3.2. Nội dung tính giá trị của biểu thức

Được thể hiện ở các dạng bài tập với biểu thức không chứa chữ (biểu thức số) có dấu "=" (phương trình), dấu "<", ">" (bất phương trình); biểu thức có chứa chữ : có dấu "=" (phương trình), có dấu "<", ">" (bất phương trình). Được thể hiện qua các dạng bài tập ở tất cả các tuyến kiến thức như sau :

Các bài tập tính giá trị biểu thức số với một phép tính cộng hoặc trừ hoặc nhân hoặc chia, với từ hai phép tính trở lên có hoặc không có dấu ngoặc đơn; Dạng bài tập điền chữ số, số thích hợp vào dấu \* ; Điền dấu thích hợp vào dấu \*, bài tập phân tích số, các bài tập tính giá trị biểu thức chữ khi cho biết các giá trị cụ thể; Tìm x, y ; Dạng giải phương trình có một hoặc hai phép tính; Tìm thành phần chưa biết của phép tính; Tính giá trị biểu thức chữ có dấu "<", ">" (bất phương trình); Bài tập dùng chữ thay số, hay dùng chữ số thay chữ, bài tập so sánh biểu thức số và biểu thức chữ (có dấu "=" hoặc dấu "<" hoặc dấu ">"), các bài tập tính giá trị biểu thức có mặt ở nội dung hình học : Áp dụng để tính chu vi tam giác, tứ giác, tính chu vi hình chữ nhật, chu vi hình vuông, tính diện tích hình chữ nhật, diện tích hình vuông.

*Các loại toán hợp* : Trong các bài toán hợp có những bài tập tương đồng nhau về cách giải, mục tiêu như các dạng sau : Dạng bài tập "tìm số trung bình cộng của nhiều số" ; Dạng bài tập "tìm hai số khi biết tổng và hiệu số của hai số đó" ; Dạng bài tập "tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó" ; Dạng bài tập "tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó" ; Dạng toán "đại lượng tỉ lệ thuận" ; Dạng toán "đại lượng tỉ lệ nghịch".

Có thể nói nội dung biểu thức ở tiểu học được phát triển, mở rộng dần lên qua từng lớp.

Ở các lớp dưới, lớp 3 mới làm quen thuật ngữ "biểu thức" và thuật ngữ "tính giá trị biểu thức" chưa giới thiệu về thứ tự thực hiện các phép tính của biểu thức số, chưa đưa vào dạng bài tập chứa chữ, lớp 1, 2 mới làm quen ở dạng các phép tính đơn giản.

Ở lớp 4, 5 các em được củng cố, nâng cao hơn, mức độ khó hơn đã xuất hiện nhiều phép tính và có nhiều số trong phạm vi cao hơn.

Ở các lớp dưới làm quen với phương trình ở dạng điền số vào ô trống, lên lớp 2, lớp 3 trở lên đã xuất hiện bài tập chữ với tìm thành phần chưa biết của phép tính (với mức độ một phép tính), lên lớp 4 đã nâng cao hơn với hai phép tính.

### 8.3. Một số biện pháp rèn luyện kỹ năng thực hiện các phép tính cho học sinh lớp 4 thông qua việc dạy biểu thức

#### 8.3.1. Giải một bài toán bằng nhiều cách

a) *Mục tiêu* : Góp phần hình thành và củng cố về tính chất của các phép tính số học, về quan hệ giữa các phép tính số học ; Giúp HS hiểu sâu hơn các mối quan hệ trong biểu thức, nắm vững hơn cấu trúc của bài toán ; Giúp HS so sánh được các cách giải và chọn

được cách giải hay nhất, từ đó tích lũy được nhiều kinh nghiệm để giải toán ; Rèn luyện trí thông minh, óc sáng tạo và khả năng suy nghĩ linh hoạt, phát triển tư duy cho HS.

*VD 1* : Tính kết quả theo nhiều cách :  $12142 + 375 + 428 + 4125 = ?$

Định hướng sự phạm chung cho các bài tính giá trị biểu thức theo nhiều cách :

*Cách 1* : GV hỏi HS

Bài toán trên có đặc điểm gì ? (Bài toán chỉ có phép tính cộng, không có dấu ngoặc đơn).

GV tổ chức cho HS thực hiện tính giá trị của biểu thức rồi đọc kết quả

*Cách 2* : Cách làm trên ta đã cộng lần lượt các số lại với nhau như vậy sẽ rất lâu, vậy phép cộng có các quy tắc hay tính chất nào có thể áp dụng để tính nhanh hơn giá trị của biểu thức trên hay không ? Các số cho trong biểu thức có gì đặc biệt với nhau ?

Từ đó HS sẽ biết vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để được tổng các số có hai chữ số hàng đơn vị tròn chục như sau :

$$12142 + 375 + 428 + 4125$$

$$(12142 + 428) + (375 + 4125) = 12570 + 4500 = 17070$$

*b) Phương pháp dạy học* : Áp dụng PP gợi mở, PP vấn đáp, PP giảng giải, PP thực hành.

*VD 2* : Tính giá trị biểu thức theo hai cách :  $17 \times (2 + 8)$

*Cách 1* : Hướng dẫn giải

GV hỏi HS : phép tính trên có gì đặc biệt ? (có dấu ngoặc đơn)

Vậy để tính giá trị của biểu thức ta làm như thế nào ? (Ta thực hiện phép cộng trong ngoặc trước sau đó làm phép nhân với số tròn chục đã học)

$$17 \times (2 + 8) = 17 \times 10 = 170$$

*Cách 2* : Hướng dẫn giải

Ngoài áp dụng quy tắc thứ tự thực hiện các phép tính, ta thấy biểu thức trên có dạng gì ? (có dạng một số nhân với một tổng).

Vậy vận dụng quy tắc này ta tính giá trị biểu thức này như thế nào ? (thực hiện phép nhân với từng số hạng của tổng sau đó cộng hai kết quả)

$$\text{Giải : } 17 \times (2 + 8) = 17 \times 2 + 17 \times 8 = 34 + 136 = 170$$

### 8.3.2. Biện pháp tính nhanh biểu thức

Đây là biện pháp giúp HS phát triển năng lực tư duy, quan sát nhanh, tìm tòi phát hiện những điểm đặc biệt, những điểm mấu chốt để có thể tính nhanh.

Đa phần các bài tập này ít thực hiện các phép tính theo thứ tự thông thường hoặc đặt bút tính thông thường mà phải lựa chọn, quan sát nhanh để đưa về dạng những biểu thức số hay các tính chất nào đó của phép tính với những con số đặc biệt để tính nhẩm hoặc tính nhanh.

Muốn tính được nhanh, HS phải biết vận dụng linh hoạt và khéo léo các tính chất của phép tính, nắm vững cấu tạo thập phân của số và nhớ được kết quả nhiều phép tính đặc biệt.

VD : Tính nhanh :  $20 - 18 + 16 - 14 + 12 - 10 + 8 - 6 + 4 - 2$

GV cho HS quan sát các con số cho trong bài, hỏi HS các số cho có gì đặc biệt ? (là các số chẵn liên tiếp nhau trong đó hai số là số tròn chục).

Vậy ta có thể áp dụng tính chất của các số chẵn liên tiếp hoặc áp dụng các tính chất của phép cộng, trừ để đưa về tổng hoặc trừ các số tròn chục được không ?

- HS A : Áp dụng tính chất của các số chẵn liên tiếp.

$$(20 - 18) + (16 - 14) + (12 - 10) + (8 - 6) + (4 - 2) \\ = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 5 = 10$$

- HS B : Áp dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để đưa về dạng tổng các số tròn chục.

$$(20 - 10) + (16 - 6) + (12 - 2) - 18 - 14 + 8 + 4 \\ = 10 + 10 + 10 - 18 - 14 + 8 + 4 \\ = (10 + 8) - 18 + (10 + 4) - 14 + 10 \\ = (18 - 18) + (14 - 14) + 10 = 0 + 0 + 10 = 10$$

$$\text{- HS C : } (20 - 18 - 2) + (16 + 4 - 10) + (12 + 8 - 14 - 6) \\ = 0 + 10 + 0 = 10$$

### 8.5.3. Khái quát bài toán từ các bài toán riêng lẻ

Biện pháp này giúp HS nắm được cách giải chung cho các bài có cùng một cấu trúc và cùng một cách giải nhất định.

Khi dạy, GV hướng dẫn HS cách giải của một số bài cùng dạng. Sau đó, sẽ cho HS so sánh sự giống nhau giữa các bài toán đó. Từ gợi ý, hướng dẫn để HS tự rút ra được cách làm chung cho dạng bài này và hướng dẫn cho HS ghi nhớ.

VD : Khi dạy “nhân nhăm với 11”. Tính  $16 \times 11 = ?$

GV nêu : Nếu ta đặt phép tính và thực hiện phép nhân sẽ rất dài, ta đã học phép nhân với số tròn chục, liệu ta có thể đưa số 11 về dạng tổng có số hạng là số tròn chục được không ? Bằng cách nào ? (tách  $11 = 10 + 1$ ). Ta có :  $16 \times (10 + 1)$ , sau đó nhân với từng số hạng của tổng :  $16 \times (10 + 1) = 16 \times 10 + 16 \times 1$   
 $= 160 + 16 = 176.$

Tương tự cho HS tính nhăm  $34 \times 11, 18 \times 11, \dots$

Cho HS nêu sự giống nhau trong cách làm giữa các bài đó, từ đó HS sẽ rút ra được cách tính nhăm với 11 là “muốn nhân một số với 11, ta nhân số đó với 10 rồi cộng với chính số đó”. GV hướng dẫn cho HS ghi nhớ cách tính trên.

### 8.5.4. Biện pháp DH cho HS biết cách tạo ra bài toán mới trên cơ sở bài toán cũ

Biện pháp này giúp HS phát triển tư duy khắc sâu bài học, khắc sâu cách giải và có điều kiện tìm tòi, suy nghĩ để giải theo nhiều cách khác nhau.

Có hai hướng để áp dụng biện pháp này : *Một là* GV sáng tác đề toán và hướng dẫn để HS làm thêm ở nhà nhằm đạt được mục tiêu GV đề ra ; *Hai là* HS tự sáng tác ra đề toán dưới sự hướng dẫn, gợi ý của GV sau đó HS về nhà tự rèn luyện thêm và có sự kiểm tra lại của GV.

Cả hai hướng trên đều áp dụng cho HS khá và giỏi và có thể khuyến khích HS trung bình làm quen và đều có thể áp dụng nhằm góp phần rèn luyện và phát triển kỹ năng thực hiện các phép tính của HS tiểu học đối với những bài có nội dung tính giá trị biểu thức. Nhưng sử dụng theo hướng thứ hai có lợi hơn, nó cũng phù hợp với chương trình DH toán ở bậc tiểu học, giúp cho các em nắm vững được ba yếu tố cơ bản của bài toán (cái đã cho, cái phải tìm và các mối quan hệ), nhờ đó mà HS xác định được cấu trúc (toán học) của bài toán, ngoài ra còn giúp HS phát triển tư duy độc lập, sáng tạo, biết áp dụng toán học vào thực tế cuộc sống.

Mặt khác, biện pháp này còn giúp HS phát triển năng lực diễn đạt, khả năng sử dụng ngôn ngữ hợp lí.

Có nhiều PP sáng tác đề toán như : PP sáng tác đề toán mới trên cơ sở bài toán đã có nhằm mục đích giúp HS hiểu rõ và biết nắm được PP giải ; PP sáng tác đề toán hoàn toàn mới nhằm phát triển tư duy và khắc sâu kiến thức và cuối cùng là PP sáng tác đề toán bằng cách khái quát hoá.

PP tạo ra đề toán mới trên cơ sở bài toán đã cho, đây là cách sáng tác đề toán đơn giản nhất, có thể dùng một số cách thức sau :

- Đặt các bài toán mới tương tự với các bài toán đã giải như thay đổi số liệu đã cho, thay đổi các đối tượng trong đề toán, thay đổi các quan hệ trong đề toán, thay một trong những số đã cho bằng một điều kiện gián tiếp, tăng hoặc giảm số đối tượng trong đề toán, thay đổi câu hỏi của bài toán bằng một câu hỏi.

- Sáng tác các bài toán ngược với bài toán đã giải.

- Tóm tắt bài toán bằng bảng kẻ ô rồi dựa vào bảng để đặt đề toán mới.

VD : *Với bài toán* "Một cửa hàng bán được 237 kg gạo nếp và một số kg gạo tẻ gấp 3 lần số kg gạo nếp. Hỏi cửa hàng đó đã bán được tất cả bao nhiêu kg gạo nếp và gạo tẻ?"

Sau khi hướng dẫn các em giải bài toán trên, có thể gợi ý để các em về nhà sáng tác thêm nhiều bài mới trên cơ sở bài toán này.

*Hướng dẫn ra đề toán mới :*

GV đưa ra các câu hỏi :

- Bài toán cho biết mấy dữ kiện, là những dữ kiện gì ? Có thể thay đổi số liệu của các dữ kiện để có bài toán khác không ?

- Bài toán đề cập đến đối tượng nào ? Có thể thay đổi đối tượng để có bài toán khác không ?

- Đề bài cho biết số kilôgam gạo tẻ như thế nào so với số kilôgam gạo nếp ? Vậy ta thay đổi “tăng” thành “giảm” được không ?

- Bài toán cho gì ? Hỏi gì ?

Vậy bây giờ có thể đổi lại là : lấy cái đã cho làm cái phải tìm và ngược lại. Để có một bài toán ngược, các em sẽ giải và so sánh các số liệu, nếu giải xong mà số liệu trùng nhau tức là các em đã làm đúng.

Với bài toán trên ta có *bài toán ngược* sau : Một cửa hàng bán được 948 kg gạo nếp và tẻ, đã bán được 711 kg gạo tẻ. Hỏi cửa hàng đó đã bán được bao nhiêu kilôgam gạo nếp và số kilôgam gạo tẻ gấp mấy lần số kilôgam gạo nếp ?

Ở tiểu học chỉ yêu cầu và khuyến khích các em sáng tác đề toán theo PP đưa ra đề toán mới trên cơ sở bài toán đã cho ; Còn PP sáng tác đề toán hoàn toàn mới và sáng tác đề toán bằng cách khái quát hoá thì hơi khó đối với HS tiểu học nói chung và HS lớp 4 nói riêng. PP này chỉ áp dụng cho GV.

### **8.6. Dạy học các dạng toán về nội dung tính giá trị biểu thức ở lớp 4**

8.6.1. Dạy học tính giá trị biểu thức số với các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, không có dấu ngoặc đơn và có dấu ngoặc đơn

#### **a) Mục tiêu**

- Dạy cho HS hiểu được khái niệm ban đầu về phép tính, ý nghĩa của phép tính, hiểu được một số tính chất của phép tính, từ đó hiểu các quy tắc tính, vận dụng được chúng một cách thành thạo, có được các kỹ năng tính toán vững chắc.

- Dạy tính chất của phép tính làm cho HS hiểu được cơ sở lí luận của các biện pháp tính, nắm được các biện pháp ấy một cách tự giác, và biết tính toán một cách hợp lí và thông minh.

- Biết nắm chắc thứ tự thực hiện các phép tính trong biểu thức số có hoặc không có dấu ngoặc đơn và tính đúng giá trị của các biểu thức đơn giản.

- Biết biến đổi các biểu thức đơn giản bằng cách sử dụng các tính chất của các phép tính.

#### **b) Phương pháp dạy học**

Ở lớp 4 các em được học về các biểu thức số dạng phức tạp, ở giai đoạn này HS được hệ thống hoá lại các quy tắc về thứ tự thực hiện các phép tính trong một bài tập có hoặc không có dấu ngoặc đơn.

Để rèn luyện kỹ năng thực hiện các phép tính ở giai đoạn này trước khi vào làm bài tập hay học một quy tắc mới cần cho các em nhắc lại quy tắc cũ đã học bên cạnh làm các bài tập ở sách giáo khoa, GV cần cho HS làm các bài tập cùng dạng nhằm khắc sâu kiến thức và kỹ năng giải toán cho HS.

Trong quá trình DH các phép tính luôn phải tổ chức cho 100% HS được thực hành và GV theo dõi, uốn nắn sửa những sai lầm HS thường mắc phải.

Ở dạng bài tập này, để rèn luyện kỹ năng cộng, trừ, nhân, chia, nắm vững quy tắc về thứ tự thực hiện các phép tính; ngoài việc đưa ra thật nhiều VD về các phép tính, còn cần cho HS làm các bài tập áp dụng tính giá trị biểu thức trong các bài tập về các yếu tố đại số, đo đại lượng, giải toán... nhằm tạo nên những hình thức đa dạng và hấp dẫn để HS luyện tập.

Mặt khác, nên tập cho HS kết hợp việc vận dụng các quy tắc đã học với việc vận dụng tính chất các phép tính để thực hiện biến đổi các biểu thức.

$$VD 1: 4 \times 6 - 4 \times 3 = 4 \times (6 - 3) = 4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 4 \times 5 = (3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5) = 3 \times 20 = 60$$

Khi tính giá trị một biểu thức, HS chưa nhanh nhạy trong việc kết hợp nhiều quy tắc tính trong một biểu thức.

$$\begin{aligned} VD 2: \text{Tính: } & 24 : 3 \times 2 + 7. \text{ Thường HS sẽ làm:} \\ & = \underbrace{24 : 6} + 7 \\ & = \underbrace{4} + 7 \\ & = 11 \end{aligned}$$

Ở đây ta phải xem phép "nhân" và "chia" là bình đẳng và hướng dẫn cho HS biết phải thực hiện phép nhân, chia trước nhưng với các phép tính này phải thực hiện từ trái qua phải như sau :

$$\begin{aligned} & \underbrace{24 : 3} \times 2 + 7 \\ & = \underbrace{8 \times 2} + 7 \\ & = 16 + 7 \\ & = 23. \end{aligned}$$

Hoặc có bài có thể cùng làm một lúc như sau :

$$\begin{aligned} & 3652 + \underbrace{485 : 5} - \underbrace{78 \times 6} \\ & = 3652 + 97 - 468 \\ & = 3749 - 468 = 3281 \end{aligned}$$

Để giúp HS nắm vững các quy tắc thứ tự thực hiện các phép tính, GV nên đưa ra một số bài tập phát triển, bài toán tương tự, vận dụng để HS củng cố, khắc sâu kiến thức, rèn luyện kỹ năng tính.

*Bài tập 1* : Tính giá trị biểu thức :

a)  $910 - 108 \times 5 + 218 \times 4 - 699 : 3$

b)  $28305 : 5 - 3114 + 6321 \times 125$

c)  $[(257 + 158) \times 2 - 78] + 105 : 5$

*Bài tập 2* : Thực hiện các phép tính sau :

a) 4 giờ 49 phút - 58 phút 25 giây

b) 2 năm 9 tháng + 2 năm 7 tháng



c) 25 ngày 6 giờ – 19 ngày 15 giờ

Đối với Bài tập 2 là áp dụng các phép tính số học với các số đo đại lượng, ta có PP dạy như sau :

– Đặt đúng phép tính (với phép cộng và trừ phải viết các số có cùng đơn vị đo thẳng cột dọc với nhau).

– Tiến hành thực hiện các phép tính : Đối với các số đo độ dài, diện tích, thể tích, khối lượng, dung tích ; các phép tính được thực hiện trên các số tự nhiên.

Với các số đo thời gian các phép tính được thực hiện như trên số tự nhiên nhưng trong cùng đơn vị đo.

– Chuyển đổi đơn vị đo (nếu cần thiết) và kết luận.

*Bài tập 3* : Đặt dấu ngoặc vào các biểu thức sau để có biểu thức đúng :

a)  $6 \times 9 + 8 = 102$  ;

b)  $2736 : 8 \times 38 = 9$  ;

c)  $9 \times 250 - 48 = 1818$  ;

d)  $7 \times (13 \times 2) - 5 = 147$ .

8.6.2. *Dạy học dạng bài tập so sánh biểu thức*

a) *Nội dung*

So sánh biểu thức số có hoặc không có ngoặc đơn với các phép tính cộng, trừ, nhân, chia (đẳng thức, bất đẳng thức).

b) *Mục tiêu*

Giúp HS rèn luyện khả năng vận dụng các tính chất của phép tính và so sánh giá trị các biểu thức, củng cố lại tính chất của các phép tính và rèn luyện kỹ năng vận dụng linh hoạt, phản xạ nhanh nhạy khi thực hiện biến đổi các phép tính, giúp củng cố các kiến thức số học, các kỹ năng làm tính;

Ngoài ra các tính chất của phép tính còn được vận dụng vào các dạng bài tập như tính giá trị biểu thức theo hai cách : Thuận tiện nhất và nhanh nhất.

c) *Phương pháp dạy học*

So sánh các biểu thức số : Ở đây là so sánh giá trị của các biểu thức số cho nên PP chính để so sánh hai biểu thức số là phải tính giá trị của từng biểu thức trước rồi sau đó so sánh như so sánh hai số.

*VD 1* : Điền

>	$25 + 7$	<input type="checkbox"/>	$25 + 8$
<	$65 + 2$	<input type="checkbox"/>	$90 + 7$
=	$1000 - 1$	<input type="checkbox"/>	$999$

Trong so sánh các biểu thức số còn có một số bài tập cũng thuộc dạng này như :  
Dạng bài tập điền số thích hợp vào ô trống :

$$8 \times 6 = 6 \times \square \quad 9 \times 7 = \square \times 9 \quad 5 \times 125 = 125 \times \square$$

Dạng so sánh các kết quả với nhau :  $(5816 + 3184) + 2009$  và  $5816 + (3184 + 2009)$

Ngoài ra, có thể dùng thủ thuật qua việc áp dụng tính chất của các phép tính để so sánh nhanh, đúng mà không cần tính giá trị cụ thể của mỗi biểu thức. PP này đòi hỏi HS phải nắm vững và nhớ các tính chất của phép tính mới so sánh được.

VD 2

<
>
=

?  $340 : (17 \times 2) \square 340 : 17 : 2$   
 $24 \times (16 + 4) \square 24 \times 16 + 24 \times 5$

VD 3 : Tính rồi so sánh kết quả :  $75 : 25$  và  $(75 \times 4) : (25 \times 4)$

Tóm lại, PP chung khi hướng dẫn HS làm những bài tập so sánh từng cặp biểu thức số thường theo ba bước sau :

*Bước 1* : Tính giá trị của từng biểu thức.

*Bước 2* : So sánh hai giá trị vừa tìm được.

*Bước 3* : Suy ra mối quan hệ giữa hai biểu thức cần so sánh.

Đối với một số bài có đặc điểm riêng, GV hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức đã học, tìm thêm cách giải mới ngắn gọn hơn (thường thông qua quá trình tính giá trị biểu thức).

Chẳng hạn : So sánh  $4 \times (7 + 3)$  và  $4 \times 7 + 5 \times 3$

GV hướng dẫn HS áp dụng quy tắc nhân một số với một tổng.

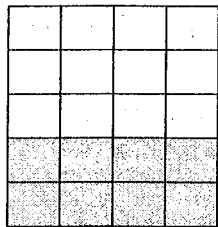
Sau đó so sánh  $4 \times 7 + 4 \times 3$  với  $4 \times 7 + 5 \times 3$ .

Hai biểu thức này đều là tổng của hai tích trong đó có một tích bằng nhau ( $4 \times 7$ ), tích  $4 \times 3$  của biểu thức thứ nhất nhỏ hơn tích  $5 \times 3$  của biểu thức thứ hai, nên tổng thứ nhất nhỏ hơn tổng thứ hai. Tức là :  $4 \times (7 + 3) < 4 \times 7 + 5 \times 3$ .

Nguyên tắc chung để dạy tính chất của các phép tính là dựa trên mô hình trực quan, GV hướng dẫn HS tính theo nhiều cách rồi so sánh kết quả và từ đó rút ra tính chất.

VD : Dạy tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng, tính chất này được dạy dưới dạng quy tắc tính "nhân một tổng với một số".

*Cách tính 1* :



Có 4 cột, mỗi cột 5 ô, vậy có tất cả :  $5 \times 4 = 20$  (ô)

Tô đen 2 hàng cuối được 3 hàng trắng cộng 2 hàng đen và mỗi hàng 4 ô, vậy được số ô là :  $(3 + 2) \times 4 = 20$  (ô)

$$\text{So sánh : } (3 + 2) \times 4 = 20 = 5 \times 4$$

Vậy muốn nhân một số với một tổng, ta tính tổng được bao nhiêu nhân với số đó.

$$\text{Cách tính 2 : Tính số ô trắng : } 3 \times 4 = 12 (\text{ô})$$

$$\text{Số ô đen : } 2 \times 4 = 8 (\text{ô})$$

$$\text{Tổng số ô : } 12 + 8 = 20 (\text{ô})$$

$$\text{Vậy rút ra được : } 3 \times 4 + 2 \times 4 = 20 (\text{ô})$$

$$\text{So sánh : } (3 + 2) \times 4 = 20$$

$$3 \times 4 + 2 \times 4 = 20$$

$$\text{Vậy } 4 \times (3 + 2) = 4 \times 3 + 4 \times 2$$

Đặt số 4 bằng chữ a, 3 bằng chữ b, số 2 bằng chữ c.

$$\text{Ta rút ra được : } a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$$

### 8.6.3. Dạng bài tập về biểu thức chữ

#### a) Nội dung

Ở lớp 4, HS chính thức được học về dùng kí hiệu chữ để đại diện cho một tập hợp số xác định qua các vấn đề biểu thức có chứa một, hai, ba chữ ; giải bất phương trình, tuy nhiên ở các lớp dưới các em đã được làm quen dạng này thông qua các bài tập tìm thành phần chưa biết của một phép tính, sau này mở rộng thành dạng bài tìm x, y với một đến hai phép tính.

Dạng bài tập về biểu thức chữ gồm dạng bài tập tìm x, điền số vào ô trống của biểu thức chứa chữ, điền chữ thay số, dạng giải phương trình, bất phương trình...

#### b) Mục tiêu

- Dạy biểu thức có chứa chữ góp phần quan trọng vào việc hình thành biểu tượng ban đầu về tương quan hàm số cho trẻ.

- Giúp HS nắm được cách giải phương trình, bất phương trình đơn giản bằng PP thích hợp.

- Củng cố kiến thức số học, kĩ năng làm tính, củng cố mối quan hệ giữa các thành phần trong một phép tính.

#### c) Phương pháp dạy học

Các bài dạy về "Biểu thức có chứa chữ" thường gồm các bước sau :

**Bước 1 :** Giới thiệu biểu thức có chứa chữ, GV đưa ra một bài toán trong đó có một (một vài) dữ kiện được cho dưới dạng không tường minh bằng các dấu "...". VD : "Lan có 3 quyển vở. Mẹ cho thêm... quyển vở."

Hỏi Lan có tất cả bao nhiêu quyển vở ?"

GV lần lượt điền các số và sau cùng là chữ vào chỗ các dấu "..." để dẫn đến một bảng biến thiên các giá trị. Từ đó, GV dẫn dắt HS tới biểu thức có chứa chữ cần học như sau : GV đưa ra các số chỉ số vở mẹ Lan cho thêm là 1, 2, 3, ..., a.

HS trả lời số vở Lan có tất cả lần lượt là :  $3 + 1, 3 + 2, 3 + 3, \dots, 3 + a$ .

Vậy số vở Lan có tất cả sẽ phụ thuộc vào điều gì ? (Phụ thuộc vào số vở mẹ cho thêm). GV giới thiệu  $3 + a$  gọi là biểu thức chứa một chữ và chữ ở đây là  $a$ . Vậy chữ  $a$  biểu thị cho cái gì ? (Biểu thị cho số vở mẹ cho thêm).

Khi thay chữ  $a$  bằng các giá trị lần lượt là  $1, 2, 3, \dots$  thì mỗi lần như vậy số vở Lan có thay đổi không ? Vậy giá trị của biểu thức  $3 + a$  sẽ phụ thuộc vào số hạng nào ? (Vào giá trị của  $a$ ).

*Bước 2* : Thay chữ bằng số.

Trong quá trình luyện tập cần cho HS làm quen với cách nói “nếu... thì” và yêu cầu HS dùng thuật ngữ “biểu thức” và “giá trị của biểu thức”. VD : Nếu  $a = 3$  thì  $3 + a = 3 + 3 = 6$ ,  $6$  là một giá trị số của biểu thức  $3 + a$ . Nếu  $a = 4$  thì  $3 + a = 3 + 4 = 7$ ,  $7$  là một giá trị số của biểu thức  $3 + a$ .

Từ đó gợi ý cho HS rút ra kết luận chung : “Mỗi lần thay chữ bằng số ta tính được một giá trị số của biểu thức  $3 + a$ ”.

*Bước 3* : Luyện tập tính giá trị số.

Cho HS luyện tập tính giá trị số của một số các biểu thức chữ khác nhau với một vài giá trị cụ thể của các chữ. Chẳng hạn ta có bảng sau :

$m$	$n$	$m + n$	$n + m$
5000	3000		
3576	785		
6932	68		

*Bài tập* : Tính giá trị số của  $a : b$  nếu :

$$a = 10, b = 2 ; a = 15, b = 3 ; a = 0, b = 10.$$

#### 8.6.4. Dạy học giải các bài toán hợp

*Nội dung* : Nội dung giải toán ở lớp 4 gồm những bài toán hợp đa dạng, giải bằng ba, bốn phép tính, phức tạp hơn so với những bài toán hợp ở lớp 3. Khác với các lớp trước ở lớp 4 yêu cầu HS phải trình bày câu trả lời kèm theo từng phép tính giải khi trình bày bài giải.

*PPDH* : Là phân tích các bài toán hợp thành các bài toán đơn để giải. Trong các bài toán hợp có các bài toán có cùng một cách giải nhất định, gọi là các **dạng toán điển hình**.

### **Các bước để giải một bài toán điển hình :**

**Bước 1 :** Trước khi đi vào học từng dạng toán điển hình thì GV nên cho HS giải các bài toán có tính chất chuẩn bị cơ sở cho việc giải loại toán sắp học. VD đối với dạng toán "tìm số trung bình cộng của nhiều số" thì cho HS làm quen với các bài toán có từ "trung bình".

**Bước 2 :** Cho HS phân tích và giải các bài mẫu về dạng toán điển hình đó, những bài toán được chọn mẫu này có dạng tiêu biểu nhất chứa tất cả những đặc điểm chung của loại toán điển hình cần học để HS biết nhận dạng và từ đó khái quát bài toán, rút ra cách giải tổng quát.

**Bước 3 :** Cho HS giải một số bài toán tương tự với bài mẫu song thay đổi số liệu hoặc đối tượng nhằm rèn luyện kỹ năng nhận dạng loại toán và giải bài toán.

**Bước 4 :** Thực hành luyện tập giải nhiều bài tập dạng toán điển hình với mức độ phức tạp hơn như câu hỏi khó hơn, có nhiều bước trung gian hơn...

**Bước 5 :** Giải xen kẽ một, hai bài toán thuộc loại khác với dạng đã học nhưng có dạng gần giống nhằm giúp HS nhớ và hiểu sâu thêm, tránh rập khuôn, máy móc.

### **Các dạng toán điển hình ở lớp 4 :**

#### **a) Dạng 1: "Tìm trung bình cộng của nhiều số"**

**Mục tiêu :** Giúp HS có hiểu biết ban đầu về số trung bình cộng của nhiều số ; Cùng cố cách tính giá trị biểu thức ; Vận dụng cách tính giá trị biểu thức vào tìm số trung bình cộng của nhiều số.

**Phương pháp dạy học :** GV giúp HS nắm và ôn lại dạng câu hỏi như trung bình mỗi giờ đi được, trung bình mỗi ngày đọc được...

**VD :** Một đội công nhân đặt ống dẫn nước, ngày thứ nhất đặt được 18m ống, ngày thứ hai đặt được 26m ống, ngày thứ ba đặt được 28m ống.

Hỏi trung bình mỗi ngày đội đặt được bao nhiêu mét ống dẫn nước ?

GV hỏi HS bài toán cho biết gì ?

GV hướng dẫn HS tóm tắt và biểu thị nó trên cùng một đoạn thẳng, dùng đoạn thẳng thay thế các số đã cho, mối quan hệ giữa chúng và số phải tìm. Ở bài toán cho thấy số mét ống đặt được ở mỗi ngày là khác nhau. Vậy bài có mấy số hạng ? Tổng số mét ống đặt được trong ba ngày là bao nhiêu ?

Vậy giả sử coi cả ba ngày đều đặt được số mét ống là như nhau, số mét ống đặt ngày thứ nhất bằng ngày thứ hai, bằng ngày thứ ba. Vậy, trung bình mỗi ngày đặt được bao nhiêu mét ống ta làm thế nào để biết được ? Số mét ống vừa tìm được cho ta biết gì ? (Đó là số mét ống trung bình mỗi ngày đặt được).

GV nhấn mạnh số 24 là số mét ống trung bình mỗi ngày đặt được và ta gọi số 24 là số trung bình cộng của ba số 18, 26, 28.

Hỏi lại HS ta làm các phép tính gì để có được số 24 này ? (HS trả lời lấy  $(18 + 26 + 28) : 3 = 24$ ).

Và qua nhiều VD tương tự để đưa ra phép tính gộp cuối cùng tương tự phép tính ở trên.

Nhìn vào phép tính trên GV hỏi HS muốn tìm ra số trung bình cộng là 24 của 3 số 18, 26, 28 ta làm thế nào ? (ta tính tổng của 3 số, sau đó lấy tổng đó chia cho 3).

Tương tự cho các VD khác.

GV khái quát lên cách tìm số trung bình cộng của nhiều số, ta tính tổng của các số đó, rồi chia tổng đó cho số các số hạng.

### **b) Dạng 2 : "Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó"**

*Mục tiêu :* Củng cố lại các phép tính cộng, trừ, nhân, chia ; Củng cố cách tính giá trị biểu thức ; Biết cách tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó ; Giải bài toán liên quan đến "tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó".

PPDH : GV nêu bài toán : Tổng của hai số là 48, hiệu của hai số đó là 12. Tìm hai số đó ?

- Hỏi HS bài toán cho biết gì ?

- Bài toán hỏi gì ?

- Gọi hai số đó là số lớn và số bé, bài toán cho biết hiệu hai số là 12, do đó số lớn hơn số bé bao nhiêu đơn vị ?

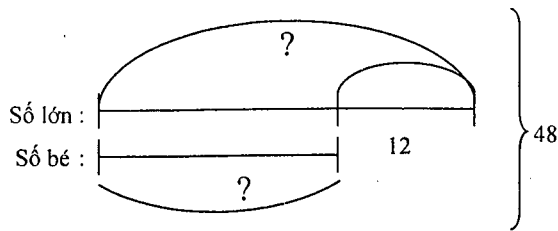
- Nên bài toán có thể tóm tắt bằng cách nào thì thuận tiện nhất ? (bằng sơ đồ đoạn thẳng)

- GV hướng dẫn HS vẽ sơ đồ : Giả sử vẽ số lớn trước, vậy số bé phải vẽ như thế nào ? (ngắn hơn một đoạn).

- Đoạn ngắn hơn đó biểu thị bao nhiêu đơn vị ? (12).

- Bài toán còn cho biết gì thêm ? (cho biết tổng hai số là 48).

GV hoàn thành sơ đồ :



*Hướng dẫn :*

Nhìn vào sơ đồ, nếu bỏ đi đoạn biểu thị số 12 thì ta được số lớn và số bé như thế nào với nhau ? (Số lớn bằng số bé)

Lúc này tổng còn là 48 không ? Là bao nhiêu ? (là  $48 - 12 = 36$ )

Do đó tổng 36 là mấy lần số bé ? (là 2 lần số bé).

Có 2 lần số bé là 36, thì một lần số bé tìm được không ? Làm thế nào ?

$$(lấy  $36 : 2 = 18$ )$$

Có được số bé, tìm số lớn bằng cách nào ? (lấy số bé cộng với 12 ;  $18 + 12 = 30$ )

Cho HS nhìn lại tổng thể bài giải và hỏi để tìm 2 lần số bé ta làm thế nào ? (lấy tổng trừ hiệu, sau đó chia 2 để tìm một lần số bé)

Muốn tìm số lớn ta lấy số bé cộng với hiệu, song song với việc hướng dẫn cách giải, GV ghi thêm vào lời giải để HS nắm kĩ hơn.

$$2 \text{ lần số bé : } 48 - 12 = 36 \text{ (tổng - hiệu)}$$

$$\text{Số bé : } 36 : 2 = 18$$

$$\text{Số lớn : } 18 + 12 = 30$$

*Hướng dẫn HS rút ra quy tắc giải*

*Bước 1 :* Tìm 2 lần số bé bằng cách lấy tổng trừ đi hiệu.

*Bước 2 :* Tìm số bé bằng cách chia đôi kết quả trên.

*Bước 3 :* Tìm số lớn bằng cách lấy số bé cộng với hiệu.

$$\text{GV đưa ra công thức : } \boxed{\text{Số bé} = (\text{tổng} - \text{hiệu}) : 2}$$

GV nêu : Trên đây là cách giải đi tìm số bé trước, bài toán này có thể làm theo cách thứ 2 đi tìm số lớn trước, vậy ta phải làm như thế nào ?

Cho HS quan sát sơ đồ tóm tắt, nhìn vào sơ đồ nếu vẽ đoạn thẳng biểu thị số bé dài bằng số lớn thì đoạn thẳng vẽ thêm biểu thị bao nhiêu đơn vị ? (12 đơn vị) ; Nó nói lên điều gì ? Vậy khi thêm 12 vào số bé thì số bé so với số lớn như thế nào ? (số lớn và số bé lúc này bằng nhau)

Do đó tổng hai số lúc này là bao nhiêu ? Và bằng mấy lần số lớn ? (tổng lúc này là :  $48 + 12 = 60$  và bằng 2 lần số lớn).

GV ghi :

$$2 \text{ lần số lớn} : 48 + 12 = 60 \text{ (tổng + hiệu)}$$

$$\text{Số lớn} : 60 : 2 = 30 \text{ (tổng + hiệu) : 2}$$

$$\text{Số bé} : 30 - 12 = 18 \text{ (số lớn - hiệu)}$$

GV tổ chức cho HS ghi nhớ các bước giải chung của cách 2 như sau :

*Bước 1* : Tìm 2 lần số lớn bằng cách lấy tổng cộng với hiệu.

*Bước 2* : Tìm số lớn bằng cách chia đôi kết quả trên.

*Bước 3* : Tìm số bé ta lấy số lớn trừ đi hiệu.

GV rút ra công thức :  $\boxed{\text{Số lớn} = (\text{tổng} + \text{hiệu}) : 2}$

GV nêu : Bài toán có 2 cách giải, muốn tìm số bé hay số lớn trước đều được và khi giải bài toán chỉ yêu cầu giải bằng một trong hai cách nêu trên và nên thử lại để kiểm tra kết quả.

c) **Dạng 3** : " Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó "

*Mục tiêu* : Củng cố tính giá trị biểu thức, củng cố phép tính trừ, nhân, chia; Giúp HS biết cách giải bài toán về "Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó".

*Phương pháp dạy học* : GV nêu đề toán "Đoạn thẳng AB dài hơn đoạn thẳng CD là 9 cm và dài gấp 4 lần đoạn thẳng CD. Tính độ dài của mỗi đoạn thẳng".

*Hướng dẫn* : GV hỏi HS bài toán cho biết gì ? Bài toán hỏi gì ?

Bài toán có thể tóm tắt bằng cách nào để dễ thấy nhất ? (tóm tắt bằng sơ đồ đoạn thẳng).

Bài toán cho biết đoạn thẳng AB dài gấp 4 lần đoạn thẳng CD, vậy 4 là gì ?

(4 là tỉ số của đoạn thẳng AB so với đoạn thẳng CD). Vậy ta vẽ đoạn thẳng biểu thị đoạn thẳng AB và chia đoạn thẳng ấy ra làm 4 phần bằng nhau thì đoạn thẳng biểu thị đoạn CD là mấy phần ? (là 1 phần của đoạn AB).

GV vừa hướng dẫn các bước vừa vẽ theo.

Ngoài ra đề còn cho ta biết gì ? (biết độ dài đoạn AB hơn đoạn CD là 9cm).

Trên hình vẽ đoạn thẳng biểu thị 9cm là đâu ? (là ba phần còn lại của đoạn AB).

Tương ứng với mấy phần ? và 9 cm này là gì ? (9 cm là hiệu giữa hai đoạn thẳng và tương ứng với 3 phần).

Vậy : Đâu là hai số cần tìm ? (là độ dài đoạn thẳng AB và CD)

Ta biết gì về hai số đó ? (biết hiệu của hai số đó là 9cm và tỉ số của chúng là 4)

Biết được hiệu của hai số tương ứng với 3 phần thì có thể tìm được giá trị một phần hay độ dài đoạn CD không ? Ta làm thế nào ? (tìm giá trị một phần hay độ dài đoạn CD bằng cách lấy  $9 : 3 = 3$  (cm)).



Khi có độ dài đoạn CD thì tìm độ dài đoạn AB ta làm thế nào ? (lấy độ dài đoạn CD nhân 4).  
Vì sao tính được như vậy ? (vì độ dài AB gấp 4 lần độ dài đoạn CD).

$$3 \times 4 = 12 \text{ (cm)}$$

Gọi đoạn thẳng AB là số lớn, đoạn thẳng CD ngắn hơn nên gọi là số bé. Vậy bài toán này thuộc dạng bài toán "tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó".

Do đó muốn giải loại toán này trước hết ta phải làm gì ? (tìm hiệu số phần bằng nhau). Từ đó GV phải giúp HS hiểu được hiệu số phần bằng nhau là số phần ứng với hiệu của hai số, từ đó đi tìm giá trị 1 phần (hay là tìm số bé), sau đó tìm số lớn ta lấy số bé nhân với số phần của số lớn. Tổ chức làm nhiều bài tập tương tự để nhấn mạnh cho HS về hiệu, tỉ số của hai số cần tìm.

*Tóm lại :* Các bước để giải bài toán này gồm :

- Bước 1 : Tính hiệu số phần bằng nhau.
- Bước 2 : Tính giá trị 1 phần (số bé) : Lấy hiệu chia cho hiệu số phần bằng nhau.
- Bước 3 : Tìm số lớn : Lấy số bé nhân với số phần của số lớn.

*Chú ý :* Ở lớp 4, các dạng toán điển hình như "tìm số trung bình cộng của nhiều số", dạng toán "tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó", "tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó", đều có điểm chung là áp dụng việc rút về đơn vị đó là bước tìm giá trị của một phần.

Vì vậy để dạy tốt về tính giá trị biểu thức. GV cần xác định đúng kĩ năng cơ bản và biết tập trung chú ý vào rèn luyện kĩ năng cơ bản đó. Muốn xác định đúng kĩ năng cơ bản thì GV phải nắm vững chương trình và nắm được những phần HS còn vướng mắc. Để rèn luyện kĩ năng cơ bản cho học sinh, GV cần cho HS làm thêm các bài tập từ đơn giản đến phức tạp, các dạng tương tự như bài tập cơ bản trong sách giáo khoa đã học. Có như vậy mới góp phần DH có hiệu quả nội dung biểu thức ở lớp 4.

## Chương 4. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ HÌNH Ở TIỂU HỌC

### §1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ HÌNH HỌC

#### 1. Hình hình học

Hình hình học là một tập hợp điểm không rỗng trong mặt phẳng hoặc trong không gian.

VD : Điểm, hình tam giác, hình hộp chữ nhật... là những hình hình học.

#### 2. Những nội dung cụ thể về hình học ở tiểu học

##### Lớp 1

- Nhận dạng bước đầu về hình tròn, hình vuông, tam giác.
- Giới thiệu về điểm, điểm ở trong, điểm ở ngoài.
- Thực hành vẽ đoạn thẳng, vẽ hình trên giấy kẻ ô vuông ; gấp, cắt hình.

##### Lớp 2

- Giới thiệu về đường thẳng. Ba điểm thẳng hàng.
- Giới thiệu về đường gấp khúc. Tính độ dài của đường gấp khúc.
- Giới thiệu về hình chữ nhật, hình tứ giác.
- Vẽ hình trên giấy ô vuông.
- Giới thiệu khái niệm ban đầu về chu vi của một hình đơn giản.
- Tính chu vi hình tam giác, hình tứ giác.

##### Lớp 3

- Giới thiệu về góc vuông, góc không vuông.
- Giới thiệu về ê-ke. Vẽ góc bằng thước thẳng và ê-ke.
- Giới thiệu về góc, đỉnh, cạnh của các hình đã học.
- Tính chu vi hình chữ nhật, hình vuông.
- Giới thiệu về compa.
- Giới thiệu về tâm và bán kính, đường kính của hình tròn.
- Vẽ đường tròn bằng compa.
- Giới thiệu diện tích của một hình.
- Tính diện tích hình chữ nhật và hình vuông.

##### Lớp 4

- Góc nhọn, góc tù, góc bẹt, nhận dạng góc trong các hình đã học.
  - Giới thiệu hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau, song song với nhau.
- Giới thiệu về hình bình hành và hình thoi.
- Giới thiệu công thức tính diện tích hình bình hành, hình thoi.

- Thực hành vẽ hình bằng thước và ê-ke ; cắt, ghép, gấp hình.

### **Lớp 5**

- Tính diện tích hình tam giác, hình thoi, hình thang.
- Tính chu vi và diện tích hình tròn.
- Giới thiệu hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình trụ, hình cầu.
- Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương.
- Giới thiệu hình trụ, hình cầu.

## **3. Mục tiêu dạy học các yếu tố hình học ở tiểu học**

### **3.1. Làm cho học sinh có những biểu tượng chính xác về một số hình học đơn giản và một số đại lượng hình học thông dụng**

Đây là yêu cầu mới vì trước đây ta chỉ chú ý đến “hình học đo lường” như : Tính toán chu vi, diện tích, thể tích các hình, mà ít quan tâm đến “hình học hình dạng”. Như vậy, ngay từ khi mới làm quen với các hình, cùng với việc gọi tên các hình, HS đã phải nhận biết tương đối chính xác các hình dựa trên trục giác, trên tổng thể.

Dần dần cùng với việc học phân tích các yếu tố của hình đến các lớp cuối cấp HS phải nhận ra hình dựa trên sự mô tả những đặc điểm của các yếu tố của nó (về góc, cạnh...) dù đó chưa phải là định nghĩa.

Ngoài ra, HS còn phải có biểu tượng chính xác về chu vi, diện tích, thể tích để có thể học các đại lượng đó một cách có ý thức từ đó đo trực tiếp, đo gián tiếp nhờ những công thức toán học.

### **3.2. Rèn luyện một số kĩ năng thực hành, phát triển trí tuệ**

Quá trình học các yếu tố hình học, HS được sử dụng dụng cụ như : Thước, ê-ke, com-pa để vẽ hình chính xác theo quy trình học lí, đồng thời các em cũng cần phải sử dụng ngôn ngữ và kí hiệu khi cần thiết. Những kĩ năng này được rèn từng bước một, từ thấp đến cao.

*VD* : Lớp một dùng thước thẳng, vẽ hình trên giấy kẻ ô vuông cho trước các đỉnh ; Lớp 3 các em học dùng ê-ke, lớp 4 được dùng ê-ke để vẽ chính xác hình chữ nhật, đường thẳng vuông góc, đường thẳng song song...

Qua việc học những kiến thức, kĩ năng trên, một số năng lực trí tuệ của HS như phân tích, tổng hợp, trí tưởng tượng không gian, quan sát, so sánh được phát triển.

### **3.3. Chuẩn bị bước đầu cho việc học hình học có hệ thống ở các lớp trên và hỗ trợ cho việc học những môn khác ở bậc tiểu học**

Các kiến thức hình học ở bậc tiểu học chỉ là “hình học trực quan”, thông qua quan sát các mô hình cụ thể, thực nghiệm, thực hành (đo, vẽ, cắt, ghép) mà nhận biết đối tượng, quan hệ giữa các yếu tố và tính chất của hình.

Song những kiến thức, kĩ năng hình học thu được qua con đường thực nghiệm như vậy lại rất cần thiết vì có sự chuẩn bị từng bước về biểu tượng, ngôn ngữ, kí hiệu, kĩ năng cho HS bước vào học một cách có hệ thống với mức độ suy diễn cao hơn.

Đồng thời, việc học các yếu tố hình học cũng hỗ trợ cho việc học số học và các môn khác như : vẽ, viết, thủ công, và tất nhiên cũng cần thiết trong cuộc sống.

Ngoài ra, các yếu tố hình học giúp cho HS phát triển năng lực trí tuệ, nhờ đó mà HS có đủ điều kiện để học các giáo trình toán học có hệ thống ở cấp THCS.

#### **4. Sự phân bố các yếu tố hình học ở tiểu học**

Các kiến thức hình học thường không được sắp xếp thành từng chương riêng biệt mà xen kẽ với các kiến thức khác. Sự phân bố cụ thể ở các lớp như sau :

Lớp 1 : 9 tiết ; Lớp 2 : 4 tiết ; Lớp 3 : 7 tiết ; Lớp 4 : 10 tiết và Lớp 5 : 7 tiết.

#### **5. Phân loại các yếu tố hình học ở tiểu học**

Có thể chia nội dung các yếu tố hình học ở tiểu học thành 3 loại :

##### **5.1. Các nội dung hình học thuần túy**

Gồm các kiến thức kĩ năng hình học chuẩn bị cho việc học hình học ở trung học cơ sở như nhận dạng, phân biệt hình, mô tả, biểu diễn hình, vẽ hình, tạo hình (cắt, ghép, gấp, xếp hình), biến đổi hình (tạo ra các hình có cùng diện tích).

##### **5.2. Các nội dung hình học đo lường**

Trong đó phần cốt lõi là tính toán các số đo đại lượng hình học như chu vi, diện tích, thể tích.

##### **5.3. Nội dung giải toán có lời văn (toán đố)**

Trong đó có sự kết hợp giữa hình học, số học và đo lường nhằm tạo ra các tình huống để vận dụng các kiến thức đã học theo yêu cầu của việc tập dượt PP giải toán. Đồng thời giúp HS (nhất là các lớp cuối cấp) làm quen dần với PP suy diễn.

Đây là một chủ đề quan trọng thường được chú ý rất nhiều trong các kì thi hết bậc tiểu học.

#### **6. Mức độ trình bày các yếu tố hình học ở tiểu học**

##### **6.1. Sự sắp xếp các yếu tố hình học trong chương trình**

Các kiến thức về yếu tố hình học thường được rải ra để sắp xếp xen kẽ với các kiến thức về số học (yếu tố thống kê mô tả, đo đại lượng, và giải toán) nhằm tạo ra mối liên hệ hữu cơ và sự hỗ trợ chặt chẽ giữa các tuyến kiến thức với nhau. Điều này vừa phù hợp với tình huống thống nhất của toán học hiện đại, vừa giúp đa dạng hoá các loại hình luyện tập toán làm cho các em ham thích học tập hơn.

Chẳng hạn, các vấn đề về chu vi hình chữ nhật và hình vuông được đưa vào sau phần tính giá trị của biểu thức trong chương trình lớp ba nhằm sử dụng được kiến thức và

kĩ năng đã học trong bài tính giá trị của biểu thức và nhân một tổng với một số trước đó. Đồng thời tạo điều kiện thuận lợi để HS được rèn luyện thêm kĩ năng làm tính nhân thông qua các bài tập hình học về tính chu vi.

Rõ ràng việc xen các nội dung hình học vào giữa các nội dung số học như trên tạo ra một thể liên kết chặt chẽ, một sự hỗ trợ hai chiều mạnh mẽ giữa hai tuyến kiến thức, nâng cao hiệu quả giảng dạy toán học.

### **6.2. Nguyên tắc đồng tâm**

Nói chung các yếu tố hình học ở tiểu học được xây dựng theo nguyên tắc đồng tâm. Nghĩa là thường được lặp lại vài lần trong chương trình, lần sau củng cố và phát triển kiến thức và kĩ năng đã học ở lần trước.

Chẳng hạn ở lớp 1, HS được giới thiệu qua về hình vuông, được học nhận dạng trên tổng thể (chưa đi sâu vào chi tiết), chỉ được vẽ hình vuông có 4 đỉnh cho trước trên giấy kẻ ô vuông. Sau đó ở lớp 3 học về hình vuông, nhưng học ở mức độ cao hơn : Nhận dạng hình vuông dựa trên các đặc điểm về cạnh và góc (có 4 cạnh bằng nhau và 4 góc vuông) ; Cách tính chu vi và diện tích hình vuông ; Vẽ hình vuông có các kích thước cho trước bằng thước và ê-ke trên giấy. Một VD khác là ở lớp 1 HS được học về hình tròn trên tổng thể, chưa học cách vẽ hình tròn. Lên lớp 3 các em lại được học về hình tròn nhưng đi sâu hơn vào các yếu tố như tâm, bán kính, đường kính các đặc điểm như : Các bán kính của hình tròn thì bằng nhau, đường kính gấp đôi bán kính và biết cách tính chu vi, diện tích hình tròn (lớp 5).

### **6.3. Nội dung dạy học các yếu tố hình học ở các lớp được sắp xếp phù hợp với 2 giai đoạn của bậc tiểu học**

*Giai đoạn đầu* (lớp 1, 2, 3) : Chủ yếu dạy các kiến thức gắn gũi với cuộc sống của trẻ em, sử dụng kinh nghiệm của đời sống trẻ em; Nhận thức những tri thức toán học ở dạng tổng thể (chưa phân tích các yếu tố, chưa nêu cơ sở lí luận một cách có hệ thống). Kết thúc giai đoạn này, nói chung HS đã có những kĩ năng toán học cần thiết cho cuộc sống cộng đồng và chuẩn bị học tiếp ở giai đoạn sau.

*Giai đoạn sau* (lớp 4, 5) : Chủ yếu gồm những nội dung có tính khái quát, hệ thống cao hơn (so với giai đoạn trước). Một số dấu hiệu bản chất của một số nội dung đã thể hiện tường minh nhưng vẫn được rút ra từ các hoạt động thực hành, bước đầu tập cho các em khái quát hoá, trừu tượng hoá và suy luận.

Các kiến thức về yếu tố hình học ở tiểu học cũng được phân chia thành hai giai đoạn như vậy. Chẳng hạn trong giai đoạn đầu, chủ yếu chỉ dạy HS nhận dạng đúng các hình đã học thì ở giai đoạn cuối ta lại dạy HS nhận biết hình thông qua đo đạc, tính toán và các đặc điểm cạnh, góc của hình đó.

## §2. HỆ THỐNG CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC Ở TIỂU HỌC

### 1. Điểm

#### 1.1. Khái niệm về điểm

Người ta không định nghĩa điểm mà chỉ giới thiệu hình ảnh của điểm. Trong hình học phẳng, mặt phẳng là tập hợp điểm cho trước. Hình ảnh mặt phẳng là trang giấy, mặt bâng. Để đánh dấu một điểm ta dùng dấu chấm (.) hoặc dấu chéo (×). Mỗi điểm có một tên. Hai điểm khác nhau mang hai tên khác nhau. Nếu có một điểm mang nhiều tên, ta hiểu là có nhiều điểm trùng nhau tại đó. Hai điểm không trùng nhau là hai điểm phân biệt. Điểm là một khái niệm cơ bản của hình học phẳng. Với mỗi điểm, ta xây dựng các hình khác nhau. Mỗi hình là một tập hợp điểm.

#### 1.2. Điểm được trình bày trong sách giáo khoa tiểu học

A.

Điểm A

B.

Điểm B

Khi dạy về điểm, GV chấm một dấu chấm đậm trên bảng và nói đây là một điểm.

*Nhận xét* : Điểm được giới thiệu ngay ở lớp 1, bước đầu HS nhận biết điểm chỉ qua một dấu chấm (.) mà không phải là một khái niệm cơ bản của hình học. HS nhận biết điểm nhờ dấu chấm trên bảng, đồng thời HS được học cách gọi tên các điểm bằng chữ A (a), B (bê), C (xê)...

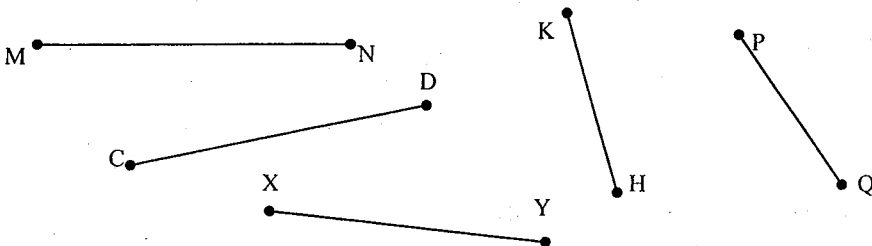
Qua phần này ta thấy điểm ở tiểu học hình thành qua quan sát khi GV giới thiệu “đây là một điểm”. HS tiếp nhận biểu tượng đó và chấp nhận như vậy, GV không hề nhắc tới “đây là một khái niệm cơ bản” của hình học phẳng nhằm tránh đưa ra khái niệm mà không phù hợp với trình độ của HS.

Biểu tượng này được thường xuyên củng cố bằng các hình thức khác nhau : Đếm số điểm ở trong, ở ngoài một hình, vẽ đoạn thẳng qua 2 điểm cho trước, chấm điểm đặt bút.

#### 1.3. Một số bài tập thực hành luyện tập về điểm

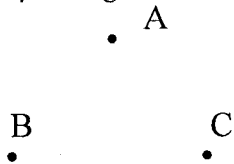
*Bài tập 1* : Đọc tên các điểm và các đoạn thẳng :

(Gọi HS đọc tên các điểm và các đoạn thẳng trong sách giáo khoa. Chẳng hạn, với đoạn thẳng MN, HS đọc là điểm M, điểm N, đoạn thẳng MN).



Bài tập 2 : Dùng thước và bút để nối thành :

a) 3 đoạn thẳng



b) 4 đoạn thẳng

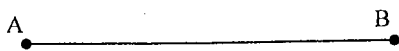


Các bài tập trên nhằm củng cố cho HS các biểu tượng về điểm, đoạn thẳng đồng thời rèn cho các em kỹ năng đọc và nối các đoạn thẳng qua các điểm đã cho.

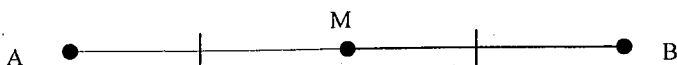
## 2. Đoạn thẳng

### 2.1. Khái niệm về đoạn thẳng

Đoạn thẳng AB là hình gồm điểm A, B và tất cả các điểm nằm giữa A và B.



*Chú ý :* Điểm nằm giữa đoạn thẳng AB và cách đều hai đầu của đoạn thẳng ấy gọi là trung điểm của đoạn thẳng AB.



M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

### 2.2. Điểm được trình bày trong sách giáo khoa tiểu học

Đoạn thẳng cùng với điểm được giới thiệu trong một tiết học, nhằm giúp HS có sự liên kết, logic trong cách tư duy, tiếp nhận.

Từ hai điểm đã cho, dùng thước nối hai điểm ấy ta được một đoạn thẳng.

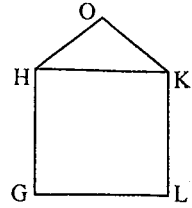
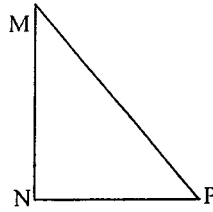
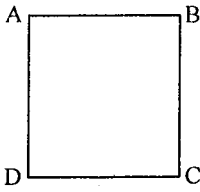
Đoạn thẳng cũng có thể được giới thiệu khi căng một sợi dây mảnh, một cái thước thẳng.

Đoạn thẳng thường xuyên được củng cố bằng những cách khác nhau như : Vẽ đoạn thẳng qua hai điểm cho trước; Vẽ đoạn thẳng có độ dài cho trước. Đồng thời HS cũng được học cách gọi tên các đoạn thẳng (qua các bài thực hành luyện tập); Đọc tên các đoạn thẳng AB, BC, CD... tiến tới gọi tên các hình tam giác : ABC, tứ giác ABCD...

Từ lớp 2 và lớp 3 cùng với việc học các yếu tố của hình, HS sẽ biết : mỗi cạnh của hình là một đoạn thẳng, hai cạnh liền nhau của hình là hai đoạn thẳng có chung một đầu mút (chung một đỉnh)...

### 2.3. Một số bài tập thực hành luyện tập về đoạn thẳng

Mỗi hình dưới đây có bao nhiêu đoạn thẳng. (Bài tập giúp HS ôn lại những biểu tượng về hình đã học : Hình vuông, tam giác và cũng rèn luyện khả năng nhận diện đoạn thẳng, đếm đoạn thẳng trên các hình cho HS).



### 3. Đường thẳng

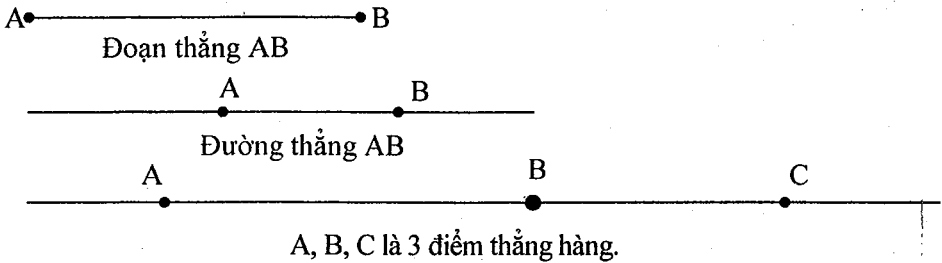
#### 3.1. Khái niệm về đường thẳng

Đường thẳng cũng là một khái niệm cơ bản của hình học phẳng.

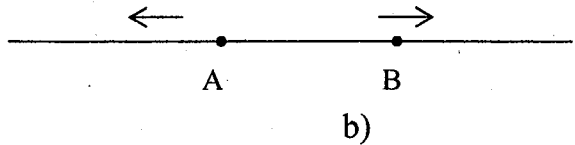
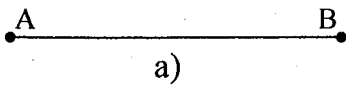
Ta dùng vạch thẳng để biểu diễn đường thẳng. Cách vẽ này chưa “tròn vẹn”, nhìn hình vẽ đường thẳng ta cần tưởng tượng nét chì kéo dài mãi về hai phía vì đường thẳng không bị giới hạn về hai phía.

Đường thẳng là một tập hợp không rỗng. Trên mặt phẳng có nhiều đường thẳng. Mỗi đường thẳng là một bộ phận (tập hợp con) của mặt phẳng. Với mỗi đường thẳng dễ dàng chỉ ra những điểm thuộc nó và những điểm không thuộc nó. Thực chất là : khi xét 1 đường thẳng bất kì, ta công nhận rằng đường thẳng ấy chứa nhiều điểm.

#### 3.2. Đường thẳng được trình bày trong sách giáo khoa tiểu học



*Nhận xét :* Biểu tượng về đường thẳng được chính thức học ở lớp 2. Tuy nhiên ở lớp một HS đã làm quen với “tia số”. Ở đây, kéo dài mãi đoạn thẳng về cả hai phía thì ta được một đường thẳng.



Như vậy, chúng ta thấy rằng để phù hợp với trình độ và điều kiện thực tế của HS tiểu học mà người ta xây dựng chương trình sách giáo khoa thiết thực và có mối liên kết chặt chẽ giữa kiến thức lớp dưới với kiến thức cao hơn ở lớp trên. Đường thẳng ở đây được giới thiệu bằng cách kéo dài mãi hai đầu của đoạn thẳng ta sẽ được một đường thẳng. Cách làm này vừa giúp cho HS dễ hình thành biểu tượng về đường thẳng, đồng thời cũng khắc sâu thêm ấn tượng về đoạn thẳng.



Tuy nhiên, cần chú ý, HS thường hay nhầm lẫn giữa đường thẳng và đoạn thẳng. GV cần làm cho HS biết rằng : Vẽ một đường thẳng khác vẽ một đoạn thẳng. Đoạn thẳng có giới hạn (bởi hai điểm đầu mút). Đường thẳng không có giới hạn (vô hạn) và chỉ có thể vẽ một phần của nó, chứ không thể vẽ toàn bộ đường thẳng.

Bên cạnh đó trong quá trình giảng dạy chúng ta có thể cung cấp các hình ảnh thực tế như : Tia sáng xuyên qua một lỗ trên cửa nhỏ, sợi chỉ dài căng thẳng, mép giấy... để củng cố biểu tượng về đường thẳng.

Ngoài ra, để khắc sâu thêm kiến thức mới và cũ cho HS, chúng ta có thể giới thiệu cho HS rằng : Trên đường thẳng nếu ta lấy hai điểm M, N thì ta được đoạn thẳng MN.

Hoặc có thể lấy một sợi dây để chùng xuống, một sợi dây căng thành đường gấp khúc, một sợi dây căng thẳng, để cho HS so sánh giữa đường cong, đường gấp khúc và đường thẳng để từ đó khắc sâu thêm biểu tượng về đường thẳng.

#### 4. Tia

##### 4.1. Khái niệm về tia



Điểm O trên đường thẳng chia đường thẳng xy thành hai phần đường thẳng riêng biệt. Ta giới thiệu tia bằng mô tả trực quan (hình vẽ) :

Một phần đường thẳng bị chia ra bởi điểm O, cùng với điểm O được gọi là một tia gốc O. Ta có thể phát biểu định nghĩa tia gốc O một cách chặt chẽ như sau :

“Mỗi điểm O nằm trên đường thẳng chia các điểm còn lại của đường thẳng thành hai tập hợp không giao nhau sao cho hai điểm thuộc hai tập hợp khi và chỉ khi điểm O nằm giữa chúng”.

Hình gồm điểm O và một trong hai tập hợp nói trên gọi là một tia gốc O.

Bên cạnh thuật ngữ “Tia gốc O” ta còn sử dụng thuật ngữ “Nửa đường thẳng gốc O”. Cả hai thuật ngữ này được dùng đồng thời không phân biệt.

Ta dùng vạch thẳng để biểu diễn đường thẳng. Nay lại dùng vạch thẳng để biểu diễn tia, mà tia lại là nửa đường thẳng. Trĩ tưởng tượng là cần thiết để hình dung tia Ox có giới hạn ở gốc O nhưng không giới hạn về phía x. Trên vạch thẳng biểu diễn tia, thì gốc của tia được vẽ rõ.

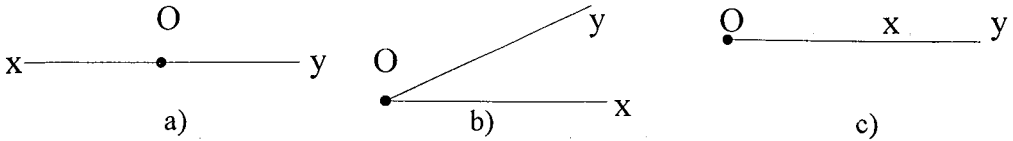
Quá trình hình thành khái niệm tia dẫn tới khái niệm hai tia đối nhau : “Hai tia chung gốc Ox, Oy tạo thành đường thẳng xy được gọi là hai tia đối nhau” và công nhận tính chất : “mỗi điểm trên đường thẳng là gốc chung của hai tia đối nhau”.

Hai tia trùng nhau : Đó là khả năng đặt tên khác nhau cho cùng một tia.

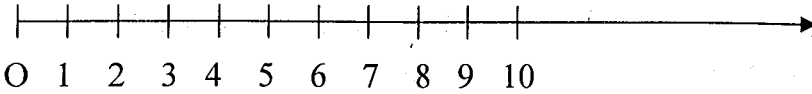
Ở hình dưới, tia Ox còn được gọi là tia OA, tia OB, tia OC :



Hai tia chung gốc : Có 3 trường hợp như hình vẽ.



#### 4.2. Tia được trình bày trong sách giáo khoa tiểu học



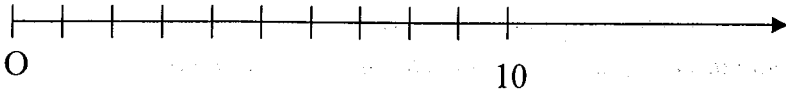
Ở sách giáo khoa tiểu học HS chỉ được làm quen tia ở dạng tia số.

*Nhận xét* : Ta thấy rằng tia được trình bày dưới dạng các thuật ngữ như “Tia gốc O” và “Nửa đường thẳng gốc O”, cùng với việc trình bày về khái niệm tia, HS cũng được bao quát hết mọi trường hợp như : Hai tia trùng nhau, hai tia chung gốc...

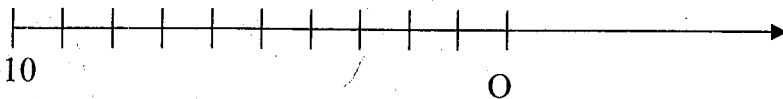
Ở tiểu học, để tránh đưa ra các thuật ngữ, đồng thời khơi gợi trí tưởng tượng của HS, tia được giới thiệu ở dạng tia số. Với ý nghĩa tia bắt đầu từ một điểm và kéo dài vô tận theo dãy số. Tuy nhiên “tia” được trình bày ngay ở lớp 1 nên cũng chưa thể hiểu hết ý nghĩa này mà ở đây chỉ giúp HS bước đầu làm quen với “tia” thông qua “tia số”. Dùng “tia số” để khắc sâu thêm phần kiến thức vừa được giới thiệu ở phần trước. Tia số cũng có thể minh họa cho việc so sánh các số, các số ở bên trái thì bé hơn các số ở bên phải nó và ngược lại.

