Bài tập 1 : Một ô tô giờ thứ nhất chạy được 45 km, giờ thứ hai chạy được 54 km, giờ thứ ba chạy được bằng $\frac{1}{3}$ quãng đường chạy được trong hai giờ đầu. Hỏi trung bình mỗi giờ ô tô đó chạy được bao nhiêu kilômét ?

Bài tập 2 :

a) Số trung bình cộng của 2 số bằng 9, biết một trong hai số đó bằng 12. Tìm số kia ?

b) Số trung bình cộng của hai số bằng 28, biết một trong hai số đó bằng 30. Tìm số kia ?

2.2. Bài tập về biểu đồ có hình ảnh

Giải những bài tập này giúp HS củng cố những kiến thức về đọc các biểu đồ có hình ảnh và rèn luyện kĩ năng nhận xét trên biểu đồ có hình ảnh.

Bài tập 1 : Biểu đồ dưới đây nói về môn thể thao khối lớp 4 tham gia (vẽ biểu đồ có hình ảnh). Dựa vào biểu đồ hãy trả lời các câu hỏi sau đây *(xem SGK Toán 4 – trang 29)* :

a) Các lớp được nêu tên trên biểu đồ là...

b) Cả 3 lớp tham gia... môn thể thao, là các môn.........

c) Môn bơi có... lớp tham gia, là các lớp : ...

d) Môn... có ít lớp tham gia nhất.

e) Hai lớp 4B và 4C tham gia tất cả... môn. Trong đó họ cùng tham gia môn...

Bài tập 2 : Biểu đồ dưới đây nói về số vải hoa và vải trắng của một cửa hàng đã bán được trong tháng 9 *(xem SGK Toán 4 – trang 33).*

Dựa vào biểu đồ hãy điền Đ (đúng) hoặc S (sai) vào ô trống :

☐ Tuần 1 cửa hàng bán được 2m vải hoa và 1m vải trắng.

☐ Tuần 3 cửa hàng bán được 400m vải.

☐ Tuần 3 cửa hàng bán được nhiều vải hoa nhất.

☐ Tuần 2 cửa hàng bán được nhiều hơn tuần một là 100m vải hoa.

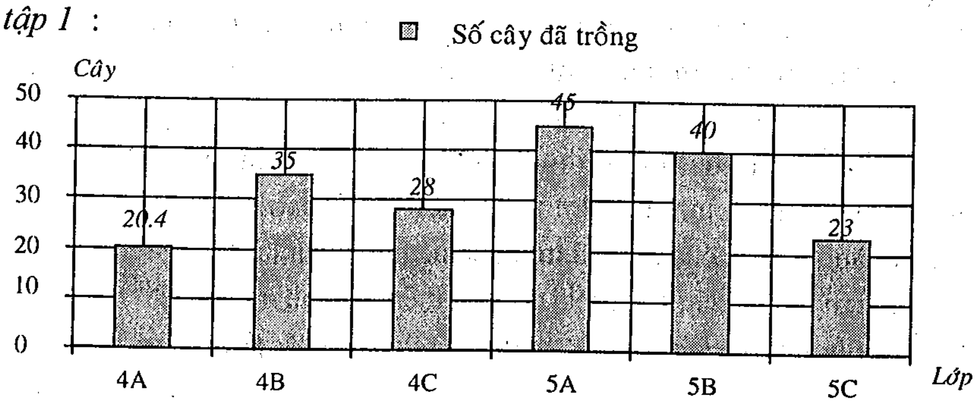
☐ Tuần 4 cửa hàng bán được ít hơn tuần 2 là 100m vải hoa.

2.3. Bài tập về biểu đồ hình cột

Giải những bài tập này giúp HS củng cố những kiến thức về đọc biểu đồ hình cột, hình thành kĩ xảo về tập nhận xét trên biểu đồ và lập biểu đồ dạng đơn giản.

a) Bài tập về đọc và nhận xét biểu đồ hình cột

Bài tập 1 :



Nhìn vào biểu đồ hãy điền chữ hoặc số thích hợp vào chỗ chấm :

a/ Các lớp đã tham gia trồng cây là...

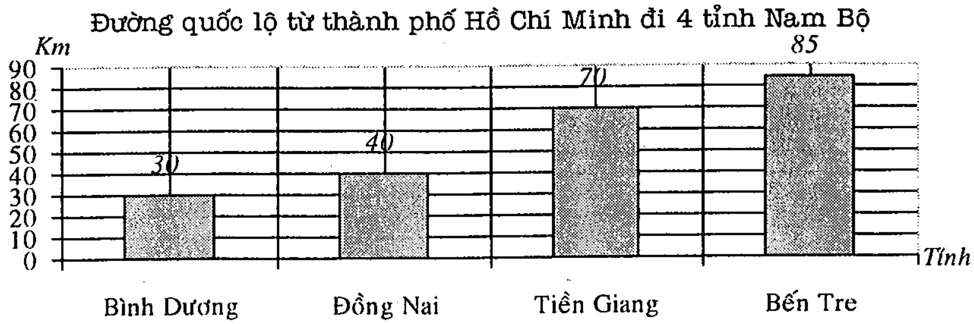
b/ Số cây lớp 4A trồng được là..., lớp 5B trồng được là..., lớp 5C trồng được là...

c/ Khối lớp 5 có... lớp tham gia trồng cây, đó là các lớp : ...

d/ Có... lớp trồng được trên 30 cây, đó là các lớp...

e/ Lớp... trồng được nhiều cây nhất và lớp 5C trồng được... cây nhất.

Bài tập 2 : Biểu đồ dưới đây nói về chiều dài đường quốc lộ từ thành phố Hồ Chí Minh đi bốn tỉnh Nam bộ :



Dựa vào biểu đồ hãy điền số thích hợp vào chỗ chấm.

* Đường từ thành phố Hồ Chí Minh

- Đến Bình Dương dài....
- Đến Đồng Nai dài...
- Đến Tiền Giang dài...
- Đến Bến Tre dài ...

* Đường từ thành phố Hồ Chí Minh đến Tiền Giang

- Dài hơn đến Bình Dương... km.
- Ngắn hơn đến Bến Tre... km.
- Dài hơn đến Đồng Nai... km.

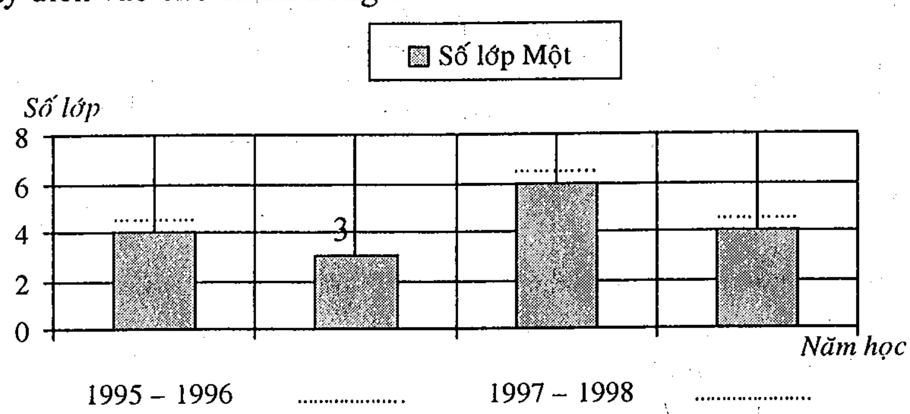
b) Bài tập về lập biểu đồ

Bài tập 1 : Số lớp Một trong trường tiểu học Hoà Bình trong bốn năm như sau :

Năm học 1995 – 1996 : 4 lớp, Năm học 1996 – 1997 : 3 lớp,

Năm học 1997 – 1998 : 6 lớp, Năm học 1998 – 1999 : 4 lớp.

a/ Hãy điền vào chỗ chấm trong biểu đồ sau :



b/ Dựa vào biểu đồ trên hãy trả lời các câu hỏi sau :

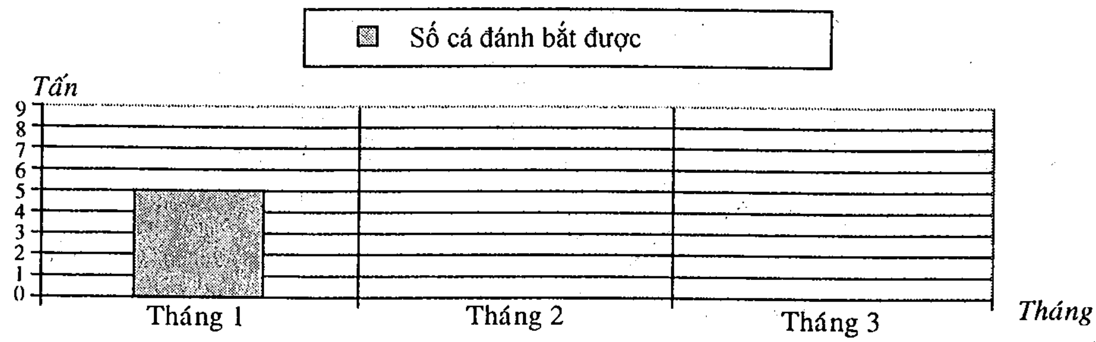
- Số lớp Một của năm học 1997-1998 nhiều hơn của năm học 1996 – 1997 bao nhiêu lớp ?

- Năm học 1996 – 1997 mỗi lớp một có 40 HS.

Hỏi năm học đó trường tiểu học Hoà Bình có bao nhiêu HS lớp Một ?