#### 4.3. Thực hành luyện tập về tia số

*Bài tập* : a) Viết các số vào dưới mỗi vạch theo thứ tự tăng dần



b) Viết các số vào dưới mỗi vạch theo thứ tự giảm dần



### 5. Tam giác

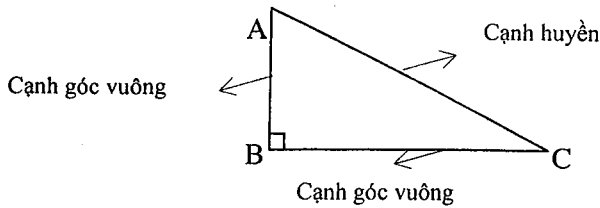
#### 5.1. Khái niệm tam giác

##### 5.1.1. Định nghĩa

Cho 3 điểm A, B, C không cùng thuộc một đường thẳng. Tất cả các điểm của 3 đoạn thẳng AB, AC, BC tạo thành cái gọi là tam giác. Các điểm A, B, C được gọi là các đỉnh và các đoạn thẳng AB, BC, AC là các cạnh của tam giác đó.

##### 5.1.2. Tam giác vuông

Tam giác có một góc vuông gọi là tam giác vuông. Cạnh đối diện với góc vuông gọi là cạnh huyền, hai cạnh còn lại gọi là cạnh góc vuông.



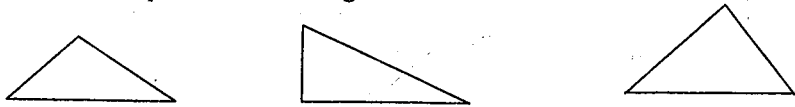
### 5.1.3. Hai tam giác bằng nhau

Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có các cạnh tương ứng bằng nhau và các góc tương ứng bằng nhau.

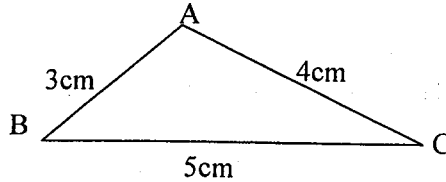
## 5.2. Tam giác được trình bày trong sách giáo khoa Toán tiểu học

### 5.2.1. Giới thiệu về tam giác

HS bước đầu được làm quen với hình tam giác.



### 5.2.2. Chu vi hình tam giác



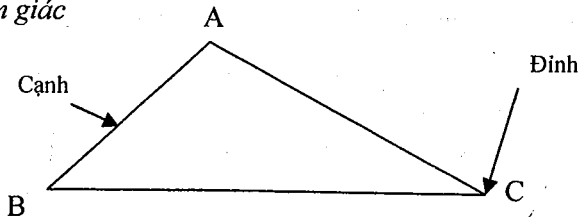
Hình tam giác ABC có 3 cạnh là AB, BC và AC.

Tổng độ dài 3 cạnh hình tam giác ABC là :  $3\text{cm} + 5\text{cm} + 4\text{cm} = 12(\text{cm})$

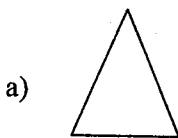
Ta nói rằng chu vi hình tam giác ABC là 12cm.

*Tổng độ dài các cạnh của của tam giác là chu vi của hình đó.*

### 5.2.3. Diện tích hình tam giác



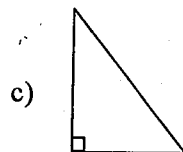
Hình tam giác ABC có 3 đỉnh là A, B, C. Ba góc là góc A, góc B, góc C. Ba cạnh là cạnh AB, cạnh BC và cạnh AC.



Tam giác có 3 góc nhọn

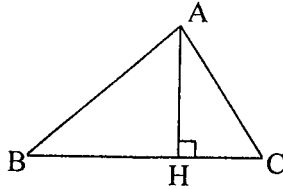


Tam giác có 1 góc tù



Tam giác có 1 góc vuông, 2 góc nhọn

- Đáy và chiều cao

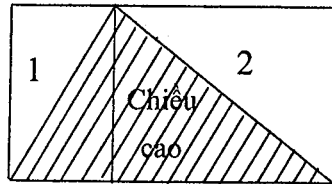
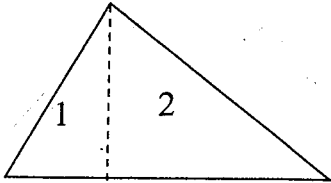


BC : đáy; AH : chiều cao

- Diện tích hình tam giác : Cắt và ghép hình

Có hai tam giác bằng nhau.

Lấy một hình tam giác, cắt theo chiều cao để chia thành hai mảnh tam giác 1 và 2. Ghép hai mảnh 1 và 2 vào tam giác còn lại để được một hình chữ nhật.



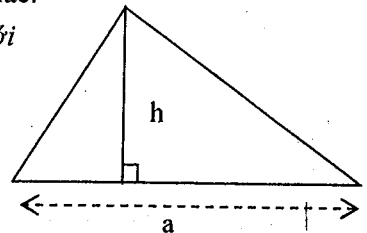
Hình chữ nhật có chiều dài bằng độ dài đáy của hình tam giác, có chiều rộng bằng chiều cao của hình tam giác.

Diện tích hình chữ nhật gấp đôi diện tích hình tam giác.

Muốn tính diện tích hình tam giác ta lấy đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo) rồi chia cho 2.

(a là độ dài đáy, h là chiều cao)

Nhận xét : Biểu tượng về hình tam giác được xây dựng qua hai giai đoạn :



Giai đoạn 1 : Ở các lớp đầu cấp, các hình này được GV đưa ra một loạt với màu sắc, kích thước và đặt ở các vị trí khác nhau. GV giới thiệu tên hình và đối chiếu nó với những hình không phải là tam giác để giúp HS nhận diện và gọi đúng tên hình. Sau đó HS tìm các VD thực tế về hình tam giác (như thước kẻ, ê-ke, biển báo giao thông...). HS tiếp tục tập gấp, cắt, dán hình tam giác, tô màu lên hình, ghép hình bằng que, vẽ hình...

Sau khi đã giới thiệu về các yếu tố của hình, HS đã có thể nhận biết hình chính xác hơn một bước : Tam giác có 3 đỉnh, 3 cạnh, 3 góc...

Giai đoạn 2 : Ở các lớp giữa và cuối cấp, khi HS đã quen với việc đo độ dài và các loại góc, đã quen so sánh thì các em sẽ được tập nhận biết hình dựa trên sự phân tích các đặc điểm bản chất của các yếu tố của hình như đặc điểm về cạnh, về góc... Chẳng hạn, biểu tượng về hình tam giác vuông cũng được xây dựng trên cơ sở quan sát và so sánh các góc : Tam giác có một góc vuông, hai góc còn lại có số đo bé hơn.

Việc tính chu vi của hình tam giác cũng được dựa trên cơ sở tính độ dài các cạnh (thông qua đo và tính độ dài đường gấp khúc).

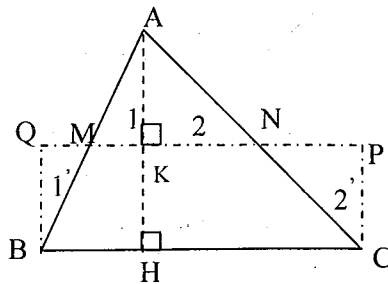
Việc xây dựng công thức tính diện tích hình tam giác được dựa vào công thức tính diện tích hình chữ nhật. Diện tích hình tam giác chẳng qua chỉ là một nửa diện tích hình chữ nhật có hai kích thước lần lượt là đáy  $a$  và chiều cao  $h$  của tam giác. Do đó công thức tính diện tích hình tam giác là :

$$S = \frac{a \times h}{2}$$

Việc xây dựng công thức tính diện tích tam giác thông qua diện tích hình chữ nhật vừa tạo cơ sở khoa học giúp HS dễ hiểu, dễ thuộc công thức, vừa là để củng cố kiến thức về diện tích của hình chữ nhật.

Sách giáo khoa toán lớp 5 giới thiệu công thức tính diện tích tam giác trên cơ sở công thức tính diện tích hình chữ nhật và thủ thuật cắt (ghép) hình.

Ngoài ra trên thực tế cũng có thể cắt ghép theo cách khác như sau :

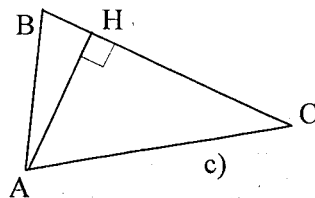
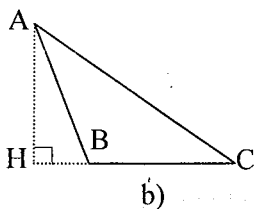
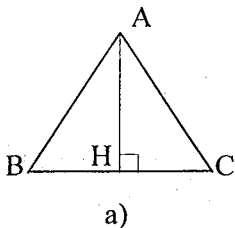


Dùng thước có vạch  $mm$  xác định các điểm chính giữa  $M$  và  $N$  của hai cạnh  $AB$  và  $AC$  của tam giác  $ABC$ . Cắt đôi tam giác theo đường  $MN$ . Vẽ chiều cao  $AK$  của tam giác  $AMN$  (ta thấy  $AK = AH/2$ ) cắt tam giác  $AMN$  theo đường  $AK$  để có hai mảnh 1 và 2, rồi ghép vào tứ giác (hình thang)  $BCMN$  theo vị trí 1' và 2'. Vậy tam giác  $ABC$  đã được cắt và ghép thành hình chữ nhật  $BCPQ$  có chiều dài là đáy tam giác và chiều rộng bằng nửa chiều cao tam giác  $ABC$ . Từ đây suy ra quy tắc tổng quát và công thức tính diện tích hình tam giác :  $S = \frac{a \times h}{2}$ .

Trong chương trình tiểu học, kiến thức về tam giác được giới thiệu mới chỉ là những kiến thức nền tảng làm cơ sở cho các cấp học trên. HS có thể dựa trên những kiến thức vừa được học ở lớp dưới mà tiếp thu và hiểu sâu hơn về những kiến thức mới. Chẳng hạn, ở trình độ tiểu học, HS đã biết nhận diện tam giác, biết được những đặc điểm cơ bản của tam giác, biết tính chu vi, diện tích, vẽ hình... Lên những lớp trên, HS lại được học về mối quan hệ giữa các góc, cạnh của một tam giác, các dạng đặc biệt của một tam giác, tính độ dài của cạnh tam giác thông qua định lí Pi-ta-go.

Như vậy, có thể thấy những kiến thức nền này là không thể thiếu, nó là một phần của hệ thống kiến thức mà HS buộc phải có để tiếp tục học lên.

*Chú ý* : Biểu tượng về đường cao cũng được giới thiệu ở lớp 4 và lớp 5, trên cơ sở những hiểu biết về đường vuông góc để chuẩn bị cho việc học tính diện tích hình bình hành, hình tam giác, hình thang. Cần làm cho HS nắm chắc biểu tượng qua những trường hợp :



Việc tập dượt cho HS vẽ hình chính xác, đúng quy trình vừa góp phần củng cố biểu tượng, vừa góp phần rèn luyện kỹ năng vẽ hình. Kỹ năng này cũng được xây dựng từng bước, ở các lớp đầu cấp thì vẽ hình trên giấy kẻ ô vuông có cho sẵn các đỉnh, ở các lớp cuối cấp thì HS phải tự vẽ chính xác, đúng quy trình, đúng yêu cầu bằng thước kẻ, ê-ke, compa...

Có thể mô tả chiều cao như sau : “Đoạn thẳng vuông góc với đáy kẻ từ đỉnh đối diện gọi là chiều cao”. Đối với tam giác có 3 góc nhọn thì thông thường HS không khó khăn trong việc vẽ 3 chiều cao của tam giác. Song với tam giác có góc tù (hoặc tam giác vuông) thì HS thường lúng túng, chiều cao lúc này có thể nằm ngoài tam giác (hoặc trùng với cạnh góc vuông).

Khi đó GV cần nhấn mạnh : Nếu tam giác ABC có góc B tù thì muốn vẽ được chiều cao AH ta phải kéo dài cạnh đáy BC rồi dùng ê-ke để kẻ chiều cao. Lúc này chiều cao AH nằm ngoài tam giác ABC (hình b).

Ngoài ra, khi cho HS vẽ chiều cao của tam giác (bằng ê-ke) HS thường khó xác định khi đáy của tam giác không nằm ngang mà nằm xiên hoặc thẳng đứng. Vì thế tránh gây ra những biểu tượng sai về chiều cao, GV cần quan tâm hướng dẫn HS xác định và vẽ đúng trong mọi trường hợp.

Khi áp dụng công thức :  $S = (a \times h)/2$  HS thường không chú ý là a và h phải cùng đơn vị đo. Nếu a (hoặc h) là số chẵn thì nên tính a/2 (hoặc h/2) trước rồi mới nhân với h (hoặc a) để đỡ phải tính tích của các số lớn và lẻ. GV cần lưu ý nhắc nhở những điều này và tìm cách khắc phục. (Cách khắc phục tốt nhất là tạo cho HS thói quen ngay từ đầu, trước khi bước vào giải bài toán cần chú ý kiểm tra đơn vị của số liệu, số đã cho là chẵn hay lẻ...).

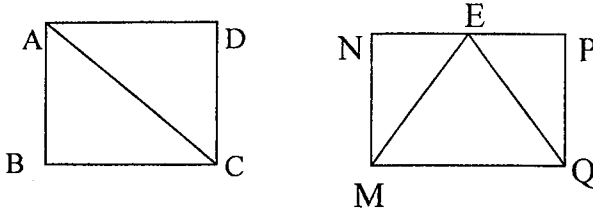
#### 5.2.4. Thực hành luyện tập về hình tam giác

*Bài 1* : Tô màu vào các hình, ghép các hình đã cho thành một hình mới.

Những bài tập này bước đầu giúp HS có biểu tượng chính xác và nhận biết đúng về hình tam giác vừa rèn luyện khả năng tổng hợp hình cho HS.

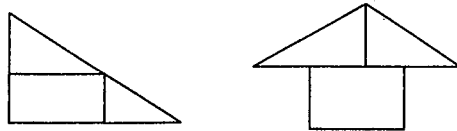
*Bài 2* : a) Đo độ dài các cạnh của hình chữ nhật ABCD rồi tính diện tích hình tam giác ABC.

b) Đo độ dài các cạnh của hình chữ nhật MNPQ và độ dài cạnh NE.

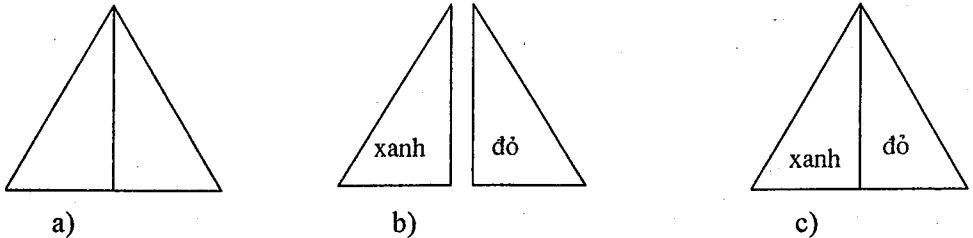


Bài tập này có thể coi là một bài tập tổng hợp rèn luyện cho HS các kỹ năng đo độ dài, tính diện tích của các hình đã học. Sau khi HS tính được diện tích của các hình tam giác theo yêu cầu của bài toán, GV có thể cho HS quan sát các hình tam giác đã được tính và so sánh diện tích các hình tam giác đó để khắc sâu kiến thức mới cho HS.

VD : Ghép các hình đã cho thành một số hình khác chẳng hạn như :



GV có thể cho HS lấy bút chì tô xanh, đo vào mỗi hình tam giác nhỏ rồi cắt rời ra để thấy có hai hình : Tam giác xanh và tam giác đỏ (hình b) sau đó ghép lại để có tam giác thứ 3 (hình c).



Ở đây, quá trình phân tích cho ta hai hình tam giác, quá trình tổng hợp cho ta thấy thêm một hình tam giác nữa. Do đó trong hình a có cả thấy 3 hình tam giác. Vì thế loại toán này còn gọi là loại toán về phân tích và tổng hợp hình. Nó vừa có tác dụng rèn kỹ năng nhận dạng hình vừa có tác dụng rèn luyện các thao tác tư duy phân tích, tổng hợp.

Ngoài ra, GV có thể cho HS tập xếp hình bằng que diêm, que tính...

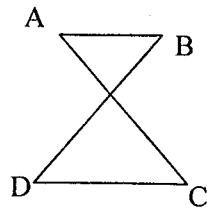
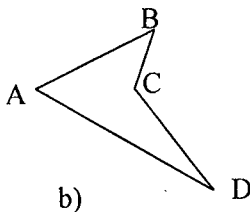
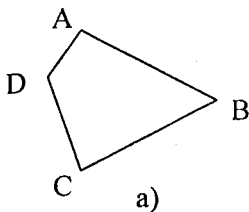
## 6. Tứ giác

### 6.1. Khái niệm về tứ giác

#### 6.1.1. Khái niệm chung về tứ giác

Tứ giác là hình gồm 4 đoạn thẳng trong đó bất kì hai đoạn thẳng nào cũng không nằm trên một đường thẳng.

Trong tứ giác ABCD (hình vẽ) các điểm A, B, C, D gọi là các đỉnh ; Các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA gọi là các cạnh.



### 6.1.2. Các loại tứ giác

a) *Tứ giác đơn* : Là tứ giác mà các cạnh chỉ cắt nhau tại các đỉnh (hình a, b).

Trái lại thì gọi là tứ giác không đơn (hình c).

*Trong tứ giác đơn* : Hai đỉnh cùng thuộc một cạnh gọi là hai đỉnh kề nhau, hai đỉnh không kề nhau gọi là hai đỉnh đối nhau.

Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối nhau gọi là đường chéo.

Hai cạnh cùng xuất phát tại một đỉnh gọi là hai cạnh kề nhau.

b) *Tứ giác lồi* : Là tứ giác đơn nhưng nó luôn nằm trong một nửa mặt phẳng mà bờ là đường thẳng chứa bất kì cạnh nào của nó.

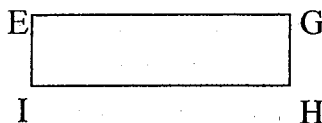
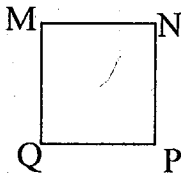
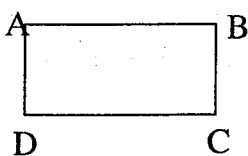
*Chú ý* : Ở trường phổ thông ta chỉ nghiên cứu tứ giác lồi bởi vậy khi nói đến tứ giác mà không chú thích gì thêm thì ta hiểu là tứ giác lồi.

Ta thường viết tên tứ giác theo thứ tự đỉnh kề nhau. Tứ giác ABCD có thể viết BCDA hay CDAB, nhưng không nên viết ABDC (vì B và D phải là hai đỉnh kề nhau). Các góc DAB, ABC, BCD, CDA gọi là các góc của tứ giác và thường viết tắt là : A, B, ... Các góc kề bù với góc của tứ giác tại mỗi đỉnh gọi là các góc ngoài của tứ giác.

Hai góc đối đỉnh nhau gọi là hai góc đối nhau.

## 6.2. Tứ giác được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học

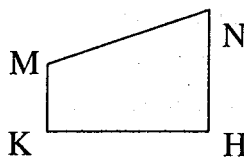
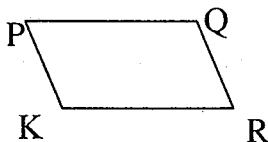
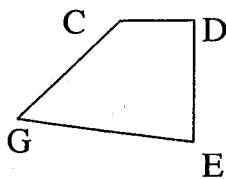
### 6.2.1. Tứ giác được trình bày cùng với hình chữ nhật.



Hình chữ nhật

Hình chữ nhật

Hình chữ nhật



Hình tứ giác

Hình tứ giác

Hình tứ giác



*Chu vi hình tứ giác được trình bày cùng chu vi tam giác*

Với cách tính tương tự như cách tính chu vi hình tam giác ta có cách tính chu vi hình tứ giác : bằng tổng độ dài các cạnh của nó.

*“Tổng độ dài các cạnh của hình tam giác (tứ giác) là chu vi của hình đó”.*

*Nhận xét* : Chúng ta có thể thấy rằng sách giáo khoa toán tiểu học mới chỉ giới thiệu sơ qua về hình tứ giác (là hình có 4 cạnh). Việc so sánh giúp HS phân biệt và nhận diện hình được chính xác.

Để phân biệt được hình tam giác và hình tứ giác HS lúc này chỉ dựa vào trực giác và đếm số cạnh chứ chưa thấy được đặc điểm bản chất của chúng như : hình bình hành là tứ giác có hai cặp cạnh đối diện song song hay hình thoi được coi như là hình bình hành có 4 cạnh bằng nhau...

Ở đây, chỉ yêu cầu HS nhận biết và nêu đúng tên hình tam giác, hình tứ giác ở dạng tổng thể, chưa yêu cầu nhận ra hình vuông cũng là hình chữ nhật, hình chữ nhật cũng là hình tứ giác hoặc đi sâu vào các đặc điểm yếu tố của hình. Khi tính chu vi các hình, chủ yếu với độ dài các cạnh có cùng đơn vị đo... Sách giáo khoa đã thể hiện được mức độ về yêu cầu kiến thức, kỹ năng cơ bản theo đúng trình độ chuẩn.

### 6.2.2. Hình chữ nhật

- *Định nghĩa* : Hình chữ nhật là hình bình hành có một góc vuông.

Từ định nghĩa ta suy ra : Trong hình chữ nhật, tất cả các góc đều vuông, do đó hình chữ nhật cũng là hình thang cân.

Độ dài hai cạnh kề của hình chữ nhật gọi là các kích thước của hình chữ nhật.

- *Tính chất* : Hình chữ nhật có tất cả tính chất của hình bình hành và hình thang cân.

Đặc biệt từ các tính chất của hình thang cân ta suy ra :

Trong hình chữ nhật hai đường chéo bằng nhau (hình vẽ).

Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.

- *Dấu hiệu để nhận biết hình chữ nhật* : Để chứng minh tứ giác là hình chữ nhật, ta có thể chứng minh tứ giác đó có một trong các tính chất sau :

+ Tứ giác có 3 góc vuông.

+ Hình thang cân có một góc vuông.

+ Hình bình hành có một góc vuông.

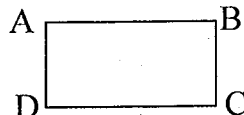
+ Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau.

*Hình chữ nhật được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học :*

Hình chữ nhật bắt đầu được giới thiệu ngay từ lớp 2 cùng với việc giới thiệu về hình tứ giác.

Hình chữ nhật ABCD có :

4 góc đỉnh A, B, C, D đều là góc vuông.



4 cạnh gồm :

- Hai cạnh dài là AB và CD, hai cạnh ngắn là AD và BC.
- Hai cạnh dài có độ dài bằng nhau viết là :  $AB = CD$
- Hai cạnh ngắn có độ dài bằng nhau viết là :  $AD = BC$

Như vậy hình chữ nhật có 4 góc vuông, có hai cạnh dài bằng nhau và hai cạnh ngắn bằng nhau. Độ dài cạnh dài gọi là chiều dài, độ dài cạnh ngắn gọi là chiều rộng.

- Chu vi hình chữ nhật :

Chu vi hình chữ nhật ABCD là :

$$4 + 3 + 4 + 3 = 14 \text{ (cm)}$$

$$\text{hoặc } (4 + 3) \times 2 = 14 \text{ (cm)}$$

Muốn tính chu vi hình chữ nhật ta

lấy chiều dài cộng với chiều rộng (cùng đơn vị đo) rồi nhân với 2.

- Diện tích hình chữ nhật.

Hình chữ nhật ABCD có :  $3 \times 4 = 12$  (ô vuông).

Diện tích mỗi ô vuông là  $1\text{cm}^2$ .

Diện tích hình chữ nhật ABCD là :

$$4 \times 3 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Muốn tính diện tích hình chữ nhật ta lấy chiều dài nhân với chiều rộng (cùng đơn vị đo).

Nhận xét : Việc xây dựng công thức tính diện tích hình chữ nhật được tiến hành theo hai bước sau :

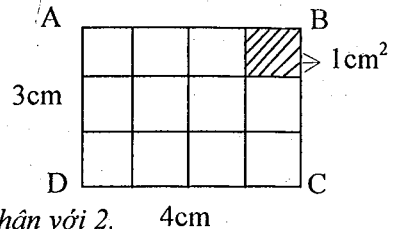
Chia hình chữ nhật thành các ô vuông  $1\text{cm}^2$  (với các cạnh hình chữ nhật là số nguyên-xăng-ti-mét).

Dựa vào phép nhân để tính toàn bộ số ô vuông  $1\text{cm}^2$  của hình. Tức là tính diện tích của hình chữ nhật. Từ đó lập mối quan hệ giữa số đo diện tích với số đo chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật, để hình thành quy tắc tổng quát. Diện tích hình chữ nhật thông qua các ô vuông  $1\text{cm}^2$  dễ dàng hơn nhờ có sự giới thiệu từ trước về diện tích của một hình (bài Diện tích của một hình).

HS thường hay nhầm lẫn giữa biểu tượng về chu vi và diện tích vì thế để khắc phục tình trạng này GV phải nhấn mạnh cho HS ngay từ đầu bằng cách tô màu lên hình hoặc cho GV lấy thước chỉ theo đường gấp khúc thể hiện chu vi của hình hoặc gạch chéo phần thể hiện diện tích của hình.

- Một số bài tập thực hành luyện tập về hình chữ nhật

Bài tập 1 : "Khoanh vào câu trả lời đúng" bài tập này vừa rèn cho HS tính chu vi của hình chữ nhật vừa có sự so sánh giữa chu vi của 2 hình để từ đó lựa chọn kết quả đúng. Bài tập này cũng giúp HS làm quen với kiểu bài tập trắc nghiệm.



Bài tập 2 : Hình H gồm hình chữ nhật ABCD và hình chữ nhật MNPD (có kích thước ghi trên hình vẽ)

a) Tính diện tích mỗi hình chữ nhật trong hình vẽ.

b) Tính diện tích hình H.

Để giải được bài tập này HS phải xác định

được hình chữ nhật ABCD,

và hình chữ nhật DMNP.

Xác định được các cạnh của mỗi hình. Sau đó

tính diện tích của mỗi hình rồi tính tổng diện tích của hai hình chữ nhật đó.

Loại bài tập này giúp HS biết vận dụng công thức tính diện tích hình chữ nhật vào giải quyết yêu cầu của bài. Đồng thời cũng rèn luyện cho HS khả năng phân tích và tổng hợp hình thông qua việc xác định từng hình chữ nhật (phân tích) và diện tích hình H (tổng hợp).

Ngoài các bài tập tính diện tích hình chữ nhật trong sách giáo khoa, GV có thể sáng tác ra các bài tập phù hợp với trình độ HS và có tính ứng dụng thực tế như tính diện tích lớp học hoặc diện tích ao cá... có dạng hình chữ nhật.

Các bài toán về tính chu vi, diện tích của hình chữ nhật được đưa ra ở lớp 3, có số đo các cạnh đều phù hợp với phạm vi của số hoặc các bảng tính mà HS đã được học. Đó chính là sự thể hiện đan xen giữa các tuyến kiến thức với nhau. Khi tính chu vi, diện tích, HS chủ yếu vận dụng quy tắc tính với độ dài các cạnh có cùng đơn vị đo.

Sách giáo khoa toán 3 mới cũng đã chú trọng tăng cường các bài luyện tập, thực hành nhằm rèn luyện kỹ năng, phát triển tư duy, trí tưởng tượng của HS như : Nhận dạng hình, đo độ dài, tính chu vi, tính diện tích hình chữ nhật, hình vuông, vẽ hình và đặc biệt là loại bài phân tích và tổng hợp hình, gấp hình, xếp và ghép hình.

### 6.2.3. Hình vuông

+ **Định nghĩa** : Hình vuông là hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau.

Từ định nghĩa suy ra : Hình vuông có 4 cạnh bằng nhau và 4 góc vuông. Như vậy, hình vuông là hình thoi có một góc vuông.

+ **Tính chất** : Hình vuông có tất cả các tính chất của hình chữ nhật và hình thoi. Đặc biệt : Hai đường chéo của hình vuông bằng nhau và vuông góc với nhau (hình vẽ).

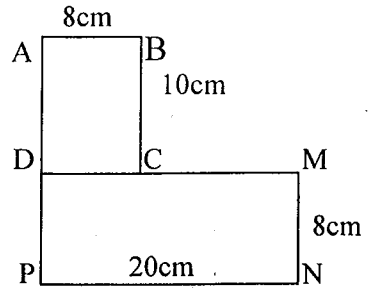
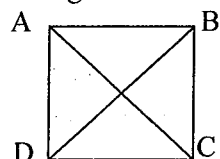
Trong hình vuông : Giao điểm của hai đường chéo là tâm đối xứng.

Hai đường chéo và hai đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường chéo và vuông góc với các cạnh hình vuông là 4 trục đối xứng.

+ **Dấu hiệu nhận biết hình vuông** :

- Hình vuông là hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau.

- Hình vuông là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc.



- Hình vuông có một đường chéo là phân giác của một góc.
- Hình vuông là hình thoi có một góc vuông.
- Hình vuông là hình thoi có hai đường chéo bằng nhau.

*Hình vuông được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học*

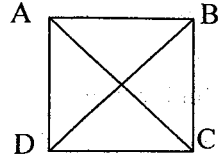
Ngay từ lớp 1, hình vuông đã được giới thiệu cùng với hình tam giác, hình tròn.

Hình vuông ABCD có :

4 góc A, B, C, D, đều là góc vuông.

4 cạnh có độ dài bằng nhau :  $AB = BC = CD = AD$

Hình vuông có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau



*Chu vi hình vuông*

Nếu cho các cạnh của hình vuông ABCD có độ dài bằng 3 cm thì :

Chu vi hình vuông ABCD là :

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12 \text{ (cm)}$$

$$\text{hoặc } 3 \times 4 = 12 \text{ (cm)}$$

*Muốn tính chu vi hình vuông ta lấy độ dài một cạnh nhân với 4.*

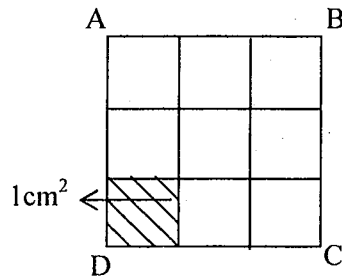
*Diện tích hình vuông*

Hình vuông ABCD có :  $3 \times 3 = 9$  (ô vuông)

Diện tích mỗi ô vuông là  $1\text{cm}^2$ .

Diện tích hình vuông là :  $3 \times 3 = 9$  ( $\text{cm}^2$ )

*Muốn tính diện tích hình vuông ta lấy độ dài một cạnh nhân với chính nó.*



*Nhận xét :* Cách giới thiệu về hình vuông tương tự như hình chữ nhật. Hình vuông được giới thiệu ngay từ lớp 1 và được củng cố dần ở các lớp trên bằng các đặc điểm về góc cạnh của hình : “Hình vuông có 4 góc vuông và 4 cạnh bằng nhau”.

Việc xây dựng và hình thành quy tắc tính chu vi và diện tích hình vuông cũng tương tự như hình chữ nhật.

**Cần chú ý :** Hình vuông là hình chữ nhật đặc biệt (chiều dài bằng chiều rộng) chúng ta có thể xây dựng công thức tính diện tích hình vuông thông qua công thức tính diện tích hình chữ nhật bằng cách thay chiều dài hình chữ nhật (b) bằng chiều rộng hình chữ nhật (a). Có nghĩa là diện tích hình chữ nhật đặc biệt này bây giờ sẽ được tính như sau :

$$S = a \times b = a \times a \text{ (vì trong hình vuông } a = b\text{)}.$$

*Một số bài tập luyện tập về hình vuông*

*Bài tập.*

a) Người ta uốn một đoạn dây thép vừa đủ thành một hình vuông cạnh 10cm. Tính độ dài đoạn dây đó.

Bài tập yêu cầu tính độ dài đoạn dây, cũng chính là tính chu vi hình vuông. Qua bài tập này củng cố cho HS biểu tượng về chu vi của một hình (chính bằng độ dài đường gấp khúc của hình đó).

b) Mỗi viên gạch hình vuông có cạnh 20cm. Tính chu vi hình chữ nhật được ghép bởi 3 viên gạch như thế.

Bài tập yêu cầu HS tính chu vi hình chữ nhật được ghép bởi 3 hình vuông nhằm củng cố lại kiến thức về chu vi hình chữ nhật vừa tạo sự so sánh giữa cạnh của hai hình vuông và hình chữ nhật.

*Bài tập* : Viết vào ô trống theo mẫu :

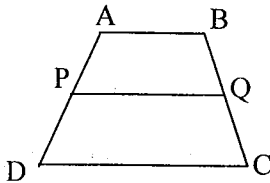
<i>Cạnh hình vuông</i>	<i>3cm</i>	<i>5cm</i>	<i>10cm</i>
<i>Chu vi hình vuông</i>	$3 \times 4 = 12 \text{ (cm)}$		
<i>Diện tích hình vuông</i>	$3 \times 3 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$		

Bài tập rèn luyện việc tính chu vi và diện tích hình vuông dựa vào công thức và quy tắc đã được học. Đồng thời cũng là sự phân biệt giữa chu vi với diện tích của hình vuông.

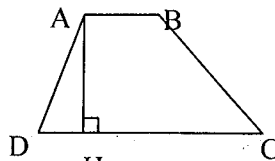
#### 6.2.4. Hình thang

- *Định nghĩa* : Hình thang là hình tứ giác có hai cạnh song song.

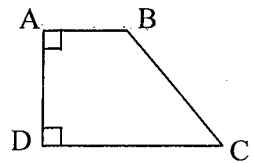
Hai cạnh song song gọi là hai cạnh đáy, hai cạnh còn lại gọi là hai cạnh bên, đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên gọi là đường trung bình (hình vẽ).



a)



b)



c)

Trong hình a) : AB và CD là đáy (để thuận tiện, người ta phân biệt đáy lớn, đáy nhỏ), cạnh AD và BC là cạnh bên, PQ là đường trung bình.

Đoạn thẳng xuất phát từ một đỉnh và vuông góc với đường thẳng chứa cạnh đáy gọi là đường cao. Độ dài của đường cao gọi là chiều cao (hình b) (AH là đường cao của hình thang ABCD).

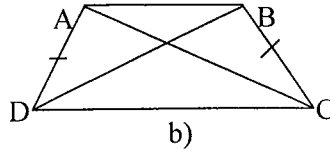
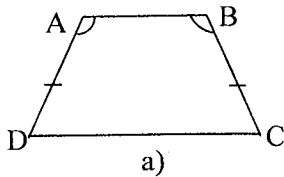
Hình thang có 1 cạnh bên vừa là đường cao gọi là hình thang vuông (hình c).

Đường trung bình của hình thang song song với 2 đáy và có độ dài bằng nửa tổng độ dài của 2 đáy.

*Hình thang cân* : Là hình thang có hai góc ở đáy bằng nhau.

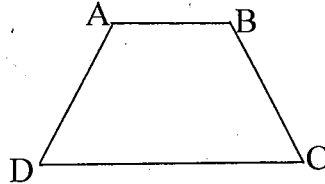
Trong hình thang cân hai cạnh bên bằng nhau (hình a).

Trong hình thang cân hai đường chéo bằng nhau (hình b).



Hình thang được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học

Hình thang



Hình thang ABCD có :

- Đáy nhỏ AB song song với đáy lớn CD.
- Cạnh bên AD không song song với cạnh bên BC.

Hình thang là hình có một cặp cạnh đối diện song song và một cặp cạnh đối diện kia không song song.

- Diện tích hình thang

Hình thang ABCD có điểm I là trung điểm của BC, cắt rời tam giác ABI và ghép như hình bên ta được tam giác ADK.

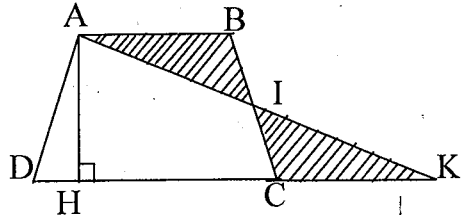
Diện tích hình thang ABCD bằng diện tích hình tam giác ADK :

$$S = \frac{DK \times AH}{2} = \frac{(AB + CD) \times AH}{2}$$

Diện tích hình thang bằng tổng độ dài

hai đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo) rồi chia cho hai.

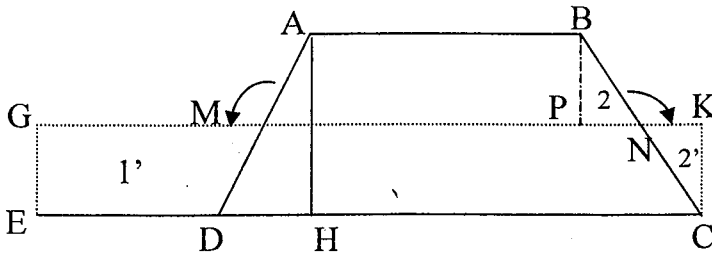
$$S = \frac{(AB + CD) \times AH}{2}$$



**Nhận xét :** Trong chương trình Toán tiểu học, hình thang được giới thiệu là hình có một cặp cạnh đối diện song song và một cặp cạnh đối diện kia không song song (trên cơ sở đã được học về quan hệ song song giữa hai đường thẳng). Vì vậy, khi dạy về hình thang GV có thể kết hợp giới thiệu bài mới bằng kiến thức cũ về hai đường thẳng song song. Như vậy, vừa giúp HS tiếp thu bài mới một cách dễ dàng, vừa tạo được sự liên kết giữa kiến thức trước và sau. Và cũng dựa vào đặc điểm song song ấy để yêu cầu HS nhận diện một số hình mẫu xem có phải là hình thang hay không.

Tương tự như bài diện tích tam giác, quy tắc tính diện tích hình thang cũng được xây dựng trên cơ sở cắt, ghép hình. Ở sách giáo khoa mới (chương trình thực nghiệm) người

ta cắt hình thang thành hai mảnh rồi ghép lại để được một tam giác có đáy bằng tổng hai đáy của hình thang và chiều cao bằng chiều cao của hình thang.



Như vậy, ta đã cắt ghép hình thang ABCD thành hình chữ nhật CEGK. Hình chữ nhật có chiều dài bằng tổng hai đáy của hình thang (ban đầu), có chiều rộng bằng nửa chiều cao ban đầu nên ta suy ra được quy tắc và công thức tính diện tích hình thang :

$$S = \frac{(AB + CD) \times AH}{2}$$

Ngoài ra cũng có thể đi đến công thức tính diện tích hình thang bằng cách tách hình thang thành hai tam giác như sau :

Kí hiệu S là diện tích ta có :

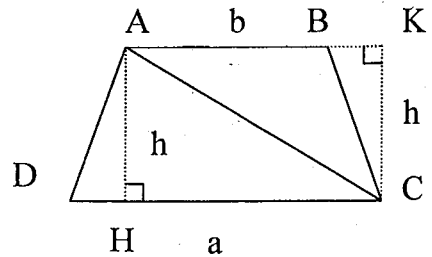
$$S_{ABCD} = S_{ACD} + S_{ABC}$$

Mà :

$$S_{ACD} = \frac{CD \times AH}{2} = \frac{a \times h}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times CK}{2} = \frac{b \times h}{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{a \times h + b \times h}{2} = \frac{(a + b) \times h}{2}$$



Cũng như đối với công thức tính diện tích tam giác, GV cũng cần lưu ý với học sinh về đơn vị của các độ dài a, b, h (cùng đơn vị đo).

Nếu a + b (hoặc h) là số chẵn thì tính (a + b)/2 (hoặc h/2) trước rồi mới nhân với h (hoặc a + b).

Để rèn luyện khả năng tư duy, suy luận của HS, GV có thể từ những công thức vừa xây dựng được chuyển sang những công thức ngược, từ đó xây dựng đề toán ngược để củng cố sâu thêm kiến thức.

Chẳng hạn, từ công thức tính diện tích hình thang ở trên ta có :

$$a + b = \frac{S \times 2}{h}; \quad h = \frac{S \times 2}{a + b}$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{S}{h}; a = \frac{S \times 2}{h} - b; b = \frac{S \times 2}{h} - a$$

Xây dựng được những bài toán ngược này cũng là giúp HS rèn kỹ năng giải các bài toán điển hình như tìm hai số khi biết tổng và hiệu của chúng.

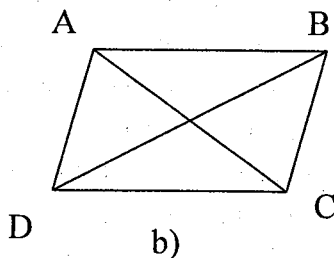
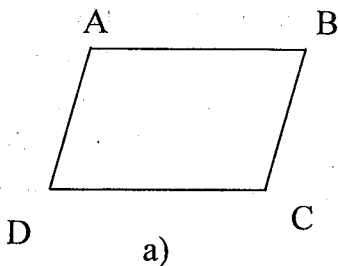
### 6.2.5. Hình bình hành

- **Định nghĩa** : Hình bình hành là tứ giác có hai cặp cạnh song song.

Từ định nghĩa ta suy ra : Hình bình hành là hình thang có hai cạnh bên song song.

- **Tính chất** :

- Trong hình bình hành các cạnh đối bằng nhau ;
- Tứ giác có các cạnh đối bằng nhau là hình bình hành ;
- Tứ giác có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành ;
- Trong các hình bình hành các góc đối bằng nhau ;
- Trong hình bình hành các đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

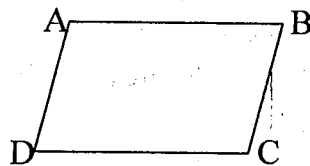


Hình bình hành được trình bày trong sách

giáo khoa toán tiểu học

Hình bình hành ABCD có :

- Cạnh AB song song với cạnh đối diện CD ;
- Cạnh AD song song với cạnh đối diện BC ;
- Cạnh AD = BC và AB = CD.



Hình bình hành có hai cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau.

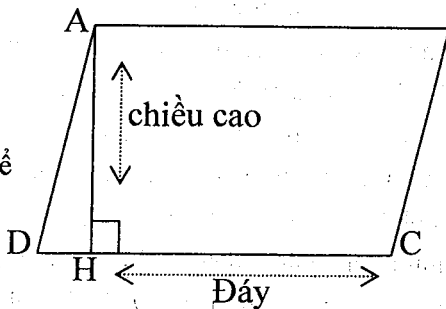
**Diện tích hình bình hành**

CD là cạnh đáy của hình bình hành.

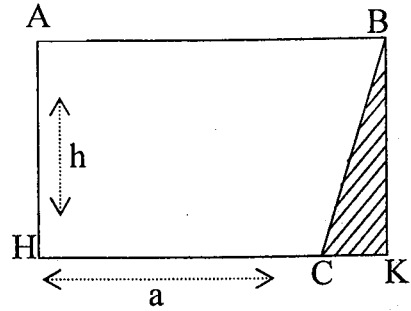
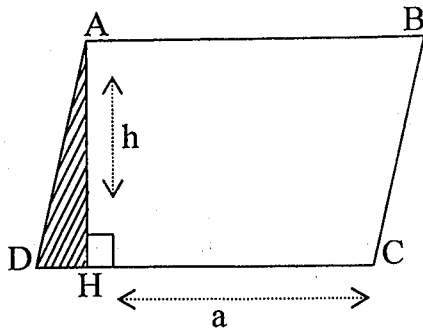
AH vuông góc với CD.

Độ dài AH là chiều cao của hình bình hành.

Cắt phần tam giác ADH ghép sang bên phải để được hình chữ nhật ABKH.







Diện tích hình bình hành ABCD bằng diện tích hình chữ nhật ABKH.

Diện tích hình chữ nhật bằng  $a \times h$ .

*Diện tích hình bình hành bằng độ dài đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo)*

$$S = a \times h \quad (a \text{ là độ dài đáy, } h \text{ là chiều cao của hình bình hành)}$$

*Nhận xét* : Việc trình bày khái niệm về hình bình hành, ở sách giáo khoa tiểu học chỉ là sự liệt kê những tính chất cơ bản nhất so với việc trình bày khái niệm hình bình hành ở cấp cao hơn. Hình bình hành ở đây chỉ được hiểu là hình có hai cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau chứ chưa đi sâu vào những đặc trưng cơ bản khác của hình như : Trong hình bình hành các góc đối bằng nhau hay trong hình bình hành hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường...

Nói vậy để chúng ta có thể thấy được việc xây dựng lượng kiến thức sao cho đảm bảo tính khoa học và vừa sức cho HS tiểu học là việc làm hết sức khó khăn. Sở dĩ ở bậc tiểu học những kiến thức về hình bình hành (nói riêng) đưa ra có sự phân biệt với kiến thức ở các lớp trên cũng là vì lí do đó. Hơn nữa, nó cũng chính là cơ sở cho việc học lên của HS.

Tương tự với việc giới thiệu khái niệm hình bình hành thì việc xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành cũng không nằm ngoài tính khoa học và vừa sức. Vì vậy, khi xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành cũng được lựa chọn cách tính sao cho phù hợp và hiệu quả nhất.

Cũng như xây dựng công thức tính diện tích tam giác, hình thang... Xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành chủ yếu dựa vào thủ thuật cắt, ghép hình như ở hình vẽ trên. GV dùng ê-ke xác định đường cao của hình bình hành. Cắt hình bình hành thành hai phần : Tam giác ADH và tứ giác ABCH. Sau đó ghép phần tam giác ADH vào bên phải hình tứ giác ABCH ta được hình chữ nhật ABKH. Lúc này diện tích hình chữ nhật ABKH chính bằng diện tích hình bình hành ABCD với chiều rộng hình chữ nhật là chiều cao  $h$  của hình bình hành, chiều dài hình chữ nhật là đáy  $a$  của hình bình hành. Từ đó, ta xây dựng được công thức tính diện tích hình bình hành :

Việc xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành thông qua công thức tính diện tích hình chữ nhật vừa để giúp HS dễ nhớ, dễ tiếp thu bài mới, đồng thời cũng là để củng cố lại phần kiến thức về diện tích hình chữ nhật cho HS. Ngoài ra, cũng có thể đi đến công thức tính diện tích hình bình hành bằng cách tách hình bình hành thành hai hình tam giác như sau :

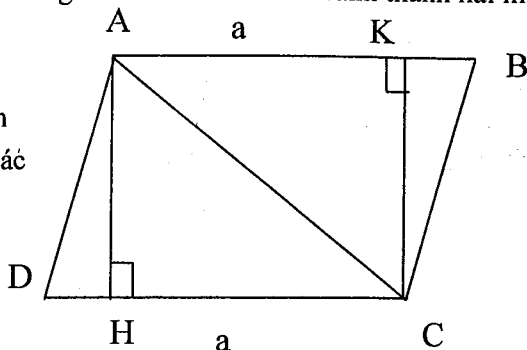
Chia hình bình hành thành hai tam giác ACD và ABC. Diện tích hình bình hành ABCD bằng diện tích tam giác ACD cộng diện tích tam giác ABC.

$$S_{ABCD} = S_{ACD} + S_{ABC}$$

$$\text{mà : } S_{ACD} = (a \times h) / 2 ;$$

$$S_{ABC} = (a \times h) / 2$$

$$\text{Vậy : } S_{ABCD} = (a \times h) / 2 + (a \times h) / 2 = a \times h$$



Xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành thông qua công thức tính diện tích tam giác cũng sẽ giúp cho HS ôn lại kiến thức về diện tích tam giác. Song cách xây dựng này chỉ phù hợp cho đối tượng là HS ở các lớp trên. Đối với HS lớp 4 tính diện tích tam giác còn chưa được học. Vì vậy, việc lựa chọn cách xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành qua công thức tính diện tích hình chữ nhật là phù hợp, có hệ thống.

#### *Một số bài tập thực hành luyện tập về hình bình hành*

Loại bài tập này rèn luyện cho HS nhận diện hình bình hành được chính xác, đồng thời cũng bao hàm khả năng so sánh các hình (vì trong quá trình nhận diện hình bình hành, HS phải làm các thao tác so sánh, phân tích, tổng hợp hình... và trả lời tại sao hình này lại là hình bình hành? Tại sao hình kia không phải là hình bình hành, hình đó là hình gì...?). Vì vậy, quá trình hướng dẫn HS làm loại bài này GV nên nhấn mạnh về những đặc trưng cơ bản của hình bình hành, để HS có ấn tượng từ đó hình thành biểu tượng đúng về hình.

Loại bài tập rèn cho HS kỹ năng vẽ hình chính xác dựa trên những đặc điểm cơ bản của hình. Loại bài tập này còn ý nghĩa chỉ mối quan hệ giữa hình chữ nhật và hình bình hành. (Nếu hình bình hành có 4 góc vuông sẽ là hình chữ nhật, điều này không phải HS nào cũng nhận ra).

Những bài tập tính diện tích hình bình hành rèn luyện cho HS việc sử dụng thành thạo công thức tính diện tích hình bình hành. Với một số bài tập trong sách giáo khoa – lớp 4 là những bài toán đòi hỏi HS phải có sự suy luận từ công thức tính diện tích hình bình hành để tìm ra công thức tính các thành phần khác trong công thức (độ dài đáy, chiều cao của hình bình hành).

### 6.2.6. Hình thoi

- *Định nghĩa* : Hình thoi là hình bình hành có hai cạnh liền kề bằng nhau.

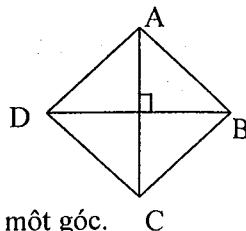
Từ định nghĩa suy ra : Hình thoi có tất cả các cạnh bằng nhau.

- *Tính chất* : Hình thoi có tất cả các tính chất của hình bình hành, ngoài ra hình thoi còn có các tính chất sau :

Hai đường chéo của hình thoi vuông góc với nhau và chúng là đường phân giác của các góc của hình thoi (hình).

*Dấu hiệu nhận biết hình thoi* :

- Tứ giác có 4 cạnh bằng nhau.
- Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau.
- Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc.



*Hình thoi được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học* :

Hình thoi ABCD có : Cạnh AB song song với cạnh CD

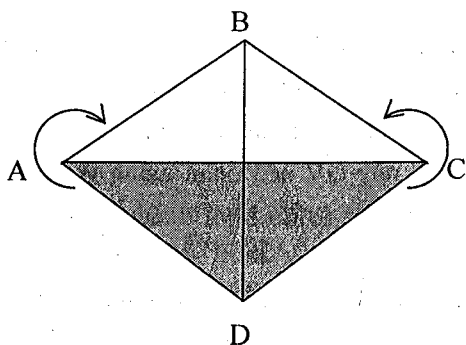
(AB và CD là hai cạnh đối diện).

$AB = BC = CD = DA$ .

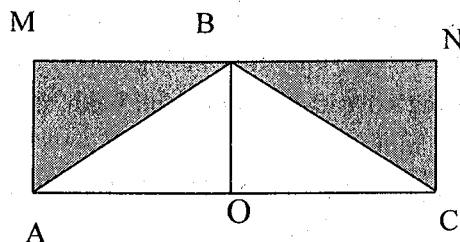
*Vậy hình thoi có* :

Các cặp cạnh đối diện song song, bốn cạnh đều bằng nhau.

*Diện tích hình thoi.*



a)



b)

Diện tích hình thoi ABCD (hình a) bằng diện tích hình chữ nhật ACNM (hình b).

Diện tích hình chữ nhật ACNM =  $AC \times AM = AC \times BO$  và  $BO = 1/2 BD$

Vậy, diện tích hình thoi ABCD =  $AC \times BD / 2$

*Diện tích hình thoi bằng nửa tích của độ dài hai đường chéo.*

$$S = \frac{m \times n}{2} \quad (m, n \text{ là độ dài của 2 đường chéo}).$$

*Nhận xét* : Việc giới thiệu hình thoi ở đây thiên về sự so sánh giữa hình thoi và hình vuông, để nhấn mạnh với HS rằng : không phải bất cứ hình nào có 4 cạnh bằng nhau đều là hình vuông. Điểm khác biệt giữa hình vuông và hình thoi là hình vuông có 4 góc vuông còn hình thoi thì không.

Cũng chính vì đặc trưng của hai hình (là có 4 cạnh bằng nhau) mà HS thường hay nhầm lẫn giữa hình vuông và hình thoi. Chính vì thế trong quá trình giảng dạy GV cần nhấn mạnh đặc điểm riêng của mỗi hình.

Bên cạnh đó cũng cần lưu ý với HS về đặc điểm của hình thoi và hình bình hành. Hình thoi và hình bình hành đều có các cặp cạnh đối diện song song với nhau. Tuy vậy, nếu ta gọi hình vuông là trường hợp đặc biệt của hình chữ nhật thì hình thoi cũng có thể được coi là trường hợp đặc biệt của hình bình hành (hình bình hành đặc biệt này có hai cạnh kề bằng nhau).

Hình bình hành, hình thoi là hai tứ giác được xây dựng có tính chất “giới thiệu”, bổ sung giúp cho HS biết một “hệ thống” các hình tứ giác thường gặp trong thực tế như : Hình vuông, hình chữ nhật, hình bình hành, hình thoi (hình thang sẽ học ở lớp 5). Bởi vậy, khi dạy học về các hình này, chưa yêu cầu HS “đi sâu” vào các đặc điểm, tính chất của hình, cách xây dựng công thức tính chu vi, diện tích của các hình đó... mà chủ yếu yêu cầu HS vận dụng được quy tắc, công thức để tính chu vi, diện tích các hình với những số đo cạnh đáy, chiều cao, đường chéo đã biết...

Việc xây dựng công thức tính diện tích hình thoi cũng dựa trên thủ thuật cắt, ghép hình. Cắt hình thoi ABCD để ghép thành hình chữ nhật ACNM và thông qua công thức tính diện tích hình chữ nhật ACNM để tính diện tích hình thoi. Lúc này chiều dài hình chữ nhật chính là độ dài một đường chéo của hình thoi, chiều rộng hình chữ nhật là độ dài một nửa đường chéo hình thoi, ta có công thức tính diện tích hình thoi :

$$S = (m \times n) / 2 \text{ (m, n là độ dài hai đường chéo).}$$

Như vậy, để tính được diện tích của hình thoi HS phải chú ý đến hai đường chéo của hình thoi (đường nối hai đỉnh đối diện). Đặc điểm của hai đường chéo trong hình thoi là hai đường này vuông góc với nhau. GV có thể hướng dẫn HS sử dụng ê-ke để kiểm tra.

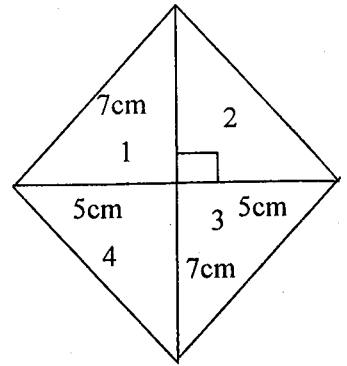
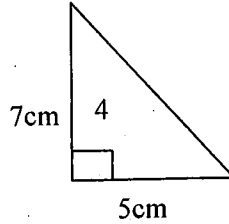
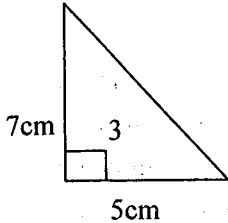
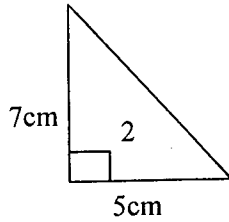
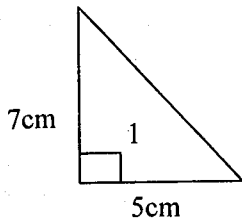
*Một số bài tập thực hành luyện tập về hình thoi*

*VD* : Người ta xếp 4 mảnh bìa hình tam giác vuông giống nhau có độ dài đáy là 5cm và chiều cao là 7cm thành một hình thoi.

Tính diện tích hình thoi đó.

Bài tập yêu cầu HS xếp các tam giác vuông thành một hình thoi. Để xếp được hình thoi đã cho HS cần phải biết được đặc điểm của nó :

“Hình thoi có các cạnh kề bằng nhau, các cặp cạnh đối diện song song” và đặc biệt là hai đường chéo của nó vuông góc với nhau.



GV có thể làm sẵn các hình tam giác vuông có kích thước như đã cho bằng các tấm bìa cứng và yêu cầu HS thực hành xếp các miếng bìa đó thành hình thoi theo yêu cầu của bài toán. Sau đó tiến hành tính diện tích hình thoi vừa được ghép.

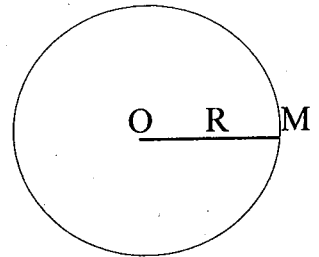
#### 6.2.7. Hình tròn

- *Định nghĩa* : Tập hợp (quỹ tích) các điểm cách điểm O cho trước một khoảng cách không đổi  $R > 0$  được gọi là đường tròn tâm O, bán kính R.

Một đường tròn như vậy được kí hiệu là : (O ; R).

Trường hợp không cần chú ý đến bán kính thì có thể kí hiệu là (O).

Khi M là một điểm của đường tròn (O) người ta còn hay dùng những cách nói sau : Điểm M nằm trên đường tròn (O) ; điểm M thuộc đường tròn (O) hay đường tròn đi qua điểm M.



*Hình tròn là tập hợp các điểm ở bên trong đường tròn và các điểm của chính đường tròn đó.*

*Độ dài đường tròn* : Lấy một đa giác tùy ý nội tiếp đường tròn rồi gấp đôi mãi số cạnh của nó thì chu vi đa giác đều sẽ tăng lên và ngày càng gần một giá trị xác định (không phụ thuộc vào đa giác đều chọn ban đầu). Giá trị đó gọi là độ dài đường tròn.

Tỉ số giữa độ dài đường tròn và đường kính của nó là một số không đổi, nghĩa là như nhau cho mọi đường tròn. Người ta kí hiệu số không đổi ấy bằng chữ  $\pi$  (đọc là pi). Như vậy  $C/2R = \pi$  (là một số vô tỉ :  $\pi = 3,141595265389793$ . C là độ dài đường tròn), suy ra  $C = 2\pi R$ .

Như vậy, độ dài C của một đường tròn bán kính R là  $C = 2\pi R$ .

- *Diện tích hình tròn* : Lấy một đa giác đều tùy ý nội tiếp đường tròn rồi gấp đôi mãi số cạnh của nó thì diện tích đa giác đều sẽ tăng lên và ngày càng gần với một giá trị xác định (không phụ thuộc đa giác đều), giá trị đó gọi là diện tích hình tròn.

*Tính diện tích hình tròn* : Để tính diện tích hình tròn, ta cho nội tiếp trong đó một đa giác đều  $n$  cạnh.

Gọi chu vi của đa giác đó là  $P$ , trung đoạn là  $a$  ta sẽ chứng minh diện tích của đa giác là :  $S_n = (P \times a) : 2$ .

$$\text{Vì } S_n = n \times S_{OAB} = n \times [(a \times AB) : 2] = (n \times AB \times a) : 2 = (P \times a) : 2.$$

Khi số cạnh của đa giác đều nội tiếp được gấp đôi lên mãi thì diện tích  $S_n$  của nó dần tới diện tích  $S$  của hình tròn, chu vi  $P$  của nó dần tới độ dài đường tròn  $2\pi R$ , đồng thời ta sẽ thấy trung đoạn của  $a$  dần tới  $R$ .

Thật vậy, trong tam giác  $AOB$  ta có :

$$OA - OH < AH \text{ hay } R - a < AB / 2.$$

Khi gấp đôi mãi số cạnh của đa giác thì độ dài của cạnh  $AB$  càng nhỏ và do đó cả sự sai khác giữa  $a$  và  $R$  cũng càng nhỏ, nhỏ bao nhiêu tùy ý, nghĩa là  $a$  dần tới  $R$ .

$$\text{Do đó : } S = 1/2 \times 2\pi R \times R = \pi R^2.$$

Vậy, diện tích hình tròn bán kính  $R$  là :  $S = \pi R^2$ .

*Hình tròn được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học*

*Hình tròn, tâm, đường kính, bán kính*

*Giới thiệu về hình tròn*

Hình tròn tâm  $O$ , bán kính  $OM$ , đường kính  $AB$ .

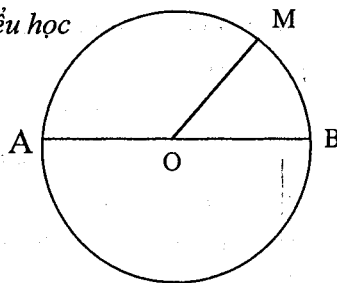
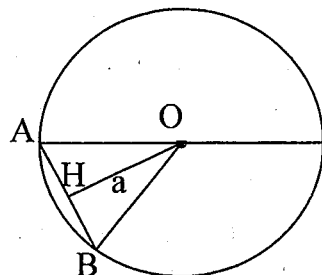
HS được giới thiệu về hình tròn tại lớp 1, với các biểu tượng như mặt đồng hồ, bánh xe, đĩa nhạc... Hình tròn lại được giới thiệu lại ở lớp 3 một cách cụ thể hơn như tâm đường kính, bán kính của hình tròn. Độ dài đường kính gấp hai lần độ dài bán kính.

*Vẽ hình tròn*

Dùng com pa vẽ hình tròn bán kính 2cm.

Mở com pa sao cho mũi kim cách đầu chì một khoảng 2cm, đặt mũi kim vào điểm  $O$ , cho đầu chì sát vào mặt giấy rồi quay đúng một vòng. Đầu chì của com pa vạch trên tờ giấy một đường tròn.

Nối tâm với một điểm  $A$  trên đường tròn. Đoạn thẳng  $OA$  là bán kính của hình tròn. Tất cả các bán kính của hình tròn đều bằng nhau. Đoạn thẳng nối hai



điểm M, N của đường tròn và đi qua tâm O là đường kính của hình tròn. Trong một hình tròn đường kính gấp hai lần bán kính.

*Chu vi hình tròn* : Vẽ một hình tròn tâm O. Độ dài của đường tròn tâm O gọi là chu vi của hình tròn tâm O.

*Muốn tính chu vi của hình tròn ta lấy đường kính nhân với số 3,14.*

$$C = d \times 3,14 \text{ (C là chu vi của hình tròn, d là đường kính).}$$

Hoặc muốn tính chu vi của hình tròn ta lấy 2 lần bán kính nhân với số 3,14.

$$C = r \times 2 \times 3,14 \text{ (C là chu vi hình tròn, r là bán kính hình tròn)}$$

*VD* : Tính chu vi hình tròn có đường kính 4cm.

$$\text{Chu vi hình tròn là : } 4 \times 3,14 = 12,56 \text{ (cm)}$$

*Diện tích hình tròn* : Muốn tính diện tích của hình tròn ta lấy bán kính nhân với bán kính rồi nhân với số 3,14.

$$S = r \times r \times 3,14 \quad (\text{S là diện tích, r là bán kính})$$

*Nhận xét* : Ngay từ lớp 1, HS đã được giới thiệu về hình tròn và nhận biết về hình tròn bằng trực giác, qua hình vẽ, mô hình và các đồ vật như bánh xe, vành nón lá.... Lên lớp 3 HS được học thêm về đường tròn, dùng com pa để vẽ đường tròn; Nhận biết đường tròn, một vài yếu tố như tâm, bán kính, đường kính; một vài tính chất của chúng. Tất cả các kiến thức trên sẽ được giới thiệu qua việc thực hành, thực nghiệm. Chẳng hạn, nói một vài điểm trên đường tròn với tâm ta sẽ được các đoạn (gọi là bán kính); Đo các đoạn thẳng này, HS sẽ thấy rằng chúng bằng nhau, từ đó rút ra : “Bán kính của một đường tròn đều bằng nhau”... Cần hướng dẫn đầy đủ về cách vẽ đường tròn (cả hình tròn) qua các bước : Xác định tâm, mở com pa để xác định bán kính (cho trước hoặc tùy ý), đặt mũi nhọn com pa vào tâm, quay com pa...

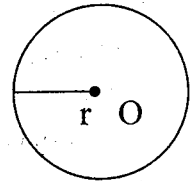
Cũng nên chú ý hướng dẫn HS cách đo và đặt đoạn thẳng có độ dài nào đó bằng com pa.

Các biểu tượng về hình tròn và đường tròn còn được củng cố bằng nhiều loại bài tập như tô lại đường tròn, tô màu hình tròn, trang trí hình tròn; Tìm các VD thực tế về hình tròn, đường tròn; Tìm các điểm nằm trong, nằm ngoài hình tròn, nằm trên hình tròn...

Biểu tượng về chu vi hình tròn được hình thành bằng cách tính độ dài đường tròn một cách trực tiếp (đo độ dài đoạn thẳng mà bánh xe hình tròn lăn được một vòng). Việc xây dựng công thức tính chu vi, diện tích hình tròn được tiến hành trên cơ sở công nhận và giải thích quy tắc (công thức) :  $C = r \times 2 \times 3,14$ ;  $S = r \times r \times 3,14$ .

Sau đó vận dụng giải bài tập.

Tuy vậy, chúng ta có thể thấy, tại mục “Diện tích hình tròn”, công thức tính diện tích hình tròn là :  $S = \pi R^2$ . Nhưng ở công thức tính diện tích hình tròn ở tiểu học người ta



lại thay  $\pi$  bằng số 3,14 và HS chấp nhận số này một cách dễ dàng hơn vì nó là một số thập phân, quen thuộc với HS hơn là  $\pi$ .

Bên cạnh đó, trước khi học về hình tròn HS đã được giới thiệu về trung điểm của đoạn thẳng (liên hệ đến tâm O của hình tròn là trung điểm của đường kính ; bán kính bằng một nửa đường kính).

*Một số bài tập về hình tròn và đường tròn*

*Bài tập 1 : Bán kính bánh xe đạp là 0,65m.*

a) Tính chu vi của bánh xe đó ?

b) Người đi xe đạp đi được bao nhiêu mét nếu bánh xe lăn trên mặt đất được 10 vòng ?

Bài tập nhằm củng cố cho HS biểu tượng về chu vi hình tròn và quy tắc tính chu vi hình tròn.

*Bài giải : a) Từ công thức tính chu vi hình tròn  $C = r \times 2 \times 3,14$  ta có :*

Chu vi hình tròn là :  $0,65 \times 2 \times 3,14 = 4,0820$  (m)

b) Nếu bánh xe lăn trên mặt đất 10 vòng thì người đó đi được số mét đường là :

$4,0820 \times 10 = 40,820$  (m)

*Bài tập 2 : Một mặt bàn hình tròn có chu vi 376,8cm. Tính diện tích mặt bàn đó.*

(Bài tập yêu cầu HS phải nhớ quy tắc tính chu vi, diện tích và suy luận từ quy tắc tính chu vi, diện tích đó để có công thức tính bán kính và quay lại tính diện tích hình cần tìm).

*Bài giải : Bán kính mặt bàn hình tròn là :  $376,8 : (2 \times 3,14) = 60$  (cm)*

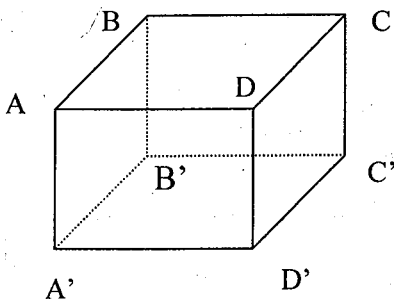
*Diện tích hình tròn là :  $60 \times 60 \times 3,14 = 11304$  (cm<sup>2</sup>)*

### 6.2.8. Hình hộp chữ nhật – Hình lập phương

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành. Cũng có thể nói hình hộp là hình không gian có 6 mặt là hình bình hành.

Một hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật gọi là hình hộp chữ nhật.

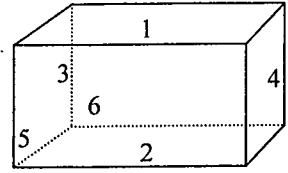
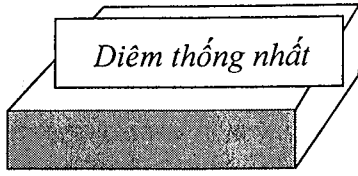
Trường hợp đặc biệt của hình hộp chữ nhật là hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông.



*Hình hộp chữ nhật – Hình lập phương được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học*



## Hình hộp chữ nhật



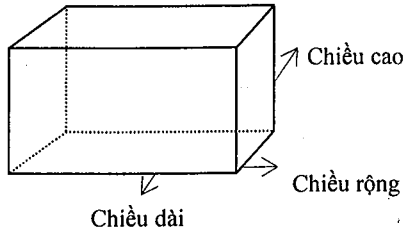
Bao diêm, viên gạch có dạng hình hộp chữ nhật.

Hình hộp chữ nhật có 6 mặt, hai mặt đáy (mặt 1 và 2) và 4 mặt bên (mặt 3, 4, 5 và 6) đều là các hình chữ nhật mặt 1 bằng mặt 2, mặt 3 bằng mặt 5, mặt 4 bằng mặt 6.

Hình hộp chữ nhật có 3 kích thước : chiều dài, chiều rộng, chiều cao.