- Nếu năm học 1998 – 1999 mỗi lớp Một có 32 HS thì số HS lớp Một năm học 1996 – 1997 ít hơn năm học 1998 – 1999 bao nhiêu bạn ?

Bài tập 2 :



Tàu Thắng Lợi trong ba tháng đầu năm đã đánh bắt được số cá như sau :

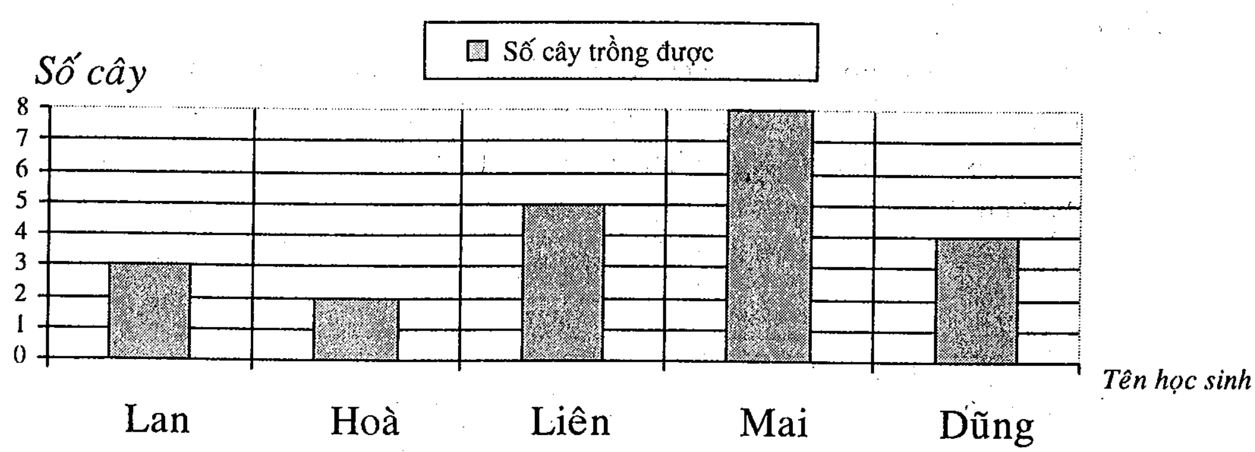
Tháng một : 5 tấn ; tháng 2 : 2 tấn, tháng ba : 6 tấn.

Hãy vẽ tiếp biểu đồ trên.

3. Lớp 5

3.1. Bài tập đọc biểu đồ và nhận xét trên biểu đồ

Để biểu thị số cây do từng HS trong nhóm CÂY XANH trồng trong vườn trường có thể dùng biểu đồ dưới đây :



Dựa vào biểu đồ để trả lời các câu hỏi :

a/ Có mấy HS trồng cây ? Nêu tên từng HS.

b/ Mỗi HS trồng được mấy cây ?

c/ Ai trồng được ít cây nhất ?

d/Ai trồng được nhiều cây nhất ?

e/ Ai trồng được nhiều cây hơn bạn Dũng ?

g/ Ai trồng được ít cây hơn bạn Liên ?

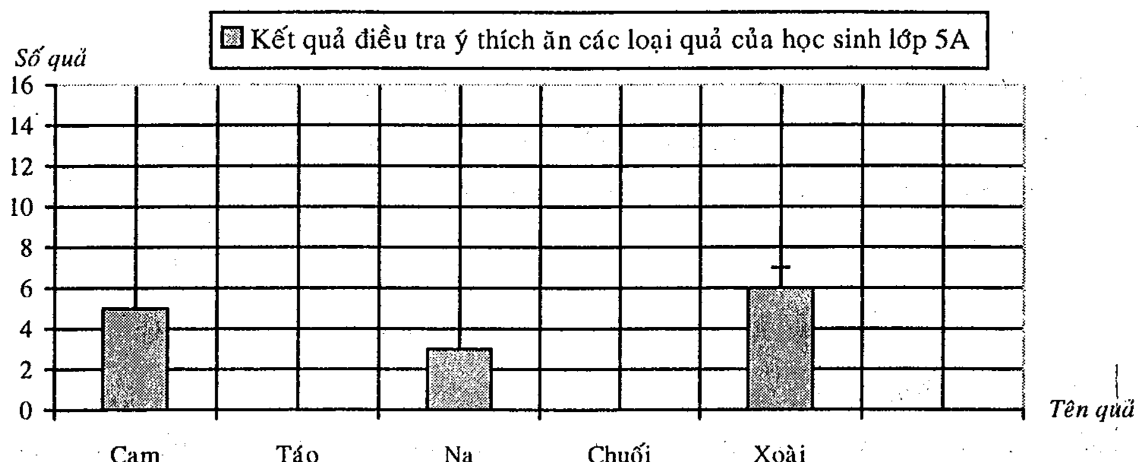
3.2. Bài tập về lập bảng và biểu đồ thống kê

a) Hãy bổ sung vào các ô còn trống trong bảng sau đây :

Kết quả điều tra ý thích ăn các loại quả của HS lớp 5A

Quả	*Cách ghi số HS trong khi điều tra*	*Số HS*
Cam		5
Táo	卌 |||	8
Na	|||	3
Chuối	卌 卌 卌 |	16
Xoài		6

b) Dựa vào bảng trên hãy vẽ tiếp các cột còn thiếu trong biểu đồ dưới đây :

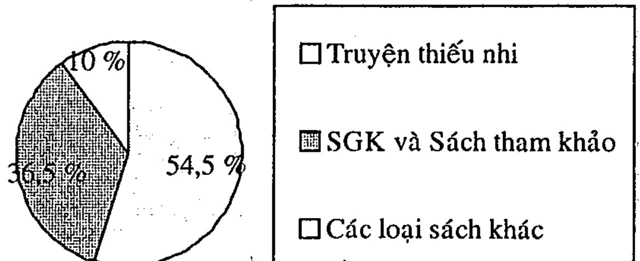


3.3. Bài tập về biểu đồ hình quạt

Giải những bài tập này giúp HS củng cố những kiến thức về đọc biểu đồ hình quạt và hình thành kĩ năng tìm được số đối tượng có tính chất nào đó trên cơ sở đã cho biết tổng kích cỡ mẫu và số phần trăm đối tượng đó trong mẫu và kĩ năng ước lượng được số đối tượng có tính chất nào đó trên cơ sở việc ước lượng số phần trăm của đối tượng đó trong mẫu khi trên biểu đồ chưa cho biết số phần trăm.

a) Bài tập về đọc biểu đồ

Biểu đồ hình quạt bên cạnh cho biết tỉ số % các loại sách trong thư viện của một trường tiểu học. Hãy đọc tỉ số phần trăm chỉ mỗi loại sách bằng biểu đồ.



b) Bài tập về tính số đối tượng

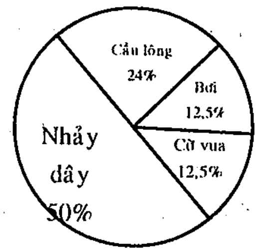
Bài tập 1 : Biểu đồ hình quạt dưới đây biểu diễn sự ham thích các môn thể thao của 32 HS lớp 5C. Nhìn vào biểu đồ, em hãy cho biết có bao nhiêu bạn ham thích :

a/ Môn nhảy dây ?

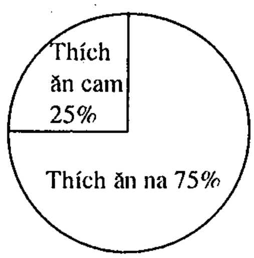
b/ Môn cầu lông ?

c/ Môn bơi lội ?

d/ Môn cờ vua ?



Bài tập 2 : Kết quả về điều tra ý thích ăn hoa quả của 120 bạn HS được vẽ trên biểu đồ hình quạt bên :



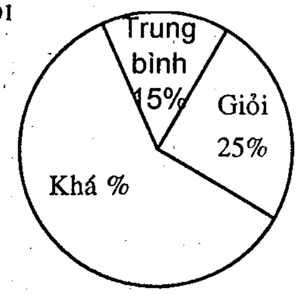
Em hãy cho biết :

a) Có bao nhiêu bạn thích ăn na ?

b) Số bạn thích ăn na gấp bao nhiêu lần số bạn thích ăn cam ?

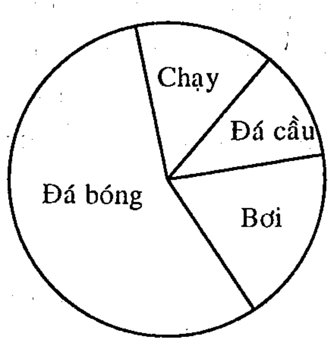
Bài tập 3 : Hình bên là biểu đồ ghi tỉ lệ xếp loại học lực của khối lớp 5 trường Thắng Lợi (số chỉ phần trăm HS khá bị xoá mờ).

Tính số HS mỗi loại, biết số HS xếp loại học lực khá là 120 em.



c) Bài tập về ước lượng số đối tượng

Bài tập : Khoanh vào chữ đặt trước câu trả lời đúng. Điều tra ý thích chơi các môn thể thao của 40 HS được vẽ trên biểu đồ :



Hãy ước lượng xem có khoảng bao nhiêu HS thích đá bóng ?

a/ Khoảng 5 HS.

b/ Khoảng 9 HS.

c/ Khoảng 25 HS.

d/ Khoảng 20 HS.