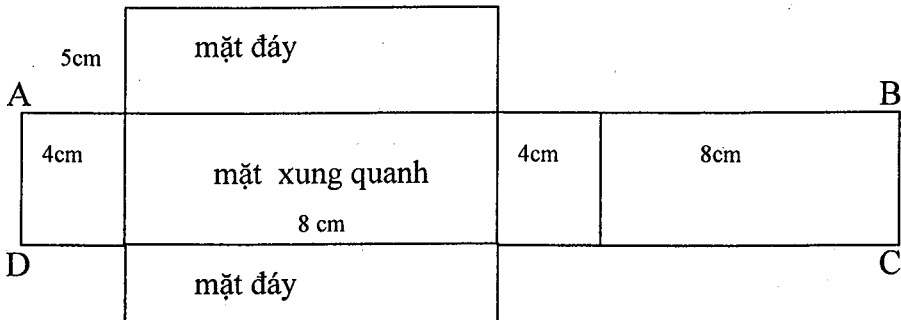
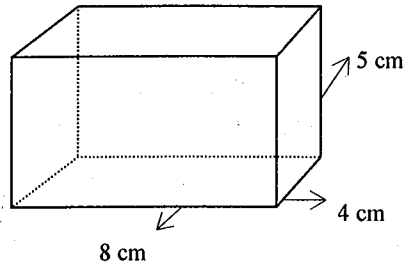
Đỉnh các mặt hình hộp chữ nhật gọi là đỉnh của hình hộp.

Cạnh của các mặt của hình hộp chữ nhật gọi là cạnh của hình hộp.



### Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật

Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật là tổng diện tích 4 mặt bên của hình hộp chữ nhật.



VD : Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài 8cm, chiều rộng 5cm và chiều cao 4cm. Tính diện xung quanh của hình hộp chữ nhật đó.

Quan sát hình hộp chữ nhật và khai triển hình trên ta thấy :

Diện tích xung quanh của hình chữ nhật ABCD có :

Chiều dài bằng :  $5 + 8 + 5 + 8 = 26$  (cm) (tức là bằng chu vi mặt đáy của hình hộp). Chiều rộng bằng 4cm (tức là bằng chiều cao của hình hộp). Do đó diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật đó là :  $26 \times 4 = 104$  (cm<sup>2</sup>).

Muốn tính diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật ta lấy chu vi mặt đáy nhân với chiều cao.

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật

Muốn tính diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật ta lấy diện tích xung quanh cộng với diện tích hai đáy.

Từ VD trên đây, ta có diện tích một mặt đáy là  $(8 \times 5)$ cm<sup>2</sup> nên diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là :  $104 + 8 \times 5 + 8 \times 5 = 184$ (cm<sup>2</sup>).

Thể tích của hình hộp chữ nhật

VD : Tính thể tích hình hộp chữ nhật có chiều dài 5cm, chiều rộng 3cm và chiều cao 4cm.

Để tính thể tích hình hộp chữ nhật trên bằng cm<sup>3</sup> ta cần tìm số hình lập phương 1cm<sup>3</sup> xếp vào đầy hộp. Sau khi xếp 4 lớp hình lập phương 1cm<sup>3</sup> thì vừa đầy hộp.

Mỗi lớp có :  $5 \times 3 = 15$  (hình lập phương)

Bốn lớp có :  $5 \times 3 \times 4 = 60$  (hình lập phương).

Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật là :  $(5 \times 3) \times 4 = 60$  (cm<sup>3</sup>).

Vậy : Muốn tính thể tích hình hộp chữ nhật ta lấy chiều dài nhân với chiều rộng rồi nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo).

Gọi V là thể tích của hình hộp chữ nhật, ta có :

$V = a \times b \times c$  (a là chiều dài, b là chiều rộng, c là chiều cao).

Hình lập phương

Ta cũng thường gặp trong thực tế một số đồ vật có dạng hình lập phương như con xúc xắc, hộp phấn 100 viên...

Hình lập phương có 6 mặt là các hình vuông bằng nhau.

Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lập phương

Diện tích xung quanh

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao bằng nhau. Do đó, ta có thể tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lập phương như đối với hình hộp chữ nhật.

Các mặt của hình lập phương là các hình vuông nên : Diện tích xung quanh của hình lập phương bằng diện tích của một mặt nhân với 4 và diện tích toàn phần của hình lập phương bằng diện tích một mặt nhân với 6.

Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lập phương có cạnh 5cm .

VD : Diện tích xung quanh bằng chu vi đáy nhân với chiều cao :

$$(5 \times 4) \times 5 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích toàn phần bằng diện tích xung quanh cộng với diện tích hai đáy :

$$100 + 5 \times 5 + 5 \times 5 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Hoặc : Diện tích xung quanh bằng diện tích một mặt nhân với 4 :

$$(5 \times 5) \times 4 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích toàn phần bằng diện tích một mặt nhân với 6 :  $(5 \times 5) \times 6 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

*Thể tích hình lập phương*

VD : Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng và chiều cao bằng nhau.

Nếu hình lập phương có cạnh dài 3cm thì có thể tích bằng :

$$V = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ (cm}^3\text{)}$$

*Muốn tính thể tích hình lập phương ta lấy cạnh nhân với cạnh, rồi nhân với cạnh.*

Hình lập phương có cạnh a thì thể tích V là :  $V = a \times a \times a$

*Một số bài tập thực hành luyện tập về hình hộp chữ nhật- hình lập phương*

*Bài tập 1* : Khoanh vào chữ đặt trước câu trả lời đúng : Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật có chiều dài 1,3m ; chiều rộng 0,7m và chiều cao 0,5m là :

A.  $2\text{m}^2$

B.  $1\text{m}^2$

C.  $2,19\text{m}^2$

D.  $3,82\text{m}^2$

Bài tập vừa giúp HS vận dụng được những kiến thức mới học vừa làm quen dần với PP trắc nghiệm.

*Bài tập 2* : Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lập phương có cạnh bằng :

a)  $2\text{m}5\text{cm}$

b)  $\frac{5}{3}\text{m}$ .

Bài tập yêu cầu HS phải vận dụng được công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình lập phương. Đồng thời cũng yêu cầu HS phải vận dụng kiến thức cũ, chuyển đổi các đơn vị đo cho phù hợp.

### 6.2.9. Hình trụ

Hình trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật IJO'O một vòng quanh cạnh OO' cố định.

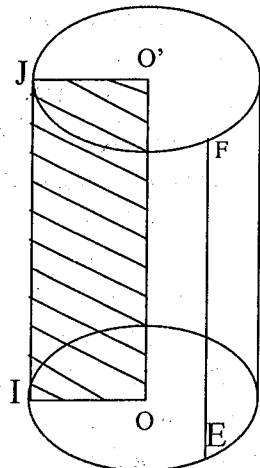
O'J và OI khi quay tạo nên hai đáy của hình trụ, tức hai hình tròn bằng nhau, tâm O và O' nằm trên hai mặt phẳng song song. OO' là trục của hình trụ.

Cạnh IJ quét trên mặt xung quanh của hình trụ, và mỗi vị trí của nó được gọi là đường sinh.

VD : Đoạn EF là một đường sinh trên hình.

Đường sinh vuông góc với hai mặt phẳng đáy.

Độ dài đường sinh cũng là đường cao của hình trụ.

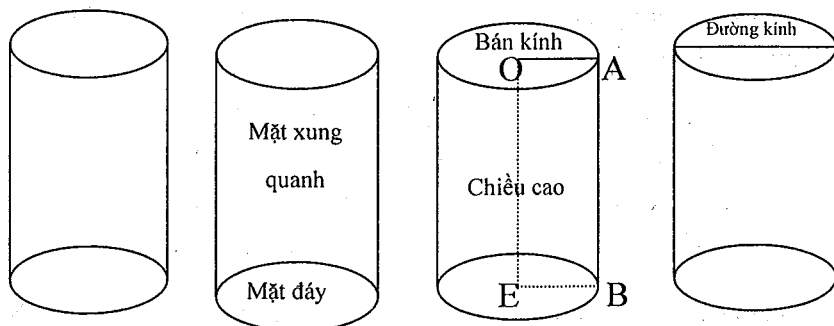


Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức :  $S_{xq} = 2\pi Rh$

(R là bán kính đáy, h là độ dài đường cao).

Thể tích hình trụ được tính theo công thức :  $V = \pi R^2 h$  (R là bán kính đáy, h là độ dài đường cao).

Hình trụ được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học : Giới thiệu hình trụ



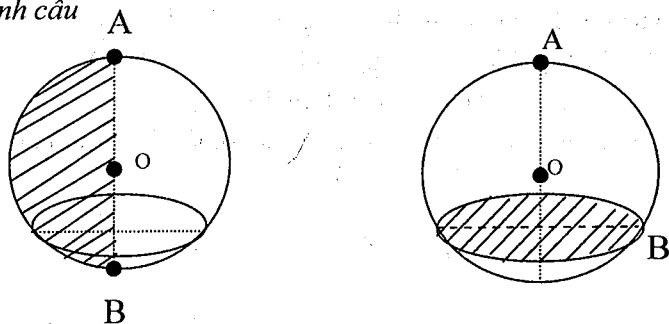
Hình trụ có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau và một mặt xung quanh.

Độ dài đoạn thẳng nối hai tâm của hai đáy gọi là chiều cao (OE) của hình trụ. Chiều cao OE bằng độ dài đoạn thẳng AB.

Chú ý : Khi giới thiệu hình trụ (cũng như một số hình không gian 3 chiều khác) cần đặt hình ở các vị trí khác nhau để giới thiệu các mặt đáy (trên, dưới) và các mặt bên, các kích thước (chiều dài, rộng, cao) của các hình để HS có biểu tượng về hình đúng hơn.

Việc vẽ các hình này tương đối khó nên không yêu cầu HS vẽ hình, chỉ GV vẽ cho HS xem là được.

#### 6.2.10. Hình cầu



Hình cầu trong hình trên được tạo thành khi quay một nửa hình tròn (tâm O, bán kính R) một vòng quanh đường kính AB cố định.

Điểm O và độ dài R được gọi là tâm và bán kính của hình cầu.

Nửa đường tròn khi quay tạo nên mặt cầu. Những điểm trên mặt cầu và chỉ những điểm đó cách tâm O một khoảng bằng R.

Khi cắt hình cầu bởi một mặt phẳng (P) thì phần của (P) bị giới hạn bởi hình cầu là một hình tròn có tâm là chân đường vuông góc hạ từ đáy xuống mặt phẳng đó.

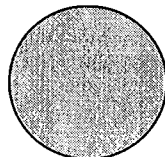
Ta có các công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích hình cầu dưới đây :

$$S = 4\pi R^2 \text{ (R là bán kính của hình cầu).}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

*Hình cầu được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học*

– Giới thiệu hình cầu



a) Hình quả bóng có dạng hình cầu

b) Hình cầu

*Nhận xét* : Từ việc trình bày ở phần trên ta thấy cách để đi đến khái niệm về hình cầu là khác nhau. Ở các cấp học trên khái niệm hình cầu được xây dựng bằng PP kiến thiết (cách tạo thành hình cầu). Trong khi đó ở các bậc tiểu học hình cầu chỉ được giới thiệu bằng PP trực quan, qua các vật dụng cụ thể có dạng hình cầu. Ta thấy rằng cách tiếp cận như thế giúp cho HS dễ dàng tiếp nhận khái niệm mới hơn. Đồng thời nó cũng phù hợp với khả năng hiểu biết của HS.

### 6.2.11. Một số yếu tố hình học khác

a) Góc và các loại góc

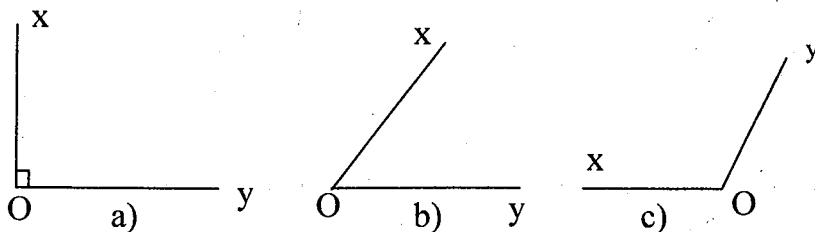
Người ta gọi tập hợp hai tia chung gốc là một góc. Điểm gốc chung được gọi là đỉnh, còn hai tia đó được gọi là cạnh của góc.

Nếu hai cạnh của góc là hai tia bù nhau thì gọi góc ấy là góc bẹt.

Góc có số đo  $90^\circ$  được gọi là góc vuông, kí hiệu là  $1v$  (hình a)

Góc nhỏ hơn góc vuông gọi là góc nhọn (hình b)

Góc lớn hơn góc vuông nhưng nhỏ hơn góc bẹt gọi là góc tù (hình c)

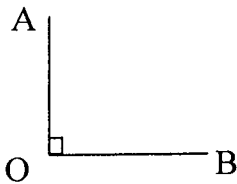


*Góc được trình bày trong sách giáo khoa toán tiểu học*

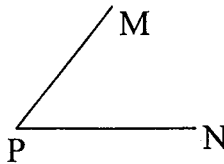
*Góc vuông – góc không vuông*

Làm quen với góc ; HS bước đầu nhận biết về góc bằng góc tạo bởi hai kim đồng hồ.

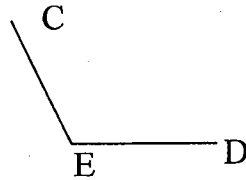
+ Góc vuông, góc không vuông



Góc vuông  
đỉnh O ; cạnh  
OA, OB

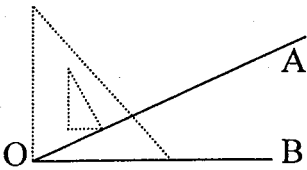


Góc không vuông  
đỉnh P ; cạnh  
PM, PN

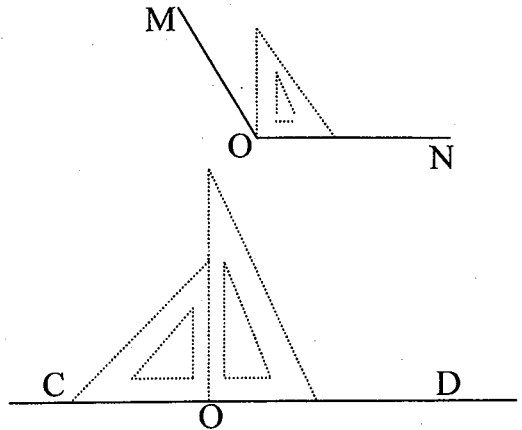


Góc không vuông  
đỉnh E ; cạnh  
EC, ED

+ Góc tù – Góc nhọn – Góc bẹt



Góc nhọn đỉnh O ; cạnh OA, cạnh OB  
Góc tù đỉnh O ; cạnh OM, cạnh ON  
Góc tù lớn hơn góc vuông.  
Góc bẹt đỉnh O ; cạnh OC, cạnh OD  
Góc bẹt bằng hai góc vuông.



*Nhận xét :* Biểu tượng về góc bước đầu được giới thiệu ở lớp 3, gắn liền với việc giới thiệu các yếu tố như cạnh, đỉnh, góc của tam giác. Ở đây, HS bước đầu nhận thức là “Góc được tạo thành bởi hai cạnh của một tam giác, cùng xuất phát từ một đỉnh”. Để cho dễ nhận thức, loại góc đầu tiên được giới thiệu là góc vuông. Góc vuông được giới thiệu qua trung gian là ê-ke, nhờ có ê-ke mà GV có thể giúp HS vẽ góc vuông và kiểm tra được một góc là vuông hay không. Đồng thời GV có thể cho HS gấp tờ giấy bất kì, rồi mở rộng tờ giấy ra, lúc đó theo các nếp gấp, ta sẽ có hai đường thẳng cắt nhau và tạo thành bốn góc vuông.

Tiếp đó, để tránh biểu tượng sai lệch, thì góc được chính xác hoá thêm như góc được tách ra khỏi hình. Thông qua các đồ dùng trực quan thích hợp như mô hình góc bằng giấy, hai càng compa mở rộng, xếp hai que tính ở vị trí thích hợp. Thông qua việc chỉ góc bằng cách “quét theo cung tròn” và việc tô đậm phần bên trong của góc, hay “chồng khít” các góc lên nhau để so sánh.

Ta sẽ thấy rằng : Độ lớn của góc không phụ thuộc vào độ dài của các cạnh của góc mà phụ thuộc vào “độ mở rộng” của các cạnh ấy. Việc dạy các loại góc : Nhọn, vuông, tù được tiến hành thông qua sự so sánh với góc vuông :

Góc bé hơn góc vuông là góc nhọn ;

Góc tù lớn hơn góc vuông và bé hơn góc bẹt.

Chúng ta thấy rằng, việc trình bày khái niệm góc có sự khác biệt rõ ràng ở mỗi bậc học. Người ta đã giới thiệu khái niệm góc với các thuật ngữ như “tập hợp”, “điểm chung góc”... Trong chương trình tiểu học người ta không đưa ra khái niệm góc, mà HS chỉ được làm quen về “góc” (góc vuông, góc không vuông) với cách nhận biết như là nhận dạng một hình (góc gồm đỉnh và hai cạnh, có hình ảnh như là góc tạo bởi hai kim đồng hồ...). Đến lớp 4, góc được nhận biết “cụ thể” hơn (là các góc vuông, góc nhọn, góc tù, góc bẹt) với các “đặc điểm” của mỗi góc so với góc vuông (góc nhọn bé hơn góc vuông, góc tù lớn hơn góc vuông, góc bẹt bằng hai góc vuông). Tuy nhiên, để có “biểu tượng” về góc ở tiểu học, HS cũng chủ yếu dựa vào “quan sát” tổng thể hình để nhận biết, chưa đề cập đến “khái niệm” về góc như ở trung học cơ sở.

b) Hai đường thẳng song song – hai đường thẳng vuông góc

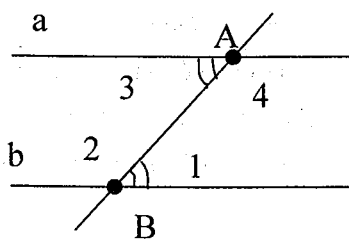
+ Hai đường thẳng song song

Hai đường thẳng (cùng nằm trong mặt phẳng) không có điểm chung gọi là hai đường thẳng song song. Nếu a song song với b ta kí hiệu  $a // b$ .

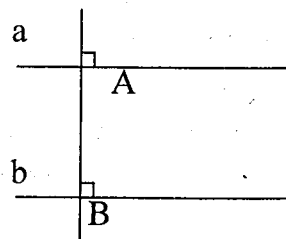
Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song :

- Nếu hai đường thẳng a, b cắt đường thẳng c tạo thành một cặp góc so le trong bằng nhau thì  $a // b$  (hình a).

- Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau (hình b).



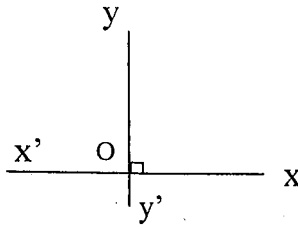
a)



b)

+ Hai đường thẳng vuông góc

Ở hình dưới hai đường thẳng  $xx'$ ,  $yy'$  cắt nhau ở O. Nếu góc  $xOy$  là góc vuông thì góc  $xOy'$ , góc  $x'Oy'$  và góc  $x'Oy$  đều là góc vuông. Trong trường hợp đó hai đường thẳng  $xx'$ ,  $yy'$  được gọi là hai đường thẳng vuông góc và kí hiệu là  $xx' \perp yy'$ .



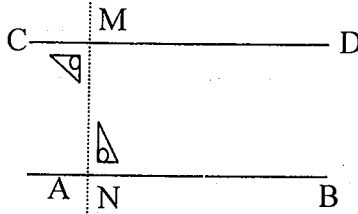
Hai đường thẳng song song – hai đường thẳng vuông góc được trình bày trong sách giáo khoa tiểu học

Vẽ hai đường thẳng song song :

Vẽ một đường thẳng  $CD$  đi qua một điểm  $M$  và song song với đường thẳng  $AB$  cho trước. Cách thực hiện :

Vẽ một đường thẳng  $MN$  đi qua điểm  $N$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

Vẽ một đường thẳng  $CD$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc với đường thẳng  $MN$  thì được đường thẳng  $CD$  song song với đường thẳng  $AB$ .



Vẽ hai đường thẳng vuông góc : Vẽ một đường thẳng  $CD$  đi qua một điểm  $E$  và vuông góc với đoạn thẳng  $AB$  cho trước.

Cách thực hiện : Đặt một cạnh góc vuông ê-ke trùng với đoạn thẳng  $AB$ ,

Dịch chuyển ê-ke trượt theo đường thẳng  $AB$  sao cho cạnh thứ hai của ê-ke gặp điểm  $E$ . Vạch một đường thẳng theo cạnh đó thì được một đường thẳng  $CD$  đi qua điểm  $E$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .

Một số bài tập thực hành luyện tập về hai đường thẳng song song và hai đường thẳng vuông góc

Nhận xét : Để giải thích các nội dung này, người ta dùng các hình ảnh : Hai mép bàn, hai mép bảng (hình dung là kéo dài vô tận). Thực chất ở đây là hai đường thẳng song song và hai cạnh “liên tiếp” của hình chữ nhật là hai đường thẳng vuông góc.

Tuy nhiên, ở sách giáo khoa toán 4, ta cũng đưa ra nhận xét khái quát : “Nếu kéo dài mãi về hai phía các cạnh  $AB$  và  $CD$  của hình chữ nhật  $ABCD$  thì ta có hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  không khi nào gặp nhau. Chúng là hai đường thẳng song song với nhau” ; còn “Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  thì vuông góc với nhau chúng tạo thành 4 góc vuông có đỉnh là  $O$ ”.

Vấn đề về đường thẳng vuông góc còn giúp hình thành biểu tượng về đường cao của tam giác, hình bình hành và của hình thang, giúp cho việc học tính diện tích của các hình đó.



## Chương 5 : DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ ĐẠI LƯỢNG

### §1. NỘI DUNG TUYẾN KIẾN THỨC VỀ ĐẠI LƯỢNG VÀ ĐO ĐẠI LƯỢNG TRONG CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

#### 1. Mục tiêu, yêu cầu của dạy học đại lượng và đo đại lượng

Dạy học đại lượng và phép đo đại lượng nhằm giới thiệu cho HS những khái niệm ban đầu, đơn giản nhất về các đại lượng thường gặp trong đời sống. HS nắm được các kiến thức thực hành về phép đo đại lượng, hệ thống đơn vị đo các đại lượng (kí hiệu, tên gọi), sử dụng các công cụ đo, biểu diễn kết quả đo, chuyển đổi các số đo (đổi số đo hỗn hợp thành số đo thập phân và ngược lại), kĩ năng thực hiện các phép tính số học trên các số đo đại lượng. Đồng thời, DH đại lượng và phép đo đại lượng nhằm củng cố các kiến thức có liên quan trong môn toán, phát triển năng lực thực hành, năng lực tư duy của HS.

#### 2. Tuyến kiến thức về đại lượng và đo đại lượng trong chương trình môn toán Tiểu học

##### a) Lớp 1

- Giới thiệu đơn vị đo độ dài xăng-ti-mét (*cm*) : Đọc, viết, thực hiện phép tính với các số đo theo đơn vị xăng-ti-mét. Tập đo và ước lượng độ dài.

- Giới thiệu đơn vị đo thời gian : tuần lễ, ngày trong tuần. Làm quen bước đầu với đọc lịch (loại lịch hằng ngày), đọc giờ đúng trên đồng hồ (khi kim phút chỉ vào số 12).

##### b) Lớp 2

- Giới thiệu *dm*, *m*, *km*, *mm*. Đọc, viết các số đo độ dài theo đơn vị đo mới học. Quan hệ giữa các đơn vị đo độ dài :  $1\text{m} = 10\text{dm}$  ;  $1\text{dm} = 10\text{cm}$  ;  $1\text{cm} = 10\text{mm}$  ;  $1\text{km} = 1000\text{m}$  ;  $1\text{m} = 1000\text{mm}$ . Tập chuyển đổi các đơn vị đo độ dài, thực hiện các phép tính với số đo độ dài (các trường hợp đơn giản). Tập đo và ước lượng độ dài.

- Giới thiệu về lít và đơn vị đo dung tích : lít (*l*) ; đọc, viết, làm tính với các số đo theo đơn vị lít. Thực hành đong, đo, ước lượng theo lít.

- Giới thiệu đơn vị đo khối lượng : ki-lô-gam (*kg*) ; đọc, viết, làm tính với các số đo theo đơn vị *kg*. Tập cân và ước lượng *kg*.

- Đơn vị đo thời gian : giờ, ngày, tháng ; đọc lịch, đọc giờ (khi kim phút chỉ vào số 3, 6, 12). Thực hiện các phép tính giờ, tháng.

- Tiền Việt Nam trong phạm vi các số đã học. Tập đổi tiền trong trường hợp đơn giản. Tập làm tính theo đơn vị đồng.

### c) Lớp 3

- Giới thiệu *dam, hm*; Bảng đơn vị đo độ dài ; Làm tính và giải toán liên quan tới các số đo độ dài ; Bổ sung bảng đo thời gian từ mm đến km; Nêu mối quan hệ giữa m và km, giữa m và cm, mm. Thực hành đo độ dài và ước lượng độ dài.

- Giới thiệu gam ; Nhận biết quan hệ giữa  $1\text{kg} = 1000\text{g}$  ; Làm tính và giải toán liên quan tới các số đo khối lượng *g* và *kg*; Tập sử dụng cân đĩa và cân đồng hồ; Tập ước lượng “khối lượng”.

- Đo thời gian với *giờ, phút, ngày, tháng, năm*; Củng cố và nhận biết các mối quan hệ giữa hai đơn vị đo thời gian (như 1 ngày có 24 giờ); Thực hành xem lịch; Thực hành xem đồng hồ; Củng cố nhận biết về thời điểm và khoảng thời gian.

- Tiền Việt Nam : Cách đổi và sử dụng tiền Việt Nam trong sinh hoạt hằng ngày.

- Hình thành biểu tượng ban đầu về diện tích của một hình; Giới thiệu đơn vị đo diện tích :  $\text{cm}^2$ ; Cách tính diện tích của hình chữ nhật và hình vuông; Làm tính và giải toán liên quan tới số đo diện tích là  $\text{cm}^2$ .

### d) Lớp 4

- Giới thiệu các đơn vị đo khối lượng : *tấn, tạ, yến, kg, g*; Hệ thống hoá các đơn vị đo khối lượng thành Bảng đơn vị đo khối lượng; Chuyển đổi số đo khối lượng; Làm tính và giải toán với các số đo theo đơn vị; Thực hành cân các đồ vật thông dụng; Tập ước lượng “cân nặng”.

- Giới thiệu các đơn vị đo thời gian : *giây, thế kỉ*; Nêu mối quan hệ ngày – giờ, giờ – phút, giờ – giây, thế kỉ – năm, năm – tháng, ngày ; Tập chuyển đổi số đo thời gian.

- Giới thiệu các đơn vị đo diện tích :  $\text{dm}^2, \text{m}^2, \text{km}^2$ . Nêu mối quan hệ giữa  $\text{m}^2$  và  $\text{cm}^2$ ,  $\text{m}^2$  và  $\text{km}^2$ ,  $\text{dm}^2$  và  $\text{cm}^2$ ,  $\text{dm}^2$  và  $\text{m}^2$  ; Tập chuyển đổi số đo diện tích ; Làm tính và giải toán liên quan tới các số đo diện tích.

- Đổi tiền và sử dụng tiền Việt Nam; Làm tính và giải toán liên quan tới các đơn vị tiền Việt Nam.

### e) Lớp 5

- Giới thiệu các đơn vị đo diện tích :  $\text{dam}^2, \text{hm}^2, \text{mm}^2$  ; Bảng đơn vị đo diện tích; Thực hành chuyển đổi giữa các đơn vị đo diện tích thông dụng.

- Giới thiệu khái niệm về thể tích và một số đơn vị đo thể tích ( $\text{m}^3, \text{dm}^3, \text{cm}^3$ ) ; Thực hành chuyển đổi giữa các đơn vị đo thể tích thông dụng.

- Giới thiệu khái niệm về vận tốc và đơn vị đo vận tốc.

- Bảng đơn vị đo thời gian ; Thực hành chuyển đổi giữa các đơn vị đo thời gian thông dụng ; Các phép tính với số đo thời gian.

- Bổ sung và hệ thống hoá các đơn vị đo khối lượng. Chủ yếu nêu mối quan hệ giữa *kg* và *yến, tạ, tấn*, giữa *kg* và *gam*.

## §2. CÁC YẾU TỐ ĐẠI LƯỢNG VÀ ĐO ĐẠI LƯỢNG TRONG CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

### 1. Định nghĩa đo lường. Phân loại các phép đo. Đại lượng đo

#### 1.1. Định nghĩa đo lường

Đo lường là một quá trình đánh giá định lượng đại lượng cần đo để có kết quả bằng số đo với đơn vị đo.

*Chú ý :*

- Ngành khoa học chuyên nghiên cứu về các PP để đo các đại lượng khác nhau, nghiên cứu về mẫu và đơn vị đo được gọi là đo lường học.

- Ngành kĩ thuật chuyên nghiên cứu và áp dụng các thành quả đo lường học vào phục vụ sản xuất và đời sống gọi là kĩ thuật đo lường.

#### 1.2. Phân loại các cách thực hiện phép đo

Để thực hiện một phép đo người ta có thể sử dụng nhiều cách khác nhau, ta có thể phân biệt các cách sau đây :

- *Đo trực tiếp* là cách đo mà kết quả nhận được trực tiếp từ một phép đo duy nhất.  
VD : Đo độ dài một đoạn thẳng.

- *Đo gián tiếp* là cách đo mà kết quả suy ra từ sự phối hợp kết quả của nhiều phép đo trực tiếp. VD : Để đo diện tích hình chữ nhật ta có thể sử dụng công thức  $S = a \times b$ . Ta cần đo chiều dài  $a$  và chiều rộng  $b$  bằng cách đo trực tiếp sau đó tính ra diện tích hình chữ nhật.

#### 1.3. Đại lượng đo

Đại lượng đo là một thông số đặc trưng cho đại lượng cần đo.

*Chú ý :*

- *Hệ thống đo lường* : Là hệ thống để đo và ghi lại các đại lượng đo.

- *Điều kiện đo* : Các thông tin đo lường bao giờ cũng gắn chặt với môi trường sinh ra đại lượng đo. Khi tiến hành phép đo ta phải tính tới ảnh hưởng của môi trường đến kết quả đo và ngược lại khi dùng dụng cụ đo không được để dụng cụ đo ảnh hưởng đến đối tượng đo. Mặt khác môi trường bên ngoài cũng có ảnh hưởng đến kết quả của phép đo (độ rung, bụi bẩn, nhiệt độ...).

- *Đơn vị đo* : Để cho các quốc gia có thể sử dụng một hệ thống đơn vị đo duy nhất người ta đã thành lập hệ thống đơn vị quốc tế (SI) năm 1960 và được thông qua ở hội nghị quốc tế về mẫu và cân. Trong hệ thống đó các đơn vị được xác định như sau : Đơn vị chiều dài là mét (m), đơn vị khối lượng là kilôgam (kg), đơn vị thời gian là giây (s), đơn vị cường độ dòng điện là ampe (A), đơn vị nhiệt độ là kelvin (K), đơn vị cường độ sáng là nêcn candela (Cd), đơn vị số lượng vật chất là môn (mol).

- *Thiết bị đo* : Là thiết bị kỹ thuật gia công mang thông tin dưới dạng tiện lợi cho người quan sát (chúng có những tính chất đo lường học, tức là những tính chất có ảnh hưởng đến kết quả và sai số của phép đo).

- *Phương pháp đo* : Các phép đo được thực hiện bằng các PP đo khác nhau phụ thuộc vào các PP nhận thông tin đo và nhiều yếu tố khác như đại lượng đo lớn hay nhỏ, điều kiện đo, sai số, yêu cầu...

- Các thao tác cơ bản khi tiến hành phép đo : Xác định đại lượng cần đo, chọn thiết bị đo, đo, thao tác so sánh, thể hiện kết quả đo, thao tác gia công kết quả đo.

## 2. Yêu cầu đối với đơn vị đo

Đơn vị đo của đại lượng được chọn phải đảm bảo các yêu cầu sau đây :

- Phản ánh được thành tựu khoa học hiện đại và cơ bản nhất.

- Thuận tiện trong khâu kỹ thuật thực hành.

- Dễ đạt được độ chính xác cao và sát với thực tiễn sản xuất, đồng thời dễ sản xuất dụng cụ để đo lường.

Quan sát các đại lượng ta thấy có những đại lượng mà việc xác định lại dựa vào những đại lượng khác một cách trực tiếp hoặc phụ thuộc ở một mức độ nào đó. Từ đó ta có khái niệm đại lượng cơ bản và đại lượng dẫn xuất.

- *Đại lượng cơ bản*

Đại lượng cơ bản là đại lượng mà việc chọn đơn vị đo là độc lập.

Trong phạm vi chương trình toán ở bậc tiểu học ta có 3 đại lượng cơ bản là : độ dài ( $m$ ), khối lượng ( $kg$ ) và thời gian ( $s$ ).

- *Đại lượng dẫn xuất*

Đại lượng dẫn xuất là đại lượng mà đơn vị đo được chọn suy từ những đơn vị của các đại lượng cơ bản.

*VD* : Vận tốc đơn vị đo như ta đã biết phải dựa vào đơn vị độ dài và đơn vị thời gian. Ta đã gặp một số đại lượng dẫn xuất từ 3 đại lượng cơ bản trên trong phạm vi hình học và cơ học : diện tích, thể tích, lực, công, vận tốc, gia tốc.

Có những đơn vị vừa có thể chọn làm đại lượng cơ bản vừa có thể chọn làm đại lượng dẫn xuất.

*VD* : Đại lượng cơ bản thời gian ( $s$ ) và độ dài ( $m$ ) được chọn làm đơn vị của vận tốc ( $m/s$ ).

Các đại lượng được chọn làm đại lượng cơ bản cần đạt các yêu cầu tối thiểu sau :

- Chúng phải độc lập với nhau chẳng hạn độ dài và thời gian là 2 đại lượng độc lập với nhau nên có thể chọn chúng làm đại lượng cơ bản. Song như ta đã biết, độ dài và diện tích là 2 đại lượng có liên quan mật thiết với nhau, vì thế độ dài và diện tích không thể đồng thời là 2 đại lượng cơ bản được.

- Đại lượng cơ bản là những đại lượng đơn giản, dễ nhận thức.

- Đại lượng cơ bản phải chọn sao cho có thể đo trực tiếp dễ dàng và chính xác.

### 3. Các đại lượng đo lường ở tiểu học

#### 3.1. Đại lượng độ dài

##### 3.1.1. Độ dài

a) *Mô tả độ dài của một đoạn thẳng* : Là số đo của một đoạn thẳng với một đơn vị đo độ dài nhất định.

Hoặc : Độ dài của một đoạn thẳng là khoảng cách giữa hai đầu mút của nó, đo bằng một đoạn thẳng được chọn làm đơn vị dài.

*Chú ý* :

- Độ dài của một đoạn thẳng AB còn được định nghĩa là một số, kí hiệu là  $d$ , thoả mãn 4 điều kiện sau :

T<sub>1</sub>) Mỗi đoạn thẳng AB đều có một độ dài  $d(AB)$  với  $d(AB) > 0$ .

T<sub>2</sub>) Hai đoạn thẳng bằng nhau có độ dài bằng nhau.

T<sub>3</sub>) Nếu đoạn thẳng AB được chia thành đoạn thẳng AM, MB không có điểm chung thì :  $d(AB) = d(AM) + d(MB)$ .

T<sub>4</sub>) Có một đoạn thẳng  $A_0B_0$  dùng làm đơn vị độ dài và  $d(A_0B_0) = 1$ .

VD : Tính chu vi đường tròn.

b) *Khái niệm độ dài ở tiểu học*

Độ dài được đưa vào chương trình học từ lớp 1, do đặc điểm nhận thức của HS lớp 1 nên không thể đòi hỏi ngay HS hiểu được “*thế nào là độ dài ?*”. Khái niệm độ dài sẽ được chính xác hoá dần trong suốt cấp học. GV có thể cho HS quan sát các hình ảnh xung quanh, các đồ dùng học tập để HS có biểu tượng đơn giản nhất, có thể cho HS sử dụng các đồ dùng học tập như bút, thước, để HS làm quen với các thuật ngữ : khoảng cách, vị trí giữa các đồ vật để có các biểu tượng xa, gần, dài, ngắn cho HS so sánh hai độ dài trực tiếp hay gián tiếp theo sự làm mẫu của GV. Trên cơ sở thực hành nhiều lần trên đại lượng có độ dài, HS sẽ phát hiện ra tính chất chung của một số đồ vật có độ dài tương ứng với một số.

VD : Khi dạy bài “*Đo độ dài đoạn thẳng*”. GV giơ cây thước và cây bút lên và hỏi : “*Làm thế nào để biết cái nào dài hơn, cái nào ngắn hơn ?*”. HS so sánh bằng cách áp cây thước, cây bút vào nhau để biết cây nào dài hơn, cây nào ngắn hơn.

##### 3.1.2. Hệ thống đơn vị đo độ dài

Đơn vị đo độ dài là mét, kí hiệu m (*đọc là mét*)

- Hệ thống đơn vị đo độ dài : km – hm – dam – m – dm – cm – mm.

##### 3.1.3. Hệ thống đại lượng độ dài ở tiểu học

*Lớp 1* : Độ dài đoạn thẳng (dài hơn, ngắn hơn) ; Thực hành đo độ dài ; Xăng-ti-mét. Đo độ dài.

*Lớp 2* : Đề-xi-mét ; Đường gấp khúc – Độ dài đường gấp khúc ; Chu vi hình tam giác – Chu vi hình tứ giác ; Mét ; Ki-lô-mét ; Mi-li-mét.

Lớp 3 : Đê-ca-mét. Héc-tô-mét ; Bảng đơn vị đo độ dài ; Thực hành đo độ dài ; Chu vi hình chữ nhật ; Chu vi hình vuông ; Hình tròn, tâm, đường kính, bán kính.

Lớp 4 : Không có.

Lớp 5 : Ôn tập đơn vị đo độ dài ; Viết các số đo độ dài dưới dạng số thập phân ; Chu vi hình tròn ; Vận tốc ; Quỹ đường.

Bảng đơn vị đo độ dài :

Lớn hơn mét			Mét	Nhỏ hơn mét		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1km = 10 hm	1hm = 10 dam = $\frac{1}{10}$ km	1dam = 10 m = $\frac{1}{10}$ hm	1 m = 10 dm = $\frac{1}{10}$ dam	1 dm = 10 cm = $\frac{1}{10}$ m	1cm = 10 mm = $\frac{1}{10}$ dm	1 mm = $\frac{1}{10}$ cm

Nhận xét :

- Đại lượng độ dài là đại lượng được giới thiệu sớm nhất trong tất cả các đại lượng. Cùng với sự mở rộng của các vòng số, SGK Toán 2 giới thiệu *km, m, dm, mm*. Đến lớp 3 thì giới thiệu xong và hoàn thành bảng đơn vị đo độ dài. Toán đại lượng độ dài ở SGK Toán 4 và 5 chủ yếu được thực hành trong phần giải toán nhằm giúp HS chuyển đổi các đơn vị đo một cách nhuần nhuyễn, chính xác và hoàn chỉnh khái niệm độ dài.

- Các đơn vị đo độ dài được sắp xếp theo hệ thống từ lớn đến bé là : *km, hm, dam, m, dm, cm, mm* (hai đơn vị kề nhau hơn hoặc kém nhau 10 lần).

Để đo độ dài người ta thường dùng thước. Nhờ số thập phân người ta có thể biểu diễn số đo đại lượng.

Chẳng hạn :  $3\text{ m } 57\text{ cm} = 3,57\text{ m}$  ;  $1\text{ m } 5\text{ dm} = 1,5\text{ m}$  ;  
 $2\text{ m } 53\text{ mm} = 2,053\text{ m}$  ;  $5\text{ cm} = 0,05\text{ m}$ .

### 3.1.4. Một số ví dụ về đại lượng độ dài

a) Ví dụ

Bài 1 : Số ?

$$8\text{ hm} = \dots\text{ m}$$

$$8\text{ m} = \dots\text{ dm}$$

$$9\text{ hm} = \dots\text{ m}$$

$$6\text{ dm} = \dots\text{ cm}$$

$$7\text{ dam} = \dots\text{ m}$$

$$8\text{ cm} = \dots\text{ mm}$$

$$3\text{ dam} = \dots\text{ m}$$

$$4\text{ dm} = \dots\text{ m}$$

Bài 2 : Tính

$$8\text{ dam} + 5\text{ dam} = \dots$$

$$720\text{ m} + 43\text{ m} = \dots$$

$$57\text{ hm} - 28\text{ hm} = \dots$$

$$403\text{ cm} - 52\text{ cm} = \dots$$

$$12\text{ km} \times 4 = \dots$$

$$27\text{ mm} : 3 = \dots$$

**Bài 3 :** Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài là 25 m, chiều rộng kém chiều dài 8m. Tính chu vi mảnh đất đó.

*b) Mục tiêu dạy học đại lượng độ dài*

- Hình thành cho HS biểu tượng về độ dài của một hình.
- HS nắm được phép đo đại lượng độ dài : biết đọc và viết số đo, biết chuyển đổi số đo theo đơn vị thường dùng, biết so sánh các số đo và biết thực hiện các phép tính số học trên số đo độ dài.

- HS biết vận dụng các đại lượng hình học vào việc lập công thức tính chu vi của một số hình học vào giải toán và vào đời sống.

*c) Dạy học đại lượng độ dài*

Đại lượng độ dài là một đại lượng hình học và là đại lượng cơ bản cho nên khi DH đại lượng này yêu cầu GV phải dạy tỉ mỉ để từ đó HS có thể áp dụng vào việc lập các công thức tính chu vi, diện tích, thể tích của một số hình, giải toán và áp dụng vào đời sống.

DH phép đo độ dài kết hợp ngay trong việc hình thành khái niệm độ dài. Ngay từ lớp 1, khi hướng dẫn HS so sánh độ dài các đồ vật xung quanh, GV đã phải dần dần hình thành cho HS phép đo độ dài : chọn phép đo thích hợp, chọn đơn vị đo, sử dụng công cụ đo, đọc và biểu diễn các số đo, nắm hệ thống đơn vị đo rèn luyện khả năng ước lượng độ dài và tính toán trên số đo độ dài.

VD : Khi so sánh độ dài hai vật, nếu so sánh trực tiếp HS đặt vật này sát vào vật kia sao cho một đầu của hai vật trùng nhau và được hiểu như đã chọn phép đo thích hợp với đơn vị đo là một trong hai vật ; còn nếu hai vật không mang lại gần nhau được thì HS chọn một đơn vị đo khác để đo và quy về so sánh hai số đo.

Trong phép đo độ dài, đơn vị đo được kí hiệu là đoạn thẳng, quy trình của phép đo thông qua các bài dạy đơn vị đo và thực hành phép đo. GV cần lưu ý là trong bài giới thiệu một đơn vị đo độ dài như *cm, dm, m, km*, không đơn thuần là yêu cầu HS nắm được tên đơn vị, kí hiệu, thực hiện tính toán trên số đo đơn vị đó mà phải làm cho HS nắm được bản chất của phép đo.

### **3.2. Đại lượng khối lượng**

#### **3.2.1. Khối lượng**

*a) Mô tả khối lượng :* Là đặc trưng cơ bản của một vật thể hiện mức quán tính của vật hoặc mức hấp dẫn giữa các vật.

*Chú ý :*

- Khối lượng là đại lượng vật lí đặc trưng cho mức độ quán tính của vật.
- Ngoài bản chất quán tính, khối lượng còn có bản chất khác là làm biến đổi không gian xung quanh nó, cụ thể là làm cho không gian bị cong đi theo thuyết tương đối rộng của Anhtan.

- Khối lượng của một vật là một đại lượng cơ bản.

### b) Khái niệm khối lượng ở tiểu học

Khối lượng được giới thiệu từ lớp 2, GV hình thành khái niệm cho HS bắt đầu bằng việc giới thiệu về vật nặng hơn – nhẹ hơn và từ đó HS sẽ rút ra được khái niệm khối lượng trong quá trình mở rộng kiến thức về đại lượng khối lượng.

VD : Bài “Ki-lô-gam” (SGK lớp 2, trang 32) : Trước tiên, GV giới thiệu cho HS biết về cái cân đĩa và tác dụng của nó là dùng để so sánh các vật dựa vào kim của chiếc cân. Sau đó, GV đặt một gói kẹo và một gói bánh (gói kẹo nặng hơn gói bánh) lên cân và hỏi HS : “Gói bánh hay gói kẹo nặng hơn ?”, HS trả lời là gói kẹo nặng hơn vì kim đồng hồ lệch về gói kẹo. Từ đó ta kết luận được rằng gói kẹo nặng hơn gói bánh hoặc gói bánh nhẹ hơn gói kẹo. Sau đó, GV giới thiệu cho HS về quả cân một ki-lô-gam và đặt quả cân đó lên một chiếc đĩa cân còn chiếc đĩa còn lại đặt gói kẹo, thấy kim đồng hồ cân bằng ta nói gói kẹo nặng một ki-lô-gam.

*Nhận xét* : Trong chương trình Tiểu học, đại lượng khối lượng không được hình thành theo cách mà ta có thể trả lời được câu hỏi “*khái niệm khối lượng là gì ?*” mà hình thành cho HS theo biểu tượng “nặng hơn – nhẹ hơn”, từ đó HS sẽ tự hình thành khái niệm khối lượng theo cách hiểu của mình qua quá trình giới thiệu về đại lượng khối lượng.

#### 3.2.2. Hệ thống đơn vị đo khối lượng

– Đơn vị đo khối lượng là ki-lô-gam, kí hiệu kg (*đọc ki- lô- gam*)

– Ki-lô-gam là khối lượng của một khối bạch kim pha Iridium hình trụ, có đường cao là 39 mm và bằng đường kính đáy. Đó là chuẩn Quốc tế, có độ chính xác đạt tới  $3 \cdot 10^{-9}$ , chuẩn này đã đo được khối lượng của một  $\text{dm}^3$  nước ở  $4^{\circ}\text{C}$  là 0,999973 kg. Ki-lô-gam là đơn vị khối lượng bằng khối lượng của mẫu ki-lô-gam quốc tế đặt tại trung tâm mẫu và cân Quốc tế ở Pari.

– Hệ thống đơn vị đo khối lượng : tấn, tạ, yến, kg, hg, dag, g.

#### 3.2.3. Hệ thống đại lượng khối lượng ở tiểu học

– Lớp 1 : Chưa có.

– Lớp 2 : Ki-lô-gam.

– Lớp 3 : Gam.

– Lớp 4 : Yến, tạ, tấn ; Bảng đơn vị đo khối lượng.

– Lớp 5 : Ôn tập bảng đơn vị đo khối lượng; Viết các số đo khối lượng dưới dạng số thập phân.

*Nhận xét* : Cùng với sự mở rộng vòng số ở số học, đại lượng khối lượng được giới thiệu từ lớp 2 đến lớp 4 thì các đơn vị đo độ dài đã được giới thiệu đầy đủ. HS cũng biết đổi đơn vị đo và thực hành tính toán, giải các bài toán có liên quan đến đại lượng khối lượng. Đến lớp 5 chỉ ôn tập lại đại lượng khối lượng và được học thêm cách viết các số đo khối lượng dưới dạng số thập phân.



Để đo khối lượng người ta thường dùng cân.

VD : Muốn biết các bạn trong lớp ai nặng nhất, ai nhẹ nhất thì ta phải dùng cân để cân

### 3.2.4. Một số ví dụ về đại lượng khối lượng

#### a) Ví dụ

Bài 1 :

$$3 \text{ kg} + 6 \text{ kg} - 4 \text{ kg} = \dots$$

$$8 \text{ kg} - 4 \text{ kg} + 9 \text{ kg} = \dots$$

$$15 \text{ kg} - 10 \text{ kg} + 7 \text{ kg} = \dots$$

$$16 \text{ kg} + 2 \text{ kg} - 5 \text{ kg} = \dots$$

Bài 2 : Mẹ mua về 26 kg vừa gạo nếp vừa gạo tẻ, trong đó có 16 kg gạo tẻ. Hỏi mẹ mua về bao nhiêu ki-lô-gam gạo nếp ?

Bài 3 :

Giải bài toán theo tóm tắt sau :

Lần đầu bán : 45 kg gạo

Lần sau bán : 38 kg gạo

Cả 2 lần bán : ... kg gạo ?

Bài 4 : Có 28 kg gạo đựng đều trong 7 bao. Hỏi 5 bao đó có tất cả bao nhiêu ki-lô-gam gạo ?

#### b) Mục tiêu dạy học đại lượng khối lượng

- Hình thành cho HS những biểu tượng đúng về khối lượng của một vật.  
- Nắm được phép đo đại lượng khối lượng, biết đọc và viết số đo, biết chuyển đổi số đo theo đơn vị thường dùng, biết so sánh các số đo và biết thực hiện các phép tính số học trên số đo đại lượng.

- HS biết ứng dụng phép đo khối lượng vào đời sống, vào giải toán và hiểu được phần nào về phép đo qua việc đo khối lượng.

#### c) Dạy học đại lượng khối lượng

Khối lượng được đưa vào từ lớp 2. Khi dạy khối lượng, GV cần triệt để khai thác vốn sống của HS :

- Đưa ra các đồ vật mang khối lượng thật gần gũi với cuộc sống hằng ngày của các em.

VD : Cho HS tiến hành so sánh giá trị khối lượng trên các vật mang khối lượng (nhờ vào kinh nghiệm sống) như gói đường, túi gạo, túi bông... Từ đó, HS phát biểu vật nào nặng hơn, nhẹ hơn.

- Đưa ra tình huống có vấn đề mà HS không thể so sánh được nhờ kinh nghiệm sống.

VD : Đưa ra hai đồ vật có khối lượng bằng nhau mà hình thức bên ngoài khác nhau. Chẳng hạn, một mẫu gỗ và một gói bông có khối lượng như nhau. Đầu tiên, GV đặt câu hỏi : "Vật nào nặng hơn ?" Với câu hỏi như thế, buộc HS phải suy nghĩ : So sánh bằng cách nào ? HS không thể đặt các vật mang đại lượng chồng lên nhau như khi so sánh các đại

lượng hình học. Từ tình huống đặt ra, GV tận dụng để khai thác tiếp vốn sống của HS về các dụng cụ đo thường gặp trong đời sống.

- Khi dạy các đơn vị khối lượng thông dụng, GV giới thiệu cho HS các dụng cụ đo, đọc số đo và dạy cách viết số đo kèm theo tên đơn vị.

- Đối với khối lượng, đơn vị đầu tiên được giới thiệu là ki-lô-gam (*lớp 2*), tiếp theo giới thiệu đến gam (*lớp 3*), rồi dần dần giới thiệu hết các đơn vị còn lại tương đối thông dụng. GV cần lưu ý một số điều :

- Khi dạy mỗi đơn vị mới, GV cần xét trong mối quan hệ với đơn vị cũ.
- Trong mỗi bài dạy về đơn vị đều tuân theo quy trình dạy đo đại lượng đã trình bày ở PP chung. Có quan niệm cho rằng, dạy một đơn vị đo chỉ cần yêu cầu HS nắm được cách đọc, viết đơn vị đó mà thôi.
- Khi dạy hết các đơn vị đo khối lượng, GV lập bảng hệ thống các đơn vị đo khối lượng và HS so sánh với bảng hệ thống đơn vị đo độ dài.

*Lưu ý* : Trong khi DH, GV không được dùng từ địa phương.

VD : Trong ngôn ngữ nói, hằng ngày ta có thể nói “*một kí*” (1kg), “*một cân*” (1kg) nhưng trong khi dạy GV không được sử dụng những từ đó mà thống nhất dùng là ki-lô-gam. Cũng như đơn vị *hg*, ngôn ngữ nói hằng ngày hay dùng là “*lạng*” (1hg). GV cần chú ý để không mắc phải lỗi này.

### 3.3. Đại lượng thời gian

#### 3.3.1. Thời gian

a) *Mô tả thời gian* : Chỉ khoảng ngày tháng, quá khứ, hiện tại và tương lai. Khoảng nhất định với độ dài ngắn nhanh, chậm. Thời gian qua rất nhanh.

*Chú ý* :

- Thời gian là một đại lượng cơ bản.
- Theo Niuton “...thời gian là sự lâu dài thuần túy, là cái trống rỗng để chứa các biến cố. Nó không phải là vật chất, không tác động lên vật chất và không chịu tác động của vật chất. Nó vốn có sẵn như vậy từ xưa và tiếp tục tồn tại như vậy mãi mãi, không bao giờ thay đổi. Nó trôi đều đặn, liên tục từ quá khứ đến tương lai...thời gian là sự lâu dài cụ thể mà ta cảm giác được nhờ một quá trình cụ thể nào đó (VD : Chuyển động của Trái Đất) và được dùng để đo sự lâu dài trong đời sống...”

- Thời gian có tính tương đối, nghĩa là nó phụ thuộc vào hệ quy chiếu.

#### b) *Khái niệm thời gian ở tiểu học*

Ở tiểu học, HS được giới thiệu về đại lượng thời gian thông qua các biểu tượng thời gian và từ đó HS sẽ tự chính xác hoá khái niệm về thời gian.

VD : Ở bài “*Đồng hồ. Thời gian*” (*SGK lớp 1, trang 164*). Trước tiên, GV giới thiệu cho HS về đồng hồ : kim dài, kim ngắn, mặt đồng hồ. Dựa vào kim dài, kim ngắn giới thiệu cho HS về các giờ đúng : 5 giờ, 6 giờ, 7 giờ.

*Nhận xét* : Khái niệm thời gian ở tiểu học được hình thành cho HS từ những biểu tượng cụ thể như đồng hồ, ngày, tháng, năm.

### 3.3.2. Hệ thống đơn vị đo thời gian

Đơn vị đo thời gian là giây, kí hiệu là s (*đọc là giây*).

Giây là khoảng thời gian của 9192631770 chu kì phát xạ, tương ứng với thời gian chuyển giữa hai mức gần nhất ở trạng thái cơ bản của nguyên tử Xêzi 133.

*Chú ý* : Đơn vị thời gian đã được xác định từ xa xưa Ở Babilon người ta đã chia ngày ra giờ, giờ ra phút, và phút ra giây.

Trước đây người ta thường lấy ngày Mặt Trời trung bình làm chuẩn để xác định đơn vị thời gian : Giây là khoảng thời gian bằng  $1/86400$  của một ngày Mặt Trời trung bình. Song ngày Mặt Trời trung bình không phải là một hằng số nên bây giờ người ta chọn năm tropic làm chuẩn để xác định thời gian là giây.

Năm tropic là khoảng thời gian Mặt Trời xuất phát từ điểm xuân phân trở lại điểm ấy sau khi đi một vòng hoàng đạo (*vòng hoàng đạo là quỹ đạo chuyển động của Trái Đất quay xung quanh Mặt Trời*). Người ta đo được khá chính xác năm tropic và tính được cả biến thiên của năm tropic. Cứ mỗi thế kỉ, năm tropic lại ngắn đi 0,5303 giây. Vì năm tropic không phải là hằng số nên người ta chọn cụ thể năm 1900 làm chuẩn để xác định

đơn vị thời gian là giây như sau : giây là  $\frac{1}{31556925,9747}$  của năm tropic tính cho năm

1900. Với định nghĩa này ta đạt tới độ chính xác  $10^9$ , trong khi đó đơn vị giây tính theo ngày Mặt Trời trung bình chỉ đạt độ chính xác là  $10^7$ . Điều này được khẳng định vào năm 1960.

Đến năm 1967 ở Hội nghị Quốc tế thứ 13 về mẫu và cân quy định. Đơn vị thời gian – giây là khoảng thời gian của 9192631770 chu kì phát xạ, tương ứng với thời gian chuyển giữa hai mức gần nhất ở trạng thái cơ bản của nguyên tử Xêzi 133. Sự ổn định của tần số chuẩn Xêzi được bảo đảm bởi sự không đổi của năng lượng chuyển của các nguyên tử từ trạng thái năng lượng này đến trạng thái năng lượng khác khi không có từ trường ngoài.

*Hệ thống đơn vị đo thời gian* : thế kỉ – năm – tháng – tuần lễ – ngày – giờ – phút – giây.

*Chú ý* : Năm thường có 365 ngày, năm nhuận có 366 ngày. Trong một năm các tháng cũng có số ngày khác nhau : tháng 1, tháng 3, tháng 5, tháng 7, tháng 8, tháng 10, tháng 12 có 31 ngày ; tháng 4, tháng 6, tháng 9, tháng 11 có 30 ngày ; tháng 2 có 28 ngày nếu là năm thường, còn năm nhuận là có 29 ngày. Năm nhuận là những năm có hai số tận cùng chia hết cho 4. Riêng những năm có 2 số tận cùng là 00 thì nếu 2 chữ số đầu tiên tạo thành số chia hết cho 4 thì đó là năm nhuận, còn lại là những năm thường.

Vì thời gian không ổn định ở mỗi nơi trên Trái Đất nên người ta không đưa thời gian vào vòng số.

### 3.3.3. Hệ thống đại lượng thời gian ở tiểu học

- Lớp 1 : Đồng hồ ; Thời gian ; Thực hành.
- Lớp 2 : Ngày, giờ ; Thực hành xem đồng hồ ; Ngày, tháng ; Thực hành xem lịch.
- Lớp 3 : Xem đồng hồ ; Tháng, năm ; Thực hành xem đồng hồ.
- Lớp 4 : Giấy, thẻ kĩ.
- Lớp 5 : Bảng đơn vị đo thời gian ; Cộng số đo thời gian ; Trừ số đo thời gian ; Nhân số đo thời gian với 1 số ; Chia số đo thời gian với 1 số ; Ôn tập đo thời gian ; Ôn tập các phép tính với số đo thời gian.

#### Nhận xét :

- Trong chương trình môn toán ở tiểu học, đơn vị thời gian đã được giới thiệu một cách đầy đủ : giây, phút, giờ, ngày, tuần, tháng, năm, thập niên, thế kỉ.
- Các đơn vị đo được giới thiệu hợp lí, phù hợp với sự phát triển của vòng số. Qua đó, HS phân biệt rõ ràng thời gian và thời điểm để tránh nhầm lẫn về khái niệm, HS biết cách đổi các đơn vị đo, đồng thời thực hành tính toán và giải toán.

### 3.3.4. Một số ví dụ về đại lượng thời gian

#### a) Ví dụ

Bài 1 : Đọc, viết (theo mẫu)

Đọc	Viết
Ngày bảy tháng mười một	Ngày 7 tháng 11
Ngày mười lăm tháng mười một	
	Ngày 20 tháng 11
	Ngày 30 tháng 11

Bài 2 :  $1 \text{ giờ} + 2 \text{ giờ} = 3 \text{ giờ}$

$$5 \text{ giờ} + 2 \text{ giờ} = \dots$$

$$4 \text{ giờ} + 6 \text{ giờ} = \dots$$

$$8 \text{ giờ} + 7 \text{ giờ} = \dots$$

$5 \text{ giờ} - 2 \text{ giờ} = 3 \text{ giờ}$

$$9 \text{ giờ} - 3 \text{ giờ} = \dots$$

$$12 \text{ giờ} - 8 \text{ giờ} = \dots$$

$$16 \text{ giờ} - 10 \text{ giờ} = \dots$$

Bài 3 : Xem lịch 2005 rồi cho biết :

- Ngày Quốc tế Thiếu nhi 1 - 6 là thứ mấy ?
- Ngày Quốc khánh 2 - 9 là thứ mấy ?
- Ngày Nhà giáo Việt Nam 20 - 11 là thứ mấy ?
- Ngày cuối cùng năm 2005 là thứ mấy ?

Bài 4 : Một người đi xe đạp trong 12 phút được 3km. Hỏi nếu cứ đạp đều như vậy trong 28 phút thì người đó đi được bao nhiêu km ?

#### b) Mục tiêu dạy học đại lượng thời gian

- Hình thành cho HS những biểu tượng đúng về đại lượng thời gian (gọi là thời gian), phân biệt được thời điểm và thời gian.

- HS nắm được các đơn vị đo thời gian : thế kỉ, thập niên, năm, tháng, tuần lễ, ngày, giờ, phút, giây ; nắm được mối quan hệ giữa các đơn vị đo thời gian ; biết đọc và viết các số đo, biết chuyển đổi các số đo theo đơn vị thường dùng; biết so sánh các số đo và biết thực hiện các phép tính số học trên các số đo thời gian.

- HS biết ứng dụng những hiểu biết về thời gian vào cuộc sống, vào giải toán và hiểu được phần nào về phép đo đại lượng nói chung qua phép đo thời gian.

### c) *Dạy học đại lượng thời gian*

DH thời gian và phép đo thời gian ở cấp Tiểu học gặp nhiều khó khăn so với việc DH các đại lượng khác.

Thời gian là một đại lượng khó mô tả bằng những mô hình trực quan. Việc nhận thức thời gian đối với HS nhỏ tuổi thường bị chi phối bởi tâm trạng chủ quan : khi vui vẻ cảm thấy thời gian trôi nhanh, khi phải chờ đợi cảm thấy thời gian kéo dài.

Khi học phép đo thời gian HS gặp các số đo được viết không theo hệ ghi số thập phân.

Thời gian và thời điểm là hai đại lượng được trình bày xen kẽ dễ dẫn đến sự nhận thức không đúng.

Do những khó khăn trên khi dạy đại lượng thời gian cần triệt để khai thác vốn sống của các em trên cơ sở đảm bảo tính đúng đắn của các khái niệm.

DH đo thời gian trước hết phải làm cho HS có được khái niệm về khoảng thời gian và phân biệt được với thời điểm. *Thời gian* là hình thức tồn tại cơ bản của vật chất, trong đó vật chất vận động và phát triển liên tục, thời gian và không gian đều vô tận. Thời gian là đại lượng vô hướng cộng được. *Thời điểm* là khoảng thời gian cực ngắn được hạn định một cách chính xác, coi như một điểm trên trục thời gian. Thời điểm chỉ đơn thuần là đại lượng vô hướng gắn với không gian. Vì vậy, GV phải biết gắn chuyển động với khoảng thời gian, gắn không gian với thời điểm kết hợp khai thác vốn sống của HS trên cơ sở từng bước nâng cao và chính xác hoá khi hình thành khái niệm thời gian cho HS.

Để hình thành cho HS khái niệm khoảng thời gian một tuần lễ thì GV phải hình thành cho HS mốc thời điểm thứ hai và chú nhật cùng với các công việc mà HS đã làm trong tuần.

Để hình thành cho HS khái niệm khoảng thời gian trong một ngày, GV phải kết hợp mốc thời điểm Mặt Trời với các đồ dùng DH như quả địa cầu, mô hình mặt đồng hồ.

Để chính xác hoá khái niệm tuần lễ, ngày cho HS, GV dạy khái niệm đó thông qua các khái niệm như giờ, phút, giây, tháng.

DH các đơn vị đo thời gian trước hết phải làm cho HS nắm được các đơn vị đo thời gian thường gặp và cách sử dụng chúng, nắm được đặc điểm mối liên hệ giữa các đơn vị đo thời gian.

DH các đơn vị thời gian thường được xếp theo thứ tự : tuần lễ, ngày, năm, tháng, giờ, phút, giây, thế kỉ. PP dạy các đơn vị này là trực quan kết hợp với quan sát và khai thác vốn sống của HS.

VD : Khi dạy HS đơn vị “phút”, GV để đồng hồ lớn lên bàn và yêu cầu HS đếm theo sự dịch chuyển của kim giây từ 1 đến 60 và liên hệ thực tế tiết học gồm bao nhiêu phút.

Giờ được đưa ra trong quan hệ với phút, ngày được chính xác hoá trong quan hệ với giờ. DH các đơn vị thời gian phải kết hợp với việc hướng dẫn HS sử dụng đồng hồ.

Khó khăn trong việc DH đơn vị đo thời gian so với các đại lượng khác là các đơn vị liền nhau không gấp nhau, kém nhau một số lần nào đó. Do đó, khi dạy GV cần phải lập bảng đơn vị đo ngay trên bảng. Từ đó, ta kết hợp với việc đưa ra các bài tập để HS rèn luyện các kĩ năng và củng cố kiến thức.

Để DH các phép tính trên các số đo thời gian, trước hết GV cần luyện tập cho HS thành thạo bốn phép tính : cộng, trừ, nhân, chia trên số tự nhiên và nắm chắc việc chuyển đổi đơn vị đo.

### 3.4. Đại lượng diện tích

#### 3.4.1. Diện tích

a) *Mô tả diện tích của một hình* : Là số chỉ độ lớn của một hình so sánh với độ lớn hình vuông đơn vị.

*Chú ý :*

- Diện tích là một đại lượng dẫn xuất.
- Diện tích của một hình phẳng (H) là một số, kí hiệu là S, thoả mãn 4 điều kiện sau :
  - T<sub>1</sub>). Mỗi hình phẳng (H) đều có một diện tích là S (H) với  $S(H) > 0$ .
  - T<sub>2</sub>). Hai hình phẳng bằng nhau có diện tích bằng nhau.
  - T<sub>3</sub>). Nếu hình phẳng (H) được chia thành hình phẳng (H<sub>1</sub>), (H<sub>2</sub>) không có điểm chung thì :  $S(H) = S(H_1) + S(H_2)$ .
  - T<sub>4</sub>). Có một hình vuông (H<sub>0</sub>) dùng làm đơn vị diện tích và  $S(H_0) = 1$ .

*Lưu ý :* +  $H \neq \emptyset$ .

+ Định nghĩa trên là định nghĩa bằng PP tiên đề (*khái niệm diện tích của một hình còn có thể định nghĩa nhờ công cụ giới hạn*).

#### b) *Khái niệm diện tích ở tiểu học*

Khái niệm diện tích ở tiểu học được hình thành trên cơ sở ban đầu là so sánh các ô vuông nhỏ bằng nhau.

Hình nào có nhiều ô vuông hơn thì hình đó có diện tích lớn hơn và ngược lại. Từ đó, HS hình thành dần khái niệm diện tích.

*Nhận xét :* Khái niệm diện tích ở bậc tiểu học được hình thành bằng PP trực quan (so sánh các ô vuông).

#### 3.4.2. Hệ thống đơn vị đo diện tích

- Đơn vị đo diện tích là mét vuông, kí hiệu m<sup>2</sup> (*đọc là mét vuông*)
- Mét vuông là diện tích của một hình vuông có độ dài cạnh là 1 m.

- Hệ thống đơn vị đo diện tích :  $\text{km}^2 - \text{hm}^2 - \text{dam}^2 - \text{m}^2 - \text{dm}^2 - \text{cm}^2 - \text{mm}^2$ .

### 3.4.3. Hệ thống đại lượng diện tích ở tiểu học

- Lớp 1, 2 : Chưa có.

- Lớp 3 : Diện tích của một hình; Đơn vị đo diện tích. Xăng-ti-mét vuông; Diện tích hình chữ nhật; Diện tích hình vuông.

- Lớp 4 : Đề-xi-mét vuông; Mét vuông ; Ki-lô-mét vuông ; Diện tích hình bình hành.

- Lớp 5 : Đề-ca-mét vuông. Héc-tô-mét vuông ; Mi-li-mét vuông. Bảng đơn vị đo diện tích ; Héc-ta ; Viết các số đo diện tích dưới dạng số thập phân ; Diện tích hình tam giác ; Diện tích hình thang ; Diện tích hình tròn ; Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật ; Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lập phương.

*Nhận xét* : Cùng với sự thay đổi phần hình học, ở phần đại lượng diện tích đã giới thiệu thêm cách tính diện tích các hình : hình thoi, hình bình hành.

Càng về giai đoạn cuối của cấp Tiểu học thì HS nhờ có sự phát triển tư duy hơn hẳn các lớp đầu cấp do đó các bài toán về diện tích các hình đòi hỏi HS phải đổi đơn vị đo diện tích cũng như độ dài nhuần nhuyễn và nhớ công thức chính xác để vận dụng tính toán SGK Toán hiện hành nhiều hơn SGK Toán cũ cả về lượng kiến thức cũng như mức độ khó. Ở lớp 5, SGK cũ chỉ giới thiệu đến diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật, còn ở SGK mới giới thiệu cả diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình lập phương.

Điều này cho ta biết rằng khi học theo SGK hiện hành đòi hỏi HS phải nhớ các công thức nhiều hơn và đòi hỏi kỹ năng đổi các đơn vị đo diện tích ở mức độ cao hơn.

Do đó để HS có thể học tốt về phần đại lượng diện tích thì trước tiên HS phải biết cách đổi đơn vị đo diện tích, nắm vững nguyên lí mỗi đơn vị đứng liền nhau hơn kém nhau 100 đơn vị và HS phải học tốt phần số học.

### 3.4.4. Một số ví dụ về đại lượng diện tích

a) Ví dụ

Bài 1 : Viết (theo mẫu)

Đọc	Viết
Năm xăng-ti-mét vuông	$5\text{cm}^2$
Một trăm hai mươi xăng-ti-mét vuông	
	$1500\text{cm}^2$
Mười nghìn xăng-ti-mét vuông	

Bài 3 : Tính

a)  $18\text{cm}^2 + 26\text{cm}^2 = \dots$

b)  $6\text{cm}^2 \times 4 = \dots$

$40\text{cm}^2 - 17\text{cm}^2 = \dots$

$32\text{cm}^2 : 4 = \dots$

Bài 4 : Một hình chữ nhật có chiều dài là 12 cm, chiều rộng bằng  $\frac{1}{3}$  chiều dài. Tính diện tích hình đó.

*b) Mục tiêu dạy học đại lượng diện tích*

– Hình thành cho HS biểu tượng về diện tích của một hình.  
– HS nắm được phép đo đại lượng diện tích : biết đọc và viết số đo, biết chuyển đổi số đo theo đơn vị thường dùng, biết so sánh các số đo và biết thực hiện các phép tính số học trên số đo diện tích.

– HS biết vận dụng các đại lượng hình học vào việc lập công thức tính diện tích của một số hình hình học vào giải toán và đời sống.