Chương 7. DẠY HỌC GIẢI TOÁN CÓ LỜI VĂN

§1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC

1. Vị trí, vai trò của bài tập toán

Ở trường phổ thông, dạy toán là dạy hoạt động toán học cho HS, trong đó hình thức giải toán là chủ yếu. Do vậy, dạy giải bài tập toán có vị trí quan trọng trong DH toán nhằm đạt nhiều mục đích khác nhau thể hiện ở các chức năng sau :

1.1. Chức năng dạy học

Bài tập nhằm củng cố, rèn luyện kĩ năng, kĩ xảo, những vấn đề lí thuyết đã học (khái niệm, quy tắc...). Qua đó HS hiểu sâu hơn và biết vận dụng những kiến thức đã học vào việc giải quyết các tình huống cụ thể.

VD : Thành có 20 viên bi, Đức có 22 viên bi, An có số bi hơn trung bình cộng số bi của ba bạn là 3 viên. Hỏi An có tất cả bao nhiêu viên bi ?

Có khi bài tập lại là một nội dung lí thuyết nhưng vì một lí do nào đó không đưa vào trình bày được. Cho nên, qua việc giải bài tập, HS mở rộng được tầm hiểu biết của mình.

Chẳng hạn : Trong các số từ 1 đến 100 có bao nhiêu số : Cùng chia hết cho 2 và 3; Chỉ chia hết cho 2 mà không chia hết cho 3 ?

Đây là bài toán về dãy số cách đều, muốn giải bài toán này ngoài việc HS phải nắm được dấu hiệu chia hết thì HS phải áp dụng thêm công thức của dãy số cách đều. Và sau khi giải dạng toán này, HS có thể xem công việc tìm số các số hạng của dãy số cách đều như việc tìm số cây trồng trên một đoạn đường thẳng mà ở hai đầu đường đều có cây.

1.2. Chức năng giáo dục

Qua việc giải bài tập, hình thành cho HS thế giới quan duy vật biện chứng, sự hứng thú học tập, niềm tin và phẩm chất đạo đức của con người.

1.3. Chức năng phát triển

Bài tập nhằm phát triển tư duy cho HS, đặc biệt là rèn luyện những thao tác trí tuệ, hình thành những phẩm chất của tư duy khoa học.

VD : Từ bài toán : "Tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh của nó. Tính chu vi hình chữ nhật biết diện tích của nó là 600 m^2".

Như vậy, để tìm được chu vi hình chữ nhật, HS phải tìm chiều dài, chiều rộng của nó qua các dữ kiện có liên quan của bài toán.

1.4. Chức năng kiểm tra

Bài tập nhằm đánh giá mức độ, kết quả dạy và học, đánh giá khả năng độc lập học toán và trình độ phát triển của HS.

2. Những yêu cầu chủ yếu của một bài giải

2.1. Bài giải không có sai lầm

HS mắc sai lầm trong khi giải bài tập thường do 3 nguyên nhân sau :

– Sai sót về kiến thức toán học, tức là hiểu sai định nghĩa của khái niệm

VD : Tính đáy của hình tam giác có diện tích bằng 169 dm^2 và chiều cao bằng 1,3 m.

HS có thể tìm đáy bằng $(2 \times 169) : 1,3$ mà quên đổi đơn vị của chiều cao ra dm hoặc đổi đơn vị của diện tích ra m^2 để hai đại lượng này có cùng đơn vị đo.

– Sai sót về PP suy luận

VD : Một hình thang có đáy lớn 12 cm, đáy bé 8 cm và diện tích bằng diện tích của hình chữ nhật có chiều dài 8,5 cm; rộng 6 cm. Tính chiều cao của hình thang.

HS có thể suy luận như sau : Muốn tính được chiều cao của hình thang, trước hết phải tính được diện tích của hình thang (cũng là diện tích hình chữ nhật), sau đó dựa vào công thức tính diện tích hình thang để tính chiều cao hình thang nhưng có thể HS suy ra chiều cao bị sai.

– Sai sót do tính sai, sử dụng kí hiệu, ngôn ngữ diễn đạt hay do hình vẽ sai.

VD : Tìm x : $4 - x > 3$. HS có thể suy luận để tìm ra số x thích hợp nhưng cũng có thể tìm ra $x > 3$.

Chính vì vậy, GV nên cho HS thử lại sau khi giải để xem kết quả đúng hay sai.

2.2. Bài giải phải có cơ sở lí luận

Một số HS thường kết luận vội vàng, thiếu cơ sở lí luận, nhất là những gì mà HS cảm nhận bằng trực giác. Hiện tượng này thường do mấy nguyên nhân sau đây :

– HS hiểu đúng nhưng không trình bày rõ lí do (do thời gian hoặc cho là không cần thiết phải trình bày).

VD : Một vườn cây có 12 cây chanh và 36 cây cam. Tính tỉ số của số cây cam so với số cây chanh.

Khi giải bài này, HS có thể lập tức suy ra tỉ số là 3 mà không nêu lời giải hoặc phép tính là : $36 : 12 = 3$

– HS tưởng đúng vô ý thức.

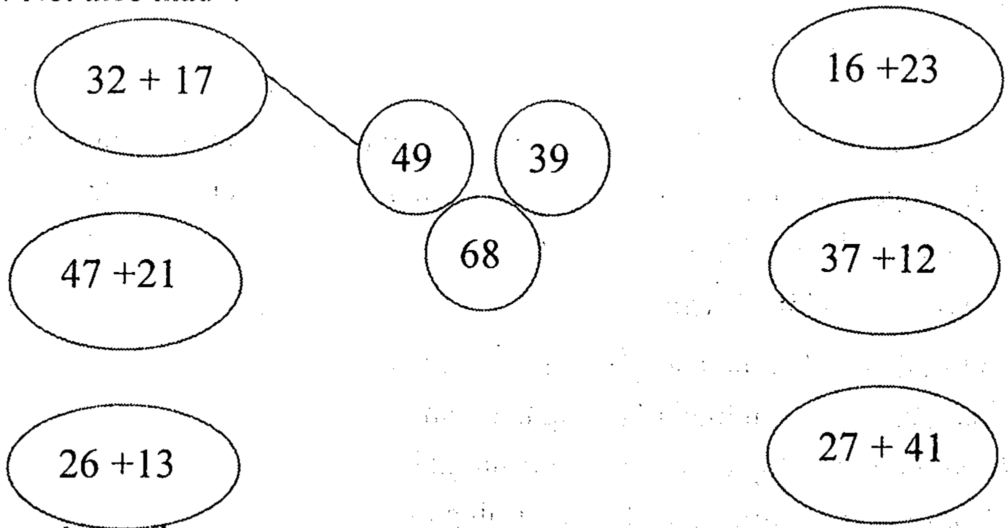
VD : Đúng ghi Đ, sai ghi S :

$$\begin{array}{r} 57 \\ -\ \ 5 \\ \hline 50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 57 \\ -\ \ 5 \\ \hline 52 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 57 \\ -\ \ 5 \\ \hline 52 \end{array}$$

Có thể HS sẽ ghi Đ hoặc S mà không hiểu lí do.

HS không thấy cơ sở lí luận nhưng thấy kết luận là đúng nên cứ kết luận mà không dựa vào một căn cứ nào.

VD : Nối theo mẫu :



HS có thể nối bất kì các ô này lại với nhau mà không hiểu vì sao.

2.3. Bài giải phải đầy đủ

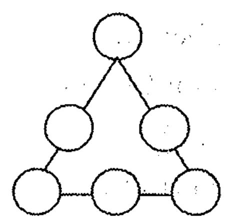
Khi giải phải xét tất cả các trường hợp có thể xảy ra của bài toán, không được bỏ sót

VD : Tìm x, biết x là số tự nhiên và : $x < 5$

Khi giải bài toán này, phải chỉ ra $x = 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4$ chứ không chỉ đưa ra một trong các giá trị trên.

2.4. Bài giải đơn giản nhất

VD : Em hãy viết đủ 6 số : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 vào các hình tròn ở tam giác sao cho tổng ba số ở mỗi cạnh đều bằng 9.



Giải :

Cách 1 :

Tổng các số đã cho là : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

Vì tổng ba số ở mỗi cạnh đều bằng 9 nên khi cộng ba tổng đó sẽ có kết quả là :

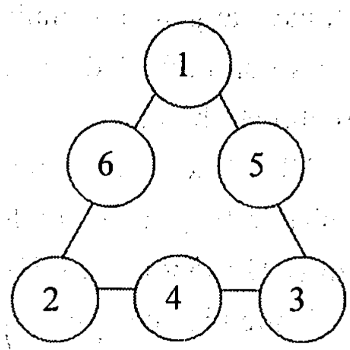
$$9 \times 3 = 27$$

Vì mỗi số ở ba đỉnh đều thuộc hai tổng nên tổng ba số ở ba đỉnh là : $27 - 21 = 6$

Ta có : $6 = 1 + 2 + 3$ nên ba số ở ba đỉnh là 1 ; 2 ; 3.

Các số trên ba cạnh lần lượt là :

$$9 - (1 + 2) = 6$$
$$9 - (1 + 3) = 5$$
$$9 - (3 + 2) = 4$$



Cách 2 : Tổng ba số trên từng cạnh là 9 nên ta có :

$9 = 1 + 2 + 6; 9 = 1 + 3 + 5; 9 = 2 + 3 + 4.$

Vì mỗi số ở một đỉnh đều thuộc hai tổng mà số 1 ; 2 ; 3 đều xuất hiện ở hai tổng nêu trên. Do đó, số ở ba đỉnh phải là 1 ; 2 ; 3.

Vậy số còn lại ở mỗi cạnh là : 9 – (1 + 2) = 6 ; 9 – (1 + 3) = 5 ; 9 – (3 + 2) = 4.

Một bài toán có thể có nhiều cách giải khác nhau nhưng ta nên chọn cách giải nào đơn giản nhất, ngắn gọn nhất, phù hợp nhất với trình độ nhận thức của HS. Chẳng hạn, từ VD trên, ta thấy cách giải thứ hai gọn hơn.

3. Trình tự dạy học giải bài tập

Trình tự DH giải bài tập bao gồm 4 hoạt động sau :

- *Hoạt động 1* : Tìm hiểu nội dung bài toán.
- *Hoạt động 2* : Xây dựng chương trình giải.
- *Hoạt động 3* : Thực hiện chương trình giải.
- *Hoạt động 4* : Kiểm tra và nghiên cứu lời giải.

4. Các bước để giải một bài toán ở tiểu học

Bài tập toán học rất đa dạng và phong phú, việc giải bài tập là một yêu cầu quan trọng. Đối với HS phổ thông nói chung, khi giải một bài toán thường qua ba bước. Riêng ở tiểu học thì tạm chia làm bốn bước :

Bước 1 : Tìm hiểu kĩ nội dung bài tập

Bài toán đã cho cái gì ? Cái phải tìm là gì ? Cái phải tìm cần thoả mãn những điều kiện gì ? Những điều kiện đó có đủ để xác định cái phải tìm không ?

Bước 2 : Tóm tắt bài toán

Có thể sử dụng một trong các cách tóm tắt để tóm tắt bài toán đã cho (dùng sơ đồ đoạn thẳng, sơ đồ Ven...)

Bước 3 : Phân tích (tìm cách giải bài toán)

Để tìm hướng giải cho bài toán thì phải tiến hành phân tích bài toán. Tìm sự liên hệ giữa cái đã cho và cái phải tìm. Phân tích là đi từ cái chưa biết đến cái đã biết. Đây chính là bước tìm đường lối giải cho bài toán.

Bước 4 : Tổng hợp (trình bày bài giải)

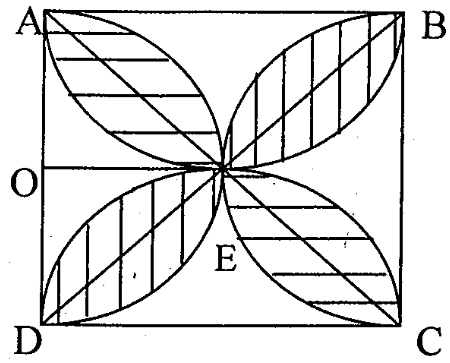
Sau khi phân tích để tìm đường lối giải bài toán thì phải tổng hợp lại để tìm lời giải và trình bày bài giải cho chính xác, khoa học. Trong thực tế, người ta thường dùng bước 2 và bước 4 còn bước 1 đã có trong sách giáo khoa (yêu cầu HS nêu), bước 3 thì GV giảng giải cho HS hiểu.

VD : Cho hình vuông ABCD. Các nửa đường tròn có đường kính là cạnh hình vuông cắt nhau ở E tạo thành hình bông hoa 4 cánh. Cho biết bán kính của các nửa đường tròn là 1 cm và lấy số π là 3,14. Hãy tính diện tích bông hoa đó.

Thực hiện các bước như sau :

Bước 1 : Bài toán cho gì ? Yêu cầu ta tính gì ? (HS dựa vào sách giáo khoa để nêu)

Bước 2 : Tóm tắt (Dùng hình vẽ)



Bước 3 : Phân tích

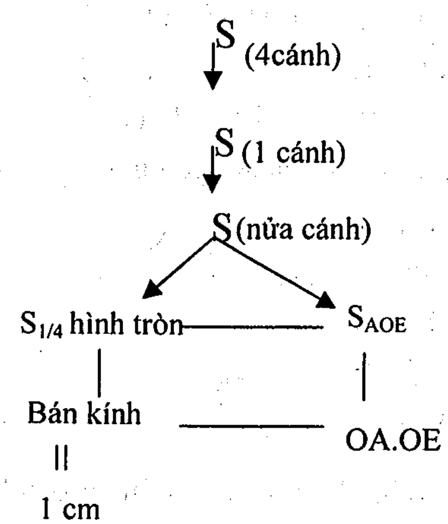
– Muốn tìm được diện tích bông hoa 4 cánh, ta cần phải tính được diện tích của một cánh hoa.

– Muốn tìm được diện tích một cánh hoa, ta cần phải tính diện tích nửa cánh hoa.

– Muốn tìm được diện tích nửa cánh hoa, ta phải tính diện tích $\frac{1}{4}$ hình tròn bán kính OA và diện tích tam giác vuông AOE. Diện tích $\frac{1}{4}$ hình tròn bán kính OA có thể tính được vì biết bán kính là 1 cm.

– Diện tích tam giác vuông AOE có thể tính được vì 2 cạnh góc vuông OA, OE là bán kính đường tròn tâm O.

Quá trình phân tích trên được ghi vắn tắt bằng sơ đồ :



Bước 4 : Tổng hợp

1 cm

Bán kính ——— OA.OE

$S_{1/4 \text{ hình tròn}}$ ——— S_{AOE}

S (nửa cánh)

S (1 cánh)

S (4 cánh)

Trình bày bài giải :

Diện tích 1/4 hình tròn bán kính OA là : $(1 \times 1 \times 3{,}14) : 4 = 0{,}785$ (cm^2)

Diện tích tam giác vuông AOE là : $(1 \times 1) : 2 = 0{,}5$ (cm^2)

Diện tích 1/2 cánh hoa là : $0{,}785 - 0{,}5 = 0{,}285$ (cm^2)

Diện tích một cánh hoa là : $0{,}285 \times 2 = 0{,}57$ (cm^2)

Diện tích 4 cánh hoa là : $0{,}57 \times 4 = 2{,}28$ (cm^2).

* *Khai thác bài toán* :

Ta suy nghĩ và thấy bài toán có thể giải cách khác : Hình vuông ABCD cạnh là 2 cm, có đường chéo $AC = 2\sqrt{2}$ cm nên $AE = \sqrt{2}$ cm.

Diện tích tam giác vuông EAD là : $S_{EAD} = \frac{1}{2} EA \times ED = 1$ (cm^2)

Diện tích nửa hình tròn đường kính AD là : $(1 \times 1 \times 3{,}14) : 2 = 1{,}57$ (cm^2).

Diện tích của 1 cánh hoa là : $1{,}57 - 1 = 0{,}57$ (cm^2)

Diện tích của 4 cánh hoa là : $0{,}57 \times 4 = 2{,}28$ (cm^2)

Cũng có thể giải bài toán trên một cách ngắn gọn như sau :

$$S_{\text{Bông hoa}} = 2 \times S_{\text{Hình tròn}} - S_{ABCD}$$

Ngoài ra, còn có cách : Tính $S_{2 \text{ khoảng trắng}}$ bằng cách

$$S_{2 \text{ khoảng trắng}} = S_{ABCD} - S_{\text{Hình tròn}}$$

$$S_{\text{Bông hoa}} = S_{ABCD} - S_{4 \text{ khoảng trắng}}$$

5. Các loại bài tập toán ở tiểu học

Ở phổ thông nói chung, có hai loại bài tập toán cơ bản là : Bài tập có quy tắc giải và bài tập không có quy tắc giải.

Riêng ở tiểu học, người ta tạm chia thành ba loại sau :

5.1. Loại toán đơn

Là loại toán mà khi giải ta chỉ phải dùng một phép tính.

VD : Một buổi tập múa có 6 bạn nam, số bạn nữ gấp 3 lần số bạn nam.

Hỏi có bao nhiêu bạn nữ ?

Giải : Số bạn nữ có là : $6 \times 3 = 18$ (bạn)

Dạng toán này thường có nhiều ở lớp 1.

5.2. Loại toán hợp

Là loại toán mà khi giải, ta phải dùng từ hai phép tính trở lên.

VD : Mẹ hái được 60 quả táo, chị hái được 35 quả táo. Số táo của hai người được xếp đều vào 5 hộp. Hỏi mỗi hộp có bao nhiêu quả táo ?

Giải : Số táo hai người hái được là : $60 + 35 = 95$ (quả)

Số táo trong mỗi hộp là : $95 : 5 = 19$ (quả)

5.3. Loại toán điển hình

Là loại toán có cùng một cấu trúc và cùng một cách giải nhất định.

VD : Toán tìm hai số khi biết tổng – tỉ ; tìm số trung bình cộng...

Tuy nhiên, việc phân chia như trên chỉ có ý nghĩa tương đối, nó giúp cho việc nghiên cứu và giảng dạy môn toán được thuận lợi, bởi vì đôi khi rất khó xác định ranh giới giữa các khái niệm này.

VD khi xét bài toán về tỉ số phần trăm sau : Trường em có 440 HS nữ, số bạn nữ chiếm 55% số HS cả trường. Hỏi trường em có bao nhiêu HS ?

Nếu ta giải bằng các phép tính đối với số tự nhiên thì phải dùng hai phép tính :

$$440 : 55 = 8 \text{ (HS)}$$

$$8 \times 100 = 800 \text{ (HS)}$$

Vậy đây là bài toán hợp.