*c) Dạy học đại lượng diện tích*

Đại lượng diện tích là đại lượng dẫn xuất. Đại lượng diện tích được đưa vào chương trình học từ lớp 3. Nhờ đã học kĩ đại lượng cơ bản là đại lượng độ dài nên HS đã có hiểu biết nhất định về đại lượng và phép đo đại lượng.

Ở các lớp cuối cấp, tư duy của HS đã tiến bộ hơn nhiều. HS đã có khả năng tưởng tượng hình dạng các đồ vật trong không gian với các hình hình học, tưởng tượng việc cắt, ghép, biến đổi từ hình này sang hình khác.

Vì thế, HS học diện tích và phép đo diện tích thuận lợi hơn việc học độ dài và phép đo độ dài.

Tiếp đó, GV giới thiệu một số đơn vị đo diện tích thường gặp từ đơn giản đến phức tạp. GV nên chọn một đơn vị để dạy mẫu cho HS nắm chắc mối quan hệ giữa đơn vị đo độ dài với đơn vị đo diện tích. Từ đó, HS suy ra bảng hệ thống đơn vị đo diện tích nhờ bảng đơn vị đo độ dài.

### **3.5. Đại lượng thể tích**

#### *3.5.1. Thể tích*

*a) Mô tả thể tích* : Là phần không gian do một vật thể nào đó chiếm.

*Chú ý* :

– Thể tích là một đại lượng dẫn xuất.  
– Thể tích của một vật thể T có thể được định nghĩa như Phần I, chương 2, §3, mục 5.5 (định nghĩa bằng PP tiên đề).

– Khái niệm thể tích của một vật thể còn có thể định nghĩa nhờ công cụ giới hạn.

*b) Khái niệm thể tích ở tiểu học*

Ở bậc tiểu học, khái niệm thể tích được hình thành theo PP trực quan bằng cách so sánh các hình lập phương bằng nhau. Nếu hình nào có nhiều hình lập phương hơn thì hình đó có thể tích lớn hơn và ngược lại.



### 3.5.2. Hệ thống đơn vị đo thể tích

- Đơn vị đo thể tích là mét khối, kí hiệu  $m^3$  (đọc là mét khối)
- Mét khối là thể tích một khối lập phương có cạnh là 1 mét.
- Hệ thống đơn vị đo thể tích :  $km^3 - hm^3 - dam^3 - m^3 - dm^3 - cm^3 - mm^3$ .

### 3.5.3. Hệ thống đại lượng thể tích ở tiểu học

- Lớp 1, 2, 3, 4 : Chưa có.

- Lớp 5 : Thể tích của một hình ; Xen-ti-mét khối, Đề-xi-mét khối ; Mét khối ; Thể tích hình hộp chữ nhật ; Thể tích hình lập phương ; Ôn tập đo thể tích.

*Nhận xét* : Đại lượng thể tích được đưa vào chương trình Tiểu học ở học kì II lớp 5.

Vì đây là đại lượng dẫn xuất của độ dài nên trong chương trình phải giới thiệu hoàn chỉnh các đơn vị đo độ dài đồng thời thực hiện tốt các phép đổi đơn vị đo thì khi học đơn vị đo thể tích HS mới tiếp thu nhanh và thực hiện tính toán được.

Ở chương trình Tiểu học hiện hành, phân hình học giới thiệu thêm hình trụ.

### 3.5.4. Một số ví dụ về đại lượng thể tích

#### a) Ví dụ

*Bài 1* : Điền số thích hợp vào chỗ chấm

$$91 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 ; 375 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 ;$$

$$5,8 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3 ; 4\frac{4}{5} \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$$

*Bài 2* : Điền số hoặc chữ thích hợp vào chỗ trống :

Viết số	Đọc số
$76 \text{ cm}^3$	Bảy mươi sáu xăng-ti-mét khối
$85,08 \text{ dm}^3$	...
$4/5 \text{ cm}^3$	...
$192 \text{ cm}^3$	...
	Hai nghìn linh một đề-xi-mét khối
	Ba phần tám xăng-ti-mét khối

*Bài 3* : Người ta làm một cái hộp hình chữ nhật bằng bìa, biết rằng hộp đó có chiều dài bằng 5 dm chiều rộng bằng 3 dm và chiều cao bằng 2 dm. Hỏi có thể xếp được nhiều nhất bao nhiêu hình lập phương  $1 \text{ dm}^3$  để đầy cái hộp đó.

#### b) Mục tiêu dạy học đại lượng thể tích

- Hình thành cho HS biểu tượng về thể tích của một hình.
- HS nắm được phép đo đại lượng thể tích : biết đọc và viết số đo, biết chuyển đổi số đo theo đơn vị thường dùng, biết so sánh các số đo và biết thực hiện các phép tính số học trên số đo thể tích.
- HS biết vận dụng các đại lượng hình học vào việc lập công thức tính thể tích của một số hình hình học vào giải toán và vào đời sống.

### c) *Đại lượng đại lượng thể tích*

Đại lượng thể tích là đại lượng dẫn xuất. Đại lượng thể tích được đưa vào chương trình học ở lớp 5. Nhờ đã học kĩ đại lượng cơ bản độ dài nên HS đã có hiểu biết nhất định về đại lượng và phép đo đại lượng.

Ở lớp 5, HS đã có khả năng tưởng tượng hình dạng các đồ vật trong không gian với các hình hình học, tưởng tượng việc cắt, ghép, biến đổi từ hình này sang hình khác. Vì thế, HS học thể tích và phép đo thể tích thuận lợi hơn việc học độ dài và phép đo độ dài.

Tiếp đó, GV giới thiệu một số đơn vị đo thể tích thường gặp từ đơn giản đến phức tạp. GV nên chọn một đơn vị để dạy mẫu cho HS nắm chắc mối quan hệ giữa đơn vị đo độ dài với đơn vị đo thể tích. Từ đó, HS suy ra bảng hệ thống đơn vị đo thể tích nhờ bảng đơn vị đo độ dài.

*Chú ý :*  $1 \text{ m}^3 \approx 1000 \text{ lít}$   
 $1 \text{ l} \approx 1 \text{ dm}^3$ .

## 3.6. *Đại lượng dung tích*

### 3.6.1. *Dung tích*

a) *Mô tả dung tích :* Lượng tối đa có thể chứa được, biểu thị bằng con số của vật chứa.

*Chú ý :*

- Một vật trong không gian có thể tích đựng chất lỏng sẽ có dung tích.
- Dung tích của một vật là dung lượng tối đa mà vật đó có thể chứa được.

VD : Một thùng nước chứa tối đa là 500l thì ta gọi dung tích của thùng là 500l.

b) *Khái niệm dung tích ở tiểu học*

Ở tiểu học, khái niệm dung tích được giới thiệu thông qua các vật quen thuộc gắn với cuộc sống của các em như cái ca, cái chai, cái can... Từ đó, HS thấy vật nào lớn hơn thì sẽ có dung tích lớn hơn và ngược lại.

### 3.6.2. *Hệ thống đơn vị đo dung tích*

- Đơn vị đo dung tích là lít, kí hiệu : *l*
- Hệ thống đơn vị đo dung tích : *l - dl - cl - ml*

### 3.6.3. *Hệ thống đại lượng dung tích ở tiểu học*

- *Lớp 1 :* Chưa có.
- *Lớp 2 :* Lít.
- *Lớp 3, 4, 5 :* Áp dụng vào giải toán.

*Nhận xét :* Trong chương trình toán Tiểu học, chỉ giới thiệu đơn vị *lít* và các phép toán cộng, trừ trên đại lượng lít. So với các yếu tố đại lượng khác thì đại lượng dung tích trong chương trình được giới thiệu với thời lượng ít nhất và không đi sâu vào việc đổi các đơn vị đo mà chủ yếu chỉ áp dụng đại lượng dung tích cụ thể là lít trong các bài toán thuộc chương trình học.

### 3.6.4. *Một số ví dụ về đại lượng dung tích*

a) *Ví dụ*

Bài 1 : Tính

$$\begin{array}{lll} 2l + 1l = \dots & 15l - 5l = \dots & 3l + 2l - 1l = \dots \\ 16l + 5l = \dots & 35l - 12l = \dots & 16l - 4l + 15l = \dots \end{array}$$

Bài 2 : Thùng thứ nhất có 16 l dầu, thùng thứ hai có ít hơn thùng thứ nhất là 2 l dầu.

Hỏi thùng thứ hai có bao nhiêu lít dầu ?

b) Mục tiêu dạy học đại lượng dung tích

- Hình thành cho HS những biểu tượng đúng về dung tích của một vật.  
- Nắm được phép đo đại lượng dung tích, biết đọc và viết số đo, biết chuyển đổi số đo theo đơn vị thường dùng, biết so sánh các số đo và biết thực hiện các phép tính số học trên số đo đại lượng.

- Biết ứng dụng phép đo dung tích vào đời sống, vào giải toán và hiểu được phần nào về phép đo qua việc đo dung tích.

c) Dạy học đại lượng dung tích

- Dung tích được đưa vào giảng dạy từ lớp 2. Khi dạy dung tích, GV cần triệt để khai thác vốn sống của HS trên cơ sở bảo đảm tính đúng đắn của khái niệm về độ đo.

- Đưa ra các đồ vật mang dung tích thật gần gũi với cuộc sống hằng ngày của HS tiểu học.

VD 1 : Cho HS tiến hành so sánh giá trị dung tích của các vật (nhờ vào kinh nghiệm sống) như cái cốc, cái ca, cái chai, cái phích... Từ đó HS phát biểu cái nào đựng được nhiều nước hơn.

Trong VD 1, khi so sánh giá trị dung tích, HS được sự hướng dẫn của GV đã chuyển từ hai đối tượng mang dung tích về khái niệm đặc trưng là lượng nước rồi mới so sánh dung tích. Trong VD này HS có thể chưa cần đong nước cũng nói đúng được kết quả.

- Đưa ra tình huống có vấn đề mà HS không thể so sánh được nhờ kinh nghiệm sống.

VD 2 : Đưa ra hai đồ vật có dung tích bằng nhau mà hình thức bên ngoài khác nhau. Chẳng hạn, một cái chai và một cái ca có dung tích như nhau.

GV đặt câu hỏi : *Cái nào đựng được nhiều nước hơn ?* (không nên nêu câu hỏi : *cái nào có dung tích lớn hơn ?*)

Với câu hỏi trên buộc HS phải suy nghĩ là nên so sánh bằng cách nào. HS không thể đặt các vật mang đại lượng kê trên chồng lên nhau như khi so sánh các đại lượng hình học. Từ tình huống đặt ra GV tận dụng để khai thác tiếp vốn sống của HS về các dụng cụ đo thường gặp trong đời sống.

Khi dạy đơn vị dung tích thông dụng, GV giới thiệu cho HS các dụng cụ đo, đọc số đo và dạy cách viết số đo kèm theo tên đơn vị.

Thời gian dành cho đại lượng dung tích ít hơn so với các đại lượng khác, nên cần cho HS hiểu được biểu tượng dung tích qua việc khai thác kinh nghiệm sống, đồng thời cho thêm nhiều bài tập xen vào những tiết học khác.

### 3.7. Đại lượng tiền tệ

#### 3.7.1. Khái niệm tiền tệ

a) *Mô tả tiền tệ* : Tiền là vật đúc bằng kim loại hay in bằng giấy (bằng pô-li-me, giấy) do ngân hàng phát hành dùng làm đơn vị tiền tệ. Tiền tệ là vật ngang giá chung dùng để đo lường giá trị hàng hoá, làm phương tiện để mua hàng, tích lũy và thanh toán.

b) *Khái niệm tiền tệ ở tiểu học* : Tiền là vật dùng để trao đổi, mua bán...

#### 3.7.2. Đơn vị tiền Việt Nam

Đơn vị tiền Việt Nam là đồng, kí hiệu VNĐ (hay viết tắt đ).

#### 3.7.3. Các mệnh giá đại lượng tiền Việt Nam

Năm trăm nghìn đồng, hai trăm nghìn đồng, một trăm nghìn đồng, năm mươi nghìn đồng, hai mươi nghìn đồng, mười nghìn đồng, năm nghìn đồng, hai nghìn đồng, một nghìn đồng, năm trăm đồng, hai trăm đồng, một trăm đồng.

#### 3.7.4. Hệ thống mệnh giá đại lượng tiền Việt Nam ở tiểu học

- *Lớp 1* : Chưa có.
- *Lớp 2* : Tiền Việt Nam (100đ, 200đ, 500đ, 1000đ).
- *Lớp 3* : Tiền Việt Nam (2000đ, 5000đ, 10 000đ) ;  
Tiền Việt Nam (20 000đ, 50 000đ, 100 000đ).

- *Lớp 4, 5* : Vận dụng vào giải toán.

*Nhận xét* : Đại lượng tiền tệ được đưa vào chương trình Tiểu học có ý nghĩa thực tế rất lớn.

Trong cuộc sống hằng ngày, tiền được dùng để mua bán, trao đổi. Cùng với sự mở rộng vòng số ở số học, đại lượng tiền tệ được giới thiệu ở các lớp cũng có mệnh giá lớn hơn đại lượng tiền đã giới thiệu trong SGK cũ.

Hiện nay, trên thị trường đang lưu hành :

+ Đồng tiền xu với các mệnh giá : 100đ, 200đ, 500đ, 1 000đ, 2 000đ, 5 000đ.

+ Tiền giấy pô-li-me với các mệnh giá : 10 000đ, 20 000đ, 50 000đ, 100 000đ, 200 000đ, 500 000đ.

#### 3.7.5. Một số ví dụ về đại lượng tiền Việt Nam

##### a) Ví dụ

*Ví dụ 1* : Viết số thích hợp vào ô trống (theo mẫu) :

Số tiền	Gồm các tờ giấy bạc loại		
	100 đồng	200 đồng	500 đồng
800 đồng	1	1	1
900 đồng	2		1
1 000 đồng	3	1	
700 đồng			1

*Ví dụ 2* : Mẹ mua một hộp sữa hết 6700 đồng và một gói kẹo hết 2300 đồng. Mẹ đưa cô bán hàng 10 000 đồng. Hỏi cô bán hàng phải trả lại bao nhiêu tiền ?

### b) Mục tiêu dạy học đại lượng tiền Việt Nam

- Giúp HS nhận biết được các tờ tiền và biết được mệnh giá của nó.
- HS nắm được đơn vị đo của tiền Việt Nam là đồng (VND) ; biết đọc, so sánh, chuyển đổi và thực hiện các phép tính trên số đo tiền Việt Nam.
- HS biết vận dụng những hiểu biết về tiền tệ vào cuộc sống, vào giải toán.

### c) Dạy học đại lượng tiền Việt Nam

Đại lượng tiền tệ được đưa vào chương trình tiểu học từ lớp 2. Đại lượng tiền tệ được giới thiệu trong chương trình theo sự phát triển của vòng số. Đối với đại lượng tiền Việt Nam không chỉ như các đại lượng khác trong chương trình là nắm vững cách đổi các đơn vị đo mà điều quan trọng hơn là phải giúp cho HS biết cách trao đổi tiền Việt Nam trong thực tế.

Các đồng tiền xu cũng có những đặc điểm khác nhau như xu 5 000đ to hơn xu 500đ, 1 000đ, 2 000đ đặc biệt là phải dựa vào các con số trên đồng xu.

## 3.8. Đại lượng vận tốc

### 3.8.1. Vận tốc

a) *Mô tả vận tốc* : Là đại lượng đặc trưng cho sự nhanh hoặc chậm của chuyển động. Đo bằng quãng đường đi được trong đơn vị thời gian.

*Chú ý* :

- Vận tốc là một đại lượng có hướng và là đại lượng dẫn xuất.
- Vận tốc trung bình : Là đại lượng đặc trưng cho một chuyển động không đều xác định bằng thương của quãng đường đi được với thời gian dùng để đi quãng đường đó.

Vận tốc trung bình của một chuyển động không đều trên một quãng đường được tính bằng công thức :  $v_{TB} = \frac{s}{t}$ , trong đó : s là độ dài quãng đường đi được, t là thời gian để đi hết quãng đường đó.

- Độ lớn của vận tốc cho biết mức độ nhanh hoặc chậm của chuyển động và được xác định bằng độ dài quãng đường đi được trong một đơn vị thời gian.

- Công thức tính vận tốc :  $v = \frac{s}{t}$ , trong đó : s là độ dài quãng đường đi được, t là thời gian để đi hết quãng đường đó.

- Chuyển động đều là chuyển động mà vận tốc có độ lớn không thay đổi theo thời gian.

- Chuyển động không đều là chuyển động mà vận tốc có độ lớn thay đổi theo thời gian.

### b) Khái niệm vận tốc ở tiểu học

Được trình bày trong SGK toán 5 cũng tương tự như đã trình bày ở trên.

### 3.8.2. Đơn vị vận tốc

- Đơn vị vận tốc là mét trên giây, kí hiệu : m/s.

- Hệ thống đơn vị của vận tốc là : m/s và km/h.

*Chú ý* :

- Trong thực tế đôi khi ta còn sử dụng đơn vị đo vận tốc là m/phút.
- Đơn vị vận tốc phụ thuộc vào đơn vị độ dài và đơn vị thời gian.

### §3. CÁC DẠNG TOÁN VỀ ĐẠI LƯỢNG VÀ ĐO ĐẠI LƯỢNG Ở TIỂU HỌC

Phần lớn thời gian học toán của HS tiểu học là dành cho giải toán. Những bài toán sau khi được phân loại theo dạng thì có định hướng giải riêng, sẽ giúp HS học giải toán nhẹ nhàng hơn, gây cho các em tâm lí yêu thích môn học.

Tuy nhiên, việc nêu ra PP giải cho từng dạng chỉ mang tính tương đối. Có thể trong từng dạng còn có nhiều cách giải khác, nhưng vì đối tượng là HS tiểu học nên ở đây chỉ trình bày một số PP thường sử dụng phù hợp với khả năng tư duy của các em.

#### 1. Mục tiêu dạy học các dạng toán về đại lượng đo lường ở tiểu học

Thực hành giải toán là PP tốt nhất để củng cố và khắc sâu kiến thức DH các dạng toán về đại lượng đo lường nhằm các mục tiêu sau :

- Củng cố các khái niệm, kĩ năng, kĩ xảo về đại lượng và các phép đo đại lượng và những kiến thức khác.
- Góp phần hình thành cho HS tiểu học thế giới quan duy vật biện chứng, ý thức khám phá các hiện tượng và sự vật khách quan, tạo hứng thú học tập...
- Góp phần phát triển năng lực tư duy cho HS, đặc biệt là tư duy sáng tạo và tư duy logic.
- Kiểm tra khả năng vận dụng những kiến thức về đại lượng và phép đo đại lượng vào thực tiễn cuộc sống.

#### 2. Nội dung các yếu tố đại lượng đo lường ở tiểu học (xem §1, chương 4, phần II)

#### 3. Các dạng toán về đại lượng đo lường ở tiểu học

##### 3.1. Dạng toán thực hành đo đại lượng

###### 3.1.1. Nội dung

Dạng toán thực hành đo đại lượng là cho HS thực hành đo các đại lượng thông dụng (độ dài, diện tích, thể tích, cân, đồng, xem lịch, xem giờ...) một cách trực tiếp trên vật thật.

Dạng toán này thường phổ biến ở các lớp 1, 2, 3.

###### 4.1.2. Phương pháp đo đại lượng

Các thao tác kĩ thuật thực hành đo phụ thuộc vào việc chọn đơn vị đo, như đo khối lượng dùng cân ; đo thời gian dùng đồng hồ...

*Đo các đại lượng hình học* : độ dài, diện tích, thể tích.

VD : Đo độ dài của bảng lớp bằng một đoạn thẳng cho trước.

*Cách đo* : Đặt đoạn thẳng cho trước sát với cạnh của mặt bảng và thẳng với cạnh mặt bảng. Bắt đầu đo từ đầu mút của cạnh cần đo cho đến hết cạnh đó, dùng phấn đánh dấu sau mỗi lần di chuyển đoạn thẳng cho đúng. Sau đó đọc độ dài của bảng lớp : Khoảng cách giữa hai vạch phấn là một đoạn thẳng, có bao nhiêu khoảng thì đó chính là độ dài của bảng lớp, đơn vị là đoạn thẳng.

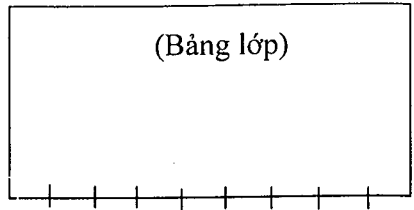
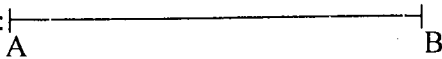
Đoạn thẳng cho trước :



Ta có độ dài bằng lớp là : 9 đoạn thẳng.

VD : Đo độ dài đoạn thẳng AB bằng thước kẻ có vạch xăng-ti-mét và thước kẻ có vạch

đề-xi-mét :



a) Đo bằng thước kẻ có vạch xăng-ti-mét

*Cách đo* : Đặt thước sát với đoạn thẳng AB. Đầu mút A của đoạn thẳng trùng với vạch số 0 của thước, từ đó quan sát xem đầu mút B của đoạn thẳng trùng với vạch ghi số mấy trên thanh thước thì đó chính là độ dài của đoạn thẳng AB, đơn vị xăng-ti-mét.

b) Đo bằng thước kẻ có độ dài đề-xi-mét

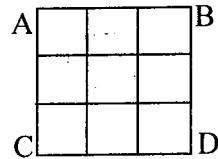
*Cách đo* : Tương tự câu a. Ta có độ dài của đoạn thẳng AB với đơn vị là dm.

*Nhận xét* : Ở VD trên, cùng một đoạn thẳng AB nhưng lại có hai số đo do ta chọn hai đơn vị đo tương ứng là cm và dm.

- *Đo diện tích, thể tích*

Lớp 3, HS bắt đầu làm quen với đo diện tích, đơn vị đo diện tích  $\text{cm}^2$ . Lớp 4, HS tiếp tục học về đo diện tích với đơn vị đo  $\text{dm}^2$ ,  $\text{m}^2$ ,  $\text{km}^2$ . Lên lớp 5, HS bắt đầu học đo về thể tích và tiếp tục đo diện tích với các đơn vị đo lớn hơn như a, ha.

VD 1 : Ghép 9 hình vuông bằng nhau thành hình vuông lớn ABCD nên diện tích hình vuông ABCD bằng tổng diện tích của 9 hình vuông nhỏ.



VD 2 : Cho HS bỏ các khối hình lập phương bằng nhau đầy hình hộp chữ nhật. Sau đó xếp toàn bộ các khối lập phương trên thành một khối hình chữ nhật khác. Hai hình hộp chữ nhật đó có thể tích bằng nhau.

Muốn so sánh giá trị diện tích, thể tích cần phải chọn phép đo thích hợp, đơn vị thích hợp.

- *Đo khối lượng, dung tích*

HS tiểu học thực hành đo khối lượng, dung tích nhằm hình thành ở các em những hiểu biết về khối lượng, dung tích. Đo khối lượng, dung tích chỉ áp dụng với những đồ vật nhỏ, còn đối với những đồ vật có khối lượng, dung tích lớn thì phải sử dụng công thức.

VD : Cho HS xác định khối lượng của một gói đường, một gói muối. Muốn xác định được khối lượng chính xác thì buộc các em phải thực hiện lần lượt từng gói một.

Hay : So sánh xem một cái ca và một cái chai nhỏ (giả sử có dung tích bằng nhau), vật nào đựng được nhiều nước hơn.

Muốn so sánh được, HS phải tiến hành đong nước vào từng vật.

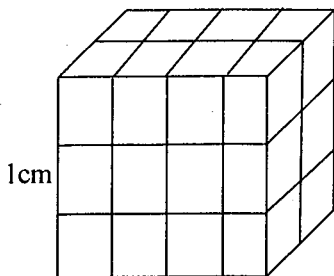
*Cách đong* : Lấy một cái ca nhỏ (chai nhỏ) có xác định dung tích rồi tiến hành đong nước vào hai vật cần so sánh.

- *Đo thời gian*

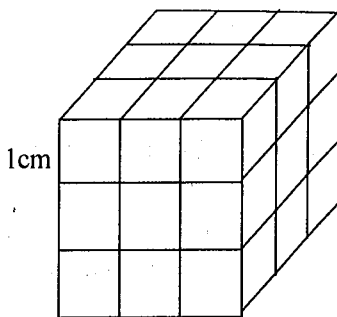
HS sử dụng đồng hồ và lịch để tính thời gian.

#### 4.1.3. Bài tập

Trong hai hình dưới đây :



(1)



(2)

Hình nào có thể tích lớn hơn ?

*Hướng dẫn* : Đếm xem mỗi hình có bao nhiêu hình lập phương nhỏ rồi so sánh ?

#### 4.1.4. Một số sai lầm trong thực hành đo. Biện pháp khắc phục

- *Đo độ dài* : HS tiểu học thường mắc phải một số sai lầm trong thực hành đo độ dài như đặt thước sai, đọc số đo sai, ghi số đo sai.

Nguyên nhân là do HS chưa hiểu hết và chưa nắm chắc các thao tác kĩ thuật đo, cụ thể HS thường mắc những sai lầm sau :

- HS không đặt một đầu vật cần đo trùng với vạch số 0 của thước mà vẫn đọc kết quả dựa vào đầu kia của vật ở trên thước.

- HS đặt đúng một đầu vật cần đo trùng với vạch số 0 của thước nhưng lại không ghép sát thước với vật cần đo.

- Trường hợp phải đặt thước nhiều lần, HS không đánh dấu điểm cuối của thước trong mỗi lần đo trên vật cần đo dẫn đến kết quả đo có sai số lớn.

- Để khắc phục tình trạng trên, GV phải kết hợp làm mẫu nhiều lần và giảng giải tỉ mỉ, kịp thời phát hiện những sai lầm khi HS thực hành đo để uốn nắn, đồng thời giải thích cho HS hiểu tại sao lại sai.

- *Đo thời gian* : HS tiểu học thường mắc sai lầm khi tính thời gian do các em chưa hình thành được biểu tượng về khoảng thời gian 1 giờ.

Nguyên nhân sâu xa là do khi học, HS phần lớn là quan sát và thực hành trên mô hình đồng hồ cho nên khi áp dụng xem thời gian trên đồng hồ thật các em còn bỡ ngỡ.

*Biện pháp khắc phục* : Muốn HS có được biểu tượng về khoảng thời gian 1 giờ, GV cần kết hợp cho HS theo dõi hoạt động của đồng hồ mô hình và đồng hồ thật. GV cần khắc sâu cho HS : Chỉ cần kim phút trên đồng hồ thật quay được một vòng tròn, dù điểm xuất phát ở đâu, cũng đều cho khoảng thời gian 1 giờ. Việc cho kim phút bắt đầu chạy từ số 12 đến hết một vòng tròn chỉ là thói quen và tạo thuận lợi cho các em theo dõi, quan



sát thấy kim giờ cũng dịch chuyển sang số liền sau. Khi kim giờ chạy từ số này đến số kia (trên mặt đồng hồ), dù điểm xuất phát ở đâu cũng cho khoảng thời gian 1 giờ (kim phút quay đúng một vòng tròn).

#### 4.2. Dạng toán chuyển đổi đơn vị đo

##### 4.2.1. Nội dung

Toán chuyển đổi đơn vị đo được chia thành các dạng sau :

- Đổi số đo có tên đơn vị này sang số đo có tên đơn vị khác.
- Đổi số đo có hai hay ba tên đơn vị sang số đo có một tên đơn vị và ngược lại.
- Đổi số đo dạng thập phân sang số đo dạng không thập phân và ngược lại.
- Đổi số đo dạng thập phân có tên đơn vị này sang số đo dạng thập phân có tên đơn vị khác.
- Đổi số đo dạng phân số sang số đo dạng khác và ngược lại.

##### 4.2.2. Phương pháp chuyển đổi đơn vị đo

- Thực hiện phép tính, sử dụng bảng hệ thống đơn vị đo.
- Các thao tác thường thực hiện khi chuyển đổi đơn vị đo là : Viết thêm hoặc xóa bớt số 0, chuyển dịch dấu phẩy sang trái (hoặc sang phải) tùy theo đơn vị đo.

VD 1 : Đổi số đo có tên đơn vị này sang số đo có tên đơn vị khác

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 6 \text{ cm} = 60 \text{ mm} & \text{b) } 500 \text{ kg} = 5 \text{ tạ} & \text{c) } 2 \text{ giờ} = 120 \text{ phút} \\ 35 \text{ km} = 35 \text{ 000 m} & 3 \text{ tấn} = 30 \text{ tạ} & 360 \text{ giây} = 6 \text{ phút.} \end{array}$$

VD 2 : Đổi số đo có hai hay ba tên đơn vị sang số đo có một đơn vị

$$\begin{array}{ll} 3 \text{ dm}^2 25 \text{ cm}^2 5 \text{ mm}^2 = 32 \text{ 505 mm}^2 & 2 \text{ năm } 3 \text{ tháng} = 27 \text{ tháng} \\ 2 \text{ dm}^3 5 \text{ cm}^3 = 2 \text{ 005 cm}^3 & 5 \text{ giờ } 3 \text{ phút} = 303 \text{ phút.} \end{array}$$

VD 3 : Đổi số đo có một tên đơn vị sang số đo có hai hay ba tên đơn vị

$$\begin{array}{l} 5100 \text{ 397 cm} = 51 \text{ km } 0 \text{ hm } 0 \text{ dam } 3 \text{ m } 9 \text{ dm } 7 \text{ cm} \\ 2750 \text{ m} = 2 \text{ km } 750 \text{ m} \\ 7534 \text{ kg} = 7 \text{ 534 kg} = 7 \text{ 5 tạ } 34 \text{ kg} \\ 2035 \text{ g} = 2 \text{ kg } 35 \text{ g.} \end{array}$$

Khi đổi số đo có tên đơn vị này sang số đo có tên đơn vị khác hoặc khi đổi số đo có hai hay ba tên đơn vị sang số đo có một tên đơn vị và ngược lại ta thực hiện các thao tác chủ yếu là thêm, bớt số 0 và thực hiện phép tính.

VD 4 : Đổi các số đo sau đây ra số đo thập phân có đơn vị là mét :

$$50 \text{ dm } 9 \text{ cm}; 5 \text{ m } 28 \text{ dm}; 100 \text{ cm } 8 \text{ mm.}$$

Cách 1 : Lập bảng sau

Số đo cần đổi	m	dấu phẩy	dm	cm	mm
50 dm 9 cm	5	,	0	9	0
5m 28 dm	7	,	8	0	0
100 cm 8 mm	1	,	0	0	8

Từ bảng trên ta có kết quả sau :

$$50 \text{ dm } 9 \text{ cm} = 5,09 \text{ m}$$

$$5 \text{ m } 28 \text{ dm} = 7,8 \text{ m}$$

$$100 \text{ cm } 8 \text{ mm} = 1,008 \text{ m.}$$

Cách 2 : Thực hiện phép tính :

$$\text{a) } 50 \text{ dm} = \frac{500}{100} \text{ m, } 9 \text{ cm} = \frac{9}{100} \text{ m}$$

$$50 \text{ dm } 9 \text{ cm} = \frac{500}{100} \text{ m} + \frac{9}{100} \text{ m} = \frac{509}{100} \text{ m} = 5,09 \text{ m}$$

$$\text{b) } 5 \text{ m} = \frac{50}{10} \text{ m, } 28 \text{ dm} = \frac{28}{10} \text{ m}$$

$$5 \text{ m } 28 \text{ dm} = \frac{50}{10} \text{ m} + \frac{28}{10} \text{ m} = \frac{78}{10} \text{ m} = 7,8 \text{ m}$$

$$\text{c) } 100 \text{ cm} = \frac{1000}{1000} \text{ m, } 8 \text{ mm} = \frac{8}{1000} \text{ m}$$

$$100 \text{ cm } 8 \text{ mm} = \frac{1000}{1000} \text{ m} + \frac{8}{1000} \text{ m} = \frac{1008}{1000} \text{ m} = 1,008 \text{ m.}$$

*Nhận xét* : Sử dụng bảng đơn vị đo để thực hiện chuyển đổi đơn vị đo là cách đơn giản và dễ hiểu hơn so với cách thực hiện phép tính.

VD 5 : Đổi các số đo dạng thập phân sau sang dạng số đo không thập phân :

$$\text{a) } 3,75 \text{ giờ} \quad \text{b) } 0,015 \text{ giờ} \quad \text{c) } 2,053 \text{ m} \quad \text{d) } 0,0012 \text{ dm}^2.$$

$$\text{Giải : } \quad \text{a) } 3,75 \text{ giờ} = \frac{375}{100} \text{ giờ} = \frac{300}{100} \text{ giờ} + \frac{75}{100} \text{ giờ} = 3 \text{ giờ } \frac{3}{4} \text{ giờ}$$

$$\text{Hay } 3,75 \text{ giờ} = 3 \text{ giờ } 45 \text{ phút}$$

$$\text{b) } 0,015 \text{ giờ} = \frac{15}{1000} \text{ giờ} = \frac{15}{1000} \times 3600 \text{ giây} = 54 \text{ giây}$$

$$\text{Hay } 0,015 \text{ giờ} = 54 \text{ giây}$$

$$\text{c) } 2,053 \text{ m} = 2 \text{ m } 53 \text{ mm} = 2 \text{ m } 5 \text{ cm } 3 \text{ mm}$$

$$\text{d) } 0,0012 \text{ dm}^2 = 12 \text{ mm}^2.$$

Câu c, d nên sử dụng bảng đơn vị đo để chuyển đổi.

VD 6 : Đổi số đo dạng thập phân có tên đơn vị này sang số đo dạng thập phân có tên đơn vị khác :

$$38,415627 \text{ m}^3 = 38415,627 \text{ dm}^3 ;$$

$$35,07263 \text{ m}^2 = 3507,263 \text{ dm}^2 ;$$

$$53,25 \text{ kg} = 0,5325 \text{ tạ.}$$

Khi chuyển đổi số đo dạng này ta chỉ cần chuyển dịch dấu phẩy sang trái hoặc sang phải tùy theo đơn vị đo.

VD 7 : Đổi số đo dạng phân số sang số đo dạng khác và ngược lại :

a)  $\frac{1}{10}$  giờ = 6 giây

b)  $25 \text{ mm} = \frac{1}{4} \text{ m}$

$\frac{1}{4}$  giờ = 15 phút

$50 \text{ m} = \frac{1}{20} \text{ km}$ .

#### 4.2.3. Bài tập

Đổi các số đo sau :

$5231 \text{ m} = \dots \text{ km} \dots \text{ hm} \dots \text{ dam} \dots \text{ m}$

$1034 \text{ mm} = \dots \text{ m} \dots \text{ cm} \dots \text{ mm}$

#### 4.2.4. Một số sai lầm khi chuyển đổi đơn vị đo. Biện pháp khắc phục

Khi thực hiện chuyển đổi đơn vị đo, HS thường mắc một số sai lầm sau :

- Thực hiện phép cộng giữa các đơn vị đo khác nhau.

VD :  $5 \text{ dm } 3 \text{ cm} = \dots \text{ cm}$

Lẽ ra phải đổi  $5 \text{ dm} = 50 \text{ cm}$  sau đó mới lấy  $50 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 53 \text{ cm}$  nhưng HS lại lấy  $5 + 3 = 8 \text{ cm}$

- Sai lầm do chưa nắm vững mối liên hệ giữa các đơn vị đo đại lượng nên sai khi đổi từ đơn vị này sang đơn vị khác.

VD :  $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$ , HS lại đổi :  $1 \text{ m}^2 = 10 \text{ dm}^2$ ,  $1 \text{ m}^2 = 100 \text{ m}$

- Do nhầm tên đơn vị đo độ dài với tên đơn vị đo diện tích và thể tích nên sai khi thực hiện đổi đơn vị.

*Nguyên nhân :*

- Do HS chưa nắm vững mối quan hệ giữa các đơn vị đo đại lượng. Chẳng hạn, 2 đơn vị đo độ dài (khối lượng) liền kề nhau thì hơn (kém) nhau 10 lần, trong khi 2 đơn vị đo diện tích liền kề nhau thì hơn kém nhau 100 lần.

- Do HS chưa nhận diện được tên đơn vị đo.

- Đại lượng thời gian khó mô tả bằng mô hình trực quan, các số đo không ghi theo hệ thập phân mà ghi theo nhiều hệ khác nhau.

- Do HS chưa nắm vững khái niệm số thập phân, cấu tạo các hàng trong số thập phân và cách ghi số.

- Về phía GV : GV chưa nắm được độ khó của nội dung bài toán nên ra bài tập không phù hợp với trình độ của HS.

*Biện pháp khắc phục :*

- GV cần nắm vững nội dung tuyến kiến thức về đại lượng đo lường ở từng khối lớp.

- Xác định mức độ tiếp thu và khả năng vận dụng của HS để ra bài tập phù hợp và hướng dẫn cách giải cho các em.

- GV cần chú ý nắm vững bảng đơn vị đo diện tích, thể tích, độ dài, khối lượng, thời gian, dung tích giúp HS hiểu mối liên hệ giữa các đơn vị đo.

- HS phải nắm chắc khái niệm số thập phân.

### 4.3. Dạng toán so sánh hai số đo

#### 4.3.1. Nội dung

Cho hai số đo thuộc cùng một loại đại lượng, yêu cầu so sánh các số đo đó.

#### 4.3.2. Phương pháp so sánh

Để so sánh hai số đo của cùng loại đại lượng, ta thực hiện :

- Chuyển đổi hai số đo về cùng một đơn vị đo.
- So sánh hai số đo như so sánh hai số tự nhiên (hoặc hai phân số, hai số thập phân).
- Rút ra kết luận.

VD 1 : Điền dấu thích hợp vào chỗ chấm :

- |                              |                       |
|------------------------------|-----------------------|
| a) 9 cm ... 120 mm           | c) 5 km ... 500 m     |
| b) 1 giờ 30 phút ... 90 phút | d) 25 kg ... 30 000 g |

Giải : Bước 1 : Chuyển đổi hai số đo về cùng một đơn vị đo :

- |                            |                      |
|----------------------------|----------------------|
| a) 9 cm = 90 mm            | c) 5 km = 5 000 m    |
| b) 1 giờ 30 phút = 90 phút | d) 25 kg = 25 000 g. |

Khi chuyển đổi hai số đo về cùng đơn vị đo, để thuận tiện cho việc so sánh ta nên đổi đơn vị đo lớn hơn về đơn vị đo nhỏ hơn.

Bước 2 : So sánh hai số đo như so sánh hai số tự nhiên :

- |             |                     |
|-------------|---------------------|
| a) 90 < 120 | c) 5 000 > 500      |
| b) 90 = 90  | d) 25 000 < 30 000. |

Bước 3 : Kết luận :

- |                            |                      |
|----------------------------|----------------------|
| a) 9 cm < 120 mm           | c) 5 km > 500 m      |
| b) 1 giờ 30 phút = 90 phút | d) 25 kg < 30 000 g. |

VD 2 : So sánh các số đo sau :

- |  |   |
|--|---|
| a) 3,75 km và 3,75 hm                        | c) 8 m 25 cm và 8,25 m                            |
| b) 0,5 giờ và $\frac{1}{4}$ giờ              | d) 0,00004 m <sup>2</sup> và 0,14 cm <sup>2</sup> |
| e) $\frac{3}{4}$ phút và $\frac{4}{5}$ phút. |   |

Giải : Bước 1 : Chuyển đổi hai số đo về cùng một đơn vị đo

- |                      |  |
|----------------------|--|
| a) 3,75 km = 37,5 hm | b) 0,5 giờ = $\frac{1}{2}$ giờ = $\frac{2}{4}$ giờ |
|----------------------|--|

c)  $8\text{ m } 25\text{ cm} = 8,25\text{ m}$

d)  $0,00004\text{ m}^2 = 0,4\text{ cm}^2$

e)  $\frac{3}{4}\text{ phút} = \frac{15}{20}\text{ phút}; \frac{4}{5}\text{ phút} = \frac{16}{20}\text{ phút}.$

Trường hợp hai số đo cùng đơn vị đo nhưng số đo ở dạng số thập phân hoặc phân số ta có thể làm theo hai cách :

- *Cách 1* : Giữ nguyên đơn vị đo, biến đổi hai số đo về cùng dạng số thập phân hoặc hai phân số cùng mẫu.

- *Cách 2* : Chuyển đổi cả hai số đo về cùng đơn vị nhỏ hơn để được hai số đo ở dạng số tự nhiên. Chẳng hạn : 0,5 giờ và  $\frac{1}{4}$  giờ.

*Cách 1* :  $0,5\text{ giờ} = \frac{1}{2}\text{ giờ} = \frac{2}{4}\text{ giờ}$  (giữ nguyên đơn vị, biến đổi hai số đo)

hoặc  $\frac{1}{4}\text{ giờ} = 0,25\text{ giờ}.$

*Cách 2* : Đưa về hai số đo có đơn vị nhỏ hơn :

$0,5\text{ giờ} = 0,5 \times 60 = 30\text{ phút}; \frac{1}{4}\text{ giờ} = \frac{1}{4} \times 60 = 15\text{ phút}$

Sau đó tiến hành so sánh các số đo.

*Bước 2* : So sánh hai số đo (cùng đơn vị đo)

a)  $37,5 = 37,5$                       b)  $\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$

c)  $8,25 = 8,25$                       d)  $0,4 > 0,14$

e)  $\frac{15}{20} < \frac{16}{20}.$

*Bước 3* : Kết luận

a)  $3,75\text{ km} = 37,5\text{ hm}$                       b)  $0,5\text{ giờ} > \frac{1}{4}\text{ giờ}$

c)  $8\text{ m } 25\text{ cm} = 8,25\text{ m}$                       d)  $0,00004\text{ m}^2 > 0,14\text{ cm}^2$

e)  $\frac{3}{4}\text{ phút} < \frac{4}{5}\text{ phút}.$

### 4.3.3. Bài tập

Đội công nhân A sửa một đoạn đường mất một tuần lễ. Cũng đoạn đường như vậy, đội công nhân B chỉ mất 6 ngày là sửa xong. Hỏi đội nào làm việc năng suất hơn, biết rằng số người của hai đội là bằng nhau ?

### 4.3.4. Một số sai lầm khi so sánh hai số đo. Biện pháp khắc phục

Khi thực hiện so sánh hai số đo, HS thường mắc phải những sai lầm sau :

- So sánh hai số đo mà không chú ý đến đơn vị đo.

*VD 1* : Có hai đoạn thẳng, đoạn thẳng AB dài 3dm, đoạn thẳng CD dài 30 cm. Hỏi đoạn thẳng nào dài hơn ?

Có em sẽ trả lời đoạn thẳng CD dài hơn. Nguyên nhân là do các em chỉ chú ý đến 3 và 30 mà không quan tâm đến đơn vị đo tương ứng của hai số đo.

- Một số HS hiểu sai nên nghĩ rằng mét vuông lớn hơn mét thường vì các em cho rằng :  $m^2 = m \times m$ .

*Chẳng hạn* : Tính chu vi và diện tích hình vuông có cạnh 1m.

HS tính được, chu vi là :  $1 \times 4 = 4$  (m)

Diện tích là :  $1 \times 1 = 1$  ( $m^2$ ). Do đó, các em hiểu sai rằng cùng một hình vuông mà  $1 m^2 = 4 m$  nên  $m^2 > m$ .

- HS nhầm giá trị đại lượng và số đo giá trị đó

*VD 2* : Cho hai HS cùng đo một đoạn thẳng AB.

HS A dùng thước có vạch xăng-ti-mét đo được  $AB = 20$  cm

HS B dùng thước có vạch đề-xi-mét đo được  $AB = 2$  dm

Từ kết quả trên các em nghĩ rằng đoạn thẳng AB có hai độ dài. Hiểu như vậy là hoàn toàn sai. Sở dĩ có hai số đo khác nhau là do ta chọn hai đơn vị đo khác nhau, chứ giá trị độ dài của đoạn thẳng AB chỉ có một.

HS không chỉ gặp sai lầm này đối với đại lượng độ dài mà đối với đại lượng diện tích, thể tích, thời gian cũng xảy ra như vậy.

- So sánh sai còn do các em thực hiện phép tính sai như trường hợp chuyển đổi đơn vị đo.

*Biện pháp khắc phục* :

- GV cần nhắc nhở HS, khi so sánh hai giá trị của một đại lượng phải quy về cùng một đơn vị đo.

- Cần cho HS luyện tập nhiều để phân biệt đại lượng độ dài với đại lượng diện tích.

- GV lưu ý cho HS rằng với một đoạn thẳng, một hình vuông, một hình hộp... chỉ có tương ứng một giá trị độ dài, chu vi, diện tích, thể tích. Song có thể đo được bằng nhiều phép đo (với nhiều đơn vị khác nhau) nên cho ta các số đo khác nhau. Ta có thể chuyển đổi tất cả các số đo trên về cùng một số đo bằng cách chọn một đơn vị đo chung. Hoàn toàn không có trường hợp một hình có nhiều giá trị độ dài hoặc diện tích, hoặc thể tích.

#### **4.4. Dạng toán thực hiện phép tính trên số đo đại lượng**

##### **4.4.1. Nội dung**

Cho bài toán hay cho dãy phép tính cộng, trừ, nhân, chia trên số đo đại lượng.

Yêu cầu HS giải toán.

##### **4.4.2. Phương pháp giải**

Để thực hiện phép tính trên số đo đại lượng ta thực hiện như sau :

- Đặt tính (các số đo có cùng đơn vị đo thẳng cột dọc với nhau, đối với phép cộng và trừ có thể chuyển đổi đơn vị đo nếu cần).

- Thực hiện các phép tính như đối với các số tự nhiên.

*VD 1* : Thực hiện các phép tính sau :

$$12 \text{ giờ } 36 \text{ phút} + 5 \text{ giờ } 18 \text{ phút}$$

$$17 \text{ giờ } 54 \text{ phút} + 6 \text{ giờ } 18 \text{ phút}$$

$$9 \text{ phút } 12 \text{ giây} \times 3$$

$$30 \text{ phút } 12 \text{ giây} : 2$$

*Giải* : a)  $12 \text{ giờ } 36 \text{ phút}$

+

$$\underline{5 \text{ giờ } 18 \text{ phút}}$$

$$17 \text{ giờ } 54 \text{ phút}$$

b)  $17 \text{ giờ } 54 \text{ phút}$

+

$$\underline{6 \text{ giờ } 18 \text{ phút}}$$

$$23 \text{ giờ } 72 \text{ phút}$$

c)  $9 \text{ phút } 12 \text{ giây}$

$\times$

$$\underline{3}$$

$$27 \text{ phút } 36 \text{ giây}$$

d)  $30 \text{ phút } 12 \text{ giây}$

$$30$$

$$0 \quad 12$$

$$0$$

$$\underline{2}$$

$$15 \text{ phút } 6 \text{ giây}$$

*VD 2* : Có hai cửa hàng gạo. Cửa hàng thứ nhất có 58 740 kg gạo và trong ngày bán được  $\frac{2}{5}$  số gạo. Cửa hàng thứ hai có 54 824 kg gạo và trong ngày bán được  $\frac{3}{7}$  số gạo. Hỏi trong ngày cửa hàng nào bán được nhiều gạo hơn và nhiều hơn là bao nhiêu ki-lô-gam ?

*Tóm tắt* :

Cửa hàng thứ nhất có : 58 740 kg gạo, đã bán  $\frac{2}{5}$

Cửa hàng thứ hai có : 54 824 kg gạo, đã bán  $\frac{3}{7}$

Cửa hàng nào bán nhiều gạo hơn ?

Và nhiều hơn... ? kg

*Giải* : Số gạo cửa hàng thứ nhất đã bán là :  $(58\,740 : 5) \times 2 = 23\,496$  (kg)

Số gạo cửa hàng thứ hai đã bán là :  $(54\,824 : 7) \times 3 = 23\,496$  (kg)

Vậy hai cửa hàng đã bán được số kg gạo bằng nhau.

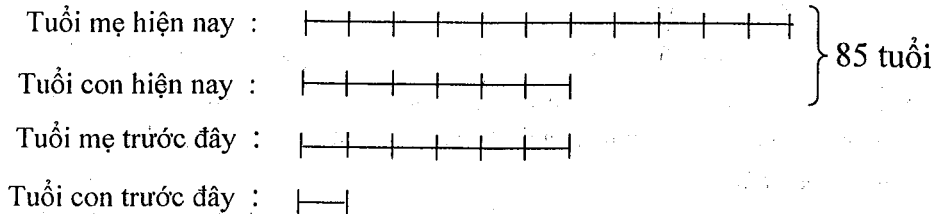
Khi thực hiện phép tính trên số đo đại lượng đối với trường hợp bài toán có lời văn thì ta không đặt tính trong bài giải, không ghi đơn vị trong phép tính, chỉ ghi ở kết quả của phép tính và có dấu ngoặc đơn, đáp số ghi đơn vị và không có dấu ngoặc đơn.

#### 4.4.3. Bài tập

*Bài tập 1* : Tuổi hai mẹ con năm nay cộng lại bằng 85 tuổi. Trước đây, khi tuổi mẹ bằng tuổi con hiện nay thì tuổi mẹ gấp 6 lần tuổi con. Tính tuổi của hai mẹ con hiện nay.

*Hướng dẫn* :

*Tóm tắt* :



*Bài tập 2* : Hai máy cày A, B cày xong một cánh đồng trong 3 giờ. Hai máy cày B, C cày xong cánh đồng đó trong 4 giờ. Hai máy cày C, A cày xong cánh đồng đó trong 2,5 giờ. Hỏi cả ba máy cùng cày thì mất bao lâu sẽ xong cánh đồng đó ?

*Hướng dẫn* :

- Trong 1 giờ hai máy cày A, B cày được mấy phần cánh đồng ?
- Trong 1 giờ hai máy cày B, C cày được mấy phần cánh đồng ?
- Trong 1 giờ hai máy cày C, A cày được mấy phần cánh đồng ?
- Trong 1 giờ ba máy cày A, B, C cày được mấy phần cánh đồng ?
- Cả ba máy cày xong cánh đồng trong thời gian bao lâu ?

#### 4.4.4. Một số sai lầm khi thực hiện phép tính trên số đo. Biện pháp khắc phục

Khi giải dạng toán này, HS thường mắc những sai lầm sau :

- Đặt tính sai

$$\begin{array}{r} \text{VD 1 : } 3 \text{ ngày } 13 \text{ giờ } + 2 \text{ giờ } 14 \text{ phút} \\ \text{HS đặt tính như sau :} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \text{ ngày } 13 \text{ giờ} \\ + \\ \hline 2 \text{ giờ } 14 \text{ phút} \end{array}$$

Cách đặt tính như vậy là sai, do HS không chú ý đến cách đặt phép tính.

- Ghi đơn vị đo trong phép tính của bài giải có lời văn.

*VD 2* : Một hình vuông có chu vi 40 m. Tính diện tích hình vuông đó.

Có HS giải : Độ dài cạnh hình vuông là :  $40 \text{ m} : 4 = 10 \text{ (m)}$

Diện tích hình vuông là :  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 100 \text{ (m}^2\text{)}$

Qua cách ghi trên, HS đã hiểu sai về đại lượng độ dài và đại lượng diện tích. Phép tính đầu, HS cho là  $40 : 4 = 10$  còn m không chia cho số nào cả giữ nguyên vì vậy  $40 \text{ m} : 4 = 10 \text{ (m)}$ .

Còn ở phép tính thứ hai thì HS cho là  $\text{m} \times \text{m} = \text{m}^2$ . Hiểu như vậy là sai. Nguyên nhân là do các em chưa hiểu bản chất của phép tính trên số đo đại lượng, chưa hiểu rõ về đơn vị đo đại lượng.



- Sai khi tính toán và chuyển đổi đơn vị

VD 3 : Khi thực hiện phép tính : 6,7 giờ + 2 giờ 30 phút, HS đặt tính cộng như sau :

$$\begin{array}{r} 6,7 \text{ giờ} \\ + \quad 2 \text{ giờ } 30 \text{ phút} \\ \hline 6,9 \text{ giờ } 30 \text{ phút} \end{array}$$

Hoặc có em đổi : 2 giờ 30 phút = 2,3 giờ và cộng : 6,7 giờ + 2,3 giờ = 9 giờ.

Nguyên nhân dẫn đến sai lầm trên là do HS chưa nắm cách đặt phép tính khi cộng một số tự nhiên với một số thập phân, cách đổi số tự nhiên sang số thập phân.

*Biện pháp khắc phục :*

GV làm mẫu và giải thích rõ khi đặt tính để thực hiện phép tính trên số đo đại lượng. Ở VD 2 cần phân biệt cho HS tại sao chu vi là m mà diện tích là m<sup>2</sup>. Chu vi là chỉ tổng độ dài các cạnh, nó thuộc đại lượng độ dài, được biểu diễn với đơn vị đo là cm, dm hoặc m... Còn diện tích của một hình, được biểu diễn với đơn vị đo là cm<sup>2</sup>, dm<sup>2</sup>, m<sup>2</sup>,... Đó là quy định khi viết đơn vị của các đại lượng. Khi thực hiện phép tính trên số đo đại lượng ta chỉ thực hiện tính đối với số đo chứ không thực hiện tính đối với đơn vị đo đại lượng.

GV cần giúp HS nắm vững mối quan hệ giữa các đơn vị đo, cách chuyển đổi số đo sang dạng thập phân và ngược lại.

#### **4.5. Dạng toán chia đại lượng**

##### **4.5.1. Nội dung**

Cho A là đối tượng mang đại lượng (độ dài, diện tích, khối lượng, dung tích,...) và các dữ kiện a, b, c... kèm theo.

Hãy nêu cách chia A theo mục đích, yêu cầu nào đó.

##### **4.5.2. Phương pháp chia đại lượng**

Khi giải bài toán chia đại lượng, người ta thường sử dụng các PP sau :

- PP suy ngược từ cuối.
- Tách nhóm phân tử.
- Lập mối liên hệ giữa các dữ kiện đã cho với điều kiện cần tìm.

VD 1 : Cân chia 5 kg thịt thành hai phần, một phần có 2 kg, một phần có 3 kg mà chỉ có một cân hai đĩa và một quả cân có khối lượng 1 kg thì cân như thế nào để chỉ cần 1 lần cân là được.

*Hướng dẫn* (sử dụng PP suy ngược từ cuối) :

- Giả sử đã chia được thành hai phần.
- Làm thế nào để cân thăng bằng.

*Giải* : Đặt quả cân có khối lượng 1 kg lên một đĩa cân, rồi chia thịt thành 2 phần đặt lên 2 đĩa cân sao cho cân thăng bằng. Khi đó số thịt trên đĩa cân có quả cân là 2 kg và số thịt trên đĩa cân không có quả cân là 3 kg.

VD 2 : Bạn Canh đổ bạn Thìn, có 4 viên bi trong đó có 3 viên nặng bằng nhau và 1 viên bi có thể nặng hơn mà cũng có thể nhẹ hơn 3 viên bi kia. Đố bạn tìm được 3 viên bi đó chỉ bằng 2 lần cân trên cân đĩa (loại cân có hai đĩa cân).

*Giải* (sử dụng PP tách nhóm phần tử) : Đặt 2 viên bi bất kì lên hai đĩa cân. Nếu cân thăng bằng thì bỏ 1 viên bi trên một đĩa cân xuống và bỏ 1 trong 2 viên chưa được cân lên đĩa cân.

Nếu cân thăng bằng thì viên bi có khối lượng nặng hơn hoặc nhẹ hơn là viên bi chưa được đặt lên cân. Nếu cân không thăng bằng thì ta cũng xác định được viên bi có khối lượng khác.

Nếu ở lần cân 1 mà cân không thăng bằng thì ta bỏ 1 trong 2 viên bi trên đĩa cân xuống và đặt 1 trong 2 viên bi chưa được cân lên đĩa cân đó. Ta sẽ xác định được viên bi có khối lượng khác với 3 viên bi còn lại.

VD 3 : Một hình vuông có cạnh 12 cm. Hãy tìm cách cắt thành bốn mảnh rồi ghép lại để được ba hình vuông, trong đó có hai hình vuông diện tích bằng nhau và diện tích một hình này thì gấp 4 lần diện tích của hình vuông thứ ba. Có thể giải bài toán bằng mấy cách ?

*Giải* (sử dụng PP lập mối liên hệ giữa các dữ kiện đã cho với điều kiện cần tìm) : Diện tích hình vuông lớn ban đầu là :  $12 \times 12 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}$

Sau khi cắt thành bốn mảnh rồi ghép lại thành ba hình vuông thì lúc này diện tích hình vuông ban đầu được chia làm 9 phần. Trong đó có hai hình vuông có diện tích bằng nhau, mỗi hình là 4 phần, còn hình vuông thứ ba (nhỏ nhất) là 1 phần.

Diện tích hình vuông nhỏ là :

$$144 : (4 + 4 + 1) = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Cạnh của hình vuông nhỏ là : 4 cm (vì  $16 = 4 \times 4$ )

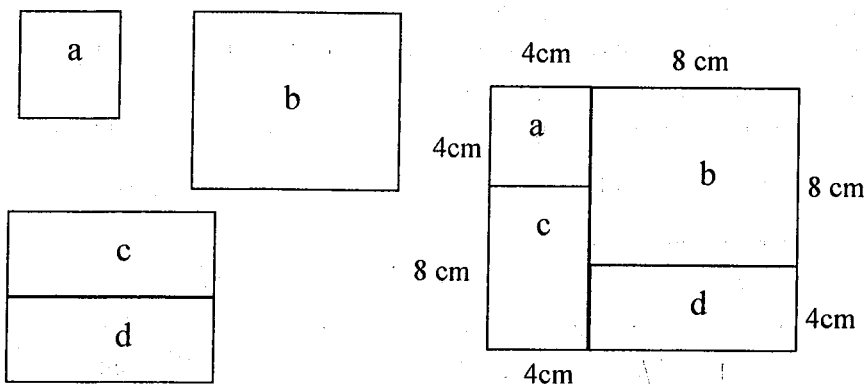
Diện tích hai hình vuông bằng nhau là :  $44 - 16 = 128 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích mỗi hình là :  $128 : 2 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$

Cạnh của hình vuông lớn hơn là :

$$8 \text{ cm (vì } 64 = 8 \times 8\text{)}$$

Cách chia như sau (xem hình vẽ) : Ta được ba hình vuông.



Trong bài toán trên : Các dữ kiện đã cho là hình vuông có cạnh 12cm, cắt thành 4 mảnh, ghép lại được 3 hình vuông.

Điều kiện cần tìm là hai hình vuông lớn hơn có diện tích bằng nhau và diện tích một hình vuông này gấp 4 lần diện tích hình vuông thứ ba.

#### 4.5.3. Bài tập

**Bài tập 1 :** Có hai người chia đôi 8 l dầu đựng trong bình 8 l. Trong tay họ chỉ có hai cái bình : 5 lít và 3 lít. Vậy, làm thế nào để chia.

**Giải :** Ta thực hiện các bước chia như sau :

Số lần đong	Can 8 lít	Can 5 lít	Can 3 lít
I	3	5	0
II	3	2	3
III	6	2	0
IV	6	0	2
V	1	5	2
VI	1	4	3
VII	4	4	0

**Bài tập 2 :** Cho một tam giác bất kì.

Hãy chia tam giác thành 4 phần có diện tích bằng nhau ?

**Hướng dẫn :** Từ công thức tính diện tích tam giác, ta suy ra hai yếu tố là độ dài chiều cao và độ dài đáy sẽ quyết định cách chia.

### 4.6. Dạng toán hình học mang nội dung đại lượng

#### 4.6.1. Nội dung

Cho các hình hình học, yêu cầu HS tính chu vi, diện tích, thể tích hoặc thành lập những hình hình học khác.

#### 4.6.2. Phương pháp giải

Dạng toán này đa dạng về lời giải, có thể sử dụng nhiều PP khác nhau để giải nhưng PP sử dụng phổ biến nhất là PP diện tích.

**VD 1 :** Một tam giác có đáy 10 cm và có diện tích bằng diện tích một hình vuông cạnh 8cm. Tính chiều cao của tam giác đó.

**Giải :** Diện tích tam giác bằng diện tích hình vuông là :  $8 \times 8 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$

Từ công thức tính diện tích tam giác :  $S = \frac{1}{2} \times h \times 10$  (h là chiều cao) suy ra chiều cao của hình tam giác là :  $2 \times 64 : 10 = 12,8 \text{ (cm)}$

**VD 2 :** Một hình chữ nhật và một hình vuông có chu vi bằng nhau. Có một tam giác mà 3 cạnh lần lượt bằng chiều dài, chiều rộng (của hình chữ nhật) và bằng cạnh hình vuông. Hãy tính diện tích hình vuông, biết rằng chu vi tam giác là 45 cm.

*Giải :* Theo bài ra, chu vi hình chữ nhật bằng chu vi hình vuông nên tổng chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật bằng 2 lần cạnh hình vuông.

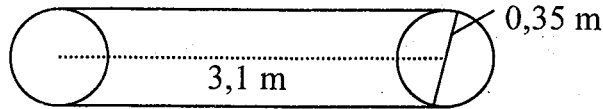
Suy ra tổng chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật và cạnh hình vuông bằng 3 lần cạnh hình vuông.

Do đó cạnh hình vuông là :  $45 : 3 = 15$  (cm)

Diện tích hình vuông là :  $15 \times 15 = 225$  (cm<sup>2</sup>)

#### 4.6.3. Bài tập

*Bài tập 1 :* Một sợi dây nối hai bánh xe ròng rọc. Đường kính của bánh xe là 0,35 m. Hai trục cách nhau 3,1 m. Tính độ dài sợi dây.



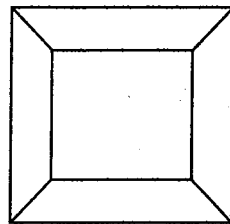
*Hướng dẫn :* Độ dài sợi dây bằng tổng 2 lần khoảng cách của hai trục và hai nửa chu vi của hai bánh xe.

*Bài tập 2 :* Trên một mảnh đất hình vuông người ta đào một cái ao ở chính giữa mảnh đất, cạnh ao song song với cạnh mảnh đất. Và cách đều cạnh mảnh đất. Tổng chu vi của ao và mảnh đất là 136m. Diện tích đất còn lại là 204m<sup>2</sup>.

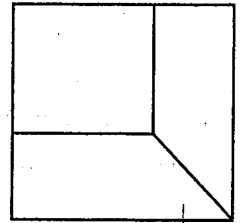
Tính diện tích ao.

*Hướng dẫn :*

*Cách 1 :* Chia phần đất còn lại thành 4 hình thang cân như hình (1).



(1)



(2)

*Cách 2 :* Giả sử dời ao về một góc vườn của mảnh đất và chia phần đất còn lại thành 2 hình thang vuông như hình (2).

*Bài tập 3 :* Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi 320 m, chiều dài hơn chiều rộng 20 m. Giữa thửa ruộng đó người ta đào một cái ao bề mặt là hình tròn có chu vi 35,44 m. Nếu đất đào ao được rải đều lên mặt ruộng còn lại thì lớp đất này sẽ dày đến 4 cm. Hỏi ao đã được đào sâu bao nhiêu mét, biết rằng đất đào ao lên do xấp hơn nên thể tích có tăng thêm 48 m<sup>3</sup> ?

*Giải :* Đổi 4 cm = 0,04 m

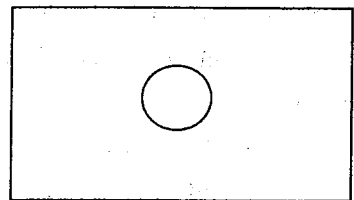
Nửa chu vi thửa ruộng là :  $320 : 2 = 160$  (m)

Chiều dài thửa ruộng là :  $(160 + 20) : 2 = 90$  (m)

Chiều rộng thửa ruộng là :  $90 - 20 = 70$  (m)

Diện tích thửa ruộng là :  $90 \times 70 = 6300$  (m<sup>2</sup>)

Bán kính mặt ao là :  $35,44 : 3,14 : 2 = 5,64$  (m)



Diện tích mặt ao là :  $5,64 \times 5,64 \times 3,14 = 100 \text{ (m}^2\text{)}$

Diện tích mặt ruộng còn lại là :  $6300 - 100 = 6200 \text{ (m}^2\text{)}$

Thể tích lớp đất rải trên mặt ruộng là :  $6200 \times 0,04 = 248 \text{ (m}^3\text{)}$

Thể tích đất đào từ ao lên là :  $248 - 48 = 200 \text{ (m}^3\text{)}$

Chiều sâu của ao là :  $200 : 100 = 2 \text{ (m)}$

#### 4.6.4. Một số sai lầm

Khi giải dạng toán này, HS thường mắc những sai lầm sau :

- Sai khi chuyển đổi đơn vị đo.
- Sai trong khi suy luận.
- Sai khi so sánh số đo đại lượng.
- Sai khi thực hiện phép tính trên số đo đại lượng.

#### 4.7. Dạng toán chuyển động đều

Toán chuyển động đều rất phong phú về nội dung, có thể tạm chia thành các dạng sau :

##### 4.7.1. Các dạng chuyển động đều thường gặp

###### a) Tìm vận tốc

###### - Nội dung

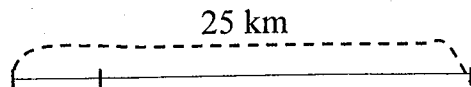
Cho một động tử chuyển động đều, biết quãng đường và thời gian, yêu cầu tìm vận tốc của động tử đó.

- PP giải : Muốn tính vận tốc ta lấy quãng đường chia cho thời gian :

$$v = s : t$$

VD : Quãng đường AB dài 25 km. Trên đường từ A đến B, một người đi bộ 5 km rồi tiếp tục đi ô tô trong nửa giờ thì đến B. Tính vận tốc của ô tô.

Giải :



Quãng đường người đó đi ô tô trong 0,5 giờ là :  $25 - 5 = 20 \text{ (km)}$

Vận tốc của ô tô là :  $20 : 0,5 = 40 \text{ (km/giờ)}$

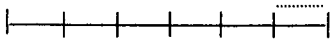
- Bài tập : Một người đi xe máy từ A đến B để họp. Nếu đi với vận tốc 25km/giờ thì muộn mất 2 giờ, đi với 30 km/giờ thì muộn mất 1 giờ. Hỏi người đó phải đi với vận tốc bằng bao nhiêu để đến sớm hơn 1 giờ ?

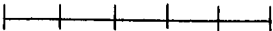
Giải : Tỉ số giữa vận tốc 25 km/giờ và vận tốc 30 km/giờ là :  $25 : 30 = 5/6$

Tỉ số giữa thời gian đi hết đoạn AB với vận tốc 30 km/giờ và đi với vận tốc 25 km/giờ là  $6/5$ .

Đi với vận tốc 25 km/giờ lâu hơn đi với vận tốc 30 km/giờ là :  $2 - 1 = 1 \text{ (giờ)}$

Ta có sơ đồ :

Thời gian đi hết AB với vận tốc 25 km/giờ : 

Thời gian đi hết AB với vận tốc 30 km/giờ : 

Thời gian đi hết AB với vận tốc 30 km/giờ là :  $5 \times 1 = 5$  (giờ)

Quãng đường AB là :  $5 \times 30 = 150$  (km)

Nếu đến đúng giờ thì hết 4 giờ. Để đến sớm hơn 1 giờ thì phải đi trong 3 giờ.

Vận tốc cần đi là :  $150 : 3 = 50$  (km/giờ).

– *Chú ý* : Đôi khi trong bài toán tìm vận tốc của chuyển động đều, người ta không cho biết cụ thể đoạn đường và thời gian nhưng lại cho biết tỉ số giữa hai khoảng thời gian ứng với hai vận tốc khác nhau trên cùng một quãng đường. Để tính vận tốc cần tìm phải dựa vào quan hệ tỉ lệ giữa vận tốc và thời gian. Đi trên cùng một quãng đường thì thời gian tỉ lệ nghịch với vận tốc.

b) *Tìm quãng đường*

– *Nội dung*

Cho biết vận tốc và thời gian của một động tử. Tính quãng đường động tử đã chuyển động.

– *PP giải*

Muốn tìm quãng đường ta lấy vận tốc nhân với thời gian :  $s = v \times t$

*VD* : Một xe máy đi từ A lúc 8 giờ 20 phút với vận tốc 42km/giờ, đến B lúc 11 giờ.

Tính quãng đường AB.

*Giải* : Thời gian xe máy đi từ A đến B là :

$$11 \text{ giờ} - 8 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = 2 \text{ giờ } 40 \text{ phút} = 2\frac{2}{3} \text{ giờ} = \frac{8}{3} \text{ giờ}$$

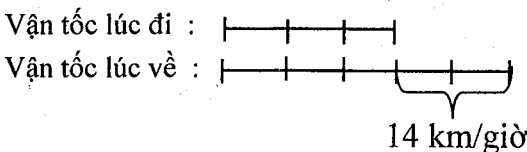
$$\text{Quãng đường AB là : } \frac{8}{3} \times 42 = 112 \text{ (km)}$$

– *Bài tập* : Một chiếc ca nô đi từ bến A đến bến B mất 5 giờ. Lúc trở về do xuôi dòng, ca nô đi mỗi giờ nhanh hơn 14km so với lúc đi nên chỉ mất 3 giờ. Tính khoảng sông từ A đến B.

*Hướng dẫn cách giải 1* : Tỉ số thời gian lúc đi so với lúc về là :  $5 : 3 = \frac{5}{3}$

Tỉ số vận tốc lúc đi so với lúc về là :  $\frac{3}{5}$

Ta có sơ đồ sau :



Hướng dẫn cách giải 2 :

Sử dụng PP sơ đồ diện tích.