Nhưng nếu ta dùng các phép tính đối với số thập phân (hoặc phân số thập phận) thì chỉ cần một phép tính : $440 : 0{,}55 = 800$ (HS). Thì đây là một bài toán đơn.

6. Phân chia một bài toán ở tiểu học

Ở phổ thông nói chung, một bài toán được chia làm 2 phần. Tuy nhiên, ở tiểu học người ta tạm chia bài toán ra làm 3 phần, đó là :

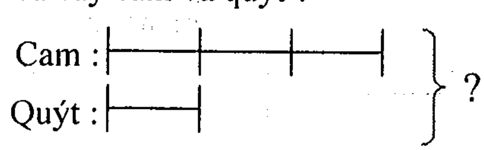
Các dữ kiện : là những cái đã cho.

Các ẩn số : là những cái chưa biết cần phải tìm.

Các điều kiện : là những mối quan hệ (toán học) đã cho giữa các dữ kiện và ẩn số.

VD : Trong vườn có 36 cây cam và một số cây quýt kém số cây cam 3 lần. Hỏi trong vườn có tất cả bao nhiêu cây cam và quýt ?

Tóm tắt :



Nhận xét : Các dữ kiện : 36 (cây cam) và 3 (lần).

Ẩn số : tổng số cây cam và quýt.

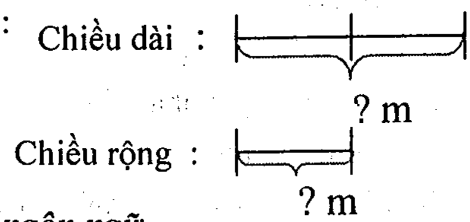
Các mối quan hệ : Số cây quýt kém số cây cam một số lần (gấp, kém nhau một số lần) ; Số cây cam hơn số cây quýt một số đơn vị (hơn, kém nhau một số đơn vị). Hai mối quan hệ này là các điều kiện của bài toán.

7. Các cách tóm tắt đề toán ở tiểu học

7.1. Dùng sơ đồ đoạn thẳng

VD : Một hình chữ nhật có chu vi 450 m. Chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật.

Tóm tắt :



7.2. Dùng ngôn ngữ

VD : Số dân tỉnh DakLak năm 2000 là 2687000 người. Biết rằng số dân đó mỗi năm tăng theo mức là cứ 1000 người tăng lên 31 người. Hãy tính số dân năm 2002.

Tóm tắt : Năm 2000 : 2 687 000 người.

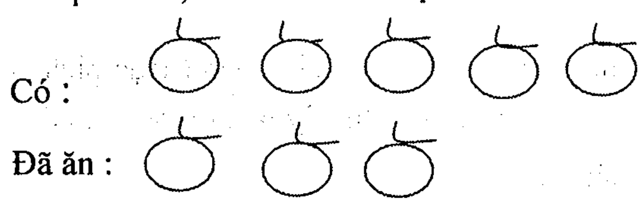
1 năm : 1000 người tăng 31 người.

Năm 2002 : ? người.

7.3. Dùng phương pháp trực quan

VD : Em có 5 quả cam, em đã ăn hết 3 quả. Hỏi em còn lại mấy quả cam ?

Tóm tắt :

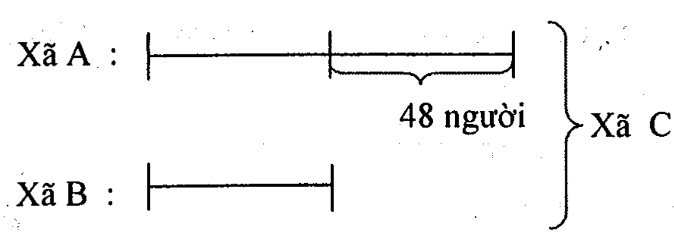


Còn lại : ? quả

7.4. Dùng kí hiệu lẫn ngôn ngữ

VD : Để đào chung một con kênh, xã A cử 125 người đi dân công. Xã B cử đi ít hơn xã A 48 người. Xã C cử đi bằng tổng số người của hai xã A và B. Hỏi trung bình mỗi xã cử đi bao nhiêu người ?

Tóm tắt :

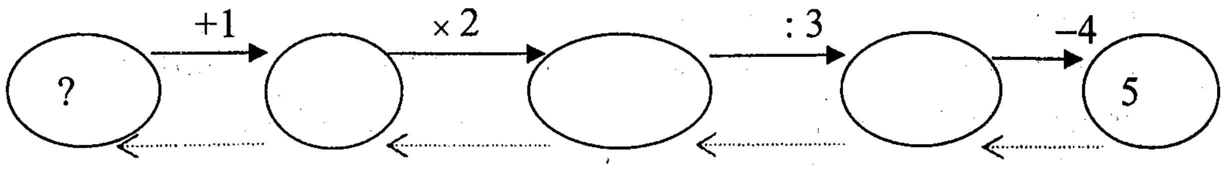


Trung bình mỗi xã : ? người

7.5. Dùng Graph

VD : Tìm một số biết rằng số đó lần lượt cộng với 1 rồi nhân với 2, được bao nhiêu đem chia cho 3 rồi trừ đi 4 thì được 5.

Tóm tắt :



7.6. Dùng chữ

VD : Tìm số có hai chữ số biết rằng nếu lấy số đó chia cho hiệu của chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị, ta được thương là 26 dư 1.

Tóm tắt : Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, biết $\overline{ab} = (a - b) \times 26 + 1$

$\overline{ab} = ?$

7.7. Dùng bảng

VD : Ba nghệ sĩ Vàng, Bạch, Hồng rủ nhau đi uống cà phê. Ngồi trong quán, người đội mũ trắng nhận xét : "Ba ta đội mũ trùng tên của chúng ta nhưng không có ai có màu mũ giống tên của mình cả". Nghệ sĩ Vàng hưởng ứng : "Anh nói đúng!". Bạn hãy cho biết mỗi nghệ sĩ đội mũ màu gì ?

Tóm tắt :

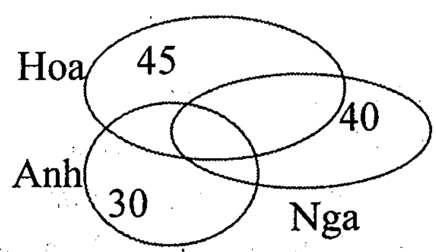
Ta lập bảng sau :

Nghệ sĩ / *Màu mũ*	*Vàng*	*Bạch*	*Hồng*
Vàng	0		
Bạch		0	
Hồng			0

7.8. Dùng sơ đồ Ven

VD : Một trăm đại biểu tham dự một hội nghị, các đại biểu có thể sử dụng một trong ba thứ tiếng : Nga, Hoa hoặc Anh. Biết rằng, có 30 đại biểu chỉ nói được tiếng Anh, 40 đại biểu chỉ nói được tiếng Nga, 45 đại biểu nói được tiếng Hoa và 10 đại biểu nói được hai thứ tiếng Nga và Hoa. Hỏi có bao nhiêu đại biểu nói được cả ba thứ tiếng ?

Tóm tắt bằng sơ đồ Ven như sau :



8. Quy định hình thức trình bày một bài giải toán ở tiểu học

Ở tiểu học, các quy định về hình thức trình bày một bài giải toán nói chung thể hiện như sau :

8.1. Cách ghi các phép tính giải

Phép tính được ghi theo hàng ngang.

Các phép tính giải được thống nhất từ lớp Một đến lớp Năm : Ghi các phép tính giải với hư số (số không có đơn vị đi kèm), cuối cùng mở ngoặc ghi chú đơn vị sau kết quả.

VD : 7 + 2 = 9 (quyển vở)

Thực hiện phép tính theo đúng thứ tự đã học.

Ngoài ra, có một số bài toán không có phép tính mà chỉ dùng lời giải, khi DH GV không sử dụng dấu chấm thay cho dấu nhân.

8.2. Cách ghi câu "lời giải"

Các câu lời giải được ghi dưới dạng mệnh đề khẳng định.

VD : Số kẹo của Lan là : 7 + 5 = 12 (cái)

Số kẹo của hai bạn là : 12 + 7 = 19 (cái)

Nói chung, phải ghi mỗi phép tính một câu lời giải. Nghĩa là không trình bày bài giải bằng các phép tính gộp theo kiểu : Số kẹo của hai bạn là : (7 + 5) + 7 = 19 (cái)

Chỉ nên dùng các phép tính gộp khi đã có sẵn các quy tắc tính toán hoặc khi mà việc trình bày bài giải bằng các phép tính đơn gây ra nhiều phiền phức.

VD : Khi giải toán trung bình cộng, khi phải tìm chu vi hình chữ nhật...

Không được dùng các mệnh đề nghi vấn.

VD : Số kẹo của Lan là bao nhiêu ? (7 + 5 = 12 (cái)).

Lưu ý : Ở lớp Một, Hai có nhiều bài giải chỉ ghi phép tính giải, không cần ghi câu lời giải. Tuy nhiên, ở phần cuối của lớp Một thì có ghi câu lời giải.

Ở các lớp Ba, Bốn, Năm thì mỗi phép tính là một lời giải, cuối mỗi bài giải đều có ghi đáp số. Bao nhiêu câu hỏi thì có bấy nhiêu đáp số.

Các phép tính phải được ghi theo hàng ngang, không viết các phép tính giải theo kiểu tính dọc vào trong bài giải.