Thời gian lúc về ít hơn lúc đi là :

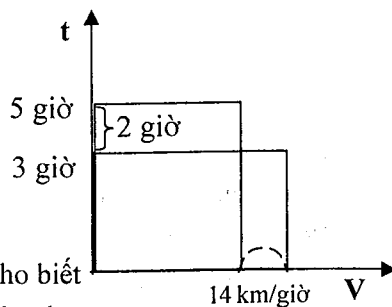
$$5 - 3 = 2 \text{ (giờ)}$$

Sở dĩ có sự chênh lệch là do lúc về mỗi giờ người đó tăng vận tốc thêm 14 km. Vận tốc lúc đi là :

$$(14 \times 3) : 2 = 21 \text{ (km/giờ)}$$

- *Chú ý* : Khi bài toán tìm quãng đường không cho biết vận tốc mà chỉ cho biết thời gian thì ta phải đi giải bài toán phụ

để tìm vận tốc. Đó là phải dựa vào mối liên hệ tỉ lệ giữa vận tốc và thời gian đi trên cùng một quãng đường.



c) *Tìm thời gian*

- *Nội dung*

Cho biết vận tốc và quãng đường đi được của một động tử. Tính thời gian để động tử đi hết quãng đường đó.

- *PP giải*

Muốn tính thời gian ta lấy quãng đường chia cho vận tốc :  $t = s : v$

VD : Một máy bay bay với vận tốc 860 km/giờ được quãng đường 2150 km. Hỏi máy bay đến nơi lúc mấy giờ, nếu nó khởi hành lúc 8 giờ 45 phút ?

*Giải* : 8 giờ 45 phút = 8,75 giờ

Thời gian để máy bay bay hết quãng đường đó là :  $2150 : 860 = 2,5 \text{ (giờ)}$

$$8,75 \text{ giờ} + 2,5 \text{ giờ} = 11,25 \text{ giờ} = 11 \text{ giờ } 15 \text{ phút}$$

Do đó nếu khởi hành lúc 8 giờ 45 phút thì máy bay đến nơi lúc 11 giờ 15 phút.

- *Bài tập* : Một người phải đi một quãng đường dài 205 km bằng xe lửa, ô tô và đi bộ. Người đó đi xe lửa trong 2 giờ với vận tốc 35 km/giờ ; đi ô tô trong 3 giờ với vận tốc 44 km/giờ. Quãng đường còn lại người đó đi bộ với vận tốc 5 km/giờ. Hãy tính thời gian đi bộ ?

- *Chú ý* : Đôi khi trong bài toán tìm thời gian của một chuyển động người ta không cho biết đầy đủ hai yếu tố quãng đường và vận tốc thì ta phải dựa vào quan hệ tỉ lệ giữa vận tốc và thời gian. Đi trên cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau. Dựa vào mối quan hệ đó ta tìm được thời gian của chuyển động.

d) *Chuyển động ngược chiều, gặp nhau*

- *Nội dung*

Cho hai động tử chuyển động từ hai địa điểm khác nhau, đi ngược chiều để gặp nhau, xuất phát cùng một thời điểm hoặc không cùng một thời điểm. Nếu biết hai trong ba yếu tố vận tốc, thời gian, quãng đường thì sẽ xác định được yếu tố còn lại.

Dạng toán này được chia thành các dạng nhỏ : Tìm thời gian, tìm vận tốc, tìm quãng đường.

- PP giải

Để giải được bài toán về hai chuyển động ngược chiều trên cùng một quãng đường thì : Thời gian gặp nhau = Quãng đường : Tổng vận tốc

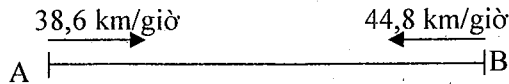
Tổng vận tốc = Quãng đường : Thời gian gặp nhau

Quãng đường = Thời gian gặp nhau  $\times$  Tổng vận tốc

VD (tìm thời gian) : Hai thành phố cách nhau 208,5 km, một xe máy đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc 38,6 km/giờ, một ô tô khởi hành cùng lúc với xe máy đi từ thành phố B đến thành phố A với vận tốc 44,8 km/giờ.

Hỏi sau mấy giờ ô tô và xe máy gặp nhau ?

Giải :



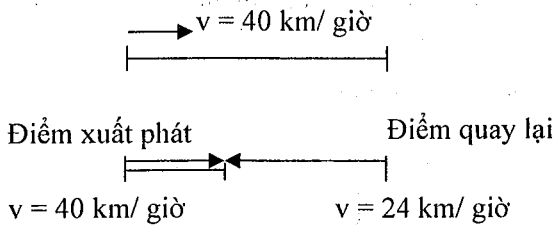
Tổng vận tốc của xe máy và ô tô là :  $38,6 + 44,8 = 83,4$  (km/giờ)

Thời gian để ô tô và xe máy gặp nhau sau khi cả hai cùng xuất phát là :

$$208,5 : 83,4 = 2,5 \text{ (giờ)}$$

VD (tìm quãng đường) : Một tàu tuần tiễu có vận tốc 40 km/giờ được lệnh tiến hành trình sát phía trước hạm đội theo phương tiến của hạm đội và quay về hạm đội sau 3 giờ. Em hãy tính xem khi rời hạm đội một khoảng cách bao xa thì tàu tuần tiễu đó phải quay lại để gặp hạm đội đúng giờ quy định ? Biết rằng hạm đội tiến với vận tốc 24 km/giờ.

Giải : Ta biểu diễn quãng đường đi như sau :



Cách 1 : Ta thấy quãng đường mà tàu tuần tiễu đi từ điểm xuất phát đến điểm quay lại bằng  $\frac{1}{2}$  tổng quãng đường của hạm đội và tàu tuần tiễu đi trong 3 giờ.

Mỗi giờ hạm đội và tàu tuần tiễu đi được là :  $40 + 24 = 64$  (km/giờ)

Quãng đường hạm đội và tàu tuần tiễu đi trong 3 giờ là :

$$64 \times 3 = 192 \text{ (km/giờ)}$$

Quãng đường tàu tuần tiễu đi từ khi rời hạm đội đến lúc phải quay lại là :

$$192 : 2 = 96 \text{ (km)}$$

Cách 2 : Quãng đường mà tàu tuần tiễu đi từ điểm xuất phát đến điểm phải quay lại bằng  $\frac{1}{2}$  tổng quãng đường của tàu tuần tiễu và hạm đội đi trong 3 giờ.



Nếu đến giờ quy định tàu tuần tiễu chỉ đi đến điểm cần phải quay lại thì mỗi giờ tàu tuần tiễu phải đi quãng đường là :  $(40 + 24) : 2 = 32$  (km/giờ)

Khoảng cách từ nơi xuất phát đến điểm quay lại là :  $32 \times 3 = 96$  (km)

Cách 3 : Sau 3 giờ tàu tuần tiễu đi được quãng đường là :  $40 \times 3 = 120$  (km)

Sau 3 giờ hạm đội đi được quãng đường là :  $24 \times 3 = 72$  (km).

Vậy nơi tàu tuần tiễu và hạm đội gặp lại nhau cách điểm cả hai cùng xuất phát là 72 km.

Hai lần quãng đường từ chỗ tàu tuần tiễu quay lại nơi gặp nhau là :

$$120 - 72 = 48 \text{ (km)}$$

Để quay lại gặp hạm đội đúng giờ quy định thì tàu tuần tiễu phải quay lại sau khi đi được quãng đường là :  $(48 : 2) + 72 = 96$  (km)

*VD (tìm vận tốc) :* Hai bến tàu thủy cách nhau 18km. Lúc 6 giờ hằng ngày một tàu khởi hành từ A đi về phía B, một tàu khởi hành từ B đi về phía A và chúng gặp nhau lúc 6 giờ 24 phút. Sáng nay tàu khởi hành từ B chậm 27 phút cho nên hai tàu gặp nhau lúc 6 giờ 39 phút. Tìm vận tốc của mỗi tàu.

*Giải :* Hằng ngày hai tàu gặp nhau sau khi cùng khởi hành là :

$$6 \text{ giờ } 24 \text{ phút} - 6 \text{ giờ} = 24 \text{ phút}$$

Trong 1 phút cả hai tàu đi được quãng đường là :  $18 : 24 = \frac{3}{4}$  (km/phút)

Sáng nay tàu đi từ B khởi hành lúc 6 giờ 27 phút và hai tàu gặp nhau sau khi tàu đi từ B khởi hành là :  $6 \text{ giờ } 39 \text{ phút} - 6 \text{ giờ } 27 \text{ phút} = 12 \frac{3}{4}$  phút

Lúc tàu đi từ B khởi hành, hai tàu cách nhau là :  $\frac{3}{4} \times 12 = 9$  (km)

Cho đến lúc tàu đi từ B khởi hành thì tàu đi từ A đã đi được quãng đường là :

$$18 - 9 = 9 \text{ (km) trong } 27 \text{ phút.}$$

Do vận tốc tàu đi từ A là :  $9 : 27 = \frac{1}{3}$  (km/phút)

Ta có :  $\frac{1}{3}$  km/phút = 20 km/giờ

Vận tốc tàu đi từ B là :  $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$  (km/phút)

Ta có :  $\frac{5}{12}$  km/phút = 25km/giờ

- Bài tập

*Bài tập 1 :* Lúc 8 giờ 45 phút một đơn vị bộ đội hành quân từ doanh trại đến điểm hẹn dài 24 km với vận tốc 4km/giờ. Ngày hôm sau, lúc 10 giờ 15 phút đơn vị đó theo đường cũ từ điểm hẹn về doanh trại với vận tốc 5 km/giờ. Cả đi lẫn về đơn vị đều phải đi qua một trạm gác vào cùng một thời điểm trong ngày.

Hãy tính thời điểm đó ?

*Hướng dẫn (giải bằng PP giả thiết tạm) :*

Giả sử rằng có hai đơn vị bộ đội hành quân từ hai địa điểm cách nhau 24 km, đi ngược chiều nhau.

Trạm gác mà đơn vị đi qua (cả đi lẫn về) vào cùng một thời điểm trong ngày chính là nơi mà hai đơn vị gặp nhau.

Đến 10 giờ 15 phút, đơn vị xuất phát từ doanh trại đi được :

$$10 \text{ giờ } 15 \text{ phút} - 8 \text{ giờ } 45 \text{ phút} = 1 \text{ giờ } 30 \text{ phút} = 1,5 \text{ giờ}$$

Trong 1,5 giờ đó đơn vị xuất phát từ doanh trại đi được là :  $1,5 \times 4 = 6$  (km)

Lúc đó hai đơn vị còn cách nhau :  $24 - 6 = 18$  (km)

Bài toán trở về hai chuyển động ngược chiều nhau, cùng xuất phát một lúc để gặp nhau.

*Bài tập 2* : Tỉnh A và tỉnh B cách nhau 396 km. Có hai người khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều về phía gặp nhau. Khi người thứ nhất đi được 216km thì hai người gặp nhau, lúc đó họ đã đi hết một số ngày đúng bằng hiệu hai quãng đường mà hai người đi được trong một ngày. Hãy tính xem hai người đi được bao nhiêu ki-lô-mét trong một ngày, biết rằng vận tốc của mỗi người không thay đổi trên đường đi.

*Hướng dẫn* (giải bằng PP lựa chọn) : Cho đến khi hai người gặp nhau thì người thứ hai đi được :  $396 - 216 = 180$  (km)

Hiệu hai quãng đường của hai người là :  $216 - 180 = 36$  (km)

36 km chính là tích của ngày đi và hiệu hai quãng đường đi trong một ngày.

Ta thử với các điều kiện sau :

Số ngày đi	Hiệu hai quãng đường	Kết luận
1	36	loại
2	18	loại
3	12	loại
4	9	loại
5	7,2	loại
6	6	chọn

$$\text{Vận tốc người đi từ A : } 216 : 6 = 36 \text{ (km/ngày)}$$

$$\text{Vận tốc người đi từ B : } 180 : 6 = 30 \text{ (km/ngày)}$$

- *Chú ý*

Bài toán hai chuyển động ngược chiều, xuất phát không cùng lúc để gặp nhau là mở rộng của bài toán hai chuyển động ngược chiều, xuất phát cùng lúc để gặp nhau. Để giải được bài toán này ta phải đưa về bài toán gốc rồi áp dụng công thức và giải tương tự.

Toán hai chuyển động ngược chiều, gặp nhau có thể giải được bằng nhiều PP.

e) *Chuyển động cùng chiều, đuổi nhau*

- *Nội dung*

Cho hai động tử chuyển động cùng chiều. Nếu biết hai trong ba yếu tố quãng đường, vận tốc, thời gian thì sẽ xác định được yếu tố còn lại.

Chuyển động cùng chiều, đuổi nhau cũng chia thành các dạng : Tìm vận tốc, tìm quãng đường, tìm thời gian.

- PP giải

Để giải được bài toán này, HS cần ghi nhớ kiến thức sau :

*Hai động tử chuyển động cùng chiều trên cùng một quãng đường và khởi hành cùng một lúc và đuổi kịp nhau :*

*Thời gian đuổi kịp = Khoảng cách lúc đầu : Hiệu vận tốc*

*Khoảng cách lúc đầu = Thời gian đuổi kịp  $\times$  Hiệu vận tốc*

*Hiệu vận tốc = Khoảng cách lúc đầu : Thời gian đuổi kịp*

*VD : (tìm thời gian)* Một người đi xe đạp khởi hành từ A đến B với vận tốc 12 km/giờ. Sau 3 giờ một xe máy cũng đi từ A đến B vận tốc 36 km/giờ.

Hỏi từ lúc xe máy bắt đầu đi thì sau bao lâu xe máy đuổi kịp xe đạp ?

*Giải :* Khi xe máy bắt đầu đi thì người đi xe đạp đã đi được quãng đường là :

$$12 \times 3 = 36 \text{ (km)}$$

Hiệu vận tốc là :  $36 - 12 = 24 \text{ (km/giờ)}$

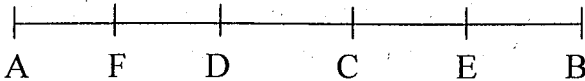
Thời gian để xe máy đuổi kịp xe đạp kể từ lúc xe máy bắt đầu đi là :

$$36 : 24 = 1,5 \text{ (giờ)}$$

*VD : (tìm quãng đường)* Ba bạn Minh, Nam, Phú thực hiện một chuyến đi từ A đến B, vì Minh có xe máy chỉ kèm được một bạn nên họ giải quyết như sau : Mỗi bạn Nam, Phú phải đi bộ một đoạn đường và đi xe với Minh một đoạn đường khác. Cả ba khởi hành cùng một lúc từ A, trong đó Nam đi bộ còn Minh kèm theo Phú đi xe máy. Sau 2 giờ đến cùng một địa điểm C nào đó thì Minh dừng xe để Phú tiếp tục đi bộ đến B còn Minh quay lại F để đón Nam, cuối cùng cả ba đến B cùng một lúc. Hai địa điểm A và B cách nhau bao nhiêu ki-lô-mét ? Biết rằng vận tốc xe máy là 20 km/giờ. Nam đi bộ với vận tốc 5 km/giờ và Phú đi bộ với vận tốc 4 km/giờ.

*Giải :*

*Cách 1 :*



Sau 2 giờ, Minh kèm Phú đi được đoạn đường AC là :  $20 \times 2 = 40 \text{ (km)}$

Nam đi bộ được đoạn đường AF là :  $5 \times 2 = 10 \text{ (km)}$

Đoạn FC là :  $40 - 10 = 30 \text{ (km)}$

Khi Minh quay lại đón Nam trên đoạn đường FC thì Minh và Nam đi ngược chiều nhau, mỗi giờ Minh và Nam đi được là :  $20 + 5 = 25 \text{ (km/giờ)}$

Thời gian để hai người gặp nhau là :  $30 : 25 = 1,2 \text{ (giờ)}$

Trong 1,2 giờ đó, Nam đi được đoạn đường FD là :  $1,2 \times 5 = 6 \text{ (km)}$

Phú đi được quãng đường CE là :  $1,2 \times 4 = 4,8$  (km)

Minh kèm Nam từ D đuổi theo Phú trên đoạn DE và ba người gặp nhau tại B.

Đoạn DE là :  $(30 - 6) + 4,8 = 28,8$  (km)

Đoạn EB là :  $4 \times 1,8 = 7,2$  (km)

Vậy khoảng cách AB là :  $40 + 4,8 + 7,2 = 52$  (km)

*Cách 2* : Vận tốc xe máy gấp 4 lần vận tốc của Nam đi bộ. Do đó quãng đường Minh kèm Phú rồi quay lại gặp Nam gấp 4 lần quãng đường Nam đi bộ.

Tức là :  $AC + CD = AD \times 4$  hay :  $AD + CD + CD = AD \times 4$ .

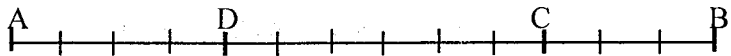
Suy ra :  $2 \times CD = AD \times 3$

Vận tốc xe máy gấp 5 lần vận tốc Phú đi bộ. Do đó đoạn đường Minh quay lại gặp Nam rồi kèm Nam cho đến lúc đuổi kịp Phú gấp 5 lần đoạn đường Phú đi bộ.

Tức là :  $CD + DB = CB \times 5$  hay  $CD + CD + CB = CB \times 5$

Suy ra :  $2 \times CD = CB \times 4$

Nếu ta chia đoạn đường AD làm 4 phần thì đoạn đường DC gồm 6 phần và đoạn đường CB gồm 3 phần.



Đoạn AC dài là :  $20 \times 2 = 40$  (km), giá trị 1 phần là :  $40 : (4 + 6) = 4$  (km)

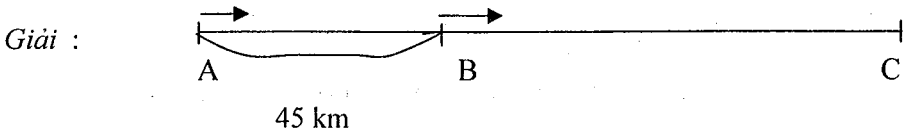
Đoạn CB dài là :  $4 \times 3 = 12$  (km). Vậy A cách B là :  $40 + 12 = 52$  (km)

*Nhận xét* : Bài toán có phần chuyển động ngược chiều và chạy đi chạy lại nhiều lần (chuyển động của Minh). Vì vậy, ta có thể hiểu bài toán như sau : Nam và Phú chuyển động cùng chiều để đuổi kịp nhau. Nam và Phú cùng xuất phát từ A, cùng một lúc. Có thể coi đoạn đường mà Nam và Phú được Minh kèm là đoạn đường hai bạn tăng vận tốc. Như vậy, chuyển động chính trong bài vẫn là hai chuyển động cùng chiều, cùng lúc đuổi nhau.

*VD* : (tìm vận tốc) Hai ô tô ở A và B cách nhau 45 km cùng khởi hành cùng một lúc và đi cùng chiều về phía C. Sau 3 giờ ô tô đi từ A đuổi kịp ô tô đi từ B và gặp nhau tại C.

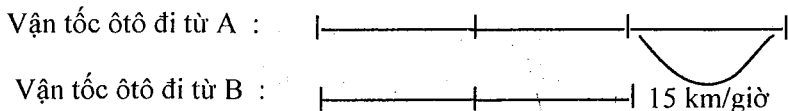
a) Tìm vận tốc mỗi ô tô, biết tỉ lệ vận tốc của 2 ô tô là  $\frac{2}{3}$ .

b) Tính quãng đường BC.



a) Hiệu 2 vận tốc là :  $45 : 3 = 15$  (km/giờ)

Ta có sơ đồ :



(vì sau 3 giờ ô tô đi từ A đuổi kịp ô tô đi từ B nên vận tốc ô tô đi từ A lớn hơn vận tốc ô tô đi từ B). Vận tốc ô tô đi từ A là :  $15 \times 3 = 45$  (km/giờ)

Vận tốc ô tô đi từ B là :  $15 \times 2 = 30$  (km/giờ).

b) Ô tô đi từ A đi trong một giờ thì được 45 km (đoạn AB). Do đó ô tô đi từ A đi hết đoạn đường BC trong thời gian :  $3 - 1 = 2$  (giờ)

Đoạn BC là :  $2 \times 45 = 90$  (km)

– Bài tập

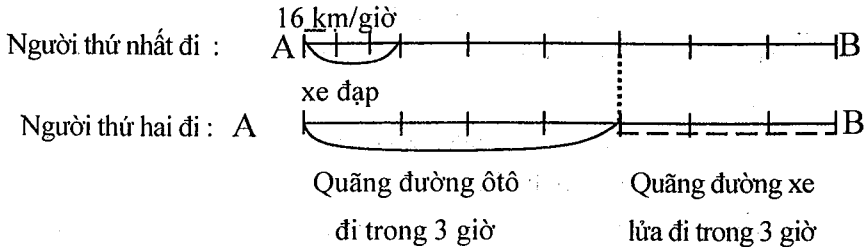
*Bài tập 1 :* Lúc 9 giờ tối tàu hải quân ta phát hiện một chiếc tàu địch cách 15 km đang chạy trốn. Tàu ta đuổi theo với vận tốc 40 km/giờ và đến 10 giờ 30 phút thì đuổi kịp và bắt được tàu địch. Tính vận tốc của tàu địch và quãng đường tàu ta đuổi bắt tàu địch.

*Hướng dẫn :* + Thời gian để tàu ta đuổi bắt tàu địch là bao nhiêu ?

+ Hiệu hai vận tốc ?

*Bài tập 2 :* Hai người cùng đi từ A tới B. Người thứ nhất đi bằng xe đạp trong 3 giờ với vận tốc 16 km/giờ, sau đó đi bằng xe lửa trong 6 giờ. Người thứ hai đi bằng ô tô trong 3 giờ rồi đi bằng xe lửa trong 3 giờ nữa. Biết vận tốc hai đoàn tàu hai người đi bằng nhau và vận tốc xe lửa bằng  $\frac{3}{4}$  vận tốc ô tô. Tính khoảng cách AB ?

*Hướng dẫn :*



*Cách 1 :* Quãng đường ô tô đi trong 3 giờ bằng quãng đường xe đạp đi trong 3 giờ cộng với quãng đường xe lửa đi trong 3 giờ. Do đó vận tốc của ô tô bằng tổng vận tốc của xe lửa và xe đạp.

Vận tốc của ô tô là :  $16 \times 4 = 64$  (km/giờ)

Vận tốc của xe lửa là :  $64 \times \frac{3}{4} = 48$  (km/giờ)

Quãng đường AB dài là :  $(48 + 64) \times 3 = 336$  (km)

*Cách 2 :* Vận tốc xe lửa bằng  $\frac{3}{4}$  vận tốc ô tô nên quãng đường xe lửa đi được bằng  $\frac{3}{4}$  quãng đường ô tô đi được.

Một phần quãng đường là :  $16 \times 3 = 48$  (km)

Quãng đường AB dài là :  $48 \times 7 = 336$  (km)

- *Chú ý*

Dạng toán hai chuyển động cùng chiều, đuổi nhau cũng có thể giải được bằng nhiều PP. Có thể chia thành hai trường hợp

+ *Trường hợp 1* : Hai động tử chuyển động cùng chiều, cách nhau quãng đường S, cùng một thời điểm xuất phát thì thời gian để chúng đuổi kịp nhau là :  $t = \frac{S}{V_1 - V_2}$

(Giả sử  $V_1 > V_2$ ,  $V_1$  là vận tốc của động tử thứ nhất đuổi theo động tử thứ hai có vận tốc  $V_2$ ). Khoảng cách lúc đầu chính là quãng đường S.

+ *Trường hợp 2* : Hai động tử chuyển động cùng chiều với hai vận tốc  $V_1, V_2$  (giả sử  $V_1 > V_2$ ) cùng xuất phát từ một địa điểm. Động tử thứ hai xuất phát trước động tử thứ nhất một khoảng thời gian  $t_0$ , sau đó động tử thứ nhất đuổi theo. Thời gian để chúng đuổi kịp nhau là :  $t = \frac{V_2 \cdot t_0}{V_1 - V_2}$

Khoảng cách lúc đầu là  $S = V_2 \times t_0$  (khi động tử thứ nhất bắt đầu xuất phát thì động tử thứ hai đã cách điểm xuất phát một quãng  $S = V_2 \times t_0$ . Đó chính là khoảng cách lúc đầu).

Trường hợp 2 là bài toán mở rộng của trường hợp 1.

g) *Chuyển động trên dòng nước*

- *Nội dung*

Chuyển động trên dòng nước khác với chuyển động trên mặt đất ở tính chất của quãng đường và có cả vận tốc chuyển động của dòng nước. Chuyển động trên dòng nước được chia thành các dạng : tìm vận tốc, tìm thời gian, hai chuyển động cùng chiều, hai chuyển động ngược chiều.

- *PP giải*

Ngoài việc ghi nhớ các công thức :

$$S = v \times t ; v = \frac{S}{t} ; t = \frac{S}{v}, \text{ HS cần phải ghi nhớ những kiến thức sau :}$$

*Vận tốc xuôi dòng = Vận tốc của vật + Vận tốc dòng nước*

*Vận tốc ngược dòng = Vận tốc của vật - Vận tốc dòng nước*

*Vận tốc dòng nước = (Vận tốc xuôi dòng - Vận tốc ngược dòng) : 2*

*Vận tốc của vật = (Vận tốc xuôi + Vận tốc ngược) : 2*

*VD : (tìm vận tốc) Vận tốc dòng chảy của một con sông là 3 km/giờ, vận tốc của canô (khi nước không chảy) là 15 km/giờ.*

Tính vận tốc của canô khi xuôi dòng và khi ngược dòng.

*Giải : Vận tốc canô khi xuôi dòng là :  $15 + 3 = 18$  (km/giờ)*

*Vận tốc canô khi ngược dòng là :  $15 - 3 = 12$  (km/giờ)*

VD : (tìm thời gian) Một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ A đến B mất 32 phút, cũng trên dòng sông đó một cụm bèo trôi từ A đến B mất 3 giờ 12 phút.

Hỏi chiếc thuyền đó đi ngược dòng từ B về A hết bao lâu ?

Giải : 3 giờ 12 phút = 192 phút.

Thời gian xuôi dòng bằng  $32 : 192 = \frac{1}{6}$  thời gian bèo trôi từ A đến B nên vận tốc xuôi dòng gấp 6 lần vận tốc bèo trôi.

Giả sử vận tốc xuôi dòng là 6 thì vận tốc của bèo là 1.

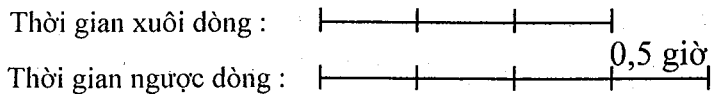
Vận tốc ngược dòng là :  $6 - 1 \times 2 = 4$

Vận tốc ngược dòng gấp 4 lần vận tốc bèo trôi nên thời gian ngược dòng bằng  $\frac{1}{4}$  thời gian bèo trôi. Vậy thời gian ngược dòng là :  $192 : 4 = 48$  (phút)

VD : (tìm quãng đường) Một canô đi trên sông từ A đến B khi xuôi dòng mỗi giờ đi được 20 km. Khi ngược dòng mỗi giờ đi được 15 km. Ngược từ B về A lâu hơn xuôi từ A đến B là nửa giờ. Tính khoảng cách từ A đến B ?

Giải : Tỉ số vận tốc xuôi dòng và ngược dòng là :  $20 : 15 = \frac{4}{3}$

Trên cùng một quãng đường thì vận tốc tỉ lệ nghịch với thời gian. Vì vậy, thời gian xuôi dòng bằng  $\frac{3}{4}$  thời gian ngược dòng. Ta có sơ đồ sau :



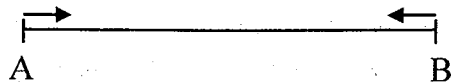
Thời gian xuôi dòng là :  $0,5 \times 3 = 1,5$  (giờ)

A cách B là :  $1,5 \times 20 = 30$  (km)

VD : (chuyển động ngược chiều, gặp nhau) Hai bến A và B cách nhau 210 km. Cùng một lúc hai ca nô, một khởi hành từ A, một khởi hành từ B đi ngược chiều nhau. Sau 5 giờ hai ca nô gặp nhau. Biết rằng nếu nước đứng thì vận tốc hai ca nô bằng nhau, còn trong hành trình trên dòng nước chảy với vận tốc là 3 km/giờ.

Hỏi vận tốc của mỗi ca nô ?

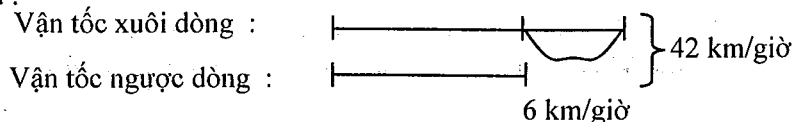
Giải :



Tổng vận tốc xuôi dòng và ngược dòng là :  $210 : 5 = 42$  (km/giờ)

Hiệu vận tốc xuôi dòng và ngược dòng là :  $2 \times 3 = 6$  (km/giờ)

Ta có sơ đồ sau :



Vận tốc canô đi từ A là :  $(42 + 6) : 2 = 24$  (km/giờ)

Vận tốc canô đi từ B là :  $42 - 24 = 18$  (km/giờ)

- Bài tập

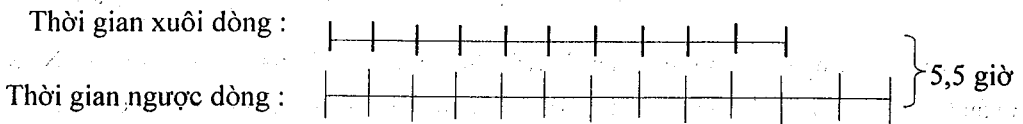
Lúc 10 giờ một chiếc tàu chở khách xuất phát từ A ngược dòng đến B nghỉ lại 1 giờ 30 phút để trả và nhận khách. Sau đó lại xuôi dòng về đến A lúc 5 giờ chiều cùng ngày. Tìm khoảng cách giữa hai bến A và B, biết rằng vận tốc xuôi dòng bằng 1,2 vận tốc ngược dòng và vận tốc của dòng nước là 50 m/phút.

Hướng dẫn : 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ ; 50 m/phút = 3 km/giờ ; 5 giờ chiều = 17 giờ.

Thời gian cả đi lẫn về là :  $17 - 10 - 1,5 = 5,5$  (giờ)


Vận tốc xuôi dòng bằng  $\frac{12}{10}$  vận tốc ngược dòng.

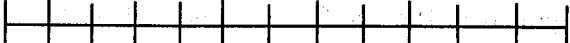
Nên thời gian xuôi dòng bằng  $\frac{10}{12}$  thời gian ngược dòng. Ta có sơ đồ :



Thời gian xuôi dòng là :  $5,5 : 22 \times 10 = 2,5$  (giờ)

Hiệu vận tốc xuôi dòng và ngược dòng là :  $2 \times 3 = 6$  (km/giờ)

Vận tốc ngược dòng :  6km/giờ

Vận tốc xuôi dòng : 

Vận tốc xuôi dòng là :  $6 : 2 \times 12 = 36$  (km/giờ)

Khoảng cách giữa A và B là :  $36 \times 2,5 = 90$  (km)

- Chú ý

Chuyển động trên dòng nước có thể được giải bằng nhiều PP khác nhau. Khi giải dạng toán này cần phải chú ý đến vận tốc dòng nước.

Nếu bài toán chỉ đề cập đến vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng thì có nghĩa là người ta đã bỏ qua vận tốc dòng nước. Trường hợp này ta chỉ cần áp dụng công thức tính đơn giản như chuyển động thông thường.

h) Tìm vận tốc trung bình

- Nội dung

Cho một (hoặc hai) động tử đi với vận tốc khác nhau trên những đoạn đường khác nhau (hoặc trong những khoảng thời gian đi khác nhau). Hãy tính vận tốc trung bình của động tử ?

- PP giải

Để tính được vận tốc trung bình cần ghi nhớ những kiến thức sau :



• Một giờ đi với vận tốc  $V_1$ , một giờ sau đi với vận tốc  $V_2$  ( $V_1$  khác  $V_2$ ) thì vận tốc trung bình là :  $\frac{V_1 + V_2}{2}$

• Một nửa quãng đường đi với vận tốc  $V_1$ , một nửa quãng đường đi với vận tốc  $V_2$  ( $V_1$  khác  $V_2$ ) thì tính vận tốc trung bình như sau :

Giả sử  $V_1 = a$  km/giờ,  $V_2 = b$  km/giờ, khi đó :

\* Tìm thời gian đi 1km trên nửa quãng đường đầu :  $\frac{1}{a}$  (giờ)

\* Tìm thời gian đi 1km trên nửa quãng đường sau :  $\frac{1}{b}$  (giờ)

\* Tìm thời gian đi 2km trên cả quãng đường :  $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$  (giờ)

\* Tìm vận tốc trung bình :  $1 : [(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) : 2]$  (km/giờ) hoặc  $2 : (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$  (km/giờ)

VD : Một người đi bộ từ A đến B với vận tốc 6 km/giờ. Sau đó lại đi bộ từ B về A với vận tốc 4 km/giờ. Tính vận tốc trung bình của người đó trên cả quãng đường đi và về.

Giải :

Cách 1 :

Lúc đi người ấy đi 1km hết :  $60 : 6 = 10$  (phút)

Lúc về người ấy đi 1km hết :  $60 : 4 = 15$  (phút)

Người ấy đi 1km lúc đi và 1km lúc về hết :  $10 + 15 = 25$  (phút)

Ta có :  $25 \text{ phút} = \frac{5}{12}$  giờ

Đi và về trên quãng đường 1km hết :  $\frac{5}{12} : 2 = \frac{5}{24}$  (giờ)

Vận tốc trung bình cả đi lẫn về là :  $1 : \frac{5}{24} = 4,8$  (km/giờ)

Cách 2 :

Lúc đi người đó đi 1km hết thời gian là :  $1 : 6 = \frac{1}{6}$  (giờ)

Lúc về người đó đi 1km hết thời gian là :  $1 : 4 = \frac{1}{4}$  (giờ)

Thời gian đi 2km (1km đi và 1km về) là :  $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{10}{24}$  (giờ)

Thời gian đi 1km cả đi lẫn về là :  $\frac{10}{24} : 2 = \frac{5}{24}$  (giờ)

Vận tốc trung bình cả đi lẫn về là :  $1 : \frac{5}{24} = 4,8$  (km/giờ)

VD : Ngày chủ nhật Trung và Toàn rủ nhau leo núi. Hai bạn leo dốc với vận tốc 3km/giờ, xuống dốc với vận tốc 6 km/giờ và đi ở quãng đường bằng với vận tốc 4 km/giờ. Cuộc đi chơi kéo dài 8 giờ (không kể giờ nghỉ) cả đi và về. Hỏi họ đã đi xa nhà bao nhiêu ki-lô-mét ?

Giải : Đi 1 km lên dốc hết thời gian là :  $1 : 3 = \frac{1}{3}$  (giờ)

Đi 1 km xuống dốc hết thời gian là :  $1 : 6 = \frac{1}{6}$  (giờ)

Đi 1 km đường bằng hết thời gian là :  $1 : 4 = \frac{1}{4}$  (giờ)

Đi 3 km trên cả quãng đường hết thời gian là :  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  (giờ)

Đi 1 km trên cả ba quãng đường hết thời gian là :  $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$  (giờ)

Thời gian đi và về là bằng nhau và bằng :  $8 : 2 = 4$  (giờ)

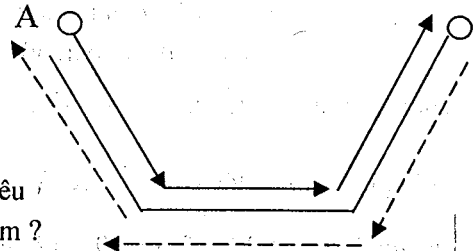
Vậy họ đã đi xa nhà một quãng đường là :  $4 : \frac{1}{4} = 16$  (km)

- Bài tập

Một người đi bộ từ A đến B rồi lại trở về A mất 4 giờ 40 phút. Đường đi từ A đến B lúc đầu là xuống dốc tiếp đó

là đường bằng rồi lại lên dốc. Khi xuống dốc người đó đi với vận tốc 5 km/giờ, trên đường bằng với vận tốc 4 km/giờ và lên dốc với vận tốc 3 km/giờ.

Hỏi quãng đường nằm ngang dài bao nhiêu ki-lô-mét ? Biết rằng quãng đường AB dài 9 km ?



- Chú ý

Khi tính vận tốc trung bình, HS tiểu học thường mắc phải sai lầm sau : Quãng đường đi bằng nhau, thời gian đi khác nhau nhưng HS lại lấy vận tốc trung bình là tổng vận tốc trên hai quãng đường đó chia cho 2.

i) Chuyển động lên dốc, xuống dốc

- Nội dung

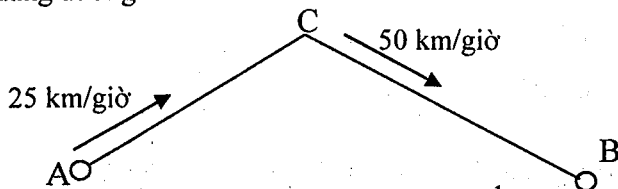
Cho hai động tử chuyển động cùng chiều hoặc ngược chiều trên cùng một quãng đường lên dốc, xuống dốc. Nếu biết hai trong ba yếu tố vận tốc, quãng đường, thời gian. Tìm yếu tố còn lại.

- PP giải

Áp dụng các công thức tính vận tốc, quãng đường, thời gian của chuyển động đều có một động tử tham gia gồm các dạng : chuyển động cùng chiều, đuổi nhau hay chuyển động ngược chiều.

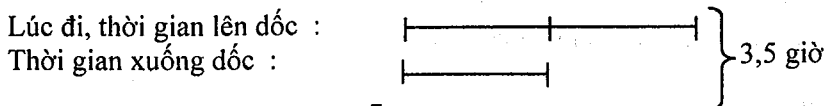
VD : (tìm quãng đường) Một ô tô đi từ A đến B gồm một đoạn lên dốc (AC) và một đoạn xuống dốc (CB), rồi trở về theo đường cũ từ B đến A. Biết rằng khi lên dốc thì xe đi với vận tốc 25 km/giờ, xuống dốc với vận tốc 50 km/giờ, lúc đi hết 3 giờ 30 phút, lúc về hết 4 giờ. Tính quãng đường AB ?

Giải :

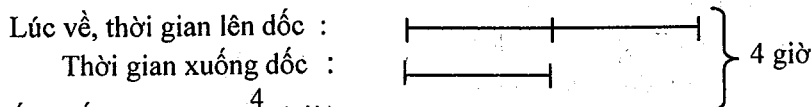


Cách 1 : Ta có : 3 giờ 30 phút = 3,5 giờ và  $25 : 50 = \frac{1}{2}$

Vận tốc lên dốc bằng  $\frac{1}{2}$  vận tốc xuống dốc trên cùng một quãng đường nên thời gian lên dốc bằng 2 lần thời gian xuống dốc.



Thời gian xuống dốc là :  $3,5 : 2 = \frac{7}{6}$  (giờ)



Thời gian xuống dốc là :  $4 : 2 = \frac{4}{3}$  (giờ)

Thời gian xuống dốc cả đi lẫn về là :  $\frac{7}{6} + \frac{4}{3} = 2,5$  (giờ)

Quãng đường AB là :  $2,5 \times 50 = 125$  (km)

Cách 2 :

Thời gian lên dốc lúc đi là :  $(3,5 : 2) \times 2 = 2,33$  (giờ)

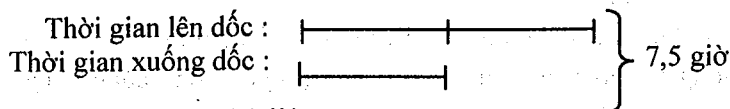
Thời gian lên dốc lúc về là :  $(4 : 2) \times 2 = 2,67$  (giờ)

Thời gian lên dốc cả đi lẫn về là :  $2,33 + 2,67 = 5$  (giờ)

Quãng đường AB là :  $5 \times 25 = 125$  (km)

Cách 3 : Thời gian cả đi lẫn về là :  $3,5 + 4 = 7,5$  (giờ)

Quãng đường vừa đi vừa về gồm hai đoạn lên dốc và hai đoạn xuống dốc. Vận tốc lên dốc bằng  $\frac{1}{2}$  vận tốc xuống dốc nên thời gian lên dốc gấp 2 lần thời gian xuống dốc. Ta có :



Thời gian lên dốc là :  $(7,5 : 2) \times 2 = 5$  (giờ)

Quãng đường AB là :  $5 \times 25 = 125$  (km)

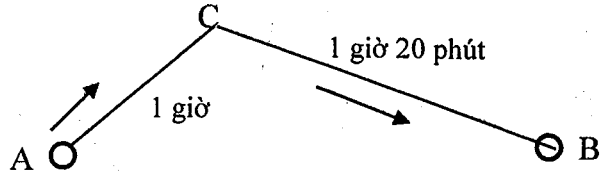
*VD : (tìm vận tốc)* Quãng đường từ A đến B dài 20 km gồm có một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người lên dốc từ A mất 1 giờ, sau khi xuống dốc mất 1 giờ 20 phút nữa mới đến B. Biết rằng khi xuống dốc vận tốc nhanh gấp 3 lần khi lên dốc. Tìm vận tốc khi lên dốc, xuống dốc của người ấy.

*Giải :*

Ta có : 1 giờ 20 phút =  $\frac{4}{3}$  giờ

*Cách 1 :* Vận tốc lên dốc bằng

$\frac{1}{3}$  vận tốc xuống dốc và thời gian



lên dốc bằng 3 thời gian xuống dốc. Nên quãng đường lên dốc bằng  $\frac{1}{4}$  quãng đường xuống dốc. Giả sử đoạn đường xuống dốc người đó cũng đi với vận tốc như lúc lên dốc. Thời gian để người đó đi hết đoạn đường xuống dốc là :

$$1 \times 4 = 4 \text{ (giờ)}$$

Thời gian người đó đi từ A đến B với vận tốc lên dốc là :  $4 + 1 = 5$  (giờ)

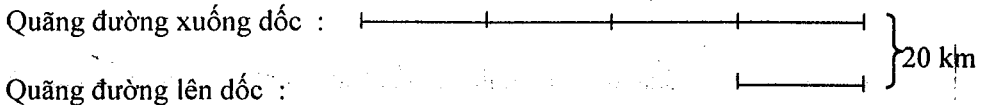
Vận tốc lên dốc là :  $20 : 5 = 4$  (km/giờ)

Vận tốc xuống dốc là :  $4 \times 3 = 12$  (km/giờ)

*Cách 2 :* Vận tốc xuống dốc bằng 3 lần vận tốc lên dốc và thời gian xuống dốc bằng

$\frac{1}{3}$  thời gian lên dốc.

Do đó quãng đường xuống dốc bằng 4 lần quãng đường lên dốc.



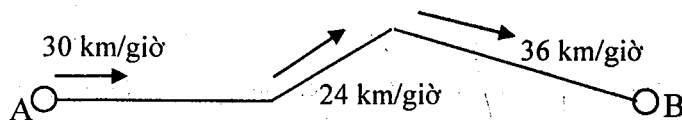
Quãng đường lên dốc :  $20 : (4 + 1) = 4$  (km)

Vận tốc lên dốc :  $4 : 1 = 4$  (km/giờ)

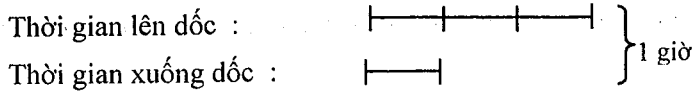
Quãng đường xuống dốc :  $20 - 4 = 16$  (km)

Vận tốc xuống dốc :  $16 : \frac{4}{3} = 12$  (km/giờ).

*VD : (tìm thời gian)* Một ô tô lúc lên dốc đi với vận tốc 24 km/giờ, lúc xuống dốc đi với vận tốc 36 km/giờ, lúc chạy đường bằng thì có vận tốc 30 km/giờ. Xe chạy từ tỉnh A sang tỉnh B mất 2 giờ. Biết rằng xe đi đường bằng mất 1 giờ và thời gian lên dốc gấp 3 lần thời gian xuống dốc. Hỏi xe đi từ B về A thì hết bao nhiêu lâu ?



Ta có sơ đồ :



*Giải :* Thời gian lên dốc và xuống dốc lúc đi là :  $2 - 1 = 1$  (giờ)

Thời gian lên dốc lúc đi là :  $(1 : 4) \times 3 = \frac{3}{4}$  (giờ)

Thời gian xuống dốc lúc đi là :  $1 : 4 = \frac{1}{4}$  (giờ)

Lúc đi, quãng đường lên dốc là :  $\frac{3}{4} \times 24 = 18$  (km)

Quãng đường xuống dốc là :  $\frac{1}{4} \times 36 = 9$  (km)

Lúc về, thời gian đi quãng đường lên dốc là :  $9 : 24 = \frac{3}{8}$  (giờ)

Thời gian đi quãng đường xuống dốc là :  $18 : 36 = \frac{1}{2}$  (giờ)

Thời gian đi quãng đường bằng là 1 giờ vì độ dài quãng đường bằng lúc đi và về là như nhau.

Lúc xe đi từ B về A người đó đi hết khoảng thời gian là :

$$1 + \frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{15}{8} \text{ (giờ)}$$

$$\frac{15}{8} \text{ giờ} = 1 \text{ giờ } 52 \text{ phút } 30 \text{ giây.}$$

- *Chú ý*

Khi giải dạng toán này phải dựa vào tính vận tốc trung bình và vận tốc, quan hệ tỉ lệ giữa vận tốc và thời gian khi đi trên cùng quãng đường.

#### 4.7.2. Các dạng chuyển động đều khác

##### a) Chuyển động ngược chiều, rời xa nhau

*VD :* Hai thành phố A và B cách nhau 90 km. Cùng lúc 6 giờ có một xe đạp khởi hành từ A đến B và có một xe gắn máy khởi hành từ B đến A. Vận tốc xe đạp là 13 km/giờ, còn vận tốc xe máy là 32 km/giờ. Hai xe gặp nhau vừa đúng tại một cái cầu ở giữa đường. Nhưng vì cầu bị hỏng đang phải sửa chữa nên xe đạp lại phải quay về A còn xe máy lại phải quay về B. Lúc quay về xe đạp chạy với vận tốc 10 km/giờ, còn xe máy chạy với vận tốc 30 km/giờ. Hỏi trên đường quay về đến lúc nào xe đạp và xe máy cách đều A và B ?

*Giải :* Mỗi giờ cả hai xe đi được quãng đường là :  $13 + 32 = 45$  (km/giờ)

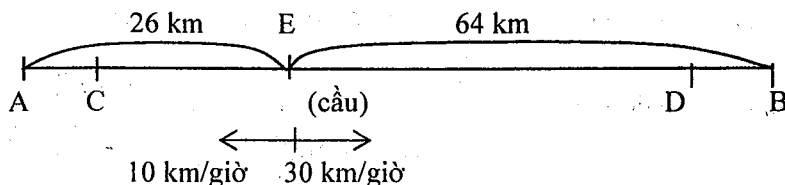
Thời gian để cả hai xe cùng đến cầu là :  $90 : 45 = 2$  (giờ)

Do cả hai xe cùng đến cầu lúc 8 giờ (= 6 giờ + 2 giờ).

Cầu cách A :  $2 \times 13 = 26$  (km)

Cầu cách B :  $2 \times 32 = 64$  (km)

Giả sử lúc quay về đến một thời điểm nào đó xe đạp đến C, xe máy đến D ( C, D cách đều A và B).



Ta có :

Hiệu hai quãng đường EB và EA là :  $64 - 26 = 38$  (km)

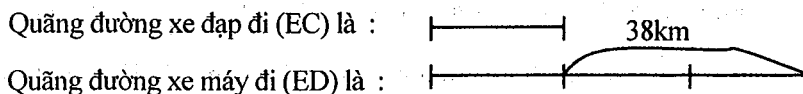
Do đó hiệu hai quãng đường ED và EC là 38 km.

Xe đạp và xe máy cùng đến C và D vào cùng một thời điểm. Thời gian không đổi, vận tốc tỉ lệ với quãng đường đi.

Tỉ số vận tốc của xe đạp và xe máy là :  $10 : 30 = \frac{1}{3}$

Tỉ số quãng đường của xe đạp và xe máy là :  $\frac{1}{3}$

Ta có sơ đồ :



Quãng đường EC là :  $38 : 2 = 19$  (km)

Thời gian để xe đạp đi từ cầu đến C là :  $19 : 10 = 1,9$  (giờ).

Ta có : 1,9 giờ = 1 giờ 54 phút

Vậy xe đạp và xe máy cách đều A và B lúc 9 giờ 54 phút

*Nhận xét* : Ta có thể làm như sau, khoảng cách rời xa nhau (quãng đường CD) là :

$$19 + (19 \times 3) = 76 \text{ (km)}$$

Thời gian rời xa nhau là :  $76 : (10 + 30) = 1,9$  (giờ)

*Chú ý* : Có thể coi hai chuyển động ngược chiều, rời xa nhau là bài toán ngược của hai chuyển động cùng chiều, gặp nhau :

*Khoảng cách (rời xa nhau) = Tổng vận tốc  $\times$  Thời gian*

*Thời gian = Khoảng cách : Tổng vận tốc*

*Tổng vận tốc = Khoảng cách : Thời gian*

Công thức trên hoàn toàn giống với công thức tính thời gian, vận tốc, quãng đường của hai chuyển động ngược chiều gặp nhau.

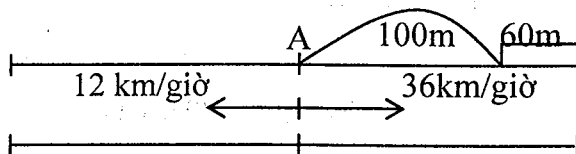
b) Chuyển động của động tử có chiều dài đáng kể

VD 1 : Từ vị trí A trên đường quốc lộ song song với đường tàu, một ô tô chạy với vận tốc 36 km/giờ và một người đi xe đạp với vận tốc 12 km/giờ đi về hai phía ngược chiều nhau. Từ một vị trí cách A 100 m một đoàn tàu dài 60 m chạy cùng chiều người đi xe đạp. Đoàn tàu vượt qua ô tô trong 6 giây.

Tính vận tốc của đoàn tàu và sau bao lâu thì đoàn tàu vượt qua người đi xe đạp ?

Giải :

Ta có sơ đồ sau :



$$36 \text{ km/giờ} = 10 \text{ m/giây}; \quad 12 \text{ km/giờ} = \frac{10}{3} \text{ m/giây}$$

Quãng đường ô tô đi được trong 6 giây là :  $6 \times 10 = 60 \text{ (m)}$

Quãng đường tàu đi được trong 6 giây là :  $(100 + 60) - 60 = 100 \text{ (m)}$

Vận tốc của tàu là :  $100 : 6 = \frac{50}{3} \text{ (m/giây)} = 60 \text{ km/giờ}$

Mỗi giây tàu chạy nhanh hơn xe đạp là :  $\frac{50}{3} - \frac{10}{3} = \frac{40}{3} \text{ (m)}$

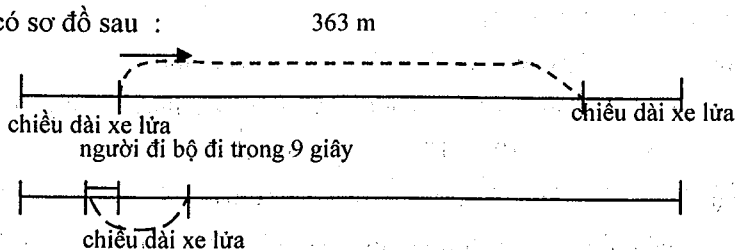
Thời gian để đoàn tàu vượt qua xe đạp là :  $160 : \frac{40}{3} = 12 \text{ (giây)}$

VD 2 : Một xe lửa đi qua một cái cầu dài 363 m hết 45 giây. Cũng vận tốc đó xe lửa lướt qua một người đi bộ ngược chiều có vận tốc 3,6 km/giờ trong 9 giây. Tính :

a) Chiều dài đoàn xe lửa ?

b) Vận tốc của xe lửa ?

Giải : Ta có sơ đồ sau :



$$3,6 \text{ km/giờ} = 1 \text{ m/giây}$$

a) Quãng đường xe lửa đi được trong 45 giây bằng chiều dài cầu cộng với chiều dài xe lửa.

Quãng đường xe lửa đi được trong 9 giây bằng chiều dài xe lửa trừ đi quãng đường người đi bộ đi trong 9 giây.

Quãng đường người đi bộ đi trong 9 giây là :  $9 \times 1 = 9 \text{ (m)}$

Quãng đường người đi bộ đi trong 45 giây là :  $9 \times 5 = 45 \text{ (m)}$

Như vậy quãng đường xe lửa đi được trong 45 giây bằng 5 lần chiều dài xe lửa trừ đi 45 m (1) và cũng bằng 363 m cộng với chiều dài xe lửa (2).

Nếu ta cùng bớt ở (1) và (2) 1 lần chiều dài xe lửa thì ta có 4 lần chiều dài xe lửa là :

$$363 + 45 = 408 \text{ (m)}$$

Chiều dài xe lửa là :  $408 : 4 = 102 \text{ (m)}$

b) Quãng đường xe lửa đi được trong 45 giây là :  $363 + 102 = 465 \text{ (m)}$

Vận tốc của xe lửa là :  $465 : 45 = 10\frac{1}{3} \text{ (m/giây)}$

$$10\frac{1}{3} \text{ m/giây} = 37,2 \text{ km/giờ}$$

*Nhận xét* : Dạng toán chuyển động của động tử có chiều dài đáng kể thường gặp những trường hợp sau :

\* Đoàn tàu chạy qua một cột điện thì thời gian chạy qua bằng chiều dài tàu chia cho vận tốc tàu.

\* Đoàn tàu chạy qua cầu có chiều dài đáng kể thì thời gian vượt qua cầu bằng tổng độ dài cầu và đoàn tàu chia cho vận tốc tàu.

\* Đoàn tàu chạy qua một người đi xe đạp (xe máy, ô tô) ngược chiều thì tổng quãng đường tàu đi được trong thời gian  $t$  (thời gian vượt qua) và quãng đường xe đạp đi trong thời gian  $t$  đó bằng chiều dài đoàn tàu.

\* Đoàn tàu chạy qua một người đi xe đạp (xe máy, ô tô) cùng chiều thì thời gian vượt qua bằng tổng khoảng cách lúc đầu và chiều dài đoàn tàu chia cho hiệu hai vận tốc.

c) *Chuyển động theo đường vòng tròn*

*VD* : Ngày chủ nhật hai bạn Thế và Dục đua xe đạp trên đường đua vòng quanh sân vận động. Dục biết vận tốc của Thế là 18 km/giờ còn vận tốc của Dục là 24 km/giờ nên

Dục đã nhường bạn xuất phát trước một đoạn. Sau khi Dục xuất phát được  $3\frac{1}{2}$  phút thì

Dục nhận thấy hai người đã đổi chỗ cho nhau. Hỏi :

a/ Dục nhường Thế đi trước mình một đoạn đường bằng bao nhiêu phần vòng đua ?

b/ Sau khi Dục xuất phát bao nhiêu phút thì Dục đuổi kịp Thế ?

*Giải* :

a/ Khi Dục nhận thấy hai người đã đổi chỗ cho nhau thì lúc đó cả hai người đã đi được quãng đường đúng bằng một vòng sân.

Từ lúc Dục bắt đầu xuất phát cho đến lúc hai bạn đổi chỗ cho nhau thì thời gian đi của hai người là như nhau, nên quãng đường đi trong thời gian đó tỉ lệ thuận với vận tốc.

Tỉ lệ vận tốc của Thế và Dục là :  $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$



Vậy quãng đường Thế đi được bằng  $\frac{3}{4}$  quãng đường Dục đi được trong cùng một thời gian.

Nếu quãng đường một vòng sân chia làm 7 phần thì Dục đi 4 phần còn Thế đi được 3 phần. Dục đi  $\frac{4}{7}$  vòng sân trong  $3\frac{1}{2}$  phút. Đó cũng chính là quãng đường Dục đã nhường Thế xuất phát trước.

b/ Khi hai người đổi chỗ cho nhau tức là hai người còn cách nhau  $\frac{3}{7}$  vòng sân.

Trong  $3\frac{1}{2}$  phút Dục đi nhanh hơn Thế là :  $\frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$  (vòng sân)

Thời gian để Dục đuổi kịp Thế kể từ vị trí hai người đổi chỗ cho nhau là :

$$\left(3\frac{1}{2} \times \frac{3}{7}\right) : \frac{1}{7} = \frac{21}{2} \text{ (phút)}$$

Thời gian để Dục đuổi kịp Thế kể từ lúc Dục bắt đầu xuất phát là :

$$\frac{21}{2} + 3\frac{1}{2} = 14 \text{ (phút)}$$

*Chú ý :* Chuyển động theo đường vòng tròn là dạng chuyển động phức tạp. Nó ít phổ biến trong chương trình ở tiểu học.

*d) Chạy đi chạy lại nhiều lần*

VD : Hai địa điểm A và B cách nhau 300 km. Hai người đi xe cùng khởi hành một lúc ở hai đầu A và B, mỗi giờ đi được 50 km. Có một con ong cũng cùng bay với người đi xe ở điểm A nhưng tốc độ của nó đến 60 km/giờ. Khi con ong gặp người đi xe từ B đến lập tức quay về, đương nhiên nó còn phải gặp người đi xe từ A, cứ như thế cho đến khi hai người gặp nhau, con ong cũng dừng lại và rơi xuống mũ một người. Con ong này đã đi bao nhiêu km ?

*Giải :*

Mỗi giờ cả hai người đi được gần nhau thêm quãng đường là :

$$50 + 50 = 100 \text{ (km)}$$

Thời gian hai người gặp nhau sau khi cùng khởi hành là :

$$300 : 100 = 3 \text{ (giờ)}$$

Đến lúc hai người gặp nhau thì con ong bay được 3 giờ.

Quãng đường con ong bay là :  $3 \times 60 = 180 \text{ (km)}$

*e) Chuyển động của kim đồng hồ*

VD 1 : Hiện nay là 12 giờ, sau bao nhiêu phút thì hai kim đồng hồ sẽ vuông góc với nhau ?

*Giải :* Hiện nay là 12 giờ thì kim phút và kim giờ trùng khít lên nhau. Để hai kim đồng hồ vuông góc với nhau thì lúc đó kim phút phải quay nhanh hơn kim giờ  $\frac{1}{4}$  vòng (đồng hồ). Mỗi giờ kim phút quay nhanh hơn kim giờ là :

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng)}$$

Thời gian để kim phút quay nhanh hơn kim giờ  $\frac{1}{4}$  vòng là :

$$\frac{1}{4} : \frac{11}{12} = \frac{3}{11} \text{ (giờ)}$$

$$\frac{3}{11} \text{ giờ} = 16 \frac{4}{11} \text{ phút hay } 16 \text{ phút } \frac{240}{11} \text{ giây}$$

VD 2 : Nam ăn cơm trong khoảng từ 5 đến 6 giờ chiều lúc hai kim đồng hồ trùng nhau. Khi Nam ăn cơm xong thì hai kim đồng hồ thẳng hàng với nhau. Hỏi Nam ăn bữa cơm hết bao nhiêu phút ?

*Giải :* Khi Nam ăn cơm xong thì hai kim đồng hồ thẳng hàng với nhau nghĩa là kim phút quay nhanh hơn kim giờ  $\frac{1}{2}$  vòng (đồng hồ).

$$\text{Mỗi giờ kim phút quay nhanh hơn kim giờ là : } 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (vòng)}$$

$$\frac{6}{11} \text{ giờ} = 32 \text{ phút.}$$

Vậy Nam ăn bữa cơm hết  $32 \frac{8}{11}$  phút

*Nhận xét :* Chuyển động của kim đồng hồ là chuyển động cùng chiều, đuổi nhau với vận tốc là mấy phần của vòng.

Vận tốc của kim phút là 1 vòng/giờ.

Vận tốc của kim giờ là  $\frac{1}{12}$  vòng/giờ.

g) Hai vòi nước chảy vào bể

VD 1 : Một hồ nước hình hộp chữ nhật dài 4 m, rộng 2,5 m và cao 1,8 m, hiện chứa 1500 l nước. Lúc 7 giờ 37 phút người ta cho nước chảy vào hồ. Vòi nước thứ nhất mỗi phút chảy được 40 l, vòi thứ hai mỗi phút chảy hơn vòi thứ nhất 20 l. Hỏi hồ đầy nước lúc mấy giờ ? (xem  $1 \text{ dm}^3 \approx 1 \text{ l}$ )

$$\text{Giải : Thể tích của hồ nước là : } 4 \times 2,5 \times 1,8 = 18 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$18 \text{ m}^3 = 18 \text{ 000 dm}^3 = 18 \text{ 000 l}$$

$$\text{Phần bể chưa có nước chiếm thể tích : } 18 \text{ 000} - 1500 = 16 \text{ 500 (l)}$$

$$\text{Mỗi phút vòi thứ hai chảy được là : } 40 + 20 = 60 \text{ (l)}$$

$$\text{Mỗi giờ cả hai vòi chảy được là : } (40 + 60) \times 60 = 6 \text{ 000 (l)}$$

Thời gian cả hai vòi cùng chảy cho đến khi đầy hồ là :

$$16 \text{ 500} : 6 \text{ 000} = 2,75 \text{ (giờ)}$$

$$2,75 \text{ giờ} = 2 \text{ giờ } 45 \text{ phút}$$

$$\text{Hồ đầy nước lúc : } 7 \text{ giờ } 37 \text{ phút} + 2 \text{ giờ } 45 \text{ phút} = 10 \text{ giờ } 22 \text{ phút}$$

VD 2 : Bể thứ nhất chứa 800 l, bể thứ hai chứa 1300 l. Người ta tháo ra cùng một lúc ở bể thứ nhất mỗi phút 15 l và ở bể thứ hai mỗi phút 25 l.

Hỏi sau bao lâu số nước còn lại ở hai bể bằng nhau ?

Giải : Số nước bể thứ hai chứa nhiều hơn bể thứ nhất là :  $1300 - 800 = 500$  (l)

Mỗi phút lượng nước tháo ra ở bể thứ hai nhiều hơn ở bể thứ nhất là :

$$25 - 15 = 10 \text{ (l)}$$

Thời gian tháo nước ở cả hai bể để lượng nước còn lại bằng nhau là :

$$500 : 10 = 50 \text{ (phút)}$$

Chú ý : Trong bài toán vòi nước chảy vào bể đề cập đến ba đại lượng (thể tích, thời gian, lưu lượng (sức chảy)).

Thể tích nước = Sức chảy (lưu lượng)  $\times$  Thời gian

Sức chảy = Thể tích nước : Thời gian

Thời gian = Thể tích nước : Sức chảy.

h) Chuyển động đều của hai động vật

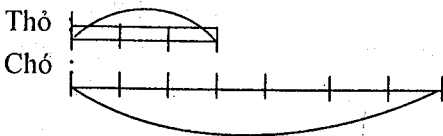
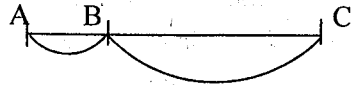
VD : Một con Chó đuổi một con Thỏ cách xa nó 17 bước của Chó. Thỏ cách hang 80 bước của Thỏ. Khi Thỏ chạy được 3 bước thì Chó chạy được một bước. Một bước của Chó bằng 8 bước của Thỏ. Hỏi Chó có bắt được Thỏ không ?

Tóm tắt :

- Một bước của Chó  $\rightarrow$  8 bước của Thỏ
- Một bước Chó chạy  $\rightarrow$  3 bước Thỏ chạy

$$V_C = \frac{8}{3} V_T$$

$$V_T = \frac{3}{8} V_C$$



8 bước Thỏ = một bước Chó

Chó có bắt được Thỏ không ?

Giải :

Cách 1 (theo bước Thỏ) :

Số bước Chó cách Thỏ là :  $17 \times 8 = 136$  (bước Thỏ)

Số bước Chó cách hang là :  $136 + 80 = 216$  (bước Thỏ)

Thời gian để Chó chạy đến hang là :  $t_C = 216 : V_C = 216 : \frac{8}{3} V_T$

$$\text{Suy ra } t_C = \frac{81}{V_T}.$$

$$\text{Thời gian để Thỏ chạy đến hang là : } t_T = 80 : V_T = \frac{80}{V_T}.$$

So sánh  $\frac{81}{V_T}$  và  $\frac{80}{V_T}$ , ta có  $\frac{81}{V_T} > \frac{80}{V_T}$ , nên thời gian Chó chạy về hang nhiều hơn thời gian Thỏ chạy về hang. Vậy Chó không bắt được Thỏ.

*Cách 2* (theo bước Chó) :

$$\text{Số bước Thỏ cách hang là : } 80 : 8 = 10 \text{ (bước Chó)}$$

$$\text{Số bước Chó cách hang là : } 17 + 10 = 27 \text{ (bước Chó)}$$

$$\text{Thời gian Chó chạy về hang là : } t_T = \frac{10}{V_T} = 10 : \frac{3}{8} V_C. \text{ Suy ra } t_T = \frac{80}{3V_C}.$$

So sánh  $\frac{27}{V_C}$  và  $\frac{80}{3V_C}$ , ta có :  $\frac{27}{V_C} > \frac{80}{3V_C}$  (vì  $\frac{27}{V_C} = \frac{81}{3V_C}$ ), nên thời gian Chó chạy về hang nhiều hơn thời gian Thỏ chạy về hang. Vậy Chó không bắt được Thỏ.

*Cách 3* :

$$\text{Ta có Chó cách Thỏ một quãng là : } 17 \times 8 = 136 \text{ (bước Thỏ)}$$

Mà một bước của Chó bằng 8 bước của Thỏ nên cứ sau mỗi bước Chó sẽ gần Thỏ là :

$$8 - 3 = 5 \text{ (bước Thỏ).}$$

$$\text{Vậy để bắt được Thỏ, Chó phải chạy : } 136 : 5 = 27 + \frac{1}{5} \text{ (bước Chó)} \quad (1)$$

$$\text{Mà Thỏ cách hang : } 80 : 8 = 10 \text{ (bước Chó)}$$

$$\text{Chó cách hang : } 17 + 10 = 27 \text{ (bước Chó)} \quad (2)$$

So sánh (1) và (2) ta thấy Chó không bắt được Thỏ.

$$\text{Cách 4 : Chó cách Thỏ 17 bước tức là bằng : } 17 \times 8 = 136 \text{ (bước Thỏ)}$$

$$\text{Chó cách hang là : } 136 + 80 = 216 \text{ (bước Thỏ)}$$

Ta có Thỏ chạy 3 bước thì Chó chạy được 8 bước Thỏ. Nên khi Thỏ chạy 80 bước thì Chó chạy được số bước là :  $80 \times 8 : 3 = 213,3$  (bước Thỏ).

$$\text{Khi Thỏ chạy về hang thì Chó còn cách hang là : } 216 - 213,3 = 2,7 \text{ (bước Thỏ)}$$

Vậy Chó không bắt được Thỏ.

# Chương 6. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ THỐNG KÊ MÔ TẢ

## §1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ THỐNG KÊ MÔ TẢ

### 1. Mục tiêu dạy học

Các yếu tố thống kê mô tả được đưa vào chương trình môn Toán ở tiểu học với mục tiêu cung cấp cho HS những tri thức cơ bản ban đầu về thống kê đơn giản, hình thành các kĩ năng về lập bảng số liệu, lập biểu đồ và nhận xét bảng số liệu, nhận xét một số đặc điểm đơn giản của biểu đồ. Qua đó góp phần phát triển năng lực tư duy và khả năng suy luận cho HS, đồng thời tạo nền tảng cho việc học phần yếu tố thống kê mô tả ở trường phổ thông và học tập môn xác suất thống kê ở các cấp khác.

Vì vậy yếu tố thống kê mô tả trong chương trình môn Toán ở tiểu học chỉ mang tính chất giới thiệu, làm quen nên các PP đó chỉ ở mức độ đơn giản, cụ thể :

*Đo số liệu* : Đo số liệu được giới thiệu bằng trực quan trước, sau đó giới thiệu đến dãy số liệu với dung lượng mẫu nhỏ khoảng 2, 3, 4, 5 đối tượng.

*Lập bảng số liệu* : Việc thực hành lập bảng số liệu mang tính chất đơn giản trên cơ sở đã cho các số liệu, kẻ sẵn các hàng và cột của bảng, yêu cầu HS điền vào những chỗ còn trống của bảng.

*Nhận xét bảng số liệu* (tính tổng, tính giá trị trung bình, so sánh).

*Sắp xếp bảng số liệu* : Theo yêu cầu cho trước là theo thứ tự tăng dần hoặc giảm dần trên cơ sở bảng số liệu đã cho với bảng có ít số liệu.

*Vẽ biểu đồ* : Giống như lập bảng số liệu, việc vẽ biểu đồ cũng mang tính chất đơn giản, được thực hiện trên cơ sở đã cho bảng số liệu và các hàng, cột của biểu đồ, HS chỉ vẽ tiếp những cột, điền những số liệu còn thiếu trên biểu đồ.

*Nhận xét biểu đồ* : Nhận xét về một số đặc điểm đơn giản của biểu đồ.

Như vậy, các yếu tố thống kê mô tả trong chương trình môn Toán ở tiểu học là phần cơ bản của thống kê mô tả và là một bộ phận đơn giản của môn thống kê ứng dụng mang tính giới thiệu, hình thành những cơ sở ban đầu về kiến thức, kĩ năng để HS tiếp tục học phần thống kê mô tả ở trường phổ thông và đảm bảo tính vừa sức cho HS tiểu học.

### 2. Nội dung

Nội dung tuyến kiến thức về thống kê mô tả ở tiểu học chỉ bắt đầu trình bày từ lớp 3.

#### 2.1. Lớp 3

- Giới thiệu bảng số liệu đơn giản bao gồm :

- Giới thiệu về đo số liệu từ đó giới thiệu về dãy số liệu ;
- Giới thiệu về bảng số liệu ;
- Tập sắp xếp lại bảng số liệu theo mục đích yêu cầu cho trước bao gồm :
- Theo thứ tự từ bé đến lớn ;
- Theo thứ tự từ lớn đến bé ;
- Lập bảng số liệu và nhận xét bảng số liệu.

## 2.2. Lớp 4

- Giới thiệu ban đầu về số trung bình cộng ;
- Giới thiệu biểu đồ, tập nhận xét về biểu đồ :
- Biểu đồ có hình ảnh ;
- Biểu đồ hình cột.

## 2.3. Lớp 5

- Đọc biểu đồ hình quạt ;
- Nêu nhận xét một số đặc điểm đơn giản của một bảng số liệu hoặc một biểu đồ thống kê ;
- Thực hành lập bảng số liệu và vẽ biểu đồ dạng đơn giản.

*Nhận xét :* Chương trình Toán tiểu học trước năm 2000, yếu tố thống kê mô tả không được trình bày một cách hệ thống và đầy đủ mà chỉ có phần số trung bình cộng và phần biểu đồ đoạn thẳng và biểu đồ hình cột.

Chương trình Toán tiểu học hiện hành, yếu tố thống kê mô tả được đưa vào có tính hệ thống từ lớp 3 đến lớp 5 với tư cách là một tuyến kiến thức mới mang tính chất giới thiệu và được sắp xếp một cách tách biệt thành một phần ở mỗi lớp và phát triển dần từ giới thiệu các yếu tố đến nhận xét các yếu tố và cao nhất là thực hành lập các yếu tố đó.

## 3. Phân bố

Các yếu tố thống kê mô tả trong chương trình Toán tiểu học được phân bố như sau :

Lớp 3 : 3 tiết ; Lớp 4 : 5 tiết ; Lớp 5 : 2 tiết.

## §2. HỆ THỐNG CÁC YẾU TỐ THỐNG KÊ MÔ TẢ

### 1. Dãy số liệu thống kê

Giúp HS bước đầu làm quen với dãy số liệu thống kê bằng trực quan. (T334, Toán 3)

VD : Đo chiều cao của bốn bạn : Anh, Phong, Ngân, Minh ta có các số liệu sau (vẽ hình của mỗi bạn ghi tên và độ cao của mỗi bạn phía dưới).

Anh	Phong	Ngân	Minh
cao 122 cm	cao 130 cm	cao 127 cm	cao 118 cm

Viết các số đo chiều cao của bốn bạn ta được dãy số liệu :

122 cm ; 130 cm ; 127 cm ; 118 cm.

Nhìn vào dãy số liệu trên ta biết : Số thứ nhất là 122 cm, số thứ hai là 130 cm, số thứ ba là 127 cm, số thứ tư là 118 cm.

Dãy số liệu trên có bốn số.

### 2. Bảng số liệu thống kê

Giúp HS : Nhận biết được những khái niệm cơ bản của bảng số liệu thống kê như : Hàng, cột và đọc được các số liệu của bảng thống kê, phân tích được số liệu thống kê của một bảng số liệu (dạng đơn giản).

Đây là bảng thống kê số con của ba gia đình :

Gia đình	Cô Mai	Cô Lan	Cô Hồng
Số con	2	1	2

Bảng này có 2 hàng :

- Hàng trên ghi tên các gia đình.
- Hàng dưới ghi số con của mỗi gia đình.

Nhìn vào bảng trên ta biết : Ba gia đình được ghi trong bảng là : Gia đình cô Mai, gia đình cô Lan, gia đình cô Hồng. Gia đình cô Mai có 2 con, gia đình cô Lan có 1 con, gia đình cô Hồng có 2 con.

### 3. Số trung bình cộng

Giúp HS : Có được những kiến thức cơ bản ban đầu về số trung bình cộng và kỹ năng tìm số trung bình cộng.

Bài toán 1 : Ta rót vào can thứ nhất 6 lít dầu, rót vào can thứ hai 4 lít dầu. Hỏi nếu rót số lít dầu đó vào hai can để số lít dầu ở hai can bằng nhau thì mỗi can có bao nhiêu lít dầu ?

Giải : Tổng số lít dầu rót vào hai can là :  $6 + 4 = 10$  (lít)

Số lít dầu rót đều vào mỗi can là :  $10 : 2 = 5$  (lít)

Nhận xét : Can thứ nhất có 6 lít, can thứ hai có 4 lít.

Ta nói rằng : trung bình mỗi can có 5 lít.

Số 5 gọi là số trung bình cộng của số 6 và 4.

Ta viết :  $(6 + 4) : 2 = 5$ .

**Bài toán 2 :** Số HS của ba lớp lần lượt là 25 em, 27 em, 32 em. Hỏi trung bình mỗi lớp có bao nhiêu HS ?

**Bài giải :** Tổng số HS của ba lớp :  $25 + 27 + 32 = 84$  (HS)

Trung bình mỗi lớp có :  $84 : 3 = 28$  (HS)

**Nhận xét :** Số 28 là số trung bình cộng của ba số 25, 27, 32.

Ta viết :  $(25 + 27 + 32) : 3 = 28$ .

Muốn tìm số trung bình cộng của nhiều số, ta tính tổng của các số đó, rồi chia tổng đó cho số các số hạng.

#### 4. Biểu đồ có hình ảnh (xem SGK Toán 4 – Trang 28)

**Giúp HS :** Nhận biết được những khái niệm cơ bản của biểu đồ thống kê : Hàng, cột ; Đọc được các số liệu của biểu đồ thống kê có hình ảnh ; Phân tích được số liệu thống kê của một biểu đồ thống kê (dạng đơn giản).

Biểu đồ này có hai cột (vẽ biểu đồ có hình ảnh con của các gia đình là trai hay gái).

- Cột bên trái ghi tên các gia đình.

- Cột bên phải cho biết số con của mỗi gia đình là trai hay gái.

Nhìn vào biểu đồ ta biết :

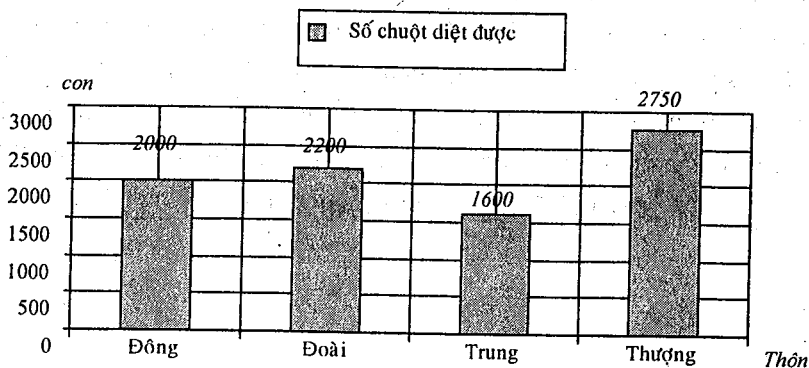
- Năm gia đình được nêu tên trên biểu đồ là : gia đình cô Mai, gia đình cô Lan, gia đình cô Hồng, gia đình cô Đào, gia đình cô Cúc.

- Gia đình cô Mai có hai con gái, gia đình cô Lan có 1 con trai...

#### 5. Biểu đồ hình cột (xem SGK Toán 4 – Trang 30)

**Giúp HS :** Đọc được biểu đồ hình cột ; Tập nhận xét trên biểu đồ.

Dưới đây là biểu đồ nói về số chuột mà 4 thôn đã diệt được :



- Hàng dưới ghi tên của các thôn.



- Mỗi cột biểu diễn số chuột của thôn đó đã diệt.
- Số ghi ở cột bên trái biểu thị số con chuột.
- Số ghi ở đỉnh mỗi cột chỉ số chuột diệt được của các thôn tương ứng.

Biểu đồ trên cho ta biết :

- Bốn thôn được nêu tên trên biểu đồ là : Đông, Đoài, Trung, Thượng.
- Số chuột đã diệt được của thôn Đông là 2000 con, thôn Đoài là 2200 con, thôn Trung là 1600 con và thôn Thượng là 2750 con.

Cột cao hơn biểu diễn số chuột nhiều hơn, cột thấp hơn biểu diễn số chuột ít hơn.

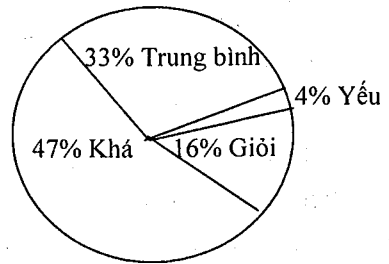
## 6. Biểu đồ hình quạt (xem SGK Toán 5 – Trang 101)

*Giúp HS :* Đọc được các số liệu trên biểu đồ hình quạt.

Hình vẽ bên là biểu đồ hình quạt nói về kết quả học tập của lớp 5A.

Nhìn vào biểu đồ ta biết, về học tập lớp 5A có :

- + 16% HS giỏi,
- + 47% HS khá,
- + 33% HS trung bình,
- + 4% HS yếu.



*Nhận xét :* Như vậy các yếu tố thống kê mô tả trong chương trình môn Toán ở tiểu học nói chung gồm : Dãy số liệu ; Bảng số liệu thống kê ; Số trung bình cộng ; Biểu đồ có hình ảnh.

Trong các yếu tố đó có các kiến thức sau : Giới thiệu và tập sắp xếp lại dãy số liệu theo mục đích, yêu cầu cho trước; Giới thiệu, nhận xét bảng số liệu ; Giới thiệu bước đầu về số trung bình cộng, giới thiệu biểu đồ, tập nhận xét trên biểu đồ và thực hành lập bảng số liệu, biểu đồ dạng đơn giản.

Thống kê là một ngành khoa học có nhiệm vụ phát hiện và nghiên cứu các quy luật thống kê nhằm làm sáng tỏ quy luật – đặc trưng cho hiện tượng cần nghiên cứu, thường được thực hiện theo ba giai đoạn là : Điều tra thống kê, tổng hợp thống kê, phân tích thống kê. Thống kê mô tả có nhiệm vụ nghiên cứu các PP thống kê, tức là PP thu thập, trình bày các số liệu thống kê, PP phân tích các số liệu thống kê nhờ những đặc số khái quát nào đó và việc vận dụng các PP trên những số liệu của thực nghiệm, có thể chưa đầy đủ (theo ba giai đoạn kể trên) để đi đến các quy luật có tính thực nghiệm.

### §3. CÁC DẠNG TOÁN VỀ THỐNG KÊ MÔ TẢ

#### 1. Lớp 3

##### 1.1. Bài tập giúp học sinh làm quen với thống kê số liệu của mẫu bằng dãy số

Giải những bài tập này nhằm củng cố những kiến thức, hình thành và phát triển kỹ năng về nhận diện được các đối tượng trong mẫu, nhận diện được các số liệu của tính chất cần nghiên cứu trong mẫu thực nghiệm tương ứng với từng đối tượng trong mẫu, so sánh về số liệu chỉ tính chất cần nghiên cứu giữa các đối tượng, biết được số lượng các số trong dãy, số thứ tự của các số liệu trong dãy... Cụ thể :

*Bài tập 1 :* Bốn bạn Dũng, Hà, Hùng, Quân có chiều cao theo thứ tự là :  
129cm ; 132cm ; 125cm ; 135cm.

Dựa vào dãy số liệu trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

- Hùng cao bao nhiêu xăng-ti-mét ?  
Dũng cao bao nhiêu xăng-ti-mét ?  
Hà cao bao nhiêu xăng-ti-mét ?  
Quân cao bao nhiêu xăng-ti-mét ?
- Dũng cao hơn Hùng bao nhiêu xăng-ti-mét ?  
Hà thấp hơn Quân bao nhiêu xăng-ti-mét ?  
Hùng và Hà, ai cao hơn ? Dũng và Quân, ai thấp hơn ?

*Bài tập 2 :* Dãy các chủ nhật của tháng 2 năm 2004 là các ngày : 1 ; 8 ; 15 ; 22 ; 29.

Nhìn vào dãy trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

- Tháng 2 năm 2004 có mấy ngày chủ nhật ?
- Chủ nhật đầu tiên là ngày nào ?
- Ngày 22 là chủ nhật thứ mấy trong tháng ?

*Bài tập 3 :* Cho dãy số liệu sau : 5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 ; 30 ; 35 ; 40 ; 45.

Nhìn vào dãy trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

- Dãy trên có tất cả bao nhiêu số ? Số 25 là số thứ mấy trong dãy ?
- Số thứ 3 trong dãy là số nào ? Số này lớn hơn những số nào trong dãy và lớn hơn bao nhiêu đơn vị ?
- Số thứ hai lớn hơn số thứ mấy trong dãy ?

*Bài tập 4 :* Nhìn vào dãy số liệu sau, hãy khoanh tròn vào chữ đặt trước câu trả lời đúng : 90 ; 80 ; 70 ; 60 ; 50 ; 40 ; 30 ; 20 ; 10.

Dãy trên có tất cả là :

- A. 9 số      B. 18 số      C. 10 số      D. 81 số

Số thứ tư trong dãy là :

A. 4                      B. 0                      C. 60                      D. 40

**Bài tập 5 :** Cho dãy số : 110 ; 220 ; 330 ; 440 ; 550 ; 660 ; 770 ; 880 ; 990. Hãy khoanh vào chữ đặt trước kết quả đúng :

Dãy trên có tất cả bao nhiêu số ?

A. 10 số                      B. 27 số                      C. 9 số                      D. 881 số

Số thứ tám trong dãy là số nào ?

A. 3                      B. 8                      C. 220                      D. 880

**Bài tập 6 :** Cho dãy số : 100 ; 101 ; 102 ; 103 ; 104 ; 105 ; 106 ; 107 ; 108 ; 109. Nhìn vào dãy trên, viết số thích hợp vào chỗ chấm :

Số thứ nhất trong dãy là số .....

Số thứ năm trong dãy là số .....

Số thứ mười trong dãy là số .....

Trong dãy trên, số chữ số 0 có tất cả là .....

Trong dãy trên, số chữ số 1 có tất cả là .....

**Bài tập 7 :** Cho dãy số liệu 314 ; 725 ; 564 ; 72 ; 83 ; 96 ; 1578 ; 2000.

Hãy điền vào chỗ chấm :

Dãy trên có tất cả .....số.

Số thứ sáu trong dãy là.....

Số đầu tiên bé hơn số cuối cùng .....đơn vị.

Số 564 là số thứ .....trong dãy.

Số thứ bảy lớn hơn số thứ ba .....đơn vị.

### **1.2. Bài tập sắp xếp lại số liệu theo mục đích cho trước**

Giải những bài tập này giúp HS có được kỹ năng sắp xếp lại dãy số liệu theo thứ tự từ bé đến lớn hoặc từ lớn đến bé.

**Bài tập 1 :** Số ki-lô-gam gạo trong mỗi bao được ghi dưới đây (vẽ 5 bao gạo tương ứng với số gạo trong bao và ghi số gạo của mỗi bao trên các bao là : 50kg ; 35kg ; 60kg ; 45kg ; 40kg).

Hãy viết dãy số ki-lô gam gạo của 5 bao gạo trên :

Theo thứ tự từ bé đến lớn : .....

Theo thứ tự từ lớn đến bé : .....

**Bài tập 2 :** Số lít dầu đựng trong mỗi thùng được cho dưới đây :

Thùng 1 : 195l                      Thùng 2 : 120l                      Thùng 3 : 200l                      Thùng 4 : 50l

Dãy số lít dầu đựng trong bốn thùng trên viết theo thứ tự từ bé đến lớn là :

50 l ; 120 l ; 195 l ; 200l.

– Dựa vào dãy vừa viết, hãy viết số thích hợp vào chỗ chấm :

+ Thùng 2 có nhiều hơn thùng bốn là .....l dầu và ít hơn thùng 1 là.....l dầu.

+ Cả bốn thùng có .....lít dầu.

**Bài tập 3 :** Cho dãy số liệu : 30 phút ; 20 phút ; 15 phút ; 12 phút ; 10 phút ; 6 phút.

Hãy viết dãy số liệu trên :

+ Theo thứ tự từ bé đến lớn :

+ Theo thứ tự từ lớn đến bé :

Bài tập 4 : Sắp xếp dãy số liệu : 43 ; 56 ; 72 ; 65 ; 49.

a) Theo thứ tự từ bé đến lớn.

b) Theo thứ tự từ lớn đến bé.

### 1.3. Bài tập giúp học sinh làm quen với thống kê số liệu bằng bảng thống kê

Giải những bài tập này củng cố những kiến thức về đọc bảng số liệu, hình thành những kĩ năng về nhận xét bảng số liệu.

a) Bài tập về bảng có một loại số liệu

Bài tập 1 : Đây là bảng thống kê số HS giỏi của các lớp 3 ở một trường tiểu học :

Lớp	3A	3B	3C	3D
Số học giỏi	18	13	25	15

Dựa vào bảng trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

Lớp 3B có bao nhiêu HS giỏi ? Lớp 3D có bao nhiêu HS giỏi ?

Lớp 3C có nhiều hơn lớp 3A bao nhiêu HS giỏi ?

Lớp nào có nhiều HS giỏi nhất ? Lớp nào có ít HS giỏi nhất ?

Bài tập 2 : Đây là bảng thống kê số cây đã trồng được của các lớp khối 3 :

Lớp	3A	3B	3C	3D
Số cây	40	25	45	28

Nhìn vào bảng trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

Lớp nào trồng được nhiều cây nhất ? Lớp nào trồng được ít cây nhất ?

Hai lớp 3A và 3C trồng được tất cả bao nhiêu cây ?

Lớp 3D trồng được ít hơn lớp 3A bao nhiêu cây và nhiều hơn lớp 3B bao nhiêu cây ?

Bài tập 3 : Dưới đây là bảng thống kê số HS các khối của một trường tiểu học :

Khối	Một	Hai	Ba	Bốn	Năm
Số HS	140	200	240	160	150

Hãy viết chữ hoặc số thích hợp vào chỗ chấm :

Khối Một có .....HS; khối .....có 160 HS.

Khối Hai có nhiều hơn khối Bốn là ..... HS.

Bài tập 4 : Đây là bảng thống kê về lượng mưa mỗi tháng (tính theo mm) trong 6 tháng đầu năm 2003 của Hà Nội :

Tháng	1	2	3	4	5	6
Lượng mưa	20 mm	30mm	40 mm	80 mm	120 mm	200 mm

Hãy điền vào chỗ chấm :

a/ Tháng .....là tháng mưa nhiều nhất.

b/ Tháng .....là tháng mưa ít nhất.

c/ Lượng mưa trong tháng 4 là .....

- d/ Lượng mưa trong tháng 2 là .....
- e/ Tháng 5 mưa nhiều hơn tháng 3 là .....
- g/ Tháng 4 mưa ít hơn tháng 6 là .....
- h/ Lượng mưa tháng 4 gấp.....lần lượng mưa tháng 1.
- i/ Lượng mưa tháng 1 bằng một phần.....lượng mưa tháng 3.
- b) Bài tập về bảng có hai loại số liệu

Bài tập 1 : Dưới đây là bảng thống kê số mét vải của một cửa hàng đã bán được trong ba tháng đầu năm :

Tháng Vải	1	2	3
Trắng	1240 m	1040 m	1475m
Hoa	1875 m	1140 m	1575 m

Nhìn vào bảng trên, hãy trả lời các câu hỏi sau :

- + Tháng 2 cửa hàng bán được bao nhiêu mét vải mỗi loại ?
- + Trong tháng 3, vải hoa bán được nhiều hơn vải trắng bao nhiêu mét ?
- + Mỗi tháng cửa hàng bán được bao nhiêu mét vải hoa ?

Bài tập 2 : Dưới đây là bảng thống kê số cây của bản Na đã trồng được trong 4 năm :

Năm Cây	2000	2001	2002	2003
Thông	1875 cây	2167 cây	1980 cây	2540 cây
Bạch đàn	1745 cây	2040 cây	2165 cây	2515 cây

Dựa vào bảng trên hãy trả lời các câu hỏi dưới đây (theo mẫu) :

a/ Năm 2002 bản Na trồng được nhiều hơn năm 2000 bao nhiêu cây bạch đàn ?

Mẫu : Số cây bạch đàn bản Na trồng năm 2002 nhiều hơn năm 2000 là :

$$2165 - 1745 = 420 \text{ (cây).}$$

b/ Năm 2003 bản Na trồng được tất cả bao nhiêu cây thông và cây bạch đàn ?

Bài tập 3 : Dưới đây là bảng thống kê số gạo nếp và gạo tẻ của một cửa hàng bán được trong ba ngày :

Ngày Gạo	Thứ nhất	Thứ hai	Thứ ba
Tẻ	3800 kg	2500 kg	4800 kg
Nếp	1200 kg	1800 kg	1500 kg

Dựa vào bảng trên, hãy viết số thích hợp vào chỗ chấm :

+ Ngày thứ nhất bán được .....kg gạo tẻ và .....gạo nếp.

+ Ngày thứ hai bán được tất cả .....kg gạo tẻ và gạo nếp.

+ Ngày thứ ba bán được nhiều hơn ngày thứ hai .....kg gạo tẻ và ít hơn ngày thứ hai .....kg gạo nếp.

#### 1.4. Bài tập thực hành lập bảng số liệu

Giải những bài tập này sẽ giúp HS củng cố những kiến thức về thống kê số liệu bằng bảng, rèn luyện kỹ năng về lập bảng số liệu mang tính chất đơn giản trên cơ sở đã cho các số liệu, kẻ sẵn các hàng và cột của bảng, yêu cầu HS điền vào những chỗ còn trống của bảng.

##### a) Bài tập về bảng có một loại số liệu

*Bài tập 1* : Số thóc gia đình chị Út thu hoạch được trong ba năm như sau :

Năm 2001 : 4200 kg ;

Năm 2002 : 3500 kg ;

Năm 2003 : 5400 kg.

Hãy điền số liệu thích hợp vào ô trống trong bảng sau :

Năm	2001	2002	2003
Số thóc			

*Bài tập 2* : Số điểm mười của lớp 3A đạt được trong bốn tháng như sau :

Tháng 9 : 185 điểm

Tháng 10 : 203 điểm

Tháng 11 : 190 điểm

Tháng 12 : 170 điểm

Hãy viết số thích hợp vào ô trống :

Tháng	9		11	
Số điểm 10.		203		170

##### b) Bài tập về bảng có hai, ba loại số liệu

*Bài tập 1* : Trong các cuộc thi chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam, các bạn khối lớp 3 đã đạt được các giải sau đây :

Văn nghệ : 3 giải nhất và 2 giải ba.

Kể chuyện : 2 giải nhất, 1 giải nhì và 4 giải ba.

Cờ vua : 1 giải nhất và 2 giải nhì.

Hãy viết số thích hợp vào bảng thống kê các giải của khối lớp 3 đạt được (theo mẫu)

Giải \ Môn	Môn		
	Văn nghệ	Kể chuyện	Cờ vua
Nhất	3		
Nhì	0		
Ba	2		

*Bài tập 2* : Các bạn HS của trường Hoà Bình tham gia Hội khỏe Phù Đổng đã đạt được các giải như sau :

Bơi : 2 giải nhất, 3 giải nhì

Đá cầu : 1 giải nhì, 2 giải ba

Cờ vua : 1 giải nhì.

Viết số thích hợp vào ô trống (theo mẫu) :

<i>Môn</i>	<i>Bơi</i>	<i>Đá cầu</i>	<i>Cờ vua</i>
<i>Giới</i>			
<i>Nhất</i>	2	0	0
<i>Nhì</i>			
<i>Ba</i>			

*Bài tập 3* : Viết số thích hợp vào ô trống, biết rằng mỗi lớp khối 3 đều có 40 HS.

<i>Lớp</i>	<i>3A</i>	<i>3B</i>	<i>3C</i>
<i>Số HS nam</i>	17		22
<i>Số HS nữ</i>		19	

*Bài tập 4* : Một trại nuôi tôm đã thu hoạch được trong 3 năm như sau :

Năm 2001 : 4230 kg tôm thẻ và 2548 kg tôm càng xanh.

Năm 2002 : 3518 kg tôm thẻ và 1075 kg tôm càng xanh.

Năm 2003 : 4116 kg tôm thẻ và 1524 kg tôm càng xanh.

Hãy điền số liệu thích hợp vào bảng :

<i>Năm</i>	<i>2001</i>	<i>2002</i>	<i>2003</i>
<i>Số tôm</i>			
<i>Tôm thẻ</i>			
<i>Tôm càng xanh</i>			

*Bài tập 5* : Trong Hội khoẻ Phù Đổng toàn quốc, tỉnh em đã đạt được :

3 huy chương vàng, 4 huy chương bạc về điền kinh.

5 huy chương bạc, 2 huy chương đồng về bơi lội.

1 huy chương vàng, 3 huy chương bạc về các môn võ, vật.

1 huy chương vàng, 3 huy chương bạc, 2 huy chương đồng về đánh cờ.

Hãy điền số liệu vào bảng :

<i>Môn</i>	<i>Điền kinh</i>	<i>Bơi lội</i>	<i>Võ, vật</i>	<i>Cờ</i>
<i>Số huy chương</i>				
<i>Vàng</i>				
<i>Bạc</i>				
<i>Đồng</i>				

*Bài tập 6* : Đây là bảng thống kê số HS của khối lớp 3 Trường Tiểu học Bình Trị Đông .

Hãy điền số vào các ô còn trống của bảng :

<i>Lớp</i>	<i>3A</i>	<i>3B</i>	<i>3C</i>	<i>3D</i>
<i>Nam</i>	16	18	19	23
<i>Nữ</i>	20	17	21	15
<i>Tổng số HS</i>				

*Bài tập 7* : Lan cao 132cm, cân nặng 34kg

Mai cao 136cm, cân nặng 40kg

Cúc cao 137cm, cân nặng 33kg

Trúc cao 128cm, cân nặng 29kg.

Hãy điền số vào bảng thống kê sức khoẻ (chiều cao và cân nặng) của các bạn :

<i>Bạn</i> <i>Sức khoẻ</i>	<i>Lan</i>	<i>Mai</i>	<i>Cúc</i>	<i>Trúc</i>
<i>Cao</i>				
<i>Cân nặng</i>				

## 2. Lớp 4

### 2.1. Bài tập tìm số trung bình cộng

Đây là những bài tập ứng dụng của dạng bài tập tìm kì vọng mẫu nhưng ở dạng đơn giản kích, cỡ mẫu nhỏ (2, 3, 4, 5,... phân tử). Ở lớp 4, những bài tập này thường được cho dưới dạng những bài toán chỉ đơn thuần áp dụng lí thuyết và những bài toán kết hợp với những kiến thức về phân số, giải toán...

*a) Bài toán áp dụng lí thuyết*

*Bài tập 1* : Tìm số trung bình cộng của các số sau :

a) 96, 121, 143.

b) 35, 12, 24, 21, 43.

*Bài tập 2* : Tìm số trung bình cộng của các số sau :

a) 42 và 52;

c) 36, 42, và 57.

b) 34, 43, 52 và 39.

d) 20, 35, 37, 65 và 73.

*Bài tập 3* : Tìm số trung bình cộng của các số liên tiếp từ 1 đến 9.

*Bài tập 4* : Ta rót vào can thứ nhất 6 lít dầu, rót vào can thứ hai 4 lít dầu. Hỏi nếu rót số lít dầu đó vào hai can để số lít dầu ở hai can bằng nhau thì mỗi can có bao nhiêu lít ?

*Bài tập 5* : Số HS của ba lớp lần lượt là 25 em, 27 em, 32 em.

Hỏi trung bình mỗi lớp có bao nhiêu HS ?

*Bài tập 6* : Một tổ sản xuất muối thu hoạch trong năm đợt lần lượt là : 45 tạ, 65 tạ, 72 tạ, 78 tạ, 90 tạ. Hỏi trung bình mỗi đợt thu hoạch được bao nhiêu tạ muối ?

*Bài tập 7* : Sự tăng dân số của một xã trong ba năm liên lần lượt là : 96 người, 82 người, 71 người. Hỏi trung bình mỗi năm dân số của xã đó tăng thêm bao nhiêu người ?

*b) Bài toán kết hợp với những kiến thức về phân số, giải toán*



**Bài tập 1 :** Một ô tô giờ thứ nhất chạy được 45 km, giờ thứ hai chạy được 54 km, giờ thứ ba chạy được bằng  $\frac{1}{3}$  quãng đường chạy được trong hai giờ đầu. Hỏi trung bình mỗi giờ ô tô đó chạy được bao nhiêu kilômét ?

**Bài tập 2 :**

- Số trung bình cộng của 2 số bằng 9, biết một trong hai số đó bằng 12. Tìm số kia ?
- Số trung bình cộng của hai số bằng 28, biết một trong hai số đó bằng 30. Tìm số kia ?

### 2.2. Bài tập về biểu đồ có hình ảnh

Giải những bài tập này giúp HS củng cố những kiến thức về đọc các biểu đồ có hình ảnh và rèn luyện kỹ năng nhận xét trên biểu đồ có hình ảnh.

**Bài tập 1 :** Biểu đồ dưới đây nói về môn thể thao khối lớp 4 tham gia (vẽ biểu đồ có hình ảnh). Dựa vào biểu đồ hãy trả lời các câu hỏi sau đây (xem SGK Toán 4 – trang 29) :

- Các lớp được nêu tên trên biểu đồ là...
- Cả 3 lớp tham gia... môn thể thao, là các môn.....
- Môn bơi có... lớp tham gia, là các lớp : ...
- Môn... có ít lớp tham gia nhất.
- Hai lớp 4B và 4C tham gia tất cả... môn. Trong đó họ cùng tham gia môn...

**Bài tập 2 :** Biểu đồ dưới đây nói về số vải hoa và vải trắng của một cửa hàng đã bán được trong tháng 9 (xem SGK Toán 4 – trang 33).

Dựa vào biểu đồ hãy điền Đ (đúng) hoặc S (sai) vào ô trống :

- Tuần 1 cửa hàng bán được 2m vải hoa và 1m vải trắng.
- Tuần 3 cửa hàng bán được 400m vải.
- Tuần 3 cửa hàng bán được nhiều vải hoa nhất.
- Tuần 2 cửa hàng bán được nhiều hơn tuần một là 100m vải hoa.
- Tuần 4 cửa hàng bán được ít hơn tuần 2 là 100m vải hoa.

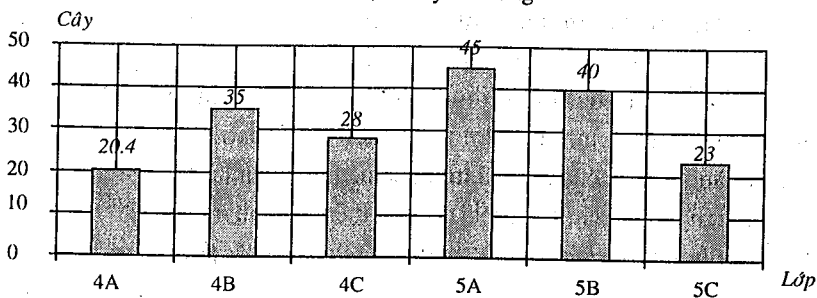
### 2.3. Bài tập về biểu đồ hình cột

Giải những bài tập này giúp HS củng cố những kiến thức về đọc biểu đồ hình cột, hình thành kỹ xảo về tập nhận xét trên biểu đồ và lập biểu đồ dạng đơn giản.

**a) Bài tập về đọc và nhận xét biểu đồ hình cột**

**Bài tập 1 :**

Số cây đã trồng



Nhìn vào biểu đồ hãy điền chữ hoặc số thích hợp vào chỗ chấm :

a/ Các lớp đã tham gia trồng cây là...

b/ Số cây lớp 4A trồng được là..., lớp 5B trồng được là..., lớp 5C trồng được là...

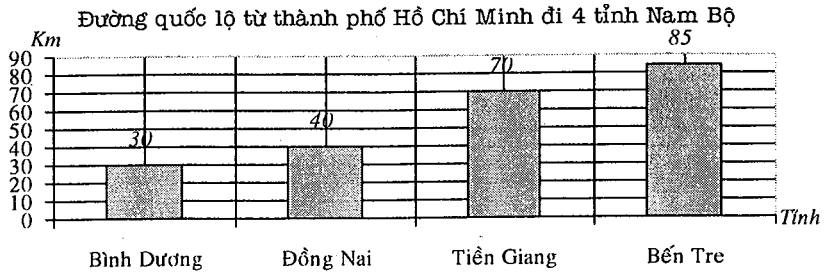
c/ Khối lớp 5 có... lớp tham gia trồng cây, đó là các lớp : ...

d/ Có... lớp trồng được trên 30 cây, đó là các lớp...

e/ Lớp... trồng được nhiều cây nhất và lớp 5C trồng được... cây nhất.

**Bài tập 2 :** Biểu đồ dưới đây nói về chiều dài đường quốc lộ từ thành phố Hồ Chí Minh

Minh đi bốn tỉnh Nam bộ :



Dựa vào biểu đồ hãy điền số thích hợp vào chỗ chấm.

\* Đường từ thành phố Hồ Chí Minh

- Đến Bình Dương dài....
- Đến Đồng Nai dài...
- Đến Tiền Giang dài...
- Đến Bến Tre dài ...

\* Đường từ thành phố Hồ Chí Minh đến Tiền Giang

- Dài hơn đến Bình Dương... km.
- Ngắn hơn đến Bến Tre... km.
- Dài hơn đến Đồng Nai... km.

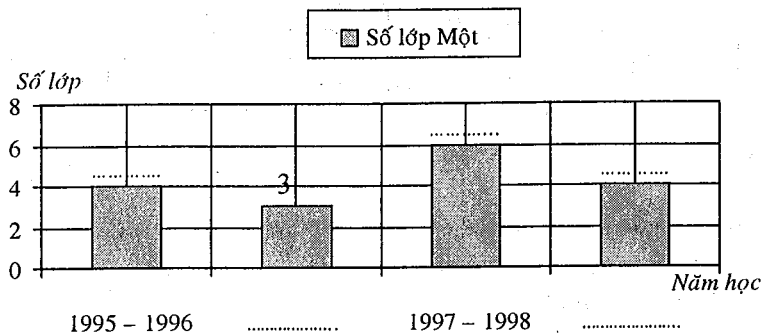
b) **Bài tập về lập biểu đồ**

**Bài tập 1 :** Số lớp Một trong trường tiểu học Hoà Bình trong bốn năm như sau :

Năm học 1995 – 1996 : 4 lớp, Năm học 1996 – 1997 : 3 lớp,

Năm học 1997 – 1998 : 6 lớp, Năm học 1998 – 1999 : 4 lớp.

a/ Hãy điền vào chỗ chấm trong biểu đồ sau :



b/ Dựa vào biểu đồ trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

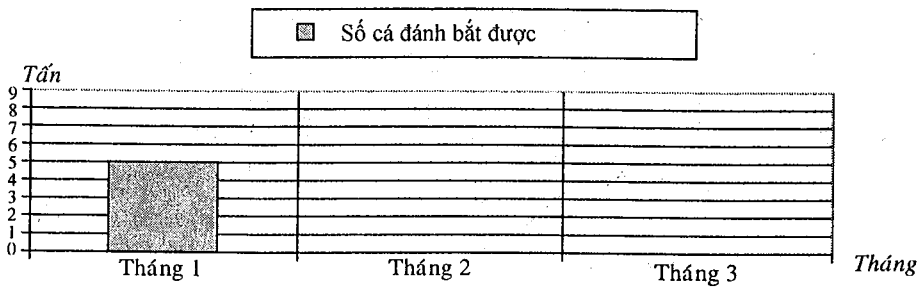
- Số lớp Một của năm học 1997-1998 nhiều hơn của năm học 1996 – 1997 bao nhiêu lớp ?

- Năm học 1996 – 1997 mỗi lớp một có 40 HS.

Hỏi năm học đó trường tiểu học Hoà Bình có bao nhiêu HS lớp Một ?

- Nếu năm học 1998 – 1999 mỗi lớp Một có 32 HS thì số HS lớp Một năm học 1996 – 1997 ít hơn năm học 1998 – 1999 bao nhiêu bạn ?

Bài tập 2 :



Tàu Thắng Lợi trong ba tháng đầu năm đã đánh bắt được số cá như sau :

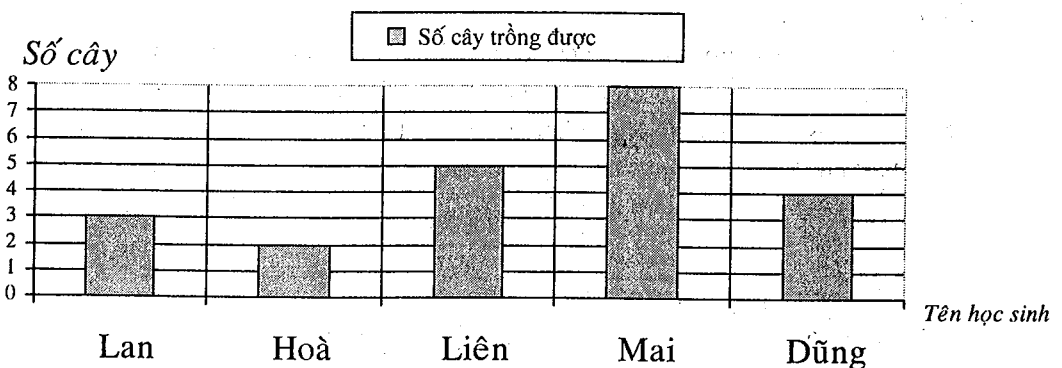
Tháng một : 5 tấn ; tháng 2 : 2 tấn, tháng ba : 6 tấn.

Hãy vẽ tiếp biểu đồ trên.

### 3. Lớp 5

#### 3.1. Bài tập đọc biểu đồ và nhận xét trên biểu đồ

Để biểu thị số cây do từng HS trong nhóm CÂY XANH trồng trong vườn trường có thể dùng biểu đồ dưới đây :



Dựa vào biểu đồ để trả lời các câu hỏi :

a/ Có mấy HS trồng cây ? Nêu tên từng HS.

b/ Mỗi HS trồng được mấy cây ?

- c/ Ai trồng được ít cây nhất ?  
 d/ Ai trồng được nhiều cây nhất ?  
 e/ Ai trồng được nhiều cây hơn bạn Dũng ?  
 g/ Ai trồng được ít cây hơn bạn Liên ?

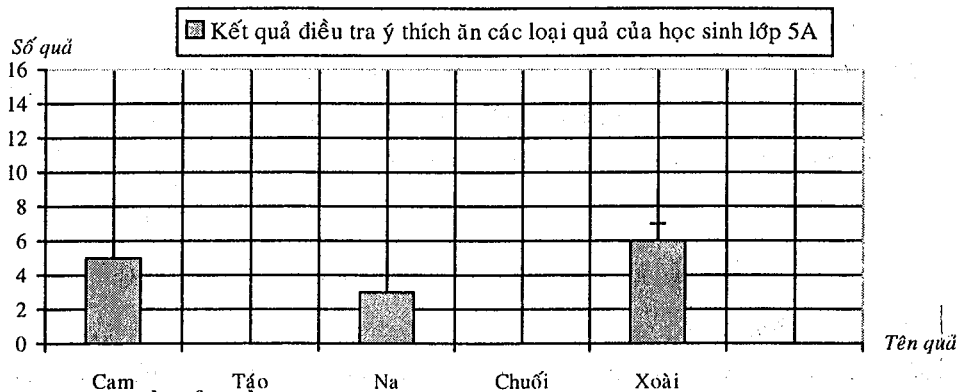
### 3.2. Bài tập về lập bảng và biểu đồ thống kê

a) Hãy bổ sung vào các ô còn trống trong bảng sau đây :

Kết quả điều tra ý thích ăn các loại quả của HS lớp 5A

Quả	Cách ghi số HS trong khi điều tra	Số HS
Cam		5
Táo		8
Na		3
Chuối		16
Xoài		6

b) Dựa vào bảng trên hãy vẽ tiếp các cột còn thiếu trong biểu đồ dưới đây :

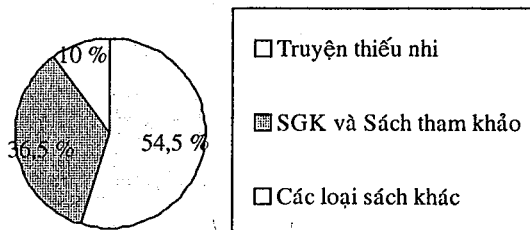


### 3.3. Bài tập về biểu đồ hình quạt

Giải những bài tập này giúp HS củng cố những kiến thức về đọc biểu đồ hình quạt và hình thành kỹ năng tìm được số đối tượng có tính chất nào đó trên cơ sở đã cho biết tổng kích cỡ mẫu và số phần trăm đối tượng đó trong mẫu và kỹ năng ước lượng được số đối tượng có tính chất nào đó trên cơ sở việc ước lượng số phần trăm của đối tượng đó trong mẫu khi trên biểu đồ chưa cho biết số phần trăm.

a) Bài tập về đọc biểu đồ

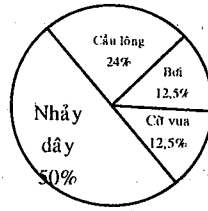
Biểu đồ hình quạt bên cạnh cho biết tỉ số % các loại sách trong thư viện của một trường tiểu học. Hãy đọc tỉ số phần trăm chỉ mỗi loại sách bằng biểu đồ.



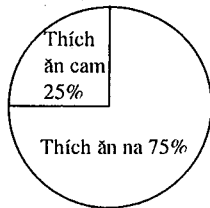
b) Bài tập về tính số đối tượng

Bài tập 1 : Biểu đồ hình quạt dưới đây biểu diễn sự ham thích các môn thể thao của 32 HS lớp 5C. Nhìn vào biểu đồ, em hãy cho biết có bao nhiêu bạn ham thích :

- a/ Môn nhảy dây ?
- b/ Môn cầu lông ?
- c/ Môn bơi lội ?
- d/ Môn cò vua ?



Bài tập 2 : Kết quả về điều tra ý thích ăn hoa quả của 120 bạn HS được vẽ trên biểu đồ hình quạt bên :

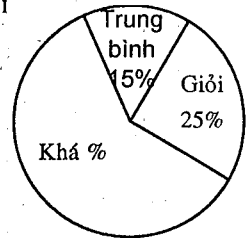


Em hãy cho biết :

- a) Có bao nhiêu bạn thích ăn na ?
- b) Số bạn thích ăn na gấp bao nhiêu lần số bạn thích ăn cam ?

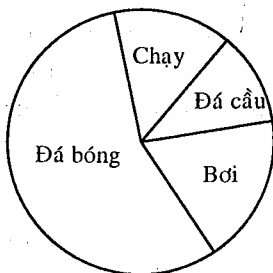
Bài tập 3 : Hình bên là biểu đồ ghi tỉ lệ xếp loại học lực của khối lớp 5 trường Thăng Lợi (số chỉ phần trăm HS khá bị xoá mờ).

Tính số HS mỗi loại, biết số HS xếp loại học lực khá là 120 em.



c) Bài tập về ước lượng số đối tượng

Bài tập : Khoanh vào chữ đặt trước câu trả lời đúng. Điều tra ý thích chơi các môn thể thao của 40 HS được vẽ trên biểu đồ :



Hãy ước lượng xem có khoảng bao nhiêu HS thích đá bóng ?

- a/ Khoảng 5 HS.
- b/ Khoảng 9 HS.
- c/ Khoảng 25 HS.
- d/ Khoảng 20 HS.

## Chương 7. DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ LỜI VĂN

### §1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC

#### 1. Vị trí, vai trò của bài tập toán

Ở trường phổ thông, dạy toán là dạy hoạt động toán học cho HS, trong đó hình thức giải toán là chủ yếu. Do vậy, dạy giải bài tập toán có vị trí quan trọng trong DH toán nhằm đạt nhiều mục đích khác nhau thể hiện ở các chức năng sau :

##### 1.1. Chức năng dạy học

Bài tập nhằm củng cố, rèn luyện kĩ năng, kĩ xảo, những vấn đề lí thuyết đã học (khái niệm, quy tắc...). Qua đó HS hiểu sâu hơn và biết vận dụng những kiến thức đã học vào việc giải quyết các tình huống cụ thể.

VD : Thành có 20 viên bi, Đức có 22 viên bi, An có số bi hơn trung bình cộng số bi của ba bạn là 3 viên. Hỏi An có tất cả bao nhiêu viên bi ?

Có khi bài tập lại là một nội dung lí thuyết nhưng vì một lí do nào đó không đưa vào trình bày được. Cho nên, qua việc giải bài tập, HS mở rộng được tầm hiểu biết của mình.

*Chẳng hạn* : Trong các số từ 1 đến 100 có bao nhiêu số : Cùng chia hết cho 2 và 3; Chỉ chia hết cho 2 mà không chia hết cho 3 ?

Đây là bài toán về dãy số cách đều, muốn giải bài toán này ngoài việc HS phải nắm được dấu hiệu chia hết thì HS phải áp dụng thêm công thức của dãy số cách đều. Và sau khi giải dạng toán này, HS có thể xem công việc tìm số các số hạng của dãy số cách đều như việc tìm số cây trồng trên một đoạn đường thẳng mà ở hai đầu đường đều có cây.

##### 1.2. Chức năng giáo dục

Qua việc giải bài tập, hình thành cho HS thế giới quan duy vật biện chứng, sự hứng thú học tập, niềm tin và phẩm chất đạo đức của con người.

##### 1.3. Chức năng phát triển

Bài tập nhằm phát triển tư duy cho HS, đặc biệt là rèn luyện những thao tác trí tuệ, hình thành những phẩm chất của tư duy khoa học.

VD : Từ bài toán : “Tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh của nó. Tính chu vi hình chữ nhật biết diện tích của nó là  $600 \text{ m}^2$ ”.

Như vậy, để tìm được chu vi hình chữ nhật, HS phải tìm chiều dài, chiều rộng của nó qua các dữ kiện có liên quan của bài toán.

##### 1.4. Chức năng kiểm tra

Bài tập nhằm đánh giá mức độ, kết quả dạy và học, đánh giá khả năng độc lập học toán và trình độ phát triển của HS.

## 2. Những yêu cầu chủ yếu của một bài giải

### 2.1. Bài giải không có sai lầm

HS mắc sai lầm trong khi giải bài tập thường do 3 nguyên nhân sau :

- Sai sót về kiến thức toán học, tức là hiểu sai định nghĩa của khái niệm

VD : Tính đáy của hình tam giác có diện tích bằng  $169 \text{ dm}^2$  và chiều cao bằng 1,3 m.

HS có thể tìm đáy bằng  $(2 \times 169) : 1,3$  mà quên đổi đơn vị của chiều cao ra dm hoặc đổi đơn vị của diện tích ra  $\text{m}^2$  để hai đại lượng này có cùng đơn vị đo.

- Sai sót về PP suy luận

VD : Một hình thang có đáy lớn 12 cm, đáy bé 8 cm và diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật có chiều dài 8,5 cm; rộng 6 cm. Tính chiều cao của hình thang.

HS có thể suy luận như sau : Muốn tính được chiều cao của hình thang, trước hết phải tính được diện tích của hình thang (cũng là diện tích hình chữ nhật), sau đó dựa vào công thức tính diện tích hình thang để tính chiều cao hình thang nhưng có thể HS suy ra chiều cao bị sai.

- Sai sót do tính sai, sử dụng kí hiệu, ngôn ngữ diễn đạt hay do hình vẽ sai.

VD : Tìm  $x : 4 - x > 3$ . HS có thể suy luận để tìm ra số  $x$  thích hợp nhưng cũng có thể tìm ra  $x > 3$ .

Chính vì vậy, GV nên cho HS thử lại sau khi giải để xem kết quả đúng hay sai.

### 2.2. Bài giải phải có cơ sở lí luận

Một số HS thường kết luận vội vàng, thiếu cơ sở lí luận, nhất là những gì mà HS cảm nhận bằng trực giác. Hiện tượng này thường do mấy nguyên nhân sau đây :

- HS hiểu đúng nhưng không trình bày rõ lí do (do thời gian hoặc cho là không cần thiết phải trình bày).

VD : Một vườn cây có 12 cây chanh và 36 cây cam. Tính tỉ số của số cây cam so với số cây chanh.

Khi giải bài này, HS có thể lập tức suy ra tỉ số là 3 mà không nêu lời giải hoặc phép tính là :  $36 : 12 = 3$

- HS tưởng đúng vô ý thức.

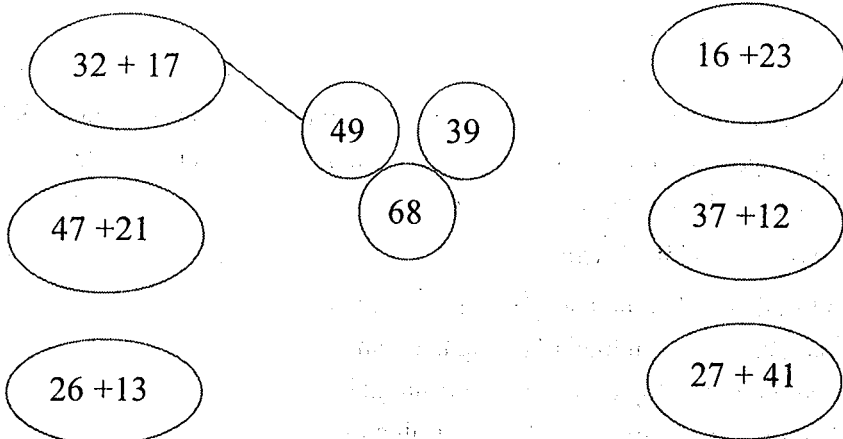
VD : Đúng ghi Đ, sai ghi S :

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 5 \\ \hline 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ - 5 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ - 5 \\ \hline 52 \end{array}$$

Có thể HS sẽ ghi Đ hoặc S mà không hiểu lí do.

HS không thấy cơ sở lí luận nhưng thấy kết luận là đúng nên cứ kết luận mà không dựa vào một căn cứ nào.

VD : Nói theo mẫu :



HS có thể nói bất kì các ô này lại với nhau mà không hiểu vì sao.

### 2.3. Bài giải phải đầy đủ

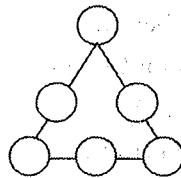
Khi giải phải xét tất cả các trường hợp có thể xảy ra của bài toán, không được bỏ sót

VD : Tìm  $x$ , biết  $x$  là số tự nhiên và :  $x < 5$

Khi giải bài toán này, phải chỉ ra  $x = 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4$  chứ không chỉ đưa ra một trong các giá trị trên.

### 2.4. Bài giải đơn giản nhất

VD : Em hãy viết đủ 6 số : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 vào các hình tròn ở tam giác sao cho tổng ba số ở mỗi cạnh đều bằng 9.



Giải :

Cách 1 :

Tổng các số đã cho là :  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

Vì tổng ba số ở mỗi cạnh đều bằng 9 nên khi cộng ba tổng đó sẽ có kết quả là :

$$9 \times 3 = 27$$

Vì mỗi số ở ba đỉnh đều thuộc hai tổng nên tổng ba số ở ba đỉnh là :  $27 - 21 = 6$

Ta có :  $6 = 1 + 2 + 3$  nên ba số ở ba đỉnh là 1 ; 2 ; 3.

Các số trên ba cạnh lần lượt là :

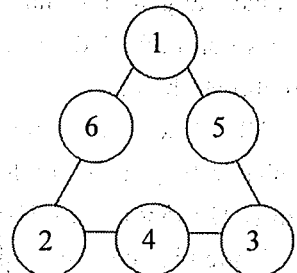
$$9 - (1 + 2) = 6$$

$$9 - (1 + 3) = 5$$

$$9 - (3 + 2) = 4$$

Cách 2 : Tổng ba số trên từng cạnh là 9 nên ta có :

$$9 = 1 + 2 + 6; 9 = 1 + 3 + 5; 9 = 2 + 3 + 4.$$





Vì mỗi số ở một đỉnh đều thuộc hai tổng mà số 1 ; 2 ; 3 đều xuất hiện ở hai tổng nêu trên. Do đó, số ở ba đỉnh phải là 1 ; 2 ; 3.

Vậy số còn lại ở mỗi cạnh là :  $9 - (1 + 2) = 6$  ;  $9 - (1 + 3) = 5$  ;  $9 - (3 + 2) = 4$ .

Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau nhưng ta nên chọn cách giải nào đơn giản nhất, ngắn gọn nhất, phù hợp nhất với trình độ nhận thức của HS. Chẳng hạn, từ VD trên, ta thấy cách giải thứ hai gọn hơn.

### 3. Trình tự dạy học giải bài tập

Trình tự DH giải bài tập bao gồm 4 hoạt động sau :

- *Hoạt động 1* : Tìm hiểu nội dung bài toán.
- *Hoạt động 2* : Xây dựng chương trình giải.
- *Hoạt động 3* : Thực hiện chương trình giải.
- *Hoạt động 4* : Kiểm tra và nghiên cứu lời giải.

### 4. Các bước để giải một bài toán ở tiểu học

Bài tập toán học rất đa dạng và phong phú, việc giải bài tập là một yêu cầu quan trọng. Đối với HS phổ thông nói chung, khi giải một bài toán thường qua ba bước. Riêng ở tiểu học thì tạm chia làm bốn bước :

*Bước 1* : Tìm hiểu kĩ nội dung bài tập

Bài toán đã cho cái gì ? Cái phải tìm là gì ? Cái phải tìm cần thoả mãn những điều kiện gì ? Những điều kiện đó có đủ để xác định cái phải tìm không ?

*Bước 2* : Tóm tắt bài toán

Có thể sử dụng một trong các cách tóm tắt để tóm tắt bài toán đã cho (dùng sơ đồ đoạn thẳng, sơ đồ Ven...)

*Bước 3* : Phân tích (tìm cách giải bài toán)

Để tìm hướng giải cho bài toán thì phải tiến hành phân tích bài toán. Tìm sự liên hệ giữa cái đã cho và cái phải tìm. Phân tích là đi từ cái chưa biết đến cái đã biết. Đây chính là bước tìm đường lối giải cho bài toán.

*Bước 4* : Tổng hợp (trình bày bài giải)

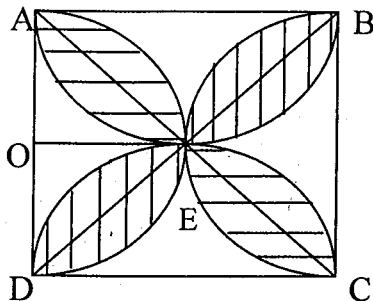
Sau khi phân tích để tìm đường lối giải bài toán thì phải tổng hợp lại để tìm lời giải và trình bày bài giải cho chính xác, khoa học. Trong thực tế, người ta thường dùng bước 2 và bước 4 còn bước 1 đã có trong sách giáo khoa (yêu cầu HS nêu), bước 3 thì GV giảng giải cho HS hiểu.

VD : Cho hình vuông ABCD. Các nửa đường tròn có đường kính là cạnh hình vuông cắt nhau ở E tạo thành hình bông hoa 4 cánh. Cho biết bán kính của các nửa đường tròn là 1 cm và lấy số  $\pi$  là 3,14. Hãy tính diện tích bông hoa đó.

Thực hiện các bước như sau :

**Bước 1 :** Bài toán cho gì ? Yêu cầu ta tính gì ? (HS dựa vào sách giáo khoa để nêu)

**Bước 2 :** Tóm tắt (Dùng hình vẽ)



**Bước 3 :** Phân tích

- Muốn tìm được diện tích bông hoa 4 cánh, ta cần phải tính được diện tích của một cánh hoa.

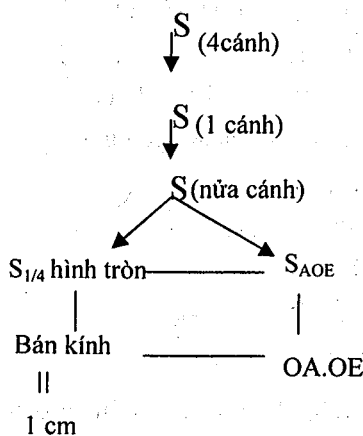
- Muốn tìm được diện tích một cánh hoa, ta cần phải tính diện tích nửa cánh hoa.

- Muốn tìm được diện tích nửa cánh hoa, ta phải tính diện tích  $\frac{1}{4}$  hình tròn bán

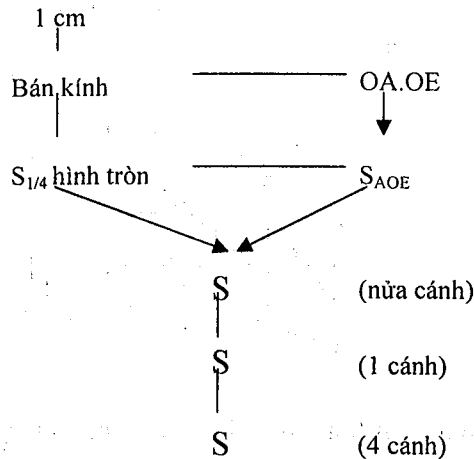
kính OA và diện tích tam giác vuông AOE. Diện tích  $\frac{1}{4}$  hình tròn bán kính OA có thể tính được vì biết bán kính là 1 cm.

- Diện tích tam giác vuông AOE có thể tính được vì 2 cạnh góc vuông OA, OE là bán kính đường tròn tâm O.

Quá trình phân tích trên được ghi vắn tắt bằng sơ đồ :



**Bước 4 :** Tổng hợp



Trình bày bài giải :

Diện tích 1/4 hình tròn bán kính OA là :  $(1 \times 1 \times 3,14) : 4 = 0,785 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác vuông AOE là :  $(1 \times 1) : 2 = 0,5 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích 1/2 cánh hoa là :  $0,785 - 0,5 = 0,285 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích một cánh hoa là :  $0,285 \times 2 = 0,57 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích 4 cánh hoa là :  $0,57 \times 4 = 2,28 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

\* Khai thác bài toán :

Ta suy nghĩ và thấy bài toán có thể giải cách khác : Hình vuông ABCD cạnh là 2 cm, có đường chéo  $AC = 2\sqrt{2}$  cm nên  $AE = \sqrt{2}$  cm.

Diện tích tam giác vuông EAD là :  $S_{EAD} = \frac{1}{2} EA \times ED = 1 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích nửa hình tròn đường kính AD là :  $(1 \times 1 \times 3,14) : 2 = 1,57 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Diện tích của 1 cánh hoa là :  $1,57 - 1 = 0,57 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích của 4 cánh hoa là :  $0,57 \times 4 = 2,28 \text{ (cm}^2\text{)}$

Cũng có thể giải bài toán trên một cách ngắn gọn như sau :

$$S_{\text{Bông hoa}} = 2 \times S_{\text{Hình tròn}} - S_{\text{ABCD}}$$

Ngoài ra, còn có cách : Tính  $S_2$  khoảng trắng bằng cách

$$S_2 \text{ khoảng trắng} = S_{\text{ABCD}} - S_{\text{Hình tròn}}$$

$$S_{\text{Bông hoa}} = S_{\text{ABCD}} - S_4 \text{ khoảng trắng}$$

## 5. Các loại bài tập toán ở tiểu học

Ở phổ thông nói chung, có hai loại bài tập toán cơ bản là : Bài tập có quy tắc giải và bài tập không có quy tắc giải.

Riêng ở tiểu học, người ta tạm chia thành ba loại sau :

### 5.1. Loại toán đơn

Là loại toán mà khi giải ta chỉ phải dùng một phép tính.

VD : Một buổi tập múa có 6 bạn nam, số bạn nữ gấp 3 lần số bạn nam.

Hỏi có bao nhiêu bạn nữ ?

Giải : Số bạn nữ có là :  $6 \times 3 = 18$  (bạn)

Dạng toán này thường có nhiều ở lớp 1.

### 5.2. Loại toán hợp

Là loại toán mà khi giải, ta phải dùng từ hai phép tính trở lên.

VD : Mẹ hái được 60 quả táo, chị hái được 35 quả táo. Số táo của hai người được xếp đều vào 5 hộp. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu quả táo ?

Giải : Số táo hai người hái được là :  $60 + 35 = 95$  (quả)

Số táo trong mỗi hộp là :  $95 : 5 = 19$  (quả)

### 5.3. Loại toán điển hình

Là loại toán có cùng một cấu trúc và cùng một cách giải nhất định.

VD : Toán tìm hai số khi biết tổng - tỉ ; tìm số trung bình cộng...

Tuy nhiên, việc phân chia như trên chỉ có ý nghĩa tương đối, nó giúp cho việc nghiên cứu và giảng dạy môn toán được thuận lợi, bởi vì đôi khi rất khó xác định ranh giới giữa các khái niệm này.

VD khi xét bài toán về tỉ số phần trăm sau : Trường em có 440 HS nữ, số bạn nữ chiếm 55% số HS cả trường. Hỏi trường em có bao nhiêu HS ?

Nếu ta giải bằng các phép tính đối với số tự nhiên thì phải dùng hai phép tính :

$$440 : 55 = 8 \text{ (HS)}$$

$$8 \times 100 = 800 \text{ (HS)}$$

Vậy đây là bài toán hợp.

Nhưng nếu ta dùng các phép tính đối với số thập phân (hoặc phân số thập phân) thì chỉ cần một phép tính :  $440 : 0,55 = 800$  (HS). Thì đây là một bài toán đơn.

## 6. Phân chia một bài toán ở tiểu học

Ở phổ thông nói chung, một bài toán được chia làm 2 phần. Tuy nhiên, ở tiểu học người ta tạm chia bài toán ra làm 3 phần, đó là :

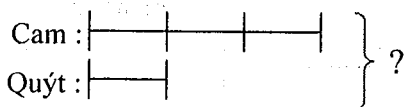
*Các dữ kiện* : là những cái đã cho.

*Các ẩn số* : là những cái chưa biết cần phải tìm.

*Các điều kiện* : là những mối quan hệ (toán học) đã cho giữa các dữ kiện và ẩn số.

VD : Trong vườn có 36 cây cam và một số cây quýt kém số cây cam 3 lần. Hỏi trong vườn có tất cả bao nhiêu cây cam và quýt ?

Tóm tắt :



**Nhận xét :** Các dữ kiện : 36 (cây cam) và 3 (lần).

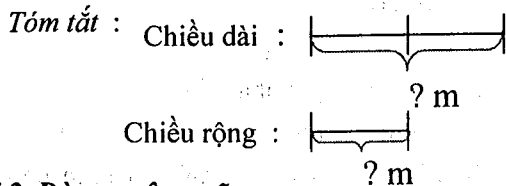
**Ấn số :** tổng số cây cam và quýt.

**Các mối quan hệ :** Số cây quýt kém số cây cam một số lần (gấp, kém nhau một số lần) ; Số cây cam hơn số cây quýt một số đơn vị (hơn, kém nhau một số đơn vị). Hai mối quan hệ này là các điều kiện của bài toán.

### 7. Các cách tóm tắt đề toán ở tiểu học

#### 7.1. Dùng sơ đồ đoạn thẳng

**VD :** Một hình chữ nhật có chu vi 450 m. Chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật.



#### 7.2. Dùng ngôn ngữ

**VD :** Số dân tỉnh DakLak năm 2000 là 2 687 000 người. Biết rằng số dân đó mỗi năm tăng theo mức là cứ 1000 người tăng lên 31 người. Hãy tính số dân năm 2002.

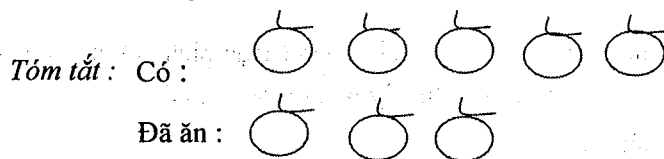
**Tóm tắt :** Năm 2000 : 2 687 000 người.

1 năm : 1000 người tăng 31 người.

Năm 2002 : ? người.

#### 7.3. Dùng phương pháp trực quan

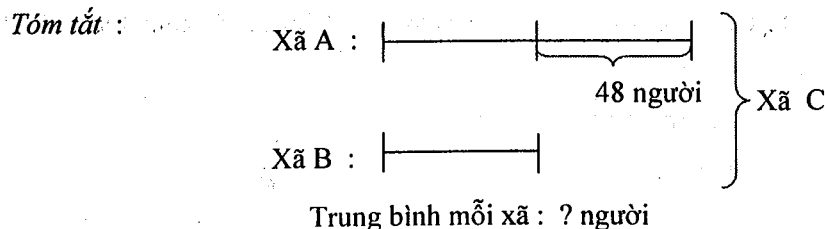
**VD :** Em có 5 quả cam, em đã ăn hết 3 quả. Hỏi em còn lại mấy quả cam ?



Còn lại : ? quả

#### 7.4. Dùng kí hiệu lần ngôn ngữ

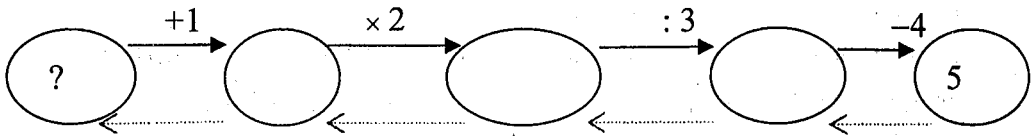
**VD :** Để đào chung một con kênh, xã A cử 125 người đi dân công. Xã B cử đi ít hơn xã A 48 người. Xã C cử đi bằng tổng số người của hai xã A và B. Hỏi trung bình mỗi xã cử đi bao nhiêu người ?



### 7.5. Dùng Graph

VD : Tìm một số biết rằng số đó lần lượt cộng với 1 rồi nhân với 2, được bao nhiêu đem chia cho 3 rồi trừ đi 4 thì được 5.

Tóm tắt :



### 7.6. Dùng chữ

VD : Tìm số có hai chữ số biết rằng nếu lấy số đó chia cho hiệu của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị, ta được thương là 26 dư 1.

Tóm tắt : Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$ , biết  $\overline{ab} = (a - b) \times 26 + 1$

$$\overline{ab} = ?$$

### 7.7. Dùng bảng

VD : Ba nghệ sĩ Vàng, Bạch, Hồng rủ nhau đi uống cà phê. Ngồi trong quán, người đội mũ trắng nhận xét : “Ba ta đội mũ trùng tên của chúng ta nhưng không có ai có màu mũ giống tên của mình cả”. Nghệ sĩ Vàng hưởng ứng : “Anh nói đúng!”. Bạn hãy cho biết mỗi nghệ sĩ đội mũ màu gì ?

Tóm tắt :

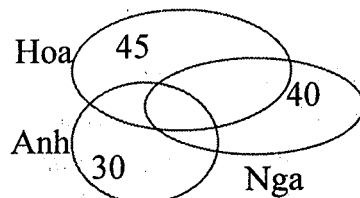
Ta lập bảng sau :

Nghệ sĩ Màu mũ	Vàng	Bạch	Hồng
Vàng	0		
Bạch		0	
Hồng			0

### 7.8. Dùng sơ đồ Ven

VD : Một trăm đại biểu tham dự một hội nghị, các đại biểu có thể sử dụng một trong ba thứ tiếng : Nga, Hoa hoặc Anh. Biết rằng, có 30 đại biểu chỉ nói được tiếng Anh, 40 đại biểu chỉ nói được tiếng Nga, 45 đại biểu nói được tiếng Hoa và 10 đại biểu nói được hai thứ tiếng Nga và Hoa. Hỏi có bao nhiêu đại biểu nói được cả ba thứ tiếng ?

Tóm tắt bằng sơ đồ Ven như sau :



## 8. Quy định hình thức trình bày một bài giải toán ở tiểu học

Ở tiểu học, các quy định về hình thức trình bày một bài giải toán nói chung thể hiện như sau :

### 8.1. Cách ghi các phép tính giải

Phép tính được ghi theo hàng ngang.

Các phép tính giải được thống nhất từ lớp Một đến lớp Năm : Ghi các phép tính giải với hư số (số không có đơn vị đi kèm), cuối cùng mở ngoặc ghi chú đơn vị sau kết quả.

VD :  $7 + 2 = 9$  (quyển vở)

Thực hiện phép tính theo đúng thứ tự đã học.

Ngoài ra, có một số bài toán không có phép tính mà chỉ dùng lời giải, khi DH GV không sử dụng dấu chấm thay cho dấu nhân.

### 8.2. Cách ghi câu "lời giải"

Các câu lời giải được ghi dưới dạng mệnh đề khẳng định.

VD : Số kẹo của Lan là :  $7 + 5 = 12$  (cái)

Số kẹo của hai bạn là :  $12 + 7 = 19$  (cái)

Nói chung, phải ghi mỗi phép tính một câu lời giải. Nghĩa là không trình bày bài giải bằng các phép tính gộp theo kiểu : Số kẹo của hai bạn là :  $(7 + 5) + 7 = 19$  (cái)

Chỉ nên dùng các phép tính gộp khi đã có sẵn các quy tắc tính toán hoặc khi mà việc trình bày bài giải bằng các phép tính đơn gây ra nhiều phiền phức.

VD : Khi giải toán trung bình cộng, khi phải tìm chu vi hình chữ nhật...

Không được dùng các mệnh đề nghi vấn.

VD : Số kẹo của Lan là bao nhiêu ? ( $7 + 5 = 12$  (cái)).

Lưu ý : Ở lớp Một, Hai có nhiều bài giải chỉ ghi phép tính giải, không cần ghi câu lời giải. Tuy nhiên, ở phần cuối của lớp Một thì có ghi câu lời giải.