VD : Số kẹo của Lan là : 7 + 5 = 12 (cái) mà không ghi :

$$\begin{array}{r} 7 \\ + \\ \underline{5} \\ 12 \text{ cái} \end{array}$$

8.3. Cách trình bày đáp số

Đối với bài toán có nhiều cách giải thì có thể chỉ ghi đáp số sau cách giải sau cùng. Đáp số không ghi bằng lời trừ trường hợp đặc biệt như bài toán hỏi : "Hỏi xe ôtô có vi phạm luật giao thông hay không ?" thì phải ghi câu trả lời có hoặc không.

Có bao nhiêu câu hỏi thì có bấy nhiêu đáp số, ghi theo thứ tự.

Đơn vị sau đáp số không để trong dấu ngoặc đơn.

9. Ý nghĩa của việc giải toán

Giải toán giúp HS :

- Củng cố, vận dụng và hiểu sâu lí thuyết,
- Áp dụng vào đời sống (học đi đôi với hành),
- Phát triển trí thông minh, sáng tạo,
- Kiểm tra mức độ nắm lí thuyết,
- Rèn luyện tính kiên trì, vượt khó, làm việc có kế hoạch,....

10. Các dạng toán có nhiều cách giải ở tiểu học

10.1. Ý nghĩa của việc giải toán theo nhiều cách khác nhau

Việc đi sâu vào tìm nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán có vai trò to lớn trong việc rèn luyện kĩ năng, củng cố kiến thức, rèn luyện trí thông minh, óc sáng tạo cho HS. Có thể thấy rất rõ điều đó trong các tác dụng sau :

Những cách giải khác nhau của một bài toán góp phần hình thành và củng cố cho HS về tính chất của các phép tính số học, về quan hệ giữa các phép tính số học.

Trong khi cố gắng tìm ra những cách giải khác nhau, HS sẽ có dịp suy nghĩ đến những khía cạnh khác nhau của bài toán. Do đó, HS sẽ hiểu sâu hơn các mối quan hệ của bài toán.

Việc tìm ra nhiều cách giải khác nhau sẽ giúp HS có dịp so sánh các cách giải đó, chọn ra được cách hay hơn và từ đó tích lũy được nhiều kinh nghiệm để giải toán. Việc tìm ra nhiều cách giải bài toán cũng giúp cho HS có sự lựa chọn thích hợp, bởi vì từ nhiều cách giải ấy, HS có thể chọn ra được con đường ngắn nhất để đi tới đích ; không vội bằng lòng với việc tìm được con đường đầu tiên.

Quá trình tìm tòi những cách giải khác nhau của bài toán cũng là quá trình rèn luyện trí thông minh, óc sáng tạo và khả năng suy nghĩ linh hoạt cho HS.

10.2. Cơ sở toán học của việc giải một bài toán theo nhiều cách khác nhau

Có rất nhiều PP để tìm cách giải khác nhau cho một bài toán. Tuy nhiên, PP thông dụng nhất ở tiểu học là dựa trên cơ sở biến đổi biểu thức. Tức là sau khi tìm ra một cách giải thì viết gộp các phép tính giải lại để có một biểu thức, rồi tìm cách biến đổi biểu thức ấy thành các dạng khác rồi suy ra cách giải mới (nếu có).

VD : Có 5 người, nếu mỗi người mua 4 thếp giấy thì phải trả số tiền là 18000 đồng. Nếu có 10 người, mỗi người mua 12 thếp giấy thì số tiền phải trả là bao nhiêu ?

Giải :

Cách 1 : Số thếp giấy 5 người mua là : $4 \times 5 = 20$ (thếp)

Số tiền một thếp giấy là : 18000 : 20 = 900 (đồng)

Số thếp giấy 12 người mua là : 12 × 10 = 120 (thếp)

Số tiền phải trả khi mua 12 thếp giấy là : 900 × 120 = 108000 (đồng)

Ta có biểu thức của cách 1 như sau :

$$[18000 : (4 \times 5)] \times (12 \times 10) = 108000$$

Từ kết quả này, ta có thể biến đổi như sau :

$$\{[18000 : (4 \times 5)] \times 12\} \times 10$$

$$\{[(18000 : 5) : 4] \times 12\} \times 10$$

$$[(18000 : 5) \times 12] : 4 \times 10$$

$$[(18000 : 4) \times 12] : 5\} \times 10$$

$$[(18000 : 5) \times 10] \times (12 : 4)$$

$$[18000 \times (12 : 4)] \times (10 : 5).$$

Từ các kết quả này, ta có các cách giải khác nhau như :

Cách 2 :

Số thếp giấy 5 người mua là : 4 × 5 = 20 (thếp)

Số tiền một thếp giấy là : 18000 : 20 = 900 (đồng)

Số tiền mua 12 thếp giấy là : 900 × 12 = 10800 (đồng)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là : 10800 × 10 = 108000 (đồng).

Cách 3 :

Số tiền mỗi người mua lần đầu phải trả là : 18000 : 5 = 3600 (đồng)

Số tiền một thếp giấy là : 3600 : 4 = 900 (đồng)

Số tiền một người phải trả khi mua 12 thếp giấy là : 900 × 12 = 10800 (đồng)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là : 10800 × 10 = 108000 (đồng).

Cách 4 :

Năm người mà mỗi người mua một thếp giấy thì số tiền phải trả là :

18000 : 4 = 4500 (đồng)

Năm người mà mỗi người mua 12 thếp giấy thì số tiền phải trả là :

4500 × 12 = 54000 (đồng)

Số tiền mỗi người phải trả khi mua 12 thếp giấy là : 54000 : 5 = 10800 (đồng)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là : 10800 × 10 = 108000 (đồng).

Cách 5 :

Số tiền mỗi người phải trả khi mua 4 thếp giấy là : 18000 : 5 = 3600 (đồng)

Số tiền 10 người phải trả khi mua 4 thếp giấy là : 3600 × 10 = 36000 (đồng)

Số thếp giấy mua lần sau gấp số thếp giấy mua lần trước là : 12 : 4 = 3 (lần)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là : 36000 × 3 = 108000 (đồng).

Cách 6 :

Số giấy mua lần sau gấp số giấy mua lần trước là : 12 : 4 = 3 (lần)

Năm người mà mỗi người mua 12 thếp giấy thì số tiền phải trả là :

$18000 \times 3 = 54000$ (đồng)

Số người mua lần sau gấp số người mua lần trước là : 10 : 5 = 2 (lần)

Số tiền 10 người mua lần sau phải trả là : $54000 \times 2 = 108000$ (đồng).

10.3. Các dạng toán về số học

10.3.1. Dạng thực hiện một dãy các phép tính

VD 1 : Cho số tự nhiên có 3 chữ số. Người ta viết thêm số 90 vào bên trái của số đã cho để được số mới có 5 chữ số. Lấy số này chia cho số đã cho thì được thương là 721 và không còn dư. Tìm số đã cho.

Giải : Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$, $a \neq 0$; a, b, c < 10

Theo bài ra, ta có : $\overline{90abc} : \overline{abc} = 721$

Cách 1 : $(90000 + \overline{abc}) : \overline{abc} = 721$ (cấu tạo thập phân của số)

$90000 : \overline{abc} + \overline{abc} : \overline{abc} = 721$ (chia một tổng cho một số)

$90000 : \overline{abc} + 1 = 721$

$90000 : \overline{abc} = 721 - 1$ (tìm số hạng chưa biết)

$90000 : \overline{abc} = 720$

$\overline{abc} = 90000 : 720$ (tìm số chia)

$\overline{abc} = 125$

Thử lại : 90125 : 125 = 721 (đúng)

Cách 2 : $\overline{90abc} : \overline{abc} = 721$

$\overline{90abc} = 721 \times \overline{abc}$ (tìm số bị chia)

$90000 + \overline{abc} = 721 \times \overline{abc}$ (cấu tạo thập phân của số)

$721 \times \overline{abc} - \overline{abc} = 90000$ (tìm một số hạng của tổng)

$(721 - 1) \times \overline{abc} = 90000$ (một số nhân với một hiệu)

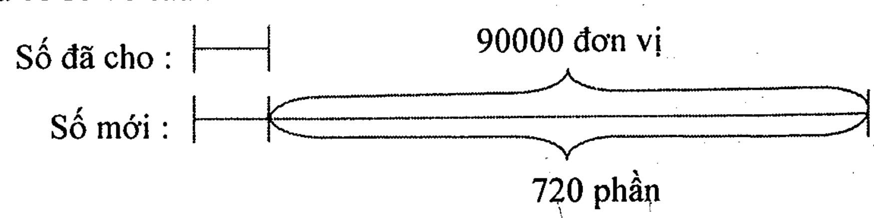
$720 \times \overline{abc} = 90000$

$\overline{abc} = 90000 : 720$ (tìm thừa số chưa biết)

$\overline{abc} = 125$

Cách 3 : Khi viết thêm 90 vào bên trái số đã cho thì số mới sẽ hơn số đã cho 90000 đơn vị.

Mặt khác, số mới gấp số đã cho 721 lần. Nếu ta biểu thị số đã cho là 1 phần thì số mới là 721 phần. Ta có sơ đồ sau :



Hiệu số phần bằng nhau là : 721 – 1 = 720 (phần)

Số đã cho là : 90000 : 720 = 125

Thử lại : 90125 : 125 = 721 (đúng)

VD 2 : Tính : $A = \dfrac{7,2 : 2 \times 57,2 + 2,86 \times 2 \times 64}{4 + 4 + 8 + 12 + 20 + ... + 220}$

Giải :

Cách 1 : Đặt $C = 7,2 : 2 \times 57,2 + 2,86 \times 2 \times 64$

$C = 3,6 \times 57,2 + 5,72 \times 64$

$C = 5,72 \times (36 + 64)$

$C = 572$

Đặt $B = 4 + 4 + 8 + 12 + 20 + \ldots + 220$

Ta thấy bắt đầu từ số hạng thứ ba thì mỗi số hạng bằng tổng hai số hạng liền trước nó.