Ở các lớp Ba, Bốn, Năm thì mỗi phép tính là một lời giải, cuối mỗi bài giải đều có ghi đáp số. Bao nhiêu câu hỏi thì có bấy nhiêu đáp số.

Các phép tính phải được ghi theo hàng ngang, không viết các phép tính giải theo kiểu tính dọc vào trong bài giải.

VD : Số kẹo của Lan là :  $7 + 5 = 12$  (cái) mà không ghi :

7

+

5

12 cái

### 8.3. Cách trình bày đáp số

Đối với bài toán có nhiều cách giải thì có thể chỉ ghi đáp số sau cách giải sau cùng. Đáp số không ghi bằng lời trừ trường hợp đặc biệt như bài toán hỏi : "Hỏi xe ô tô có vi phạm luật giao thông hay không ?" thì phải ghi câu trả lời có hoặc không.

Có bao nhiêu câu hỏi thì có bấy nhiêu đáp số, ghi theo thứ tự.  
Đơn vị sau đáp số không để trong dấu ngoặc đơn.

## 9. Ý nghĩa của việc giải toán

Giải toán giúp HS :

- Củng cố, vận dụng và hiểu sâu lí thuyết,
- Áp dụng vào đời sống (học đi đôi với hành),
- Phát triển trí thông minh, sáng tạo,
- Kiểm tra mức độ nắm lí thuyết,
- Rèn luyện tính kiên trì, vượt khó, làm việc có kế hoạch,....

## 10. Các dạng toán có nhiều cách giải ở tiểu học

### 10.1. Ý nghĩa của việc giải toán theo nhiều cách khác nhau

Việc đi sâu vào tìm nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán có vai trò to lớn trong việc rèn luyện kĩ năng, củng cố kiến thức, rèn luyện trí thông minh, óc sáng tạo cho HS. Có thể thấy rất rõ điều đó trong các tác dụng sau :

Những cách giải khác nhau của một bài toán góp phần hình thành và củng cố cho HS về tính chất của các phép tính số học, về quan hệ giữa các phép tính số học.

Trong khi cố gắng tìm ra những cách giải khác nhau, HS sẽ có dịp suy nghĩ đến những khía cạnh khác nhau của bài toán. Do đó, HS sẽ hiểu sâu hơn các mối quan hệ của bài toán.

Việc tìm ra nhiều cách giải khác nhau sẽ giúp HS có dịp so sánh các cách giải đó, chọn ra được cách hay hơn và từ đó tích lũy được nhiều kinh nghiệm để giải toán. Việc tìm ra nhiều cách giải bài toán cũng giúp cho HS có sự lựa chọn thích hợp, bởi vì từ nhiều cách giải ấy, HS có thể chọn ra được con đường ngắn nhất để đi tới đích ; không vội bằng lòng với việc tìm được con đường đầu tiên.

Quá trình tìm tòi những cách giải khác nhau của bài toán cũng là quá trình rèn luyện trí thông minh, óc sáng tạo và khả năng suy nghĩ linh hoạt cho HS.

### 10.2. Cơ sở toán học của việc giải một bài toán theo nhiều cách khác nhau

Có rất nhiều PP để tìm cách giải khác nhau cho một bài toán. Tuy nhiên, PP thông dụng nhất ở tiểu học là dựa trên cơ sở biến đổi biểu thức. Tức là sau khi tìm ra một cách giải thì viết gộp các phép tính giải lại để có một biểu thức, rồi tìm cách biến đổi biểu thức ấy thành các dạng khác rồi suy ra cách giải mới (nếu có).

VD : Có 5 người, nếu mỗi người mua 4 thếp giấy thì phải trả số tiền là 18000 đồng. Nếu có 10 người, mỗi người mua 12 thếp giấy thì số tiền phải trả là bao nhiêu ?

Giải :

Cách 1 : Số thếp giấy 5 người mua là :  $4 \times 5 = 20$  (thếp)



Số tiền một thép giấy là :  $18000 : 20 = 900$  (đồng)

Số thép giấy 12 người mua là :  $12 \times 10 = 120$  (thép)

Số tiền phải trả khi mua 12 thép giấy là :  $900 \times 120 = 108000$  (đồng)

Ta có biểu thức của cách 1 như sau :

$$[18000 : (4 \times 5)] \times (12 \times 10) = 108000$$

Từ kết quả này, ta có thể biến đổi như sau :

$$\{[18000 : (4 \times 5)] \times 12\} \times 10$$

$$\{[(18000 : 5) : 4] \times 12\} \times 10$$

$$[(18000 : 5) \times 12] : 4 \times 10$$

$$[(18000 : 4) \times 12] : 5 \times 10$$

$$[(18000 : 5) \times 10] \times (12 : 4)$$

$$[18000 \times (12 : 4)] \times (10 : 5).$$

Từ các kết quả này, ta có các cách giải khác nhau như :

*Cách 2 :*

Số thép giấy 5 người mua là :  $4 \times 5 = 20$  (thép)

Số tiền một thép giấy là :  $18000 : 20 = 900$  (đồng)

Số tiền mua 12 thép giấy là :  $900 \times 12 = 10800$  (đồng)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là :  $10800 \times 10 = 108000$  (đồng).

*Cách 3 :*

Số tiền mỗi người mua lần đầu phải trả là :  $18000 : 5 = 3600$  (đồng)

Số tiền một thép giấy là :  $3600 : 4 = 900$  (đồng)

Số tiền một người phải trả khi mua 12 thép giấy là :  $900 \times 12 = 10800$  (đồng)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là :  $10800 \times 10 = 108000$  (đồng).

*Cách 4 :*

Năm người mà mỗi người mua một thép giấy thì số tiền phải trả là :

$$18000 : 4 = 4500 \text{ (đồng)}$$

Năm người mà mỗi người mua 12 thép giấy thì số tiền phải trả là :

$$4500 \times 12 = 54000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mỗi người phải trả khi mua 12 thép giấy là :  $54000 : 5 = 10800$  (đồng)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là :  $10800 \times 10 = 108000$  (đồng).

*Cách 5 :*

Số tiền mỗi người phải trả khi mua 4 thép giấy là :  $18000 : 5 = 3600$  (đồng)

Số tiền 10 người phải trả khi mua 4 thép giấy là :  $3600 \times 10 = 36000$  (đồng)

Số thép giấy mua lần sau gấp số thép giấy mua lần trước là :  $12 : 4 = 3$  (lần)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là :  $36000 \times 3 = 108000$  (đồng).

Cách 6 :

Số giấy mua lần sau gấp số giấy mua lần trước là :  $12 : 4 = 3$  (lần)

Năm người mà mỗi người mua 12 thếp giấy thì số tiền phải trả là :

$$18000 \times 3 = 54000 \text{ (đồng)}$$

Số người mua lần sau gấp số người mua lần trước là :  $10 : 5 = 2$  (lần)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là :  $54000 \times 2 = 108000$  (đồng).

### 10.3. Các dạng toán về số học

#### 10.3.1. Dạng thực hiện một dãy các phép tính

VD 1 : Cho số tự nhiên có 3 chữ số. Người ta viết thêm số 90 vào bên trái của số đã cho để được số mới có 5 chữ số. Lấy số này chia cho số đã cho thì được thương là 721 và không còn dư. Tìm số đã cho.

Giải : Gọi số tự nhiên cần tìm là  $\overline{abc}$ ,  $a \neq 0$ ;  $a, b, c < 10$

Theo bài ra, ta có :  $\overline{90abc} : \overline{abc} = 721$

Cách 1 :  $(90000 + \overline{abc}) : \overline{abc} = 721$  (cấu tạo thập phân của số)

$$90000 : \overline{abc} + \overline{abc} : \overline{abc} = 721 \text{ (chia một tổng cho một số)}$$

$$90000 : \overline{abc} + 1 = 721$$

$$90000 : \overline{abc} = 721 - 1 \text{ (tìm số hạng chưa biết)}$$

$$\overline{90000} : \overline{abc} = 720$$

$$\overline{abc} = 90000 : 720 \text{ (tìm số chia)}$$

$$\overline{abc} = 125$$

Thử lại :  $90125 : 125 = 721$  (đúng)

Cách 2 :  $\overline{90abc} : \overline{abc} = 721$

$$\overline{90abc} = 721 \times \overline{abc} \text{ (tìm số bị chia)}$$

$$90000 + \overline{abc} = 721 \times \overline{abc} \text{ (cấu tạo thập phân của số)}$$

$$721 \times \overline{abc} - \overline{abc} = 90000 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$(721 - 1) \times \overline{abc} = 90000 \text{ (một số nhân với một hiệu)}$$

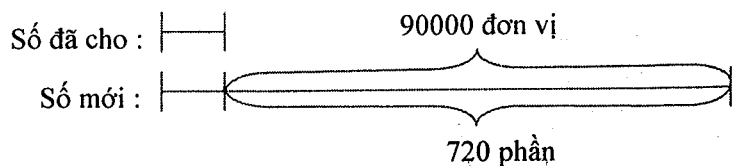
$$720 \times \overline{abc} = 90000$$

$$\overline{abc} = 90000 : 720 \text{ (tìm thừa số chưa biết)}$$

$$\overline{abc} = 125$$

Cách 3 : Khi viết thêm 90 vào bên trái số đã cho thì số mới sẽ hơn số đã cho 90000 đơn vị.

Mặt khác, số mới gấp số đã cho 721 lần. Nếu ta biểu thị số đã cho là 1 phần thì số mới là 721 phần. Ta có sơ đồ sau :



Hiệu số phần bằng nhau là :  $721 - 1 = 720$  (phần)

Số đã cho là :  $90000 : 720 = 125$

Thử lại :  $90125 : 125 = 721$  (đúng)

$$VD 2 : \text{Tính : } A = \frac{7,2 : 2 \times 57,2 + 2,86 \times 2 \times 64}{4 + 4 + 8 + 12 + 20 + \dots + 220}$$

Giải :

Cách 1 : Đặt  $C = 7,2 : 2 \times 57,2 + 2,86 \times 2 \times 64$

$$C = 3,6 \times 57,2 + 5,72 \times 64$$

$$C = 5,72 \times (36 + 64)$$

$$C = 572$$

Đặt  $B = 4 + 4 + 8 + 12 + 20 + \dots + 220$

Ta thấy bắt đầu từ số hạng thứ ba thì mỗi số hạng bằng tổng hai số hạng liền trước nó.

Ta có  $B = 4 + 4 + 8 + 12 + 20 + 32 + 52 + 84 + 136 + 220$

$$B = (4 + 4) + (8 + 12) + 20 + (32 + 52) + 84 + (84 + 136) + 220$$

$$B = 8 + 20 + 20 + 80 + 4 + 220 + 220$$

$$B = 28 + 100 + 4 + 440$$

$$B = 540 + 32$$

$$B = 572$$

$$\text{Suy ra : } A = \frac{572}{572} \text{ hay } A = 1$$

Cách 2 :  $B = 4 + (4 + 8) + 12 + (20 + 32) + 52 + (84 + 136) + 220$

$$B = 4 + 12 \times 2 + 52 \times 2 + 220 \times 2$$

$$B = 2 \times (2 + 12 + 52 + 220)$$

$$B = 2 \times (66 + 220)$$

$$B = 2 \times 286$$

$$B = 572$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{572}{572} \text{ hay } A = 1$$

Cách 3 :  $B = (4 + 4) + 8 + (12 + 20) + 32 + (52 + 84) + 136 + 220$

$$B = 8 \times 2 + 32 \times 2 + 136 \times 2 + 220$$

$$B = 2 \times (8 + 32 + 136) + 220$$

$$B = 2 \times 176 + 220$$

$$B = 352 + 220$$

$$B = 572$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{572}{572} \text{ hay } A = 1$$

Cách 4 :

$$B = 4 \times (1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55)$$

$$B = 4 \times [(1 + 1 + 8) + (2 + 3 + 55) + (5 + 21 + 34) + 13]$$

$$B = 4 \times (10 + 60 + 60 + 13)$$

$$B = 4 \times 143$$

$$B = 572$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{572}{572} \text{ hay } A = 1$$

Cách 5 :

$$B = (4 + 4 + 12) + (8 + 52) + 20 + (84 + 136) + 220 + 32$$

$$B = (20 + 60 + 20) + 220 + 220 + 32$$

$$B = (100 + 220 + 220) + 32$$

$$B = 540 + 32$$

$$B = 572$$

$$\text{Suy ra } A = \frac{572}{572} \text{ hay } A = 1$$

### 10.3.2. Các bài toán về phân số và số thập phân

VD 1 : Có 6 mảnh bìa được ghi số : 30 ; 4 ; 1 ; 9 ; 7 ; 5. Hãy chọn ra hai mảnh bìa có số thích hợp để tạo thành một phân số sao cho :  $\frac{499}{1996} < \frac{?}{?} < \frac{667}{2001}$ .

Giải :

Cách 1 : Rút gọn phân số

$$\frac{499}{1996} = \frac{499:499}{1996:499} = \frac{1}{4} ; \quad \frac{667}{2001} = \frac{667:667}{2001:667} = \frac{1}{3}$$

Do đó :  $\frac{1}{4} < \frac{?}{?} < \frac{1}{3}$ . Ta lập các phân số bé hơn 1 rồi so sánh với  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{1}{3}$

- Các phân số có tử bằng 1 :  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{1}{5}$  ;  $\frac{1}{7}$  ;  $\frac{1}{9}$  ;  $\frac{1}{30}$  đều bé hơn  $\frac{1}{4}$  (không thích hợp)
- Các phân số có tử bằng 4 :  $\frac{4}{5}$  ;  $\frac{4}{7}$  ;  $\frac{4}{9}$  đều lớn hơn  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{4}{30}$  bé hơn  $\frac{1}{4}$  (không thích hợp)
- Các phân số có tử bằng 5 :  $\frac{5}{7}$  ;  $\frac{5}{9}$  đều lớn hơn  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{5}{30}$  bé hơn  $\frac{1}{4}$  (không thích hợp)
- Các phân số có tử bằng 7 :  $\frac{7}{9} > \frac{1}{3}$  ;  $\frac{7}{30} < \frac{1}{4}$  (không thích hợp)
- Phân số có tử bằng 9 :  $\frac{9}{30} > \frac{1}{4}$  ;  $\frac{9}{30} < \frac{1}{3}$  (thích hợp)

$$\text{Vậy } \frac{499}{1996} < \frac{9}{30} < \frac{667}{2001}$$

Cách 2 :

Các phân số có mẫu bằng 5 :  $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$  ;  $\frac{4}{5} > \frac{1}{3}$  (không thích hợp)

Các phân số có mẫu bằng 7 :  $\frac{1}{7} < \frac{1}{4}$  ;  $\frac{5}{7} > \frac{4}{7} > \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$  (không thích hợp)

Các phân số có mẫu bằng 9 :  $\frac{1}{9} < \frac{1}{4}$  ;  $\frac{1}{3} < \frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{7}{9}$  (không thích hợp)

Các phân số có mẫu bằng 30 :  $\frac{1}{30} < \frac{4}{30} < \frac{5}{30} < \frac{7}{30} < \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$  (không thích hợp)

$\frac{9}{30} > \frac{1}{4}$  ;  $\frac{9}{30} < \frac{1}{3}$  (thích hợp)

Vậy  $\frac{499}{1996} < \frac{9}{30} < \frac{667}{2001}$

Cách 3 :

Các phân số :  $\frac{1}{5}$  ;  $\frac{1}{7}$  ;  $\frac{1}{9}$  ;  $\frac{1}{30}$  đều bé hơn  $\frac{1}{4}$  (không thích hợp)

Ta có  $\frac{1}{4} < \frac{4}{y} < \frac{1}{3}$  nên  $\frac{4}{16} < \frac{4}{y} < \frac{4}{12}$

Suy ra  $y = 13$  ;  $14$  ;  $15$  (không thích hợp vì không có số nào thuộc vào tập hợp 6 số đã cho)

$\frac{1}{4} < \frac{5}{y} < \frac{1}{3}$  nên  $\frac{5}{20} < \frac{5}{y} < \frac{5}{15}$

Suy ra  $y = 19$  ;  $18$  ;  $17$  ;  $16$  (không thích hợp)

$\frac{1}{4} < \frac{7}{y} < \frac{1}{3}$  nên  $\frac{7}{28} < \frac{7}{y} < \frac{7}{21}$

Suy ra  $y = 27$  ;  $26$  ;  $25$  ;  $24$  ;  $23$  ;  $22$  (không thích hợp)

$\frac{1}{4} < \frac{9}{y} < \frac{1}{3}$  nên  $\frac{9}{36} < \frac{9}{y} < \frac{9}{27}$

Suy ra  $y = 35$  ;  $34$  ;  $33$  ;  $32$  ;  $31$  ;  $30$  ;  $29$  ;  $28$

Ta chọn 30 là số đã cho. Vậy số cần tìm là  $\frac{9}{30}$

Vậy  $\frac{499}{1996} < \frac{9}{30} < \frac{667}{2001}$

VD 2 : Cho số có hai chữ số mà chữ số hàng chục chia hết cho chữ số hàng đơn vị. Tìm số đã cho biết rằng khi chia số đó cho hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị thì được thương là 15 và dư 2.

Giải :

Cách 1 : Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ ,  $a ; b < 10$

Theo đề bài, ta có :  $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

$a \times 10 + b = a \times 15 - b \times 15 + 2$  (cấu tạo thập phân của số – nhân một hiệu với một số)

$$b + b \times 15 = a \times 15 - a \times 10 + 2 \text{ (cùng thêm } b \times 15 \text{ và bớt } a \times 10)$$

$$b \times (1 + 15) = a \times (15 - 10) + 2 \text{ (một tổng ; một hiệu nhân với một số)}$$

$$b \times 16 = a \times 5 + 2 \quad (1)$$

Nếu  $a$  đạt giá trị lớn nhất là 9 thì  $a \times 5 + 2$  lớn nhất là:  $9 \times 5 + 2 = 47$

Khi đó  $b \times 16$  lớn nhất là 47 nên  $b$  lớn nhất là 2. (vì  $47 : 16 = 2$  dư 15)

Từ (1) ta có :

- $b \neq 0$  vì  $a \times 5 + 2 \neq 0$
- $b = 1$  thì  $1 \times 16 = a \times 5 + 2$   
 $a \times 5 = 16 - 2$  (tìm số hạng của tổng)  
 $a \times 5 = 14$   
 $a = 14 : 5$  (loại vì 14 không chia hết cho 5)
- $b = 2$  thì  $2 \times 16 = a \times 5 + 2$   
 $a \times 5 = 32 - 2$  (tìm số hạng của tổng)  
 $a = 30 : 5$   
 $a = 6$

Thử lại :  $62 : (6 - 2) = 15$  (dư 2) (đúng), thay  $b = 7$  (không thoả mãn)

Vậy số phải tìm là 62.

Cách 2 : Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ ;  $a; b < 10$

Theo đề bài, ta có :  $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

$\overline{ab} - 2 = (a - b) \times 15$  (2) (tìm số hạng của tổng)

Vì  $(a - b) \times 15$  chia hết cho 15 nên  $\overline{ab} - 2$  cũng chia hết cho 15. Tức  $\overline{ab} - 2$  có tận cùng bằng 0 hoặc bằng 5. Hay  $\overline{ab}$  có tận cùng bằng 2 hoặc bằng 7.

Suy ra  $b = 2$  hoặc  $b = 7$ .

Với  $b = 2$  thay vào (2) ta được :

$$\overline{a2} - 2 = (a - 2) \times 15$$

$$\overline{a0} = a \times 15 - 2 \times 15 \text{ (nhân một số với một hiệu)}$$

$$a \times 10 = a \times 15 - 30 \text{ (cấu tạo thập phân của số)}$$

$$a \times 5 = 30 \text{ (bớt hai vế cho } a \times 10 \text{ và thêm } 30)$$

$$a = 30 : 5 \text{ (tìm thừa số chưa biết)}$$

$$a = 6.$$

Với  $b = 7$  không thoả mãn.

Thử lại :  $62 : (6 - 2) = 15$  (dư 2) (đúng)

Vậy số phải tìm là 62.

Cách 3 : Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ ,  $a; b < 10$

Theo đề bài, ta có :  $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

Ta có  $a > b$  (để  $a$  trừ được cho  $b$ )

Và  $a - b > 2$  (số chia phải lớn hơn số dư)

Mặt khác,  $\overline{ab}$  là số có hai chữ số, do đó  $(a - b) \times 15 + 2 \leq 99$

Hay  $a - b < 7$ . Suy ra  $2 < a - b < 7$

Hay  $a - b = 3 ; 4 ; 5 ; 6$

Với  $a - b = 3$  ta có :  $\overline{ab} = 3 \times 15 + 2 = 47$  (loại vì  $4 < 7$ )

Với  $a - b = 4$  ta có :  $\overline{ab} = 4 \times 15 + 2 = 62$

Thử :  $62 : (6 - 2) = 15$  (dư 2) đúng với đề bài.

Với  $a - b = 5$  ta có :  $\overline{ab} = 5 \times 15 + 2 = 77$

Thử :  $77 : (7 - 2) = 15$  (dư 2) không đúng với đề bài.

Vậy số cần tìm là 62.

Cách 4 : Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ ,  $a ; b < 10$

Theo đề bài, ta có :  $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

Hay  $\overline{ab} - 2 = (a - b) \times 15$

Ta có  $a - b > 0$  suy ra  $a > b$ .

Vì  $(a - b) \times 15$  chia hết cho 15 nên  $(a - b) \times 15$  chia hết cho 5, suy ra  $(\overline{ab} - 2)$  chia hết cho 5.

Hay  $\overline{ab} : 5$  (dư 2). Suy ra  $b = 2$  hoặc  $b = 7$

Vì  $a$  chia hết cho  $b$ ;  $a < 10$  suy ra  $b$  chỉ có thể bằng 2. Ta cần xét các số sau : 42 ; 62 ; 82.

Ta có :  $42 : (4 - 2) = 21$  (loại)

$62 : (6 - 2) = 15$  (dư 2) đúng với đề bài.

$82 : (8 - 2) = 13$  (loại)

Vậy số cần tìm là 62

Cách 5 : Gọi số cần tìm là  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ ,  $a ; b < 10$ .

Theo đề bài, ta có :  $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

hay  $\overline{ab} - 2 = (a - b) \times 15$

Ta có  $a - b > 0$  suy ra  $a > b$ ;  $\overline{ab} < 100$  hay  $(a - b) \times 15 + 2 < 100$  ; và  $(a - b) \times 15$  chia hết cho 15 nên suy ra  $\overline{ab} - 2$  cũng chia hết cho 15.

Hay  $\overline{ab} - 2 = 60 ; 75 ; 90, 30$

• Xét  $\overline{ab} - 2 = 60$

$\overline{ab} = 60 + 2$  (tìm số bị trừ)

$\overline{ab} = 62$ . Thử lại :  $62 : (6 - 2) = 15$  (dư 2) đúng với đề bài.

• Xét  $\overline{ab} - 2 = 75$

$\overline{ab} = 75 + 2$

$$\overline{ab} = 77 \text{ (loại vì } 7 = 7)$$

- Xét  $\overline{ab} - 2 = 90$

$$\overline{ab} = 90 + 2$$

$$\overline{ab} = 92. \text{ Thử lại: } 92 : (9 - 2) = 13 \text{ (dư 1) không đúng với đề bài}$$

- Xét  $\overline{ab} - 2 = 30$

$$\overline{ab} = 30 + 2$$

$$\overline{ab} = 32. \text{ Thử lại: } 32 : (3 - 2) = 32 \text{ không đúng với đề bài}$$

Vậy số cần tìm là 62.

**VD 3 :** HS lớp Năm của một trường tiểu học thành lập đội tuyển tham gia hội khỏe Phù Đổng. Dự định số bạn gái bằng 25% số HS của cả đội. Nhưng có một bạn gái không tham gia được mà thay bởi một bạn trai. Khi đó số bạn gái chỉ bằng 20% số HS của cả đội. Tính số HS của cả đội tuyển.

**Giải :** Khi thay một bạn gái bằng một bạn trai thì số HS của cả đội không thay đổi.

**Cách 1 :** Tỷ số % của số bạn gái so với cả đội lúc đầu hơn lúc sau là :

$$25\% - 20\% = 5\%$$

Vì 5% biểu thị 1 HS nên số HS của cả đội là :  $1 : \frac{5}{100} = 20$  (HS)

$$\text{Cách 2 : Ta có : } 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} ; \quad 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}.$$

Vì lúc đầu số nữ bằng  $\frac{1}{4}$  số HS cả đội. Lúc sau số nữ bằng  $\frac{1}{5}$  số HS cả đội. Do đó,

1 HS biểu thị số phần của HS cả đội là :  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$  (số HS cả đội)

Số HS cả đội là :  $1 : \frac{1}{20} = 20$  (HS)

**Cách 3 :** Đổi số phần trăm ra số thập phân, ta có :  $25\% = 0,25$  ;  $20\% = 0,2$

Lúc đầu số nữ bằng 0,25 số HS cả đội, lúc sau số nữ bằng 0,2 số HS cả đội. Do đó 1 HS bằng :  $0,25 - 0,2 = 0,05$  (số HS cả đội)

Suy ra số HS cả đội là :  $1 : 0,05 = 20$  (HS).

**VD 4 :** Khi cộng hai số thập phân, một HS đã viết nhầm dấu phẩy của số hạng thứ hai sang bên phải một chữ số, do đó tổng tìm được là 43,21. Đáng lẽ tổng của chúng là 12,34. Hãy xác định hai số hạng của tổng.

**Giải :**

**Cách 1 :** Gọi các số hạng cần tìm là X ; Y. Theo bài ra, ta có :  $X + Y = 12,34$

Khi chuyển dấu phẩy của Y sang phải một chữ số thì số đó tăng 10 lần. Ta được số mới là  $Y \times 10$ . Lúc đó ta có :  $X + Y \times 10 = 43,21$

$$X + Y \times (9 + 1) = 43,21 \text{ (vì } 10 = 9 + 1)$$



$$X + Y + Y \times 9 = 43,21 \text{ (nhân một số với một tổng)}$$

$$12,34 + Y \times 9 = 43,21 \text{ (vì } X + Y = 12,34 \text{);}$$

$$Y \times 9 = 43,21 - 12,34$$

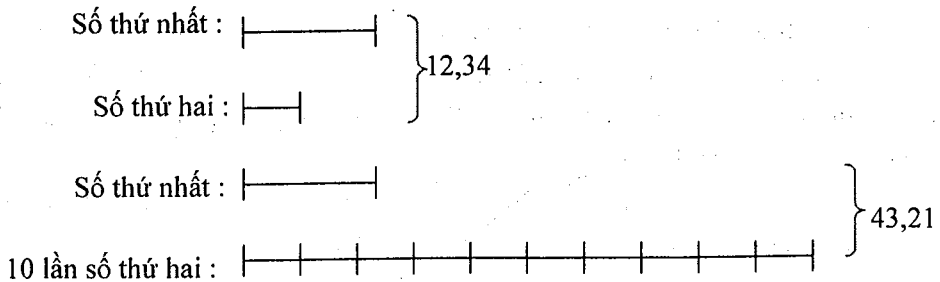
$$Y \times 9 = 30,87; Y = 30,87 : 9; Y = 3,43; X + 3,43 = 12,34.$$

$$\text{Suy ra } X = 12,34 - 3,43 = 8,91.$$

*Cách 2 :*

Khi chuyển dấu phẩy của số hạng thứ hai sang phải một chữ số thì số đó tăng 10 lần.

Ta có sơ đồ :



Dựa vào sơ đồ trên ta có :

$$9 \text{ lần số thứ hai là : } 43,21 - 12,34 = 30,87$$

$$\text{Số thứ hai là : } 30,87 : 9 = 3,43$$

$$\text{Số thứ nhất là : } 12,34 - 3,43 = 8,91$$

*Cách 3 :* Giả sử ta cũng chuyển dấu phẩy của số thứ nhất sang phải một chữ số. Khi đó mỗi số sẽ tăng lên 10 lần. Ta có tổng mới là :  $12,34 \times 10 = 123,4$ . Nhưng vì chỉ có số thứ hai chuyển dấu phẩy sang bên phải một chữ số nên tổng của số thứ nhất và số thứ hai là 43,21. Do đó, 9 lần số thứ nhất là :  $123,4 - 43,21 = 80,19$

$$\text{Số thứ nhất là : } 80,19 : 9 = 8,91$$

$$\text{Số thứ hai là : } 12,34 - 8,91 = 3,43$$

*Cách 4 :* Gọi hai số cần tìm là a ; b. Theo bài ra, ta có :

$$a + b + a + 10b = 12,34 + 43,21 \text{ hay } 2a + 11b = 12,34 + 43,21 = 55,55 \text{ (1)}$$

$$\text{Mà } a + b = 12,34 \text{ (2)}$$

$$\text{suy ra : } 2a + 2b = 24,68 \text{ (3) (gấp (2) lên 2 lần)}$$

$$9b = 30,87 \text{ (lấy (1) - (3))}$$

$$b = 30,87 : 9 \text{ (tìm thừa số chưa biết)}$$

$$b = 3,43$$

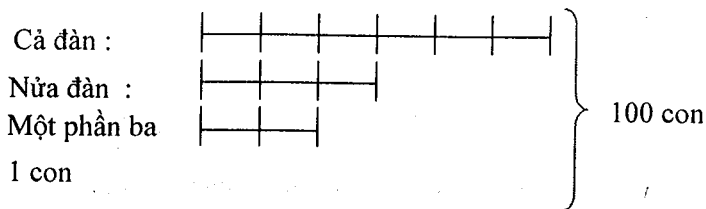
Suy ra :  $12,34 - 3,43 = 8,91$ . Vậy hai số hạng cần tìm là 3,43 và 8,91

### 10.3.3. Dạng tìm một số khi biết kết quả sau một dãy phép tính liên tiếp

*VD 1 :* Một con cò đang bay gặp một đàn vịt trời bay ngang qua liền cất tiếng chào : “Chào 100 bạn”. Con vịt đầu đàn trả lời : “Bạn nhầm rồi! Chúng tôi thêm một nửa chúng tôi, thêm một phần ba chúng tôi, thêm cả bạn nữa mới được 100”.

Hãy tính xem đàn vịt có bao nhiêu con ?

Tóm tắt :



Cách 1 : Giả sử không có con cò thì tổng số vịt lúc này là :  $100 - 1 = 99$  (con)

Tổng số phần vịt bằng nhau là :  $6 + 3 + 2 = 11$  (phần)

Một phần ba đàn vịt có số con là :  $(99 : 11) \times 2 = 18$  (con)

Nửa đàn vịt có số con là :  $(99 : 11) \times 3 = 27$  (con)

Đàn vịt trời có số con là :  $27 \times 2 = 54$  (con)

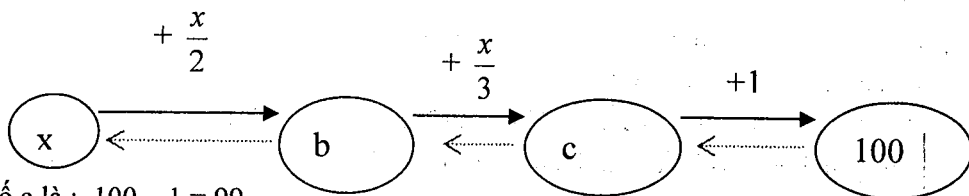
Cách 2 : Gọi x là số vịt có trong đàn. Theo bài ra, ta có :

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 1 = 100$$

$$6 \times x + 3 \times x + 2 \times x + 6 = 600 \text{ (quy đồng mẫu số)}$$

$$11 \times x = 594 ; x = 594 : 11. \text{ Suy ra : } x = 54$$

Cách 3 : Gọi x là số vịt có trong đàn, b là số vịt sau khi thêm nửa số vịt, c là số vịt ở b sau khi thêm  $\frac{1}{3}$  số vịt trong đàn. Ta có sơ đồ sau :



Số c là :  $100 - 1 = 99$

Số b là :  $99 - \frac{x}{3} = \frac{297 - x}{3}$

Số x là :  $\frac{297 - x}{3} - \frac{x}{2} = x$

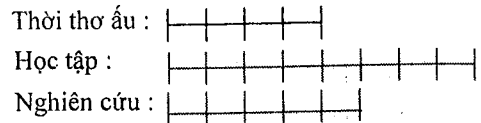
$$594 - 2 \times x - 3 \times x = 6 \times x \text{ (quy đồng mẫu số)}$$

$$594 = 11 \times x ; x = 594 : 11 ; x = 54$$

VD 2 : Nhà toán học người Nga Lô-ba-sep-xki sinh năm 1792 có thời thơ ấu bằng 1/8 cuộc đời ông sống ở Nigiugorôt. Rồi thì 1/4 cuộc đời ông không ngừng học tập và lao động đã mang lại cho ông danh hiệu giáo sư trường đại học Kazan. Sau đó 5/32 cuộc đời, ông đã nghiên cứu và đạt được một phát minh vĩ đại về môn hình học mới mang tên ông. Nhưng phải mất 3 năm sau công trình ấy mới được công bố. Tiếp theo là 27 năm còn lại của đời mình, nhà bác học đã kiên trì làm việc để phát triển và hoàn thiện những tư tưởng

của mình. Hãy tính xem phát minh hình học mới của Lô-ba-sep-xki đã được công bố vào năm nào ?

Giải : Ta có :  $\frac{1}{8} = \frac{4}{32}$  ;  $\frac{1}{4} = \frac{8}{32}$



**Cách 1 :** Nếu ta chia tuổi đời của Lô-ba-sep-xki thành 32 phần bằng nhau thì thời thơ ấu chiếm :  $32 : 8 = 4$  (phần)

1/4 cuộc đời tiếp theo chiếm :  $32 : 4 = 8$  (phần)

Thời gian 3 năm và 27 năm còn lại chiếm :  $32 - (4 + 8 + 5) = 15$  (phần)

Số năm của 15 phần đó là :  $3 + 27 = 30$  (năm)

Số năm của 1 phần là :  $30 : 15 = 2$  (năm)

Tuổi thọ của Lô-ba-sep-xki là :  $2 \times 32 = 64$  (tuổi)

Lô-ba-sep-xki mất vào năm :  $1792 + 64 = 1856$

Phát minh hình học của Lô-ba-sep-xki được công bố vào năm :

$$1856 - 27 = 1829$$

**Cách 2 :** Nếu ta chia tuổi đời của Lô-ba-sep-xki thành 32 phần bằng nhau thì thời thơ ấu chiếm :  $32 : 8 = 4$  (phần)

1/4 cuộc đời tiếp theo chiếm :  $32 : 4 = 8$  (phần)

Thời gian 3 năm và 27 năm còn lại chiếm :  $32 - (4 + 8 + 5) = 15$  (phần)

Số năm của 15 phần đó là :  $3 + 27 = 30$  (năm)

Số năm của 1 phần là :  $30 : 15 = 2$  (năm)

Thời gian Lô-ba-sep-xki sống ở Nigiugorôt là :  $2 \times 4 = 8$  (năm)

Thời gian học tập cho đến khi làm giáo sư là :  $2 \times 8 = 16$  (năm)

Thời gian nghiên cứu phát minh là :  $2 \times 5 = 10$  (năm)

Phát minh được công bố vào năm :  $1792 + (8 + 16 + 10) + 3 = 1829$

**Cách 3 :** Gọi x là tuổi thọ của Lô-ba-sep-xki. Theo đề ta có :

$$\frac{1}{8} \times x + \frac{1}{4} \times x + \frac{5}{32} \times x + 3 + 27 = x$$

$$4 \times x + 8 \times x + 5 \times x + 960 = 32 \times x \text{ (quy đồng mẫu số)}$$

$$17 \times x + 960 = 32 \times x$$

$$32 \times x - 17 \times x = 960 \text{ (bớt cả hai vế cho } 17 \times x)$$

$$15 \times x = 960$$

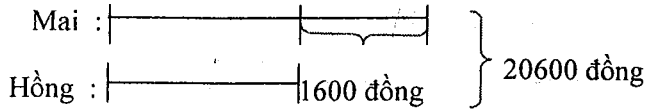
$$x = 960 : 15 \text{ (tìm thừa số của tích)} ; x = 64$$

$$\text{Phát minh được công bố vào năm : } (1792 + 64) - 27 = 1829$$

10.3.4. Dạng toán tìm hai số khi biết tổng, hiệu hoặc tỉ số của chúng

VD 1 : Mai và Hồng mang tiền ra hiệu sách mua sách. Sau khi Mai đã mua hết  $\frac{4}{5}$  số tiền mang đi và Hồng mua hết  $\frac{2}{3}$  số tiền mang đi thì cả hai còn lại 20600 đồng, trong đó tiền của Mai còn lại nhiều hơn Hồng 1600 đồng. Hỏi mỗi bạn đã mang theo bao nhiêu tiền mua sách ?

Cách 1 : Sơ đồ số tiền còn lại của hai bạn :



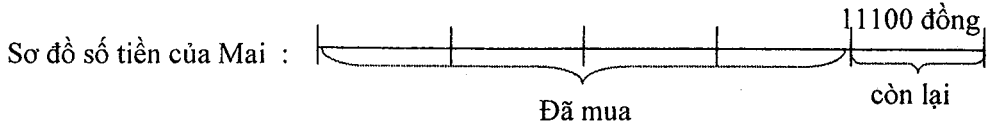
Số tiền còn lại của Hồng là :  $(20600 - 1600) : 2 = 9500$  (đồng)

Sơ đồ số tiền của Hồng :

Số tiền Hồng mang đi là :

$9500 \times 3 = 28500$  (đồng)

Số tiền còn lại của Mai là :  $9500 + 1600 = 11100$  (đồng)



Số tiền Mai mang đi là :  $11100 \times 5 = 55500$  (đồng)

Cách 2 : Giả sử thêm 1600 đồng vào số tiền còn lại của Hồng thì số tiền của Hồng bằng số tiền của Mai.

Số tiền còn lại của Mai là  $(20600 + 1600) : 2 = 11100$  (đồng)

Số tiền Mai mang đi là :  $11100 \times 5 = 55500$  (đồng)

Số tiền còn lại của Hồng là :  $11100 - 1600 = 9500$  (đồng)

Số tiền Hồng mang đi là :  $9500 \times 3 = 28500$  (đồng).

VD 2 : Một số có hai chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 15. Nếu đổi chỗ các số đã cho thì được số mới kém số đó 9 đơn vị. Tìm số đã cho.

Giải :

Cách 1 : Gọi số đã cho là  $\overline{ab}$  ( $a; b \neq 0; a; b < 10$ ). Theo bài ra ta có :

$$\overline{ab} - \overline{ba} = 9$$

$$a \times 10 + b - (b \times 10 + a) = 9 \text{ (cấu tạo thập phân của số)}$$

$$a \times 10 + b - b \times 10 - a = 9$$

$$a \times 9 - b \times 9 = 9 \text{ (bớt đi a và b)}$$

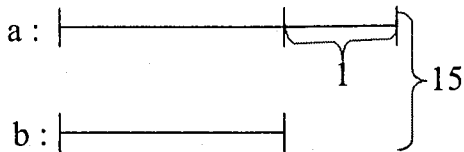
$$9 \times (a - b) = 9 \text{ (một số nhân một tổng)}$$

$$a - b = 9 : 9 \text{ (tìm thừa số chưa biết)}$$

$$a - b = 1.$$

$$\text{Ta lại có : } a + b = 15.$$

Suy ra ta có sơ đồ sau :



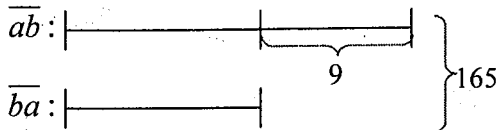
Chữ số b là :  $(15 - 1) : 2 = 7$

Chữ số a là :  $7 + 1 = 8$

Thử lại :  $87 - 78 = 9$  (nhận). Vậy số cần tìm là 87.

Cách 2 : Vì tổng  $a + b = 15$  nên tổng  $\overline{ab} + \overline{ba}$  gồm có 15 chục và 15 đơn vị. Tức là bằng :

$$150 + 15 = 165$$



Số phải tìm là :  $(165 + 9) : 2 = 87$

Cách 3 : (thử chọn). Vì  $\overline{ab} - \overline{ba} = 9$  nên  $a > b$ .

Mặt khác :  $a + b = 15$  nên ta có bảng thử chọn sau :

$a$	$b$	$a + b$
8	7	15
9	6	15

Với  $a = 9, b = 6$ , ta có :  $96 - 69 \neq 9$  (loại)

Với  $a = 8, b = 7$ , ta có :  $87 - 78 = 9$  (nhận). Vậy số cần tìm là 87

VD 3 : Hôm trước, cô Ngân mua cho nhà trường 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ hết cả thảy 9200 đồng. Hôm sau, cô mua 2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ như thế hết cả thảy 8800 đồng. Tính giá tiền một lọ mực mỗi loại.

Giải :

Cách 1 : Giả sử lần đầu cô Ngân mua gấp đôi số lọ mực mỗi loại thì cần số tiền là :

$$9200 \times 2 = 18400 \text{ (đồng)}$$

Giả sử lần sau cô Ngân mua gấp ba số lọ mực mỗi loại thì cần số tiền là :

$$8800 \times 3 = 26400 \text{ (đồng)}$$

Suy ra mua 5 lọ mực đỏ hết số tiền là :  $26400 - 18400 = 8000$  (đồng)

Số tiền mua một lọ mực đỏ là :  $8000 : 5 = 1600$  (đồng)

Số tiền mua hai lọ mực đỏ là :  $1600 \times 2 = 3200$  (đồng)

Số tiền mua ba lọ mực xanh là :  $9200 - 3200 = 6000$  (đồng)

Giá tiền một lọ mực xanh là :  $6000 : 3 = 2000$  (đồng)

Cách 2 : Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

$$9200 - 8800 = 400 \text{ (đồng)}$$

Mua 5 lọ mực xanh và 5 lọ mực đỏ hết :  $9200 + 8800 = 18000$  (đồng)

Mua 1 lọ mực xanh và 1 lọ mực đỏ hết :  $18000 : 5 = 3600$  (đồng)

Ta đưa về bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu.

Giá tiền 1 lọ mực đỏ là :  $(3600 - 400) : 2 = 1600$  (đồng)

Giá tiền một lọ mực xanh là :  $1600 + 400 = 2000$  (đồng)

Cách 3 : Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

$$9200 - 8800 = 400 \text{ (đồng)}$$

Giả sử thay 2 lọ mực đỏ bằng 2 lọ mực xanh thì số tiền mua 5 lọ mực xanh là :

$$9200 + (2 \times 400) = 10000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền một lọ mực xanh là :  $10000 : 5 = 2000$  (đồng)

Giá tiền một lọ mực đỏ là :  $2000 - 400 = 1600$  (đồng)

Cách 4 : Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

$$9200 - 8800 = 400 \text{ (đồng)}$$

Giả sử thay 3 lọ mực xanh bằng 3 lọ mực đỏ thì số tiền lần đầu mua 5 lọ mực đỏ là :

$$9200 - (3 \times 400) = 8000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền một lọ mực đỏ là :  $8000 : 5 = 1600$  (đồng)

Giá tiền một lọ mực xanh là :  $1600 + 400 = 2000$  (đồng)

### 10.3.5. Các dạng toán về đo đại lượng

#### a) Dạng thực hiện phép tính trên số đo đại lượng

VD 1 : Một đội 15 công nhân dự định lắp xong một cái máy trong 20 ngày, mỗi ngày làm việc 8 giờ. Nếu thêm 5 người nữa mà cả đội mỗi ngày làm việc 10 giờ thì lắp xong cái máy đó trong bao nhiêu ngày ?

Giải : Cách 1 : Số giờ để 15 người làm xong máy là :  $20 \times 8 = 160$  (giờ)

Số giờ để 20 người làm xong máy là :  $(160 \times 15) : 20 = 120$  (giờ)

Số ngày để 20 người làm xong máy là :  $120 : 10 = 12$  (ngày)

Cách 2 : Mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 15 người làm xong trong 20 ngày. Vậy mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 20 người làm xong trong số ngày là :  $(15 \times 20) : 20 = 15$  (ngày)

Mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 20 người làm xong trong 15 ngày. Vậy mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 20 người làm xong trong số ngày là :  $(8 \times 15) : 10 = 12$  (ngày)

Cách 3 : Mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 15 người làm xong trong 20 ngày.

Vậy mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 15 người làm xong trong số ngày là :

$$(8 \times 20) : 10 = 16 \text{ (ngày)}$$

Mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 15 người làm xong trong 16 ngày. Vậy mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 20 người làm xong trong số ngày là :  $(15 \times 16) : 20 = 12$  (ngày)

Cách 4 : Số ngày công để 15 người làm xong máy là :  $15 \times 20 = 300$  (công)

Số giờ để 15 người làm xong máy là :  $300 \times 8 = 2400$  (giờ)

Vì mỗi ngày làm việc 10 giờ nên số ngày công để 20 người làm xong máy là :

$$(2400 : 10) : 20 = 12 \text{ (ngày)}$$

Cách 5 : Số giờ để làm xong máy là :

$$15 \times 20 \times 8 = 2400 \text{ (giờ)}$$

Mỗi ngày làm việc 10 giờ thì số ngày công là :  $2400 : 10 = 240$  (công)

Số ngày để 20 người làm xong máy là :  $240 : 20 = 12$  (ngày)

VD 2 : Một ô tô chạy từ tỉnh A đến tỉnh B. Nếu chạy mỗi giờ 60 km thì sẽ đến B vào lúc 15 giờ. Nếu chạy mỗi giờ 40 km thì sẽ đến B vào lúc 17 giờ cùng ngày. Hỏi tỉnh A cách tỉnh B bao nhiêu km ?

Giải : Giả sử có hai ô tô cùng xuất phát từ A chạy đến B. Ô tô thứ nhất chạy với vận tốc 60 km/giờ. Ô tô thứ hai chạy với vận tốc 40 km/giờ.

Cách 1 : Vào lúc 16 giờ thì hai ô tô cách nhau là :  $60 + 40 = 100$  (km)

Mỗi giờ hai ô tô cách nhau là :  $60 - 40 = 20$  (km)

Khi hai ô tô cách nhau 100 km thì mỗi ô tô đều chạy hết một thời gian là :

$$100 : 20 = 5 \text{ (giờ)}$$

Vi ô tô thứ nhất đến B lúc 15 giờ nên thời gian thực tế ô tô chạy hết quãng đường AB là :  $5 - 1 = 4$  (giờ)

Quãng đường AB dài là :  $60 \times 4 = 240$  (km)

Cách 2 : Vào lúc 15 giờ thì hai ô tô cách nhau quãng đường là :  $40 \times 2 = 80$  (km)

Mỗi giờ hai ô tô cách nhau là :  $60 - 40 = 20$  (km)

Thời gian ô tô thứ nhất đến B là :  $80 : 20 = 4$  (giờ)

Quãng đường AB dài là :  $4 \times 60 = 240$  (km)

Cách 3 : Vào lúc 17 giờ thì hai ô tô cách nhau là :  $60 \times 2 = 120$  (km)

Mỗi giờ hai ô tô cách nhau là :  $60 - 40 = 20$  (km)

Thời gian ô tô thứ hai đến B là :  $120 : 20 = 6$  (giờ)

Quãng đường AB dài là :  $6 \times 40 = 240$  (km).

Cách 4 : Nếu chạy với vận tốc 60 km/giờ thì chạy 1 km mất 1 phút. Nếu chạy với vận tốc 40 km/giờ thì chạy 1 km mất 1 phút 30 giây.

Chạy 1 km với vận tốc 40 km/giờ thì chậm hơn khi chạy 1 km với vận tốc 60 km/giờ là : 1 phút 30 giây - 1 phút = 30 (giây)

Thời gian chênh lệch khi chạy với vận tốc 60 km/giờ và 40 km/giờ là :

$$17 - 15 = 2 \text{ (giờ)} ; 2 \text{ giờ} = 7200 \text{ giây}$$

Quãng đường AB dài là :  $7200 : 30 = 240$  (km)

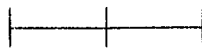
Cách 5 : Tỉ số của hai vận tốc là :  $\frac{60}{40} = \frac{3}{2}$

Trên cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau. Ta có tỉ số thời gian tương ứng là :  $\frac{2}{3}$

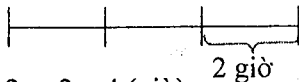
Để đi đến B thì thời gian xe thứ hai đã đi nhiều hơn thời gian xe thứ nhất đã đi là :  $17 - 15 = 2$  (giờ)

Ta có sơ đồ sau :

Thời gian xe thứ nhất :



Thời gian xe thứ hai :



Thời gian xe thứ nhất chạy là :  $2 \times 2 = 4$  (giờ)

Quãng đường AB dài là :  $4 \times 60 = 240$  (km)

VD 3 : Ba người thợ thủ công nhận làm một bức tranh sơn mài với tiền công do hợp tác xã khoán là 140000 đồng. Theo kế hoạch, sau khi người thứ nhất làm được 7 ngày thì hai người còn lại mới tới làm. Cả ba người làm tiếp 7 ngày nữa thì xong công việc. Hỏi mỗi người lĩnh bao nhiêu tiền, biết rằng tiền công một ngày của mỗi người đều như nhau ?

Giải :

Cách 1 : Số ngày công người thứ nhất làm là :  $7 \times 2 = 14$  (ngày)

Số ngày công người thứ hai làm là 7 (ngày)

Số ngày công người thứ ba làm là 7 (ngày)

Tổng số ngày công của ba người làm là :  $14 + 7 + 7 = 28$  (ngày)

Số tiền công một ngày làm là :  $140000 : 28 = 5000$  (đồng)

Số tiền người thứ nhất lĩnh là :  $14 \times 5000 = 70\ 000$  (đồng)

Số tiền người thứ hai lĩnh là :  $7 \times 5000 = 35\ 000$  (đồng)

Số tiền người thứ ba lĩnh là :  $7 \times 5000 = 35\ 000$  (đồng)

Cách 2 : Số ngày công người thứ nhất làm là :  $7 \times 2 = 14$  (ngày)

Số ngày công người thứ hai và người thứ ba làm là :  $7 + 7 = 14$  (ngày)

Do đó số tiền của người thứ nhất lĩnh là :  $140000 : 2 = 70000$  (đồng)

Số tiền của người thứ hai và người thứ ba bằng nhau và bằng :

$$70000 : 2 = 35000 \text{ (đồng)}$$

Cách 3 : Giả sử người thứ hai và người thứ ba đều lĩnh 1 đồng thì người thứ nhất lĩnh số tiền là :  $1 \times 2 = 2$  (đồng)

Khi đó tổng số tiền ba người lĩnh được là :  $1 + 1 + 2 = 4$  (đồng)

So sánh số tiền 140000 đồng với 4 đồng thì gấp :  $140000 : 4 = 35000$  (lần)

Số tiền của người thứ hai và người thứ ba bằng nhau và bằng :

$$1 \times 35000 = 35000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền người thứ nhất lĩnh là :  $35000 \times 2 = 70000$  (đồng)

Cách 4 : Gọi  $x$  (đồng) là số tiền người thứ nhất lĩnh được thì số tiền người thứ hai, người thứ ba cùng lĩnh được là :  $\frac{x}{2}$  (đồng)

Theo bài ra, ta có :  $x + \frac{x}{2} \times 2 = 140000$  (đồng)

$$x + x = 140000 \text{ (đồng)}$$

$$2 \times x = 140000 \text{ (đồng)}$$



$$x = 140000 : 2$$

$$x = 70000 \text{ (đồng)}.$$

b) *Toán chuyển động*

*VD 1* : Trong một cuộc đua xe đạp, người thứ nhất đi với vận tốc 20 km/giờ suốt cả quãng đường. Người thứ hai đi với vận tốc 16 km/giờ trong nửa quãng đường đầu, còn nửa quãng đường sau đi với vận tốc 24 km/giờ. Người thứ ba trong nửa thời gian đầu của mình đi với vận tốc 16 km/giờ, nửa thời gian sau đi với vận tốc 24 km/giờ. Hỏi trong ba người đó ai đến đích trước ?

*Giải* : Vận tốc trung bình của người thứ ba trong cả quãng đường là :

$$(16 + 24) : 2 = 20 \text{ (km/giờ)}$$

Như vậy, người thứ nhất và người thứ ba về đích cùng lúc. Ta còn phải tính vận tốc trung bình của người thứ hai để so sánh.

*Cách 1* : Cứ 1 km đi với vận tốc 16 km/giờ thì hết thời gian là :

$$1 : 16 = 1/16 \text{ (giờ)}$$

Cứ 1 km đi với vận tốc 24 km/giờ thì hết thời gian là :

$$1 : 24 = 1/24 \text{ (giờ)}$$

Do đó đi 2 km hết thời gian là :

$$\frac{1}{16} + \frac{1}{24} = \frac{5}{48} \text{ (giờ)}$$

Vận tốc trung bình của người thứ hai trên cả quãng đường là :

$$2 : \frac{5}{48} = 19,2 \text{ (km/giờ)}$$

Vì 20 km/giờ > 19,2 km/giờ nên người thứ nhất và người thứ ba đến đích trước.

*Cách 2* : Với vận tốc 16 km/giờ thì người thứ hai đi 1 km hết số phút là :

$$60 : 16 = 3,75 \text{ (phút)}$$

Với vận tốc 24 km/giờ thì người thứ hai đi 1 km hết số phút là :

$$60 : 24 = 2,5 \text{ (phút)}$$

Số phút trung bình khi người thứ hai đi trong 2 km là :

$$3,75 + 2,5 = 6,25 \text{ (phút)}$$

Vận tốc trung bình của người thứ hai đi trên cả quãng đường là :

$$2 : 6,25 = 0,32 \text{ (km/phút)} ; 0,32 \text{ km/phút} = 19,2 \text{ km/giờ}.$$

Vì 20 km/giờ > 19,2 km/giờ nên người thứ nhất và người thứ ba đến đích trước.

*Cách 3* : Giả sử quãng đường đua dài 96 km. Suy ra nửa quãng đường dài là :

$$96 : 2 = 48 \text{ (km)}$$

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường đầu là :

$$48 : 16 = 3 \text{ (giờ)}$$

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường sau là :

$$48 : 24 = 2 \text{ (giờ)}$$

Thời gian người thứ hai đi trên cả quãng đường đó là :

$$3 + 2 = 5 \text{ (giờ)}$$

Vận tốc trung bình của người thứ hai đi trên cả quãng đường là :

$$96 : 5 = 19,2 \text{ (km/giờ)}$$

Vì  $20 \text{ km/giờ} > 19,2 \text{ km/giờ}$  nên người thứ nhất và người thứ ba đến đích trước.

*Cách 4 :* Giả sử quãng đường đua dài 96 km. Suy ra nửa quãng đường dài là :

$$96 : 2 = 48 \text{ (km)}$$

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường đầu là :

$$48 : 16 = 3 \text{ (giờ)}$$

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường sau là :

$$48 : 24 = 2 \text{ (giờ)}$$

Thời gian người thứ hai đi trên cả quãng đường đó là :

$$3 + 2 = 5 \text{ (giờ)}$$

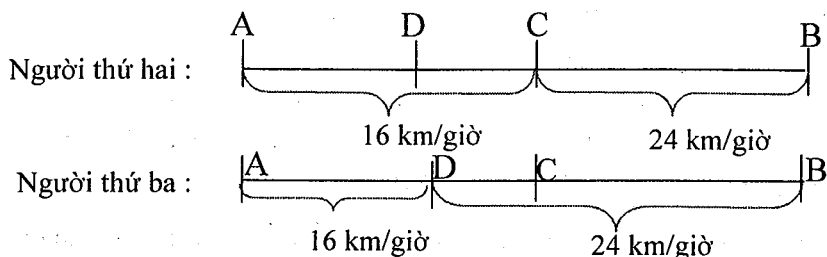
Thời gian người thứ nhất và người thứ ba đi trên cả quãng đường đó là :

$$96 : 20 = 4,8 \text{ (giờ)}$$

Vì  $4,8 \text{ giờ} < 5 \text{ giờ}$  do đó người thứ nhất và người thứ ba về đích trước.

*Cách 5 :* Ta thấy hai nửa thời gian thì bằng nhau nên quãng đường đi được tỉ lệ thuận với vận tốc.

Do đó trong nửa thời gian đầu người thứ ba đi được 16 phần quãng đường còn nửa thời gian sau người thứ ba đi được 24 phần như thế. Ta có sơ đồ :



Ở quãng đường AD : Hai người đi cùng vận tốc nên thời gian bằng nhau.

Ở quãng đường CD : Người thứ hai đi với vận tốc 16 km/giờ, người thứ ba đi với vận tốc 24 km/giờ nên thời gian người thứ ba đi ít hơn thời gian người thứ hai. Suy ra người thứ ba về đích trước.

Vì vận tốc của người thứ nhất và người thứ ba bằng nhau nên người thứ nhất và người thứ ba cùng về đích trước.

*VD 2 :* Một ô tô dự kiến đi từ A với vận tốc 45 km/giờ để đến B lúc 12 giờ trưa. Do trời trở gió nên mỗi giờ xe chỉ đi được 35 km và đến B chậm hơn 40 phút so với dự kiến. Tính quãng đường AB.

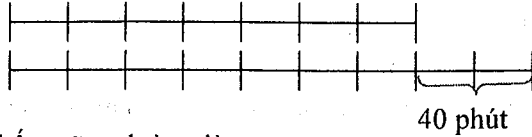
*Giải :* *Cách 1 :* Tỉ số giữa vận tốc dự kiến và vận tốc thực tế là :  $\frac{45}{35} = \frac{9}{7}$

Vì trên cùng một quãng đường nên vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau, do đó tỉ số thời gian dự kiến và thời gian thực tế là  $\frac{7}{9}$

Ta có sơ đồ sau :

Thời gian dự kiến :

Thời gian thực đi :



Thời gian thực mà ô tô đã đi hết quãng đường là :

$$(40 : 2) \times 9 = 180 \text{ (phút)}$$

$$180 \text{ phút} = 3 \text{ giờ}$$

$$\text{Quãng đường AB dài là : } 35 \times 3 = 105 \text{ (km)}$$

$$\text{Cách 2 : } 40 \text{ phút} = \frac{2}{3} \text{ (giờ)}$$

Gọi thời gian thực xe đi là  $t$  (giờ). Với quãng đường 35 km thì thời gian thực xe đã đi là 1 giờ và thời gian dự kiến đi là :  $\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$  (giờ)

Quãng đường AB mà xe thực đi mất  $t$  giờ thì thời gian dự kiến đi là :  $\frac{7}{9} \times t$  (giờ)

$$\text{Theo bài ra, ta có : } t - \frac{7}{9} \times t = \frac{2}{3}$$

$$9 \times t - 7 \times t = 6 \text{ (quy đồng mẫu số)}$$

$$(9 - 7) \times t = 6 \text{ (một hiệu nhân với một số)}$$

$$2 \times t = 6. \text{ Suy ra } t = 6 : 2 \text{ (tìm thừa số chưa biết) hay } t = 3$$

$$\text{Quãng đường AB dài là : } 35 \times 3 = 105 \text{ (km)}$$

Cách 3 : 40 phút =  $\frac{2}{3}$  (giờ). Nếu đi với vận tốc 35 km/giờ thì khi đi hết thời gian dự

định, ô tô còn cách B quãng đường là :  $35 \times \frac{2}{3} = \frac{70}{3}$  (km).

Mỗi giờ ô tô thực tế đi chậm hơn so với dự kiến là :  $45 - 35 = 10$  (km)

Thời gian ô tô dự định đi từ A đến B là :  $\frac{70}{3} : 10 = \frac{7}{3}$  (giờ)

Quãng đường AB dài là :  $\frac{7}{3} \times 45 = 105$  (km).

Cách 4 : 40 phút =  $\frac{2}{3}$  (giờ)

Giả sử ô tô đi với vận tốc 45 km/giờ và đi hết thời gian thực tế. Khi đó ô tô cách B một quãng đường là :  $45 \times \frac{2}{3} = 30$  (km)

Mỗi giờ ô tô dự kiến đi nhanh hơn so với thực tế là :  $45 - 35 = 10$  (km)

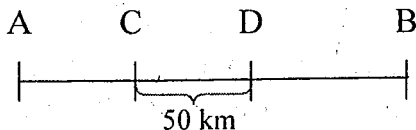
Thời gian thực tế ô tô đi từ A đến B là :  $30 : 10 = 3$  (giờ)

Quãng đường AB dài là :  $35 \times 3 = 105$  (km)

VD 3 : Một ô tô chạy từ A đến B. Sau khi chạy được 1 giờ thì ô tô giảm vận tốc chỉ còn bằng  $\frac{3}{5}$  vận tốc ban đầu, vì thế ô tô đến B chậm mất 2 giờ. Nếu từ A, sau khi chạy được 1 giờ, ô tô chạy thêm 50 km nữa rồi mới giảm vận tốc thì đến B chỉ chậm 1 giờ 20 phút. Tính quãng đường AB.

Giải :

Tóm tắt :



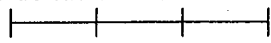
Nhận xét : Trên cùng một quãng đường thì thời gian và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Giả sử vận tốc lúc đầu là 5 phần thì vận tốc lúc sau (lúc giảm vận tốc) là 3 phần ; suy ra thời gian lúc đầu sẽ là 3 phần, thời gian lúc sau sẽ là 5 phần.

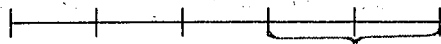
Cách 1 : Giả sử sau 1 giờ ô tô chạy tới C.

Nếu thời gian đi trên đoạn CB theo vận tốc ban đầu là 3 phần thì thời gian đi trên đoạn CB theo vận tốc đã giảm là 5 phần. Ta có sơ đồ sau :

Thời gian ban đầu đi trên CB :



Thời gian đã giảm trên CB :



Thời gian đi trên đoạn CB với vận tốc ban đầu là :

2 giờ

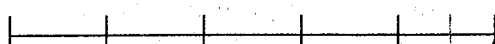
$$(2 : 2) \times 3 = 3 \text{ (giờ)}$$

Nếu thời gian đi trên đoạn DB theo vận tốc ban đầu là 3 phần thì thời gian đi trên đoạn DB theo thời gian đã giảm là 5 phần. Ta có sơ đồ sau :

Thời gian ban đầu đi trên DB :



Thời gian đã giảm đi trên DB :



1 giờ 20 phút = 80 phút

Thời gian đi trên đoạn DB với vận tốc ban đầu là :

1 giờ 20 phút

$$(80 : 2) \times 3 = 120 \text{ (phút)}; 120 \text{ phút} = 2 \text{ giờ}$$

Thời gian đi trên đoạn CD với vận tốc ban đầu là :  $3 - 2 = 1$  (giờ)

Vận tốc ban đầu là :  $50 : 1 = 50$  (km/giờ)

Quãng đường AB là :  $50 + 50 \times (1 + 2) = 200$  (km).

Cách 2 : 2 giờ = 120 phút ; 1 giờ 20 phút = 80 phút

Nếu từ C đi thêm 50 km rồi mới giảm vận tốc thì thời gian đến B sớm được là :

$$120 - 80 = 40 \text{ (phút)}; 40 \text{ phút} = \frac{2}{3} \text{ giờ}$$

Muốn đến B đúng thời gian đã định (đến sớm được 2 giờ) thì từ C cần phải đi thêm là :

$$(2 \times 50) : \frac{2}{3} = 150 \text{ (km)}.$$

Vì từ C đã giảm vận tốc nên đúng thời gian đã định, ô tô chỉ chạy được :

$$150 \times \frac{3}{5} = 90 \text{ (km)}$$

Lúc đó ô tô còn cách B một khoảng là :  $150 - 90 = 60 \text{ (km)}$

Do đó, vận tốc đã giảm khi chạy trên quãng đường CB là :

$$60 : 2 = 30 \text{ (km/giờ)}$$

Vận tốc ban đầu là :  $(30 \times 5) : 3 = 50 \text{ (km/giờ)}$

Quãng đường AB dài là :  $(50 \times 1) + 150 = 200 \text{ (km)}$ .

Cách 3 : 2 giờ = 120 phút ; 1 giờ 20 phút = 80 phút

Nếu từ C đi thêm 50 km rồi mới giảm vận tốc thì thời gian đến B sớm được là :  $120 - 80 = 40 \text{ (phút)}$  ;  $40 \text{ phút} = \frac{2}{3} \text{ giờ}$

Vì trong cả hai trường hợp xe đều chạy trên đoạn DB với cùng vận tốc nên thời gian  $\frac{2}{3}$  giờ chính là hiệu thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc ban đầu và vận tốc đã giảm.

Giả sử thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc ban đầu là 3 phần thì thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc đã giảm là 5 phần.

Hiệu số phần bằng nhau là :  $5 - 3 = 2 \text{ (phần)}$

Thời gian ban đầu xe chạy trên đoạn CD là :  $(\frac{2}{3} : 2) \times 3 = 1 \text{ (giờ)}$

Vận tốc ban đầu là :  $50 : 1 = 50 \text{ (km/giờ)}$

Vận tốc đã giảm là :  $50 \times \frac{3}{5} = 30 \text{ (km/giờ)}$

Với vận tốc ban đầu xe chạy 1 km hết thời gian là :  $60 : 50 = 1,2 \text{ (phút)}$

Với vận tốc đã giảm xe chạy 1 km hết thời gian là :  $60 : 30 = 2 \text{ (phút)}$

Xe chạy 1 km với vận tốc đã giảm chậm hơn xe chạy 1 km với vận tốc ban đầu là :

$$2 - 1,2 = 0,8 \text{ (phút)}$$

Vì xe chạy chậm 2 giờ nên quãng đường CB là :  $120 : 0,8 = 150 \text{ (km)}$

Quãng đường AB là :  $(50 \times 1) + 150 = 200 \text{ (km)}$

Cách 4 : 2 giờ = 120 phút ; 1 giờ 20 phút = 80 phút

Nếu từ C đi thêm 50 km rồi mới giảm vận tốc thì thời gian đến B sớm được là :

$$120 - 80 = 40 \text{ (phút)} ; 40 \text{ phút} = \frac{2}{3} \text{ giờ}$$

Vì trong cả hai trường hợp xe đều chạy trên đoạn DB với cùng vận tốc nên thời gian  $\frac{2}{3}$  giờ sớm hơn trên chính là hiệu thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc ban đầu và vận tốc đã giảm.

Như vậy, thời gian xe đi 50 km với vận tốc đã giảm nhiều hơn thời gian xe đi 50 km với vận tốc ban đầu là  $\frac{2}{3}$  giờ.

Vì thời gian xe đi trên đoạn CB với vận tốc đã giảm nhiều hơn thời gian xe đi trên đoạn CB với vận tốc ban đầu là 2 giờ nên đoạn CB dài là :  $(50 \times 2) : \frac{2}{3} = 150$  (km)

Vì từ C đã giảm vận tốc nên đúng thời gian đã định, ô tô chỉ chạy được :

$$150 \times \frac{3}{5} = 90 \text{ (km)}$$

Lúc đó ô tô còn cách B một khoảng là :  $150 - 90 = 60$  (km)

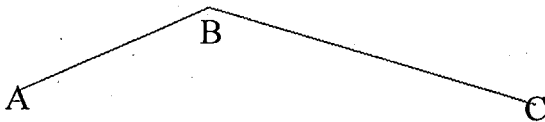
Do đó vận tốc đã giảm khi chạy trên quãng đường CB là :  $60 : 2 = 30$  (km/giờ)

Vận tốc ban đầu là :  $(30 \times 5) : 3 = 50$  (km/giờ)

Quãng đường AB dài là :  $(50 \times 1) + 150 = 200$  (km)

*VD 4* : Một thanh niên vùng cao đi chợ. Đường tới chợ gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Biết rằng thời gian cả đi lẫn về của người đó (không kể thời gian ở chợ) là 8 giờ. Hỏi đường từ nhà người đó đến chợ dài bao nhiêu, biết vận tốc leo dốc là 4 km/giờ và vận tốc xuống dốc là 6 km/giờ.

*Giải* : Giả sử đường từ nhà đến chợ gồm đoạn lên dốc AB và đoạn xuống dốc BC như hình vẽ.



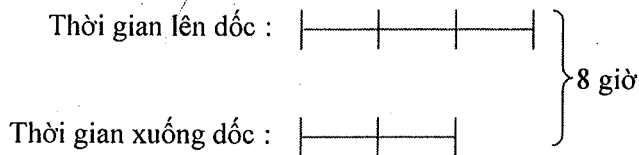
Khi đi, người đó lên dốc đoạn AB, xuống dốc đoạn BC. Khi về, người đó xuống dốc đoạn BA, lên dốc đoạn CB.

Vậy, nếu tính cả hai lượt đi và về thì tổng quãng đường lên dốc và xuống dốc bằng nhau.

*Cách 1* : Tỉ số vận tốc lên dốc và xuống dốc là :  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Vì trong cùng một quãng đường nên vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau, suy ra tỉ số thời gian lên dốc và xuống dốc là  $\frac{3}{2}$ .