Ta có $B = 4 + 4 + 8 + 12 + 20 + 32 + 52 + 84 + 136 + 220$

$B = (4 + 4) + (8 + 12) + 20 + (30 + 50) + 4 + (84 + 136) + 220$

$B = 8 + 20 + 20 + 80 + 4 + 220 + 220$

$B = 28 + 100 + 4 + 440$

$B = 540 + 32$

$B = 572$

Suy ra : $A = \dfrac{572}{572}$ hay $A = 1$

Cách 2 : $B = 4 + (4 + 8) + 12 + (20 + 32) + 52 + (84 + 136) + 220$

$B = 4 + 12 \times 2 + 52 \times 2 + 220 \times 2$

$B = 2 \times (2 + 12 + 52 + 220)$

$B = 2 \times (66 + 220)$

$B = 2 \times 286$

$B = 572$

Suy ra $A = \dfrac{572}{572}$ hay $A = 1$

Cách 3 : $B = (4 + 4) + 8 + (12 + 20) + 32 + (52 + 84) + 136 + 220$

$B = 8 \times 2 + 32 \times 2 + 136 \times 2 + 220$

$B = 2 \times (8 + 32 + 136) + 220$

$B = 2 \times 176 + 220$

$B = 352 + 220$

$B = 572$

Suy ra $A = \dfrac{572}{572}$ hay $A = 1$

Cách 4 :

$B = 4 \times (1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 8 + 13 + 21 + 34 + 55)$

$B = 4 \times [(1 + 1 + 8) + (2 + 3 + 55) + (5 + 21 + 34) + 13]$

$B = 4 \times (10 + 60 + 60 + 13)$

$B = 4 \times 143$

$B = 572$

Suy ra $A = \dfrac{572}{572}$ hay $A = 1$

Cách 5 :

$B = (4 + 4 + 12) + (8 + 52) + 20 + (84 + 136) + 220 + 32$

$B = (20 + 60 + 20) + 220 + 220 + 32$

$B = (100 + 220 + 220) + 32$

$B = 540 + 32$

$B = 572$

Suy ra $A = \dfrac{572}{572}$ hay $A = 1$

10.3.2. Các bài toán về phân số và số thập phân

VD 1 : Có 6 mảnh bìa được ghi số : 30 ; 4 ; 1 ; 9 ; 7 ; 5. Hãy chọn ra hai mảnh bìa có số thích hợp để tạo thành một phân số sao cho : $\dfrac{499}{1996} < \dfrac{?}{?} < \dfrac{667}{2001}$.

Giải :

Cách 1 : Rút gọn phân số

$\dfrac{499}{1996} = \dfrac{499:499}{1996:499} = \dfrac{1}{4}$; $\dfrac{667}{2001} = \dfrac{667:667}{2001:667} = \dfrac{1}{3}$

Do đó : $\dfrac{1}{4} < \dfrac{?}{?} < \dfrac{1}{3}$. Ta lập các phân số bé hơn 1 rồi so sánh với $\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{1}{3}$

- Các phân số có tử bằng 1 : $\dfrac{1}{4}$; $\dfrac{1}{5}$; $\dfrac{1}{7}$; $\dfrac{1}{9}$; $\dfrac{1}{30}$ đều bé hơn $\dfrac{1}{4}$ (không thích hợp)
- Các phân số có tử bằng 4 : $\dfrac{4}{5}$; $\dfrac{4}{7}$; $\dfrac{4}{9}$ đều lớn hơn $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{4}{30}$ bé hơn $\dfrac{1}{4}$ (không thích hợp)
- Các phân số có tử bằng 5 : $\dfrac{5}{7}$; $\dfrac{5}{9}$ đều lớn hơn $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{5}{30}$ bé hơn $\dfrac{1}{4}$ (không thích hợp)
- Các phân số có tử bằng 7 : $\dfrac{7}{9} > \dfrac{1}{3}$; $\dfrac{7}{30} < \dfrac{1}{4}$ (không thích hợp)
- Phân số có tử bằng 9 : $\dfrac{9}{30} > \dfrac{1}{4}$; $\dfrac{9}{30} < \dfrac{1}{3}$ (thích hợp)

Vậy $\dfrac{499}{1996} < \dfrac{9}{30} < \dfrac{667}{2001}$

Cách 2 :

Các phân số có mẫu bằng 5 : $\frac{1}{5} < \frac{1}{4}$; $\frac{4}{5} > \frac{1}{3}$ (không thích hợp)

Các phân số có mẫu bằng 7 : $\frac{1}{7} < \frac{1}{4}$; $\frac{5}{7} > \frac{4}{7} > \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (không thích hợp)

Các phân số có mẫu bằng 9 : $\frac{1}{9} < \frac{1}{4}$; $\frac{1}{3} < \frac{4}{9} < \frac{5}{9} < \frac{7}{9}$ (không thích hợp)

Các phân số có mẫu bằng 30 : $\frac{1}{30} < \frac{4}{30} < \frac{5}{30} < \frac{7}{30} < \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ (không thích hợp)

$\frac{9}{30} > \frac{1}{4}$; $\frac{9}{30} < \frac{1}{3}$ (thích hợp)

Vậy $\frac{499}{1996} < \frac{9}{30} < \frac{667}{2001}$

Cách 3 :

Các phân số : $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{30}$ đều bé hơn $\frac{1}{4}$ (không thích hợp)

Ta có $\frac{1}{4} < \frac{4}{y} < \frac{1}{3}$ nên $\frac{4}{16} < \frac{4}{y} < \frac{4}{12}$

Suy ra y = 13 ; 14 ; 15 (không thích hợp vì không có số nào thuộc vào tập hợp 6 số đã cho)

$\frac{1}{4} < \frac{5}{y} < \frac{1}{3}$ nên $\frac{5}{20} < \frac{5}{y} < \frac{5}{15}$

Suy ra y = 19 ; 18 ; 17 ; 16 (không thích hợp)

$\frac{1}{4} < \frac{7}{y} < \frac{1}{3}$ nên $\frac{7}{28} < \frac{7}{y} < \frac{7}{21}$

Suy ra y = 27 ; 26 ; 25 ; 24 ; 23 ; 22 (không thích hợp)

$\frac{1}{4} < \frac{9}{y} < \frac{1}{3}$ nên $\frac{9}{36} < \frac{9}{y} < \frac{9}{27}$

Suy ra y = 35 ; 34 ; 33 ; 32 ; 31 ; 30 ; 29 ; 28

Ta chọn 30 là số đã cho. Vậy số cần tìm là $\frac{9}{30}$

Vậy $\frac{499}{1996} < \frac{9}{30} < \frac{667}{2001}$

VD 2 : Cho số có hai chữ số mà chữ số hàng chục chia hết cho chữ số hàng đơn vị. Tìm số đã cho biết rằng khi chia số đó cho hiệu của chữ số hàng chục và hàng đơn vị thì được thương là 15 và dư 2.

Giải :

Cách 1 : Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, $a \neq 0$, a ; b <10

Theo đề bài, ta có : $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

$a \times 10 + b = a \times 15 - b \times 15 + 2$ (cấu tạo thập phân của số – nhân một hiệu với một số)

$b + b \times 15 = a \times 15 - a \times 10 + 2$ (cùng thêm $b \times 15$ và bớt $a \times 10$)

$b \times (1 + 15) = a \times (15 - 10) + 2$ (một tổng ; một hiệu nhân với một số)

$b \times 16 = a \times 5 + 2$ (1)

Nếu a đạt giá trị lớn nhất là 9 thì $a \times 5 + 2$ lớn nhất là : $9 \times 5 + 2 = 47$

Khi đó $b \times 16$ lớn nhất là 47 nên b lớn nhất là 2. (vì 47 : 16 = 2 dư 15)

Từ (1) ta có :

- $b \neq 0$ vì $a \times 5 + 2 \neq 0$
- $b = 1$ thì $1 \times 16 = a \times 5 + 2$

  $a \times 5 = 16 - 2$ (tìm số hạng của tổng)

  $a \times 5 = 14$

  $a = 14 : 5$ (loại vì 14 không chia hết cho 5)
- $b = 2$ thì $2 \times 16 = a \times 5 + 2$

  $a \times 5 = 32 - 2$ (tìm số hạng của tổng)

  $a = 30 : 5$

  $a = 6$

Thử lại : 62 : (6 – 2) = 15 (dư 2) (đúng), thay b = 7 (không thoả mãn)

Vậy số phải tìm là 62.

Cách 2 : Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, $a \neq 0$; a ; b < 10

Theo đề bài, ta có : $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

$\overline{ab} - 2 = (a - b) \times 15$ (2) (tìm số hạng của tổng)

Vì $(a - b) \times 15$ chia hết cho 15 nên $\overline{ab} - 2$ cũng chia hết cho 15. Tức $\overline{ab} - 2$ có tận cùng bằng 0 hoặc bằng 5. Hay $\overline{ab}$ có tận cùng bằng 2 hoặc bằng 7.

Suy ra b = 2 hoặc b = 7.

Với b = 2 thay vào (2) ta được :

$\overline{a2} - 2 = (a - 2) \times 15$

$\overline{a0} = a \times 15 - 2 \times 15$ (nhân một số với một hiệu)

$a \times 10 = a \times 15 - 30$ (cấu tạo thập phân của số)

$a \times 5 = 30$ (bớt hai vế cho $a \times 10$ và thêm 30)

$a = 30 : 5$ (tìm thừa số chưa biết)

$a = 6$.

Với b = 7 không thoả mãn.

Thử lại : 62 : (6 – 2) = 15 (dư 2) (đúng)

Vậy số phải tìm là 62.

Cách 3 : Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, $a \neq 0$, a ; b < 10

Theo đề bài, ta có : $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

Ta có a > b (để a trừ được cho b)

Và a – b > 2 (số chia phải lớn hơn số dư)

Mặt khác, $\overline{ab}$ là số có hai chữ số, do đó $(a - b) \times 15 + 2 \leq 99$

Hay a – b < 7. Suy ra 2 < a – b < 7

Hay a – b = 3 ; 4 ; 5 ; 6

Với a – b = 3 ta có : $\overline{ab} = 3 \times 15 + 2 = 47$ (loại vì 4 < 7)

Với a – b = 4 ta có : $\overline{ab} = 4 \times 15 + 2 = 62$

Thử : 62 : (6 – 2) = 15 (dư 2) đúng với đề bài.

Với a – b = 5 ta có : $\overline{ab} = 6 \times 15 + 2 = 92$

Thử : 92 : (9 – 2) = 13 (dư 1) không đúng với đề bài.

Vậy số cần tìm là 62.

Cách 4 : Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, a ≠ 0, a; b < 10

Theo đề bài, ta có : $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

Hay $\overline{ab} - 2 = (a - b) \times 15$

Ta có a – b > 0 suy ra a > b.

Vì $(a - b) \times 15$ chia hết cho 15 nên $(a - b) \times 15$ chia hết cho 5, suy ra $(\overline{ab} - 2)$ chia hết cho 5.

Hay $\overline{ab}$: 5 (dư 2). Suy ra b = 2 hoặc b = 7

Vì a chia hết cho b; a < 10 suy ra b chỉ có thể bằng 2. Ta cần xét các số sau : 42 ; 62 ; 82.

Ta có : 42 : (4 – 2) = 21 (loại)

62 : (6 – 2) = 15 (dư 2) đúng với đề bài.

82 : (8 – 2) = 41 (loại)

Vậy số cần tìm là 62

Cách 5 : Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$, a ≠ 0, a ; b < 10.

Theo đề bài, ta có : $\overline{ab} = (a - b) \times 15 + 2$

hay $\overline{ab} - 2 = (a - b) \times 15$

Ta có a – b > 0 suy ra a > b; $\overline{ab} < 100$ hay $(a - b) \times 15 + 2 < 100$; và $(a - b) \times 15$ chia hết cho 15 nên suy ra $\overline{ab} - 2$ cũng chia hết cho 15.

Hay $\overline{ab} - 2 = 60 ; 75 ; 90, 30$

- Xét $\overline{ab} - 2 = 60$

  $\overline{ab} = 60 + 2$ (tìm số bị trừ)

  $\overline{ab} = 62$. *Thử lại* : 62 : (6 – 2) = 15 (dư 2) đúng với đề bài.

- Xét $\overline{ab} - 2 = 75$

  $\overline{ab} = 75 + 2$

$\overline{ab} = 77$ (loại vì 7 = 7)

- Xét $\overline{ab} - 2 = 90$

  $\overline{ab} = 90 + 2$

  $\overline{ab} = 92$. *Thử lại* : 92 : (9 – 2) = 13 (dư 1) không đúng với đề bài

- Xét $\overline{ab} - 2 = 30$

  $\overline{ab} = 30 + 2$

$\overline{ab} = 32$. *Thử lại* : 32 : (3 – 2) = 32 không đúng với đề bài

Vậy số cần tìm là 62.

VD 3 : HS lớp Năm của một trường tiểu học thành lập đội tuyển tham gia hội khoẻ Phù Đổng. Dự định số bạn gái bằng 25% số HS của cả đội. Nhưng có một bạn gái không tham gia được mà thay bởi một bạn trai. Khi đó số bạn gái chỉ bằng 20% số HS của cả đội. Tính số HS của cả đội tuyển.

Giải : Khi thay một bạn gái bằng một bạn trai thì số HS của cả đội không thay đổi.

Cách 1 : Tỉ số % của số bạn gái so với cả đội lúc đầu hơn lúc sau là :

$$25\% - 20\% = 5\%$$

Vì 5% biểu thị 1 HS nên số HS của cả đội là : $1 : \frac{5}{100} = 20$ (HS)

Cách 2 : Ta có : $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$.

Vì lúc đầu số nữ bằng $\frac{1}{4}$ số HS cả đội. Lúc sau số nữ bằng $\frac{1}{5}$ số HS cả đội. Do đó, 1 HS biểu thị số phần của HS cả đội là : $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$ (số HS cả đội)

Số HS cả đội là : $1 : \frac{1}{20} = 20$ (HS)

Cách 3 : Đổi số phần trăm ra số thập phân, ta có : 25% = 0,25 ; 20% = 0,2

Lúc đầu số nữ bằng 0,25 số HS cả đội, lúc sau số nữ bằng 0,2 số HS cả đội. Do đó 1 HS bằng : 0,25 – 0,2 = 0,05 (số HS cả đội)

Suy ra số HS cả đội là : 1 : 0,05 = 20 (HS).

VD 4 : Khi cộng hai số thập phân, một HS đã viết nhầm dấu phẩy của số hạng thứ hai sang bên phải một chữ số, do đó tổng tìm được là 43,21. Đáng lẽ tổng của chúng là 12,34. Hãy xác định hai số hạng của tổng.

Giải :

Cách 1 : Gọi các số hạng cần tìm là X ; Y. Theo bài ra, ta có : X + Y = 12,34

Khi chuyển dấu phẩy của Y sang phải một chữ số thì số đó tăng 10 lần. Ta được số mới là Y × 10. Lúc đó ta có : X + Y × 10 = 43,21

X + Y × (9 + 1) = 43,21 (vì 10 = 9 + 1)

$X + Y + Y \times 9 = 43{,}21$ (nhân một số với một tổng)

$12{,}34 + Y \times 9 = 43{,}21$ (vì $X + Y = 12{,}34$) ;

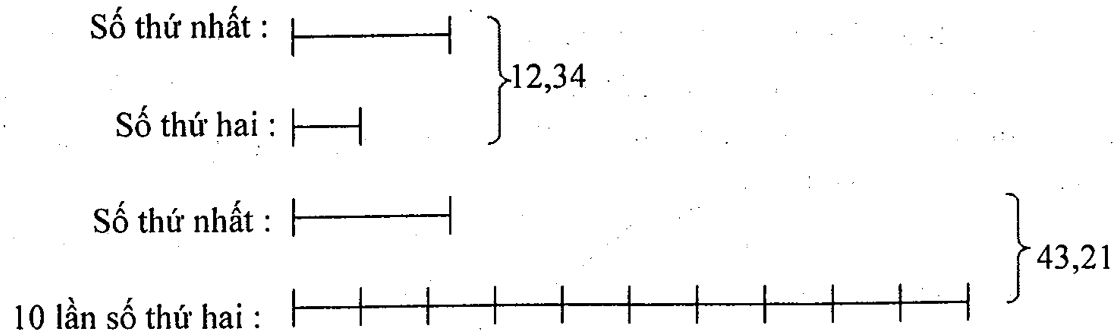
$Y \times 9 = 43{,}21 - 12{,}34$

$Y \times 9 = 30{,}87$; $Y = 30{,}87 : 9$; $Y = 3{,}43$; $X + 3{,}43 = 12{,}34$.

Suy ra $X = 12{,}34 - 3{,}43 = 8{,}91$.

Cách 2 :

Khi chuyển dấu phẩy của số hạng thứ hai sang phải một chữ số thì số đó tăng 10 lần. Ta có sơ đồ :



Dựa vào sơ đồ trên ta có :

9 lần số thứ hai là : $43{,}21 - 12{,}34 = 30{,}87$

Số thứ hai là : $30{,}87 : 9 = 3{,}43$

Số thứ nhất là : $12{,}34 - 3{,}43 = 8{,}91$

Cách 3 : Giả sử ta cũng chuyển dấu phẩy của số thứ nhất sang phải một chữ số. Khi đó mỗi số sẽ tăng lên 10 lần. Ta có tổng mới là : $12{,}34 \times 10 = 123{,}4$. Nhưng vì chỉ có số thứ hai chuyển dấu phẩy sang bên phải một chữ số nên tổng của số thứ nhất và số thứ hai là 43,21. Do đó, 9 lần số thứ nhất là : $123{,}4 - 43{,}21 = 80{,}19$

Số thứ nhất là : $80{,}19 : 9 = 8{,}91$

Số thứ hai là : $12{,}34 - 8{,}91 = 3{,}43$

Cách 4 : Gọi hai số cần tìm là a ; b. Theo bài ra, ta có :

$a + b + a + 10\,b = 12{,}34 + 43{,}21$ hay $2a + 11b = 12{,}34 + 43{,}21 = 55{,}55$ (1)

Mà $a + b = 12{,}34$ (2)

suy ra : $2a + 2b = 24{,}68$ (