*Ta có sơ đồ* :



Tổng số phần thời gian bằng nhau là :  $3 + 2 = 5$  (phần)

Tổng thời gian lên dốc là :  $(8 : 5) \times 3 = 4,8$  (giờ)

Tổng quãng đường lên dốc (cũng bằng quãng đường từ nhà đến chợ) là :

$$4,8 \times 4 = 19,2 \text{ (km)}$$

*Cách 2* : Thời gian người đó đi 1 km lên dốc là :  $1 : 4 = \frac{1}{4}$  (giờ)

Thời gian người đó đi 1 km xuống dốc là :  $1 : 6 = \frac{1}{6}$  (giờ)

Thời gian trung bình người đó đi 2 km (gồm 1 km lên dốc và 1 km xuống dốc) là :  
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{10}{24}$  (giờ)

Vận tốc trung bình của người đó là :  $2 : \frac{10}{24} = 4,8$  (km/giờ)

Tổng quãng đường đi và về là :  $4,8 \times 8 = 38,4$  (km)

Quãng đường từ nhà đến chợ là :  $38,4 : 2 = 19,2$  (km)

Cách 3 : Thời gian người đó đi 1 km lên dốc là :  $60 : 4 = 15$  (phút)

Thời gian người đó đi 1 km xuống dốc là :  $60 : 6 = 10$  (phút)

Thời gian vừa đi vừa về trên quãng đường 1 km là :  $15 + 10 = 25$  (phút)

Suy ra người đó đi và về trên quãng đường 2 km (gồm 1 km lên dốc và 1 km xuống dốc) hết 25 phút.

Vậy người đó đi và về trên quãng đường 1 km hết thời gian trung bình là :

$$25 : 2 = 12,5 \text{ (phút)}$$

Vận tốc trung bình cả đi và về là :  $60 : 12,5 = 4,8$  (km/giờ)

Tổng quãng đường đi và về là :  $4,8 \times 8 = 38,4$  (km)

Quãng đường từ nhà đến chợ là :  $38,4 : 2 = 19,2$  (km).

### 10.3.6. Các dạng toán mang nội dung hình học

#### a) Dạng toán cắt ghép hình

VD : Tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông là 4 cm và 3 cm. Hãy tính cạnh BC.

Cách 1 : Ghép 4 tam giác bằng tam giác ABC tạo thành một hình vuông lớn có cạnh BC như hình vẽ. Hình vuông lớn này gồm 4 tam giác ABC và một hình vuông nhỏ ở giữa. Cạnh hình vuông nhỏ là :  $4 - 3 = 1$  (cm).

Diện tích hình vuông nhỏ là :  $1 \times 1 = 1$  (cm<sup>2</sup>)

Diện tích 4 tam giác là :  $(4 \times 3) : 2 \times 4 = 24$  (cm<sup>2</sup>)

Diện tích hình vuông lớn là :  $24 + 1 = 25$  (cm<sup>2</sup>);

Cạnh hình vuông lớn là 5 cm (vì  $25 = 5 \times 5$ ).

Suy ra BC = 5 cm.

Cách 2 : Ghép 4 tam giác ABC thành một hình vuông lớn như sau :

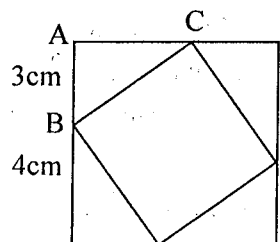
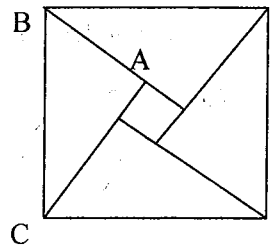
Cạnh hình vuông lớn là :  $4 + 3 = 7$  (cm)

Diện tích hình vuông lớn là :  $7 \times 7 = 49$  (cm<sup>2</sup>)

Diện tích 4 hình tam giác là :  $(4 \times 3) : 2 \times 4 = 24$  (cm<sup>2</sup>)

Diện tích hình vuông nhỏ là :  $49 - 24 = 25$  (cm<sup>2</sup>)

Suy ra cạnh hình vuông nhỏ là 5 cm (vì  $5 \times 5 = 25$ ).

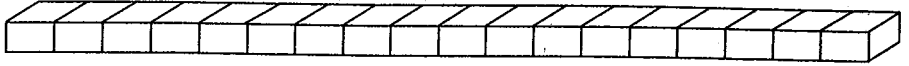


hay  $BC = 5\text{cm}$  (hình vẽ).

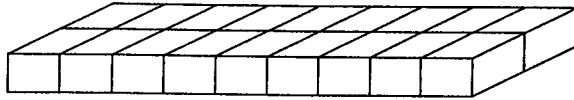
b) *Dạng toán dùng đoạn thẳng xếp thành các hình hình học*

VD : Có 18 hình lập phương như nhau, mỗi hình có cạnh là 5 cm. Hãy xếp tất cả 18 hình này thành những hình hộp chữ nhật có kích thước khác nhau.

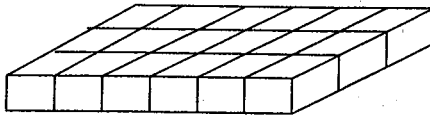
Giải : *Cách 1 :*



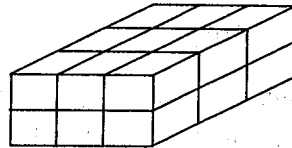
*Cách 2 :*



*Cách 3 :*



*Cách 4 :*

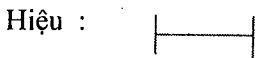
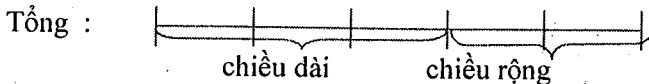


c) *Dạng toán tính chu vi, diện tích*

VD 1 : Tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó.

Tính chu vi hình chữ nhật, biết diện tích của nó là  $600\text{ m}^2$ .

Giải : Vẽ sơ đồ về tổng và hiệu độ dài hai cạnh hình chữ nhật :



Vì tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó nên chiều dài gấp rưỡi chiều rộng.

*Cách 1 :* Vì chiều dài gấp rưỡi chiều rộng nên khi chia chiều dài thành 3 phần, chiều rộng thành 2 phần thì hình chữ nhật được chia thành 6 hình vuông bằng nhau.

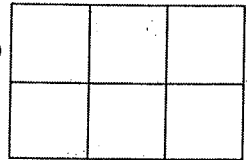
Diện tích mỗi hình vuông là :  $600 : 6 = 100\text{ (m}^2\text{)}$

Suy ra cạnh của một hình vuông là : 10 m (vì  $10 \times 10 = 100$ )

Chiều dài hình chữ nhật là :  $10 \times 3 = 30\text{ (m)}$

Chiều rộng hình chữ nhật là :  $10 \times 2 = 20\text{ (m)}$

Chu vi hình chữ nhật là :  $(30 + 20) \times 2 = 100\text{ (m)}$



*Cách 2 :* Giả sử hình chữ nhật có chiều dài 3 m và chiều rộng 2 m thì diện tích của nó là :

$$3 \times 2 = 6\text{ (m}^2\text{)}.$$



Diện tích thật của nó gấp diện tích này số lần là :  $600 : 6 = 100$  (lần).

Do đó, ta có  $(3 \times 2) \times 100 = 6 \times 100$  ( $m^2$ )

$(3 \times 2) \times 10 \times 10 = 600$  ( $m^2$ ).

Vì  $30 \times 20 = 600$  nên hình chữ nhật đã cho có chiều dài là 30 m và chiều rộng là 20 m.

Chu vi hình chữ nhật là :  $(30 + 20) \times 2 = 100$  (m).

**Cách 3 :** Gọi chiều dài hình chữ nhật là a, chiều rộng hình chữ nhật là b. Theo bài ra, ta có :  $a \times b = 600$  ( $m^2$ )

Vì hình chữ nhật có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng nên ta có :  $a = \frac{3}{2}b$

mà :  $a \times b = 600$  hay  $\frac{3}{2}b \times b = 600$

$$b \times b = 600 : 3 \times 2$$

$$b \times b = 400.$$

Do đó :  $b = 20$  (m) (vì  $20 \times 20 = 400$ );  $a = \frac{3}{2} \times 20 = 30$  (m).

Chu vi hình chữ nhật là :  $(30 + 20) \times 2 = 100$  (m).

**Cách 4 :** Hình chữ nhật ABCD có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng. Giả sử ta kéo dài chiều rộng thêm  $\frac{1}{2}$  số đo của nó thì được hình vuông ABEG (hình vẽ).

Vì hình chữ nhật DCEG và hình chữ nhật ABCD có  $DC = AB$  và  $DG = \frac{1}{2}AD$  nên diện tích hình DCEG bằng  $\frac{1}{2}$  diện tích hình ABCD.

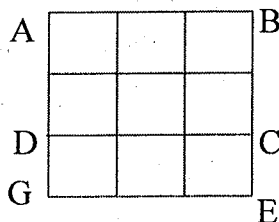
Diện tích hình DCEG là :  $600 : 2 = 300$  ( $m^2$ )

Diện tích hình vuông ABEG là :  $600 + 300 = 900$  ( $m^2$ )

Vì  $30 \times 30 = 900$  nên  $AB = 30$  (m)

Suy ra  $BC = 30 \times \frac{3}{2} = 20$  (m).

Chu vi hình chữ nhật ABCD là :  $(30 + 20) \times 2 = 100$  (m).



**Cách 5 :** Giả sử giảm chiều dài hình chữ nhật ABCD đi  $\frac{1}{3}$  số đo thì ta được hình vuông AMND có diện tích bằng  $\frac{2}{3}$  diện tích hình chữ nhật ABCD (do có cạnh  $BC = MN$ ,  $MB = AB : 3$  hay  $MA = 2AB : 3$ ). Diện tích hình vuông AMND là :

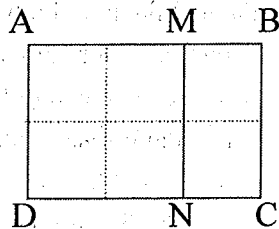
$$600 \times \frac{2}{3} = 400$$
 ( $m^2$ )

Vì  $20 \times 20 = 400$  nên suy ra cạnh  $AD = 20$  m

Cạnh  $AB = 20 \times \frac{3}{2} = 30$  (m).

Chu vi hình chữ nhật ABCD là :

$$(30 + 20) \times 2 = 100$$
 (m).



**VD 2 :** Một miếng đất hình chữ nhật dài 160 m, rộng 45 m. Nếu chiều rộng tăng thêm 5m thì phải bớt chiều dài đi bao nhiêu m để diện tích miếng đất ấy không đổi ?

Giải: Cách 1: Cạnh AQ dài là :

$$45 + 5 = 50 \text{ (m)}$$

Diện tích hình chữ nhật ABPQ là :

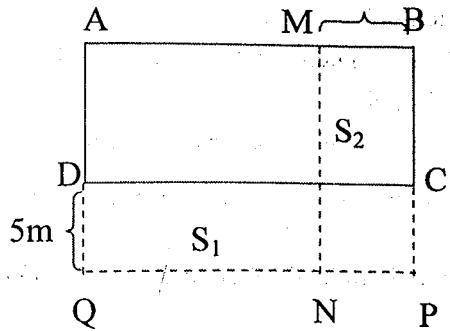
$$160 \times 50 = 8000 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích hình chữ nhật ABCD là :

$$160 \times 45 = 7200 \text{ (m}^2\text{)}$$

Diện tích hình chữ nhật DCPQ là :

$$8000 - 7200 = 800 \text{ (m}^2\text{)}$$



Diện tích hình MBPN bằng diện tích hình DCPQ (vì cùng bằng diện tích hình ABPQ trừ đi diện tích miếng đất ban đầu). Suy ra diện tích hình chữ nhật MBPN là 800 (m<sup>2</sup>). Độ dài cần bớt đi là :  $800 : 50 = 16 \text{ (m)}$ .

Cách 2 :

Diện tích miếng đất là :  $160 \times 45 = 7200 \text{ (m}^2\text{)}$

Chiều rộng miếng đất sau khi tăng thêm là :  $45 + 5 = 50 \text{ (m)}$

Chiều dài miếng đất sau khi đã giảm đi là :  $7200 : 50 = 144 \text{ (m)}$

Độ dài phải bớt đi là :  $160 - 144 = 16 \text{ (m)}$ .

Cách 3 :

Vì  $S_1 = S_2$  nên diện tích hình chữ nhật MNPB bằng diện tích hình chữ nhật CDQP và bằng  $160 \times 5 = 800 \text{ (m}^2\text{)}$

Chiều rộng miếng đất sau khi tăng thêm là :  $45 + 5 = 50 \text{ (m)}$

Độ dài phải bớt đi là :  $800 : 50 = 16 \text{ (m)}$ .

VD 3 : Cho hình tam giác ABC có góc A vuông, AB = 50 cm và AC = 60 cm. Trên AB lấy điểm M cách A là 10cm. Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC ở N. Tính diện tích hình BMN.

Giải: Cách 1 : Nối NA.

Diện tích tam giác ANC là :  $60 \times 10 : 2 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác ABC là :

$$50 \times 60 : 2 = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích tam giác ABN là :  $1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$

Chiều cao NM của tam giác ABN là :  $1200 \times 2 : 50 = 48 \text{ (cm)}$

Diện tích tam giác BMN là :  $(50 - 10) \times 48 : 2 = 960 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

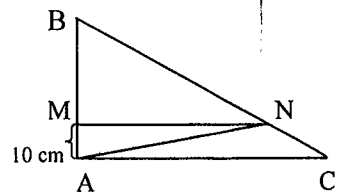
Cách 2 : Diện tích tam giác ANC là :  $60 \times 10 : 2 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác ABC là :  $50 \times 60 : 2 = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác ABN là :  $1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$

Chiều cao NM của tam giác ABN là :  $1200 \times 2 : 50 = 48 \text{ (cm)}$

Diện tích tam giác AMN là :  $48 \times 10 : 2 = 240 \text{ (cm}^2\text{)}$



Diện tích tam giác BMN là :  $1200 - 240 = 960 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Cách 3 : Diện tích tam giác ANC là :  $60 \times 10 : 2 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác ABC là :  $50 \times 60 : 2 = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích tam giác ABN là :  $1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$

Hai tam giác ABN và MBN có chung chiều cao NM và đáy  $BM = \frac{4}{5}$  đáy BA. Do

đó, diện tích hình BMN cũng bằng  $\frac{4}{5}$  diện tích hình ABN.

Vậy tam giác BMN có diện tích là :  $1200 : 5 \times 4 = 960 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

### 11. Một số yêu cầu cơ bản đối với giáo viên khi dạy toán ở tiểu học

- Nắm vững những đặc điểm tâm sinh lí của HS tiểu học.
- Nắm vững những cơ sở lí luận của các PP giải toán.
- Nắm vững nội dung chương trình, sách giáo khoa, hệ thống kiến thức cơ bản, hệ thống các dạng bài tập. Nắm vững các dạng bài tập mang tính đặc thù và PP giải của từng loại một cách chặt chẽ.

## §2. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC

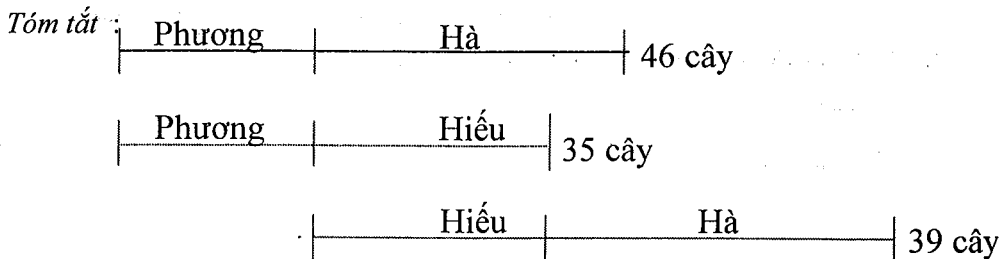
### 1. Phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng

#### 1.1. Nội dung

Khi phân tích bài toán, cần phải thiết lập được các mối liên hệ phụ thuộc giữa các đại lượng cho trong bài toán. Muốn làm được việc này ta thường dùng các đoạn thẳng thay cho các số (số đã cho, số cần tìm) để minh họa cho các quan hệ đó. Ta phải chọn độ dài các đoạn thẳng và cần sắp xếp các đoạn thẳng đó một cách thích hợp để có thể thấy được mối liên hệ và phụ thuộc giữa các đại lượng, tạo một hình ảnh cụ thể giúp ta suy nghĩ, tìm tòi cách giải bài toán.

#### 1.2. Ví dụ

Hà, Phương, Hiếu cùng tham gia trồng su hào. Hà và Phương trồng được 46 cây, Phương và Hiếu trồng được 35 cây. Hiếu và Hà trồng được 39 cây. Hỏi mỗi bạn trồng được bao nhiêu cây ?



Giải : Tổng số cây của ba bạn trồng được là :  $(46 + 35 + 39) : 2 = 60$  (cây)

Số cây Phương trồng được là :  $60 - 39 = 21$  (cây)

Số cây Hà trồng được là :  $46 - 21 = 25$  (cây)

Số cây Hiếu trồng được là :  $39 - 25 = 14$  (cây)

### 2. Phương pháp rút về đơn vị – Phương pháp tỉ số

#### 2.1. Nội dung

Trong một bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ (thuận hay nghịch), người ta thường cho biết hai giá trị của đại lượng thứ nhất và một giá trị của đại lượng thứ hai. Bài toán đòi hỏi phải tìm một giá trị chưa biết của đại lượng thứ hai. Để tìm giá trị đó, người ta thường sử dụng PP rút về đơn vị hay PP tỉ số.

#### 2.2. Ví dụ

Người ta tính rằng cứ ba ô tô chở hàng, mỗi ô tô đi 50 km thì tiền chi phí tất cả là 120 000 đồng. Vậy nếu 5 ô tô như thế, mỗi ô tô đi 100 km thì chi phí hết tất cả bao nhiêu tiền ?

Giải : Số tiền chi phí cho một ô tô đi quãng đường 50 km là :

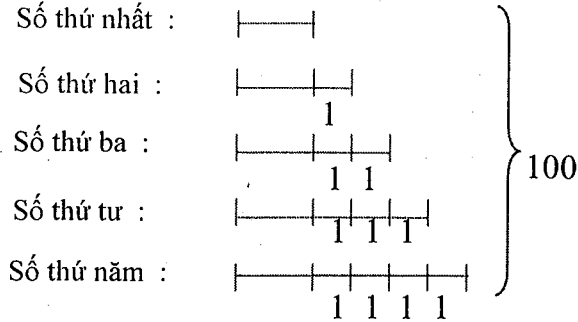
$$120\,000 : 3 = 40\,000 \text{ (đồng)}$$



## 4.2. Ví dụ

Hãy tìm năm số liên nhau có tổng bằng 100.

*Giải* : Vì các số liên nhau hơn kém nhau 1 đơn vị nên ta có sơ đồ :



Nếu bớt 1 đơn vị ở số thứ hai ; 2 đơn vị ở số thứ ba ; 3 đơn vị ở số thứ tư ; 4 đơn vị ở số thứ năm thì tổng mới sẽ là :  $100 - (1 + 2 + 3 + 4) = 90$  (đơn vị)

Tổng mới này gấp năm lần số thứ nhất. Vậy số thứ nhất là :  $90 : 5 = 18$

Số thứ hai là :  $18 + 1 = 19$

Số thứ ba là :  $19 + 1 = 20$

Số thứ tư là :  $20 + 1 = 21$

Số thứ năm là :  $21 + 1 = 22$

## 5. Phương pháp giả thiết tạm

### 5.1. Nội dung

PP này thường dùng đối với bài toán trong đó đề cập đến hai đối tượng (người, vật hay sự việc) có những tính chất biểu thị hai số lượng chênh lệch nhau. Chẳng hạn, hai chuyển động có vận tốc khác nhau, hai công cụ có hai năng suất khác nhau, hai loại vé có giá tiền khác nhau...

Ta thử đặt ra hai trường hợp không xảy ra, không phù hợp với điều kiện bài toán, một khả năng không có thật thậm chí một tình huống vô lí (chính vì vậy mà PP này đòi hỏi người giải toán có trí tưởng tượng, phong phú, suy luận linh hoạt...). Tất nhiên, giả thiết ấy chỉ là tạm thời, nhưng phải tìm được giả thiết ấy nhằm đưa bài toán về một tình huống quen thuộc, đã biết cách giải hoặc dựa trên cơ sở đó để tiến hành lập luận mà suy ra được cái phải tìm.

Những bài toán giải được bằng PP giả thiết tạm đều có thể giải được bằng PP khác. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, cách giải bằng PP giả thiết tạm thường gọn gàng, dễ hiểu, mang tính “độc đáo”.

### 5.2. Ví dụ

“Thuyền to chở được sáu người  
Thuyền nhỏ chở được bốn người là đồng  
Một đoàn trai gái sang sông  
Mười thuyền to nhỏ giữa dòng đang trôi

Toàn đoàn có cả trăm người  
Trên bờ còn bốn tám người đợi sang”

Hỏi trên sông có bao nhiêu thuyền to, nhỏ mỗi loại ?

*Giải* : Số người đang được chở qua sông là :  $100 - 48 = 52$  (người)

Giả sử 10 chiếc thuyền đều là thuyền to cả thì số người được chở là :

$$10 \times 6 = 60 \text{ (người)}$$

Số người chênh lệch là :  $60 - 52 = 8$  (người)

Sở dĩ có số người chênh lệch như vậy là vì mỗi chiếc thuyền nhỏ được tính chở thêm số người là :  $6 - 4 = 2$  (người)

$$\text{Số thuyền nhỏ là : } 8 : 2 = 4 \text{ (chiếc)}$$

$$\text{Số thuyền to là : } 10 - 4 = 6 \text{ (chiếc).}$$

## 6. Phương pháp suy luận logic

### 6.1. Nội dung

Loại toán này đa dạng về đề tài, đòi hỏi HS phải biết suy luận đúng đắn, chặt chẽ, trên cơ sở vận dụng những kiến thức cơ bản và kinh nghiệm sống phong phú của mình. Vì vậy, cần phải luyện tập óc quan sát, cách lập luận, cách xem xét các khả năng có thể xảy ra của một sự kiện và vận dụng những kiến thức đã học vào các tình huống muôn hình muôn vẻ trong cuộc sống hằng ngày. Đôi khi để giải những bài toán loại này, chỉ cần những kiến thức toán học đơn giản, nhưng lại đòi hỏi khả năng chọn lọc trường hợp, suy luận chặt chẽ, rõ ràng.

### 6.2. Ví dụ

*VD 1* : Trong đại hội cháu ngoan Bác Hồ của tỉnh, bốn bạn Phương, Dung, Hiếu, Nhung có quê mỗi người ở một nơi khác nhau. Trả lời câu hỏi : “ Bạn quê ở đâu ?” ta nhận được các câu trả lời sau :

Phương : “Đương quê ở Thường Tín, còn tôi ở Ứng Hoà ”.

Dương : “Quê tôi ở Ứng Hòa, còn quê Hiếu ở Thường Tín ”.

Hiếu : “Không, tôi ở Hà Đông còn Nhung ở Mĩ Đức ”.

Cuối cùng, Nhung nói : “Tuy các bạn đều nghịch, nhưng trong mỗi câu trả lời của ba bạn trên đây đều có một phần đúng và một phần sai”. Hãy xác định quê của mỗi bạn.

*Giải* : Giả sử trong câu trả lời của Phương : “Đương ở Thường Tín” là đúng. Như vậy, trong câu trả lời của Dương, câu : “Hiếu ở Thường Tín” là sai, do đó, “Đương ở Ứng Hòa” là đúng. Điều này vô lí vì Dương quê ở hai nơi. Từ đó khẳng định được : “Phương quê ở Ứng Hòa” là đúng, suy ra trong câu trả lời của Dương : “Hiếu ở Thường Tín” là đúng. Như vậy, “Nhung quê Mĩ Đức” là đúng và cuối cùng, Dương quê ở Hà Đông.

*VD 2* : Người ta đồn rằng ở một ngôi đền nọ rất thiêng do 3 vị thần ngự trị : Thần Thật Thà (luôn nói thật), thần Dối Trá (luôn nói dối) và thần Khôn Ngoan (lúc nói thật, lúc nói dối). Các vị thần ngự sẵn trên bệ thờ và sẵn sàng trả lời câu hỏi khi có người thỉnh cầu. Nhưng hình dạng 3 vị thần giống hệt nhau nên người ta không biết vị thần nào trả lời để mà tin hay không tin.

Một hôm, có một học giả từ phương xa tới đền gặp các thần để xin lời thỉnh cầu. Bước vào đền, học giả hỏi vị thần ngồi bên phải :

Ai ngồi cạnh ngài ?

Đó là thần Dối Trá.

Tiếp đó hỏi thần ngồi giữa :

Ngài là thần gì ?

Tôi là thần Khôn Ngoan.

Cuối cùng ông ta quay sang hỏi thần ngồi bên trái :

Ai ngồi cạnh ngài ?

Đó là thần Thật Thà.

Nghe xong vị học giả khẳng định được mỗi vị thần là ai. Bạn hãy cho biết học giả đó suy luận như thế nào ?

*Giải :* Gọi vị thần thứ nhất là A

vị thần thứ hai là B

vị thần thứ ba là C

Căn cứ vào các câu trả lời ta có : A không Thật Thà vì nếu A “Thật Thà” và A trả lời B là thần Thật Thà. Như vậy sẽ có hai thần “Thật Thà” (vô lí).

Vì A không Thật Thà nên A chỉ có thể là thần Dối Trá hoặc thần Khôn Ngoan.

B không phải là thần Thật Thà vì nếu B thật thà thì B phải tự nhận mình là thần Thật Thà. Vậy B chỉ có thể là thần Dối Trá hoặc thần Khôn Ngoan.

Từ lập luận trên C sẽ là thần Thật Thà.

B là thần Dối Trá (theo lời C).

A là thần Khôn Ngoan.

## 7. Phương pháp ứng dụng nguyên tắc Dirichlet

### 7.1. Nội dung

Đây là dạng toán HS vận dụng nguyên tắc Dirichlet để giải những bài toán có tính “hài hước”. Dạng bài tập này có thể mô tả như sau : “không thể nhốt 7 chú Thỏ vào 3 cái lồng, sao cho mỗi cái lồng không quá 2 chú Thỏ” (nghĩa là, phải có một cái lồng có ít nhất 3 chú Thỏ).

### 7.2. Phương pháp dạy

Để giải dạng bài tập này trước hết người GV cần :

- Hướng dẫn HS phân tích bài toán ;
- Cần lập sự tương ứng giữa các đối tượng của hai nhóm mà số lượng hữu hạn các đối tượng của hai nhóm này không bằng nhau .

### 7.3. Ví dụ

*VD 1 :* Có 30 HS trong một lớp học. Khi làm bài trắc nghiệm, có 1 HS phạm 12 lỗi, các HS khác bị ít lỗi hơn. Chứng minh rằng có ít nhất 3 HS có cùng số lỗi.

*Giải :* Có 29 HS mà mỗi người phạm ít hơn 12 lỗi, tức là mỗi HS trong số này có thể phạm 0, 1, 2, ..., 11 lỗi. Bây giờ ta xây dựng 12 tập hợp, các tập hợp này mang tên tượng trưng là : Tập 0 lỗi, tập 1 lỗi, tập 2 lỗi, ..., tập 11 lỗi.



Ta có  $29 > 2 \times 12$ . Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet tổng quát, có ít nhất  $2 + 1 = 3$  HS có cùng số lỗi.

*VD 2* : Một nhà ăn có 95 chiếc bàn và có tổng cộng 465 chỗ ngồi. Có chắc rằng phải có 1 bàn có ít nhất 6 chỗ ngồi hay không ?

*Giải* : Ta xem như 465 chỗ ngồi là 465 phần tử và 95 chiếc bàn là 95 tập hợp.

Ta có :  $5 \times 95 > 465$ . Do vậy, có khả năng xảy ra là các bàn chỉ gồm nhiều nhất 5 chỗ ngồi. Điều đó có nghĩa là không chắc rằng phải có 1 bàn có ít nhất 6 chỗ ngồi.

*VD 3* : Các số từ 1 đến 10 được xếp ngẫu nhiên xung quanh một đường tròn. Chứng minh rằng có ít nhất 3 số liên tiếp mà tổng 3 số này ít nhất là 17.

*Giải* : Giả sử 10 số nói trên xuất hiện ngẫu nhiên theo cách trên là : a, b, c, d, e, f, g, h, i, k. Như vậy các bộ 3 số liên tiếp là : (a; b; c); (b; c; d); (c; d; e);...; (h; i; k); (i; k; a); (k; a; b).

Rõ ràng có 10 bộ như thế, các tổng tương ứng là  $a + b + c$ ;  $b + c + d$ ;  $c + d + e$ ; ...;  $h + i + k$ ;  $i + k + a$ ;  $k + a + b$

Trong các bộ 3 số nói trên, mỗi số trong các số từ 1 đến 10 xuất hiện ở đúng 3 bộ. Do đó, tổng các số của các tổng những bộ 3 là :

$$\begin{aligned} & (a + b + c) + (b + c + d) + (c + d + e) + \dots + (h + i + k) + (i + k + a) + (k + a + b) \\ & = 3 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) \\ & = (3 \times 10 \times 11) : 2 = 165. \end{aligned}$$

Ta cần chứng minh rằng có ít nhất một bộ 3 số có tổng ít nhất là 17. Hãy xem như ta nhốt 165 chú Thỏ vào 10 cái lồng. Vì  $165 > 10 \times 16$  nên theo nguyên tắc Dirichlet tổng quát nói trên, có 1 lồng phải chứa ít nhất  $16 + 1 = 17$  chú Thỏ. Suy ra điều phải chứng minh.

#### 7.4. Bài tập

*Bài tập 1* : Tổ của Dương phải trực nhật suốt cả 5 ngày học trong tuần. Tổ có 11 bạn, bạn nào cũng phải làm trực nhật. Chứng tỏ rằng có một ngày ít nhất 3 bạn trực nhật.

*Phân tích* : Trước hết ta xem xét có thể không phân công được 3 bạn trực nhật một ngày hay không. Ta sắp xếp 11 bạn (có vai trò như các chú Thỏ) vào 5 nhóm (như các lồng) mỗi nhóm trực nhật một ngày. Trước hết ta bố trí 5 bạn vào 5 nhóm, còn lại 6 bạn sau đó lại sắp xếp tiếp 5 bạn nữa vào 5 nhóm này như vậy mỗi nhóm có 2 bạn và còn lại một bạn. Bạn cuối cùng ta phân công vào một trong 5 nhóm ấy. Vì bạn nào cũng phải tham gia trực nhật. Như vậy nhóm có bạn cuối cùng sẽ có 3 bạn, tức là một nhóm có ít nhất 3 bạn trực nhật. Theo cách phân công nói trên thì có một ngày có đúng 3 bạn trực nhật, nhưng ở đầu bài lại đặt ra “có 1 ngày ít nhất 3 bạn trực nhật”. Điều đó được giải thích như sau : về mặt lôgic, nhóm “có 3 bạn” mà ta nói có ít nhất 3 bạn là đúng.

Mặt khác, về ý nghĩa thực tế có thể có nhiều cách phân công trực nhật khác nhau. Chẳng hạn có thể phân công một cách không hợp lí như sau :

Trong 4 ngày đầu, phân công mỗi ngày một bạn, còn lại 7 bạn ta phân công vào ngày cuối cùng. Thế thì trong ngày cuối cùng có ít nhất 3 bạn trực nhật, khả năng phân công “công bằng” như trình bày ở phần đầu thì sẽ có ngày đúng 3 bạn trực nhật.

*Giải* : Ta sắp xếp 11 bạn vào 5 nhóm, mỗi nhóm trực nhật một ngày.

Vì  $2 \times 5 = 10 < 11$  nên theo nguyên tắc Dirichlet phải có một nhóm có ít nhất 3 bạn trực nhật.

*Bài tập 2* : Trường em có 380 HS.

Chúng tỏ rằng có ít nhất hai bạn cùng một ngày sinh.

*Phân tích* : Một năm thường có 365 ngày, năm nhuận có 366 ngày. Giả sử có 366 HS có ngày sinh từ ngày 1 tháng 1 đến ngày 31 tháng 12.

Vậy số HS còn lại là :  $380 - 366 = 14$  (HS)

Số HS này cũng phải có ngày sinh là một ngày nào đó trong năm. Do đó có ít nhất hai bạn cùng một ngày sinh. Ở đây ta nói ít nhất bởi vì ta giả sử có 366 HS có ngày sinh rải đều từ ngày 1 tháng 1 đến 31 tháng 12, trên thực tế có thể có hai bạn hoặc nhiều hơn hai bạn có cùng một ngày sinh.

*Giải* : Một năm có 365 hoặc 366 ngày. Với 380 HS có 380 ngày sinh, ta sắp xếp 380 ngày sinh vào các ngày trong năm. Vì  $380 > 366$  nên theo nguyên tắc Dirichlet, chắc chắn có ít nhất hai bạn có cùng ngày sinh.

*Bài tập 3* : Chứng tỏ rằng trong 3 số tự nhiên bất kì, bao giờ cũng có thể tìm được hai số sao cho tổng của chúng chia hết cho 2.

*Phân tích* : Các số tự nhiên  $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots$  chỉ gồm các số chẵn  $0 ; 2 ; 4 \dots$  và các số lẻ  $1 ; 3 ; 5 ; \dots$  vì thế có 3 số tự nhiên bất kì thì phải hoặc là trong đó có 2 số chẵn hoặc 2 số lẻ. Trong trường hợp đó là hai số chẵn thì tổng của chúng là 1 số chẵn nên tổng này chia hết cho 2. Như vậy là hai số chẵn này là 2 số phải tìm. Còn trong trường hợp là hai số lẻ thì tổng của chúng cũng là một số chẵn nên tổng này cũng chia hết cho 2. Do đó, đây là hai số lẻ phải tìm. Ở đây, nguyên tắc Dirichlet được ứng dụng ở chỗ ta có 3 số tự nhiên mà chỉ có 2 loại số : số chẵn và số lẻ nên trong 3 số đó bao giờ cũng có hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

*Giải* : Số tự nhiên gồm có số chẵn và số lẻ, nên trong 3 số tự nhiên bất kì theo nguyên tắc Dirichlet bao giờ cũng có hai số chẵn hoặc hai số lẻ. Tổng của hai số này luôn luôn là số chẵn nên chia hết cho 2.

*Bài tập 4* : Trường Kim Đồng có 30 lớp và 1000 HS. Chứng tỏ rằng có một lớp có ít nhất 34 HS.

*Phân tích* : Trước hết ta xem có thể không xếp được 34 HS vào 1 lớp hay không. Ta sắp xếp 1000 HS vào 30 lớp mỗi lớp 30 HS, vậy số HS đã nhận lớp là :  $30 \times 30 = 900$  (HS).

Như vậy, số HS còn lại là :  $1000 - 900 = 100$  (HS).

Tiếp theo ta xếp vào 30 lớp, mỗi lớp 3 em HS thì số HS còn lại :

$$100 - (3 \times 30) = 10 \text{ (HS)}$$

Ta xếp 10 HS này vào 10 trong 30 lớp, như vậy 10 lớp đó thì mỗi lớp có 34 HS. Điều đó được giải thích như sau : về mặt logic, lớp "có 34 HS" mà ta nói "có ít nhất 34 HS" là đúng. Mặt khác, về mặt thực tế ta có thể xếp 10 HS còn lại vào 1 trong 30 lớp. Như vậy, rõ ràng có 1 lớp có ít nhất 34 HS.

*Giải* : Chia đều 1000 HS vào 30 lớp thì mỗi lớp có số HS là :

$$1000 : 30 = 33 \text{ (HS) dư } 10 \text{ HS}$$

Ta thấy  $33 \times 30 = 990 < 1000$ . Do đó theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có một lớp có ít nhất 34 HS.

*Bài tập 5* : Trong lớp có 40 HS. Hỏi có thể tìm được hay không một tháng nào đó trong năm mà tháng đó có ít nhất 4 bạn kỉ niệm ngày sinh của mình ?

*Phân tích* : Một năm có 12 tháng, ta sắp xếp 40 bạn vào 12 tháng vì mỗi bạn đều kỉ niệm ngày sinh của mình trong một tháng trong năm. Giả sử mỗi tháng có 3 HS cùng kỉ niệm ngày sinh của mình thì số HS có tháng sinh nhật là :  $3 \times 12 = 36 \text{ (HS)}$ .

Vậy số HS còn lại là :  $40 - 36 = 4 \text{ (HS)}$ .

Ta xếp 4 HS còn lại vào 4 trong 12 tháng. Như vậy có 4 tháng có 4 HS cùng kỉ niệm ngày sinh của mình. Nhưng theo đầu bài đặt ra “tháng nào đó trong năm mà tháng đó có ít nhất 4 bạn kỉ niệm ngày sinh của mình”. Điều đó được giải thích như sau : về mặt logic, tháng “có 4 bạn cùng kỉ niệm ngày sinh” mà ta nói “có ít nhất 4 bạn cùng kỉ niệm ngày sinh” là đúng.

Mặt khác ta giả sử có 36 HS kỉ niệm ngày sinh của mình từ tháng 1 đến tháng 12. Trên thực tế, có thể có 4 hoặc nhiều hơn 4 bạn cùng kỉ niệm ngày sinh của mình trong cùng một tháng.

*Giải* : Một năm có 12 tháng. Với 40 HS có 40 tháng sinh, chia đều 40 bạn vào 12 tháng thì mỗi tháng có số HS là :  $40 : 12 = 3 \text{ (bạn) dư } 4 \text{ bạn}$

Ta thấy  $12 \times 3 = 36 < 40$ . Do đó theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có một tháng có 4 bạn kỉ niệm ngày sinh của mình.

*Bài tập 6* : Tổ của Dương có 10 bạn. Trong một bài viết chính tả Dương mắc phải 4 lỗi, còn tất cả các bạn khác mắc số lỗi ít hơn.

Chứng tỏ rằng có ít nhất 3 bạn mắc số lỗi như nhau.

*Phân tích* : Tổ của Dương có 10 bạn. Dương mắc 4 lỗi vậy còn 9 bạn mắc số lỗi ít hơn; 9 bạn đó có thể mắc 0 lỗi, 1 lỗi, 2 lỗi, 3 lỗi. Ta chia đều 9 bạn cho 4 loại lỗi trên. Trước hết, ta xếp 4 bạn vào 4 lỗi trên, còn 5 bạn. Tiếp tục xếp 4 bạn tiếp theo vào 4 loại lỗi trên còn 1 bạn. Bạn cuối cùng này ta xếp vào 1 trong 4 loại lỗi trên. Như vậy sẽ có 1 loại lỗi có 3 bạn cùng mắc số lỗi. Theo cách sắp xếp trên thì có 1 loại lỗi có đúng 3 bạn mắc lỗi, nhưng đầu bài lại đặt ra “có ít nhất 3 bạn mắc số lỗi như nhau”. Điều đó được giải thích như sau : về mặt logic, nhóm “có 3 bạn” mà ta nói “ít nhất 3 bạn” là đúng.

Mặt khác, ta có thể sắp xếp 3 bạn vào 3 loại lỗi trên, còn 5 bạn ta xếp vào loại lỗi thứ 4 (có mắc 3 lỗi). Như vậy, rõ ràng trong loại mắc 3 lỗi có ít nhất 3 bạn mắc số lỗi như nhau. Do đó dù có đúng 3 bạn, hoặc nhiều hơn 3 bạn cùng mắc số lỗi thì khả năng sắp xếp “công bằng” nhất được trình bày ở phần đầu, sẽ có loại lỗi có đúng 3 bạn cùng mắc lỗi.

*Giải* : Số bạn mắc 3 lỗi trở xuống là :  $10 - 1 = 9 \text{ (bạn)}$

9 bạn này có thể mắc 0 lỗi, 1 lỗi, 2 lỗi, 3 lỗi. Vậy 9 bài chính tả của 9 bạn được chia đều vào 4 lỗi thì mỗi lỗi có số bạn là :  $9 : 4 = 2 \text{ (bạn) dư } 1 \text{ bạn}$ .

Ta thấy  $4 \times 2 = 8 < 9$ . Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có ít nhất 3 bạn cùng mắc số lỗi như nhau.

*Bài tập 7* : Bàn cờ quốc tế gồm  $8 \times 8 = 64$  ô vuông bằng nhau. Ném vào bàn cờ 100 viên bi thì chỉ có 35 viên lăn ra ngoài bàn cờ. Chứng minh rằng có một ô trong bàn cờ chứa ít nhất 2 viên bi (kể cả viên bi nằm trên cạnh ô vuông).

*Phân tích* : Bàn cờ có 64 ô vuông, khi ném vào bàn cờ 100 viên bi, chỉ có 35 viên bi lăn ra ngoài. Như vậy, trong bàn cờ còn :  $100 - 35 = 65$  viên bi. Giả sử mỗi ô vuông của bàn cờ chứa một viên bi, như vậy số viên bi có ô vuông là  $1 \times 64 = 64$  (viên bi). Còn 1 viên bi ta xếp vào 1 trong 64 ô vuông của bàn cờ thì có một ô vuông chứa 2 viên bi, tức là ô vuông chứa ít nhất là 2 viên bi. Theo cách sắp xếp trên thì có một ô vuông chứa đúng 2 viên bi, nhưng đầu bài lại đặt ra “có một ô vuông chứa ít nhất 2 viên bi”. Điều này được giải thích như sau : về mặt logic, ô vuông “chứa 2 viên bi” mà ta nói rằng chứa ít nhất 2 viên bi là đúng.

Mặt khác, trên thực tế có thể có 2 hoặc nhiều hơn 2 viên bi cùng ở một ô vuông

*Giải* : Số viên bi trong bàn cờ là :  $100 - 35 = 65$  (viên bi)

65 viên bi này nằm rải rác trong bàn cờ, giả sử được chia đều cho 64 ô vuông thì mỗi ô vuông chứa số viên bi là :  $65 : 64 = 1$  (viên bi) dư 1 viên bi.

Ta thấy  $1 \times 64 = 64 < 65$ . Do đó theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có một ô vuông chứa ít nhất 2 viên bi.

*Bài tập 8* : Có 50 chuồng gà, mỗi chuồng nhất không quá 24 con gà.

Hãy chứng tỏ rằng ít nhất có 3 chuồng gà nhất một số gà như nhau.

*Phân tích* : Mỗi chuồng nhất không quá 24 con gà, nghĩa là số gà được nhốt trong mỗi chuồng có thể là 1 con, 2 con, 3 con, ..., 24 con. Giả sử không có 3 chuồng gà nhốt cùng 1 số gà. Như vậy chỉ xảy ra trường hợp 2 chuồng nhốt cùng một số gà như nhau. Có 24 cách nhốt gà khác nhau cho 2 chuồng trên, đó là cùng nhốt số lượng gà : 1 con, 2 con, 3 con, ..., 24 con. Vậy số chuồng gà đã sử dụng là gấp 2 lần cách nhốt gà (vì 2 chuồng cùng nhốt một số gà như nhau) và bằng :  $2 \times 24 = 48$  (chuồng gà)

Còn lại 2 chuồng gà. Hai chuồng này sẽ nhốt số gà từ 1 con đến 24 con. Như vậy có 3 chuồng nhốt cùng số gà, nhưng đề bài lại đặt ra : “có ít nhất 3 chuồng nhốt một số gà như nhau”. Điều đó được giải thích như sau : về mặt logic : có “3 chuồng nhốt cùng số gà như nhau” mà ta nói “có ít nhất 3 chuồng nhốt cùng số gà như nhau” là đúng.

Mặt khác, trên thực tế hai chuồng gà còn lại có thể nhốt cùng một số gà. Như vậy có 3 hoặc nhiều hơn 3 chuồng cùng nhốt một số gà như nhau.

*Giải* : Giả sử không có 3 chuồng nào cùng nhốt một số gà thì số chuồng nhiều nhất chỉ có thể gồm :

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 1 con

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 2 con

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 3 con

.....  
2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 24 con

Như vậy, số chuồng đã sử dụng là :  $2 \times 24 = 48$  (chuồng)

Số chuồng còn lại là :  $50 - 48 = 2$  (chuồng)

Hai chuồng này nhốt số gà từ 1 đến 24 con. Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet có ít nhất 3 chuồng nhốt cùng một số gà như nhau.

*Bài tập 9* : Có 19 con ruồi đậu trên mặt một cái bàn vuông có cạnh dài 12dm. Chứng tỏ rằng phải có ít nhất 3 con ruồi là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích bé hơn  $16 \text{ dm}^2$ .

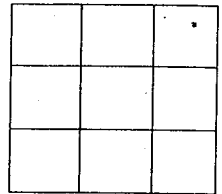
*Phân tích* : Một cái bàn hình vuông có cạnh dài 12dm thì diện tích của cái bàn là :  $12 \times 12 = 144 \text{ dm}^2$ . Mà  $144 \text{ dm}^2$  so với  $16 \text{ dm}^2$  thì gấp số lần là :  $144 : 16 = 9$  lần. Do đó nếu ta chia cái bàn ra làm 9 phần bằng nhau (9 ô vuông), mỗi ô vuông có diện tích  $16 \text{ dm}^2$  thì lúc này bài toán trở thành 19 con ruồi được chia đều cho 9 ô vuông. Chứng minh rằng có ít nhất một ô vuông chứa 3 con ruồi. Ta lấy 19 con ruồi chia đều cho 9 ô vuông mỗi ô được 2 con còn dư 1 con. Con ruồi cuối cùng này được chia vào 1 trong 9 ô vuông nói trên. Vậy có 1 ô vuông chứa 3 con ruồi. Vì 3 con ruồi đậu trên 3 đỉnh của tam giác nên 3 đỉnh của tam giác nằm trong ô vuông. Về mặt logic là như vậy, nhưng trên thực tế có thể có 3 hoặc nhiều hơn 3 con ruồi cùng đậu trên một ô vuông.

*Giải* : Diện tích của cái bàn là :

$$12 \times 12 = 144 (\text{dm}^2)$$

Nếu chia mặt bàn thành 9 ô vuông như hình bên thì diện tích của mỗi ô vuông là :

$$144 : 9 = 16 (\text{dm}^2)$$



19 con ruồi được chia đều vào 9 ô vuông, mỗi ô vuông sẽ chứa số ruồi là :  $19 : 9 = 2$  (con ruồi) dư 1 con ruồi.

Ta thấy  $9 \times 2 = 18 < 19$ . Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet phải có ít nhất 3 con ruồi đậu trên cùng một ô vuông. Vì tam giác có 3 đỉnh là 3 con ruồi nên tam giác này nằm gọn trong hình vuông, nghĩa là diện tích của nó nhỏ hơn  $16 \text{ dm}^2$ .

*\* Bài tập tự luyện :*

*Bài 1* : Cho 3 số tự nhiên bất kì, trong đó không có số nào chia hết cho 3. Chứng minh rằng bao giờ cũng có hai số mà khi chia cho 3 có cùng một số dư.

*Bài 2* : Một người mua cho cơ quan 25 bao thuốc lá gồm 3 loại : Điện biên, Sông cầu, Du lịch. Hỏi trong số đó có thể có 9 bao thuốc lá cùng loại hay không ?

*Bài 3* : Có 5 bạn thi đấu cờ, theo thể thức vòng tròn (mỗi bạn đấu một trận với tất cả các bạn khác). Sau mỗi trận đấu dù là thua, thắng hay hoà mỗi bạn đều được thưởng một cuốn vở. Chứng minh rằng vào bất cứ lúc nào cũng phải có ít nhất hai bạn được thưởng cùng một số vở.

**Bài 4 :** Trong một đợt kiểm tra chất lượng cho 370 HS, người ta đưa ra bộ đề thi gồm 10 câu hỏi khác nhau. Mỗi HS phải rút ra 3 trong 10 câu hỏi để làm thành đề thi của mình. Chứng minh rằng phải có ít nhất 4 thí sinh cùng thi chung một đề.

**Bài 5 :** Cho lần lượt vào hộp bắt đầu viên bi đỏ, bi vàng, bi xanh, rồi lại bi đỏ, bi vàng, bi xanh... tiếp tục theo thứ tự đó cho đến hết 2000 viên bi. Nếu không nhìn vào hộp thì em phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn rằng trong các viên bi ấy sẽ có đủ ba màu đỏ, xanh, vàng ?

**Bài 6 :** Có 11 đĩa bánh, mỗi đĩa đựng không quá 5 cái bánh. Hãy chứng tỏ rằng trong 11 đĩa bánh đó chắc chắn có 3 đĩa đựng số bánh bằng nhau.

### 7.5. Một số sai lầm của học sinh

Đối với dạng toán này HS thường gặp khó khăn khi phân tích bài toán hoặc là sẽ phân tích sai dẫn đến các em không đưa ra được lời giải đúng. Do đó, muốn các em làm được dạng toán này GV cần định hướng, hướng dẫn HS phân tích đề toán.

## 8. Phương pháp khử

### 8.1. Nội dung

Trong một bài toán hợp thường có nhiều số cho trước (số đã biết). Bài toán đòi hỏi phải tính giá trị của một đơn vị nào đó. Bởi vậy, ta có thể biến đổi hai số cho trước của một đại lượng sao cho chúng bằng nhau rồi so sánh hai số khác nhau của đại lượng còn lại. Từ đó tính được giá trị một đơn vị cần tìm.

### 8.2. Ví dụ

An mua 15 tập giấy và 10 bút hết cả thấy 31600 đồng. Bình mua một tập giấy và một bút như thế hết 2640 đồng. Tính giá tiền một cái mỗi loại.

**Giải :** Giả sử Bình mua 10 tập giấy và 10 bút thì hết số tiền là :

$$2640 \times 10 = 26400 \text{ (đồng)}$$

Số tập giấy An mua nhiều hơn Bình là :  $15 - 10 = 5$  (tập)

Số tiền An mua nhiều hơn Bình là :  $31600 - 26400 = 5200$  (đồng)

Giá tiền một tập giấy là :  $5200 : 5 = 1040$  (đồng)

Giá tiền một cái bút là :  $2640 - 1040 = 1600$  (đồng).

## 9. Phương pháp tính ngược từ cuối

### 9.1. Nội dung


Có một số bài toán mà ta có thể tìm số chưa biết bằng cách thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong bài. Khi giải bài toán theo PP này thì kết quả của một phép tính sẽ trở thành một thành phần đã biết trong phép tính liền sau đó, cứ tiếp tục như thế cho tới khi tìm được số phải tìm. Ta nói bài toán được giải theo PP tính ngược từ cuối.

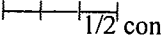
## 9.2. Ví dụ

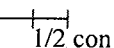
Một người đem bán một số gà. Lần đầu bán hai con gà, lần thứ hai bán nửa số gà còn lại và nửa con gà, lần thứ ba bán nửa số gà còn lại sau hai lần và nửa con gà, lần cuối cùng bán nửa số gà còn lại sau ba lần và nửa con gà thì vừa hết số gà đem bán. Hỏi người đó đã bán tất cả mấy con gà ?

Tóm tắt : Đàn gà : 

Sau khi bán lần đầu :  2 con

Bán lần thứ hai :   $\frac{1}{2}$  con

Bán lần thứ ba :   $\frac{1}{2}$  con

Bán lần cuối :   $\frac{1}{2}$  con

Giải : Lần cuối cùng bán nửa số gà còn lại và nửa con gà thì vừa hết số gà. Như vậy nửa con gà chính là nửa số gà còn lại.

$$\text{Số gà còn lại sau lần bán thứ ba là : } \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ (con)}$$

$$\text{Số gà bán lần thứ ba là : } \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \text{ (con)}$$

$$\text{Số gà còn lại sau lần bán thứ hai : } \frac{3}{2} \times 2 = 3 \text{ (con)}$$

$$\text{Số gà bán lần thứ hai là : } 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \text{ (con)}$$

$$\text{Số gà còn lại sau lần bán đầu tiên là : } \frac{7}{2} \times 2 = 7 \text{ (con)}$$

$$\text{Số gà đã bán là : } 7 + 2 = 9 \text{ (con).}$$

## 10. Phương pháp lựa chọn

### 10.1. Nội dung

Có những bài toán mà khi giải ta phải nêu lên tất cả các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, trên cơ sở đó ta kiểm tra xem có trường hợp nào đúng với điều kiện của bài toán không ? Nếu có thì đó là đáp số của bài toán. Cách giải này được gọi là theo PP lựa chọn.

Giải bài toán theo PP lựa chọn thường có hai bước : Thống kê và kiểm tra. Để thống kê các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, người ta thường dựa vào một số điều kiện của bài toán; Để kiểm tra các trường hợp này, người ta thường dựa vào các điều kiện còn lại của bài toán.

### 10.2. Ví dụ

Cho số có bốn chữ số xếp theo thứ tự là bốn số nguyên liên tiếp và tổng bốn chữ số đó bằng 22. Hãy tìm số đó.

*Giải :* Các số có bốn chữ số phải xét là : 1234 ; 2345 ; 3456 ; 4567 ; 5678 ; 6789 ; 9876 ; 8765 ; 7654 ; 6543 ; 5432 ; 4321. Ta có tổng các chữ số ở mỗi số là :  
 $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  ;  $2 + 3 + 4 + 5 = 14$  ;  $3 + 4 + 5 + 6 = 18$  ;  $4 + 5 + 6 + 7 = 22$  ;  
 $5 + 6 + 7 + 8 = 26$  ;  $6 + 7 + 8 + 9 = 30$ . Vậy số phải tìm là 4567 hoặc 7654.

## 11. Phương pháp ứng dụng Graph

### 11.1. Nội dung

Khái niệm Graph không những được sử dụng trong toán học mà còn được sử dụng cả trong kĩ thuật và trong cuộc sống dưới những tên gọi khác nhau như lược đồ, biểu đồ...

Trong một số bài toán có đề cập đến các đối tượng hoặc các loại đối tượng khác nhau mà giữa chúng có những mối quan hệ nào đấy. Trên hình vẽ ta biểu diễn các đối tượng bằng các điểm và mối quan hệ giữa chúng bằng các đoạn thẳng hoặc mũi tên. Hình biểu diễn như vậy gọi là Graph. Các điểm gọi là những đỉnh, các đoạn thẳng hoặc mũi tên gọi là cạnh của Graph.

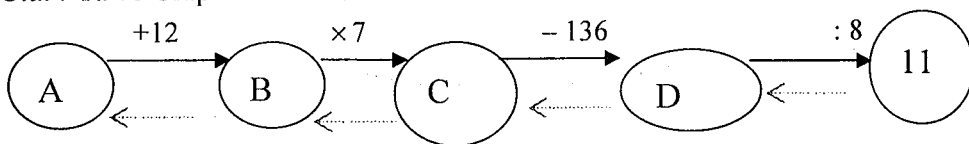
Các Graph có thể diễn tả trực quan các đối tượng và các quan hệ giữa chúng.

Vì thế Graph được ứng dụng có hiệu quả để giải các bài toán suy luận.

### 11.2. Ví dụ

Tìm một số biết số đó cộng với 12 rồi tăng tổng tìm được lên 7 lần, sau đó bớt ở tích này đi 136, cuối cùng đem chia cho 8 được kết quả là 11.

*Giải :* Ta vẽ Graph như sau :



## 12. Phương pháp diện tích

Trong số những bài tập hình học có một nhóm bài tập liên quan đến diện tích các hình. Để giải các bài tập đó, ở tiểu học, người ta thường sử dụng một số PP thể hiện sau đây.

### 12.1. Vận dụng công thức tính diện tích các hình

Các bài toán có nội dung liên quan đến diện tích thường được thể hiện dưới các dạng sau đây :

- Áp dụng trực tiếp công thức tính diện tích khi đã biết độ dài các đoạn thẳng là các thành phần của công thức tính diện tích.

- Nhờ công thức tính diện tích mà tính độ dài đoạn thẳng là yếu tố của hình.

### 12.2. Dùng tỉ số

Trong một bài toán hình học người ta có thể dùng tỉ số các số đo đoạn thẳng, tỉ số các số đo diện tích hay thể tích như một phương tiện để tính toán, giải thích, lập luận cũng như trong thao tác so sánh các giá trị về độ dài đoạn thẳng, về diện tích hoặc thể tích. PP này thường được sử dụng dưới các hình thức sau đây (đối với hình tam giác) :

- Hai hình tam giác có diện tích bằng nhau (trương đương) nếu có hai đáy bằng nhau thì hai chiều cao bằng nhau, hoặc nếu có hai chiều cao bằng nhau thì hai đáy bằng nhau.



- Hai hình tam giác có diện tích bằng nhau, nếu đáy của hình thứ nhất lớn gấp bao nhiêu lần đáy của hình thứ hai thì chiều cao của hình thứ hai gấp bấy nhiêu lần chiều cao của hình thứ nhất và ngược lại.

- Hai hình tam giác có hai đáy (hoặc chiều cao) bằng nhau, nếu diện tích hình thứ nhất lớn gấp bao nhiêu lần diện tích hình thứ hai thì chiều cao (hoặc đáy) của hình thứ nhất cũng lớn gấp bấy nhiêu lần chiều cao (hoặc đáy) của hình thứ hai và ngược lại. Có thể nói một cách tổng quát đối với hình tam giác :

- + Khi diện tích không đổi thì đáy và chiều cao là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.
- + Khi đáy không đổi thì diện tích và chiều cao tỉ lệ thuận với nhau.
- + Khi chiều cao không đổi thì diện tích và đáy là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

### 12.3. Thực hiện phép tính trên số đo diện tích và phân tích, tổng hợp trên hình

Có những bài toán hình học đòi hỏi phải biết vận dụng thao tác phân tích, tổng hợp trên hình đồng thời với việc tính toán trên số đo diện tích. Điều đó có thể được thể hiện như sau :

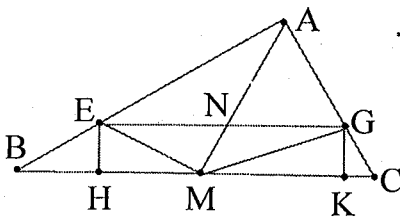
- Một hình được chia ra thành nhiều hình nhỏ thì diện tích của hình đó bằng tổng diện tích các hình nhỏ được chia.

- Hai hình có diện tích bằng nhau mà cùng có phần chung thì hai hình còn lại sẽ có diện tích bằng nhau.

- Nếu ghép thêm một hình vào hai hình có diện tích bằng nhau thì sẽ được hình mới có diện tích bằng nhau.

### 12.4. Ví dụ

Cho tam giác ABC có M là điểm chính giữa của BC, hình EGKH là hình chữ nhật, đoạn thẳng AM cắt EG tại N. Hãy so sánh diện tích tam giác AEM với diện tích tam giác AGM.



*Giải :*

Diện tích tam giác AMC bằng diện tích tam giác AMG cộng với diện tích tam giác MGC.

Diện tích tam giác AMB bằng diện tích tam giác AME cộng với diện tích tam giác MEB.

Ta có : Diện tích tam giác MGC bằng diện tích tam giác MEB (do có cùng chiều cao  $EH = GK$  và hai đáy bằng nhau  $BM = MC$ ).

Diện tích tam giác ABM bằng diện tích tam giác AMC (do có cùng chiều cao hạ từ A xuống BC và hai đáy  $BM = MC$ ).

Suy ra diện tích tam giác AMG bằng diện tích tam giác AME.

### 13. Phương pháp dùng chữ thay số

Ở một số bài toán, mà khi giải nó ta có thể dùng các chữ cái a, b, c, ..., x, y, z, ..., hoặc A, B, C, ... để biểu diễn số có một hoặc nhiều chữ số.

### 13.1. Sử dụng cấu tạo thập phân của số

#### a) Một vài kí hiệu thường dùng

$\overline{abc}$  : số tự nhiên có 3 chữ số, chữ số hàng trăm là a, chữ số hàng chục là b, chữ số hàng đơn vị là c.

$\overline{ab,cd}$  : số thập phân có 4 chữ số, phần nguyên có hai chữ số, phần thập phân có hai chữ số.

#### b) Phân tích số theo các số chỉ hàng

Phân tích làm rõ các chữ số :

$$\overline{ab} = a \times 10 + b$$

$$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c$$

Phân tích làm rõ các số :  $\overline{ab} = \overline{a0} + b$  ;

$$\overline{abc} = \overline{a00} + \overline{b0} + c$$

$$\overline{ab,cd} = \overline{a0} + b + 0, \overline{c0} + d$$

#### c) Phân tích số theo yêu cầu phù hợp của bài toán

$$\overline{abc} = a \times 100 + \overline{bc} \text{ hoặc } \overline{abc} = \overline{a00} + \overline{bc}$$

$$\overline{bcd} = \overline{bc0} + d \text{ hoặc } \overline{bcd} = \overline{bc} \times 10 + d \dots$$

### 13.2. Sử dụng tính chẵn lẻ và tận cùng của số tự nhiên

Một số kiến thức cần dùng :

Số có tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 là các số chẵn, ngược lại, các số chẵn có tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8.

Số có tận cùng là 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 là các số lẻ, ngược lại, các số lẻ có tận cùng bằng 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9.

Số chẵn chia hết cho 2 và ngược lại, số chia hết cho 2 là số chẵn.

Số lẻ không chia hết cho 2 và ngược lại, số không chia hết cho 2 là số lẻ.

Tổng (hiệu) của một số lẻ và một số chẵn là một số lẻ.

Tích có một thừa số chẵn là một số chẵn.

Tích của một số nhân với chính nó có tận cùng là 0 ; 1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 9 (không có tận cùng là : 2 ; 3 ; 7 ; 8)

### 13.3. Sử dụng kĩ thuật thực hiện phép tính

Đối với phép cộng, trừ, nhân thì thực hiện các bước tính từ phải sang trái (lần lượt từ hàng đơn vị, hàng chục, ... cho đến hàng cuối cùng), mỗi lần như vậy thì tìm được một kết quả tương ứng.

Đối với phép nhân tích riêng thứ hai (tích riêng chỉ hàng chục) phải được viết lùi sang trái một cột so với tích riêng thứ nhất, tích riêng thứ ba (tích riêng chỉ hàng trăm) phải được viết lùi sang trái hai cột so với tích riêng thứ nhất...

Đối với phép chia thì thực hiện các bước từ trái sang phải (lần lượt từ hàng cao nhất đến hàng thấp nhất), mỗi lần như vậy tìm được một chữ số tương ứng.

Đối với phép cộng : Nếu cộng hai chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ, hoặc có nhớ 1 sang hàng cao kế tiếp.

Nếu cộng ba chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ hoặc có nhớ 1 ; 2 sang hàng cao kế tiếp.

Nếu cộng bốn chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ hoặc có nhớ 1 ; 2 ; 3 sang hàng cao kế tiếp.

Nếu cộng  $n$  chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ hoặc có nhớ 1 ; 2 ; 3 ; ... ;  $n - 1$  sang hàng cao kế tiếp.

Trong phép chia có dư thì số dư luôn bé hơn số chia.

Trong một tổng thì mỗi số hạng đều bé hơn hoặc bằng tổng của chúng.

Trong một hiệu hai số thì số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ.

Trong một phép chia hai số tự nhiên khác 0 thì số chia và thương không vượt quá số bị chia.

Trong một phép nhân thì tích của chúng chia hết cho mỗi thừa số của phép nhân.

### **13.4. Xác định giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất của một số hoặc một biểu thức chữ**

Một số có hai, ba, bốn, ... chữ số thì tổng các chữ số có giá trị nhỏ nhất là 1 và giá trị lớn nhất là :  $9 \times 2 = 18$  ;  $9 \times 3 = 27$  ;  $9 \times 4 = 36$  ; ...

Trong tổng  $A + B$ , nếu thêm vào  $A$  bao nhiêu đơn vị và bớt ở  $B$  bấy nhiêu đơn vị thì tổng vẫn không đổi. Do đó, nếu  $A + B$  không đổi khi  $A$  đạt giá trị lớn nhất thì  $B$  đạt giá trị nhỏ nhất.

### **13.5. Sự chia hết của một số tự nhiên**

- Số có tận cùng bằng 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5; một số chia hết cho 5 thì có tận cùng là 0 hoặc 5.

- Một số có tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 (hoặc 9) thì số đó chia hết cho 3 (hoặc 9); một số chia hết cho 3 (hoặc 9) thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 (hoặc 9).

- Một số có hai chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 4 thì số đó chia hết cho 4 và ngược lại.

- Một số có ba chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 8 thì số đó chia hết cho 8 và ngược lại.

- Số 0 chia hết cho mọi số tự nhiên khác 0.

- Một số chia cho 3 dư 1 (hoặc 2) thì tổng các chữ số của nó chia 3 cũng dư 1 (hoặc 2); một số chia cho 9 dư bao nhiêu thì tổng các chữ số của nó chia cho 9 cũng dư bấy nhiêu.

- Nếu  $A + B$  chia hết cho  $N$ , mà  $A$  chia hết cho  $N$  thì  $B$  cũng chia hết cho  $N$ .

### **13.6. Phối hợp nhiều cách giải**

Có không ít bài toán mà khi giải những bài toán đó đòi hỏi phải có sự phối hợp (hợp lý) nhiều PP mới có những bài giải hay, cách giải đẹp, gọn gàng, dễ hiểu.

# MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
<i>Lời nói đầu</i>	3
<b>Phần một : CƠ SỞ LÝ LUẬN TRONG PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN</b>	4
<b>CHƯƠNG 1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC</b>	4
§1. Một số nội dung cơ bản về dạy học môn Toán ở tiểu học	4
§2. Đối tượng, nhiệm vụ và phương pháp nghiên cứu của bộ môn Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học	11
§3. Sử dụng thiết bị trong dạy học Toán	14
§4. Tổ chức dạy học môn Toán ở tiểu học	15
<b>CHƯƠNG 2. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC</b>	22
§1. Các phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học	22
§2. Đổi mới phương pháp dạy học	35
§3. Hình thành khái niệm toán học	40
§4. Dạy học suy luận toán học	49
§5. Dạy học ôn tập – công tác kiểm tra, đánh giá	63
<b>Phần hai : DẠY HỌC NHỮNG NỘI DUNG CỤ THỂ TRONG CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC</b>	69
<b>CHƯƠNG 3. DẠY HỌC CÁC TẬP HỢP SỐ</b>	69
§1. Nội dung các tập hợp số trong chương trình môn Toán ở tiểu học	69
§2. Dạy học số tự nhiên	74
§3. Dạy học phân số	95
§4. Dạy học số thập phân	104
§5. Dạy học các yếu tố đại số	116
	309

<b>CHƯƠNG 4. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ HÌNH Ở TIỂU HỌC</b>	<b>139</b>
§1. Những vấn đề chung về hình học	139
§2. Hệ thống các yếu tố hình học ở tiểu học	143
<b>CHƯƠNG 5. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ ĐẠI LƯỢNG</b>	<b>178</b>
§1. Nội dung tuyến kiến thức về Đại lượng và đo đại lượng trong chương trình môn Toán ở tiểu học	178
§2. Các yếu tố Đại lượng và đo đại lượng trong chương trình môn Toán ở tiểu học	180
§3. Các dạng toán về Đại lượng và đo đại lượng ở tiểu học	199
<b>CHƯƠNG 6. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ THỐNG KÊ MÔ TẢ</b>	<b>238</b>
§1. Những vấn đề chung về thống kê mô tả	238
§2. Hệ thống các yếu tố thống kê mô tả	240
§3. Các dạng toán về thống kê mô tả	243
<b>CHƯƠNG 7. DẠY HỌC GIẢI BÀI TẬP TOÁN</b>	<b>255</b>
§1. Những vấn đề chung về giải toán ở tiểu học	255
§2. Các phương pháp giải toán ở tiểu học	293

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 1*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2002.
- [2]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 2*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2003.
- [3]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 3*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2004.
- [4]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 4*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2005.
- [5]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 5*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2006.
- [6]. Đỗ Đình Hoan, *Một số vấn đề cơ bản của CT tiểu học mới*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2002.
- [7]. Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Vũ Dương Thụy, Vũ Quốc Chung, *Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học*, Nhà xuất bản Đại học sư phạm, 2002.
- [8]. Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Hà Sĩ Hồ, *Phương pháp dạy học Toán ở tiểu học*, Nhà xuất bản Giáo dục, 1994.
- [9]. Nguyễn Phụ Hy, Bùi Thị Hương, Nguyễn Thị Trang, *Dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2000.
- [10]. Nguyễn Phụ Hy, *Phương pháp dạy học các yếu tố đại lượng ở tiểu học*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2001.
- [11]. Nguyễn Thanh Hưng, *Về chương trình khung đào tạo giáo viên tiểu học có trình độ ĐHSP*, Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt, 2005.
- [12]. Nguyễn Thanh Hưng, *Một số suy nghĩ về các khái niệm cơ bản của hình học*, Tạp chí Giáo dục, số 60, 2003.
- [13]. Nguyễn Thanh Hưng, *Đại lượng và đo đại lượng*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2007.
- [14]. Nguyễn Thanh Hưng, *Giáo trình Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học*, Trung tâm thông tin & Thư viện Trường Đại học Tây Nguyên, 2007.
- [15]. Vũ Dương Thụy, Đỗ Trung Hiệu, *Các PP giải Toán ở tiểu học, Tập 1*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2005.
- [16]. Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình tiểu học*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2002.
- [17]. Dự án phát triển GD tiểu học, *Đổi mới PPDH Toán ở tiểu học*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2005.
- [18]. [http : www.hcc.hawaii.edu/intranet/committees/FacDevCom/guidebk/teachtip/comtea.htm](http://www.hcc.hawaii.edu/intranet/committees/FacDevCom/guidebk/teachtip/comtea.htm).

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

**Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI**

**Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO**

*Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :*

**Giám đốc Công ty Cổ phần Sách dân tộc CÁN HỮU HẢI**

*Biên tập nội dung :*

**HOÀNG KIM HẢO**

*Trình bày bìa :*

**MINH HƯƠNG**

*Sửa bản in :*

**HOÀNG KIM**

*Chế bản :*

**NGỌC THANH**

---

**PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC**

Mã số: C1T01T8-CDT

In 2.000 bản (QĐ : 36), khổ 17 x 24 cm, tại Xưởng in Trung tâm NC & SX Học liệu – Trường Đại Học Sư Phạm Hà nội, Địa chỉ : 136 Đường Xuân Thủy – Cầu Giấy – Hà Nội

Số ĐKKH xuất bản : 380 - 2008/CXB/42-801/GD

In xong và nộp Lưu chiểu tháng 07 năm 2008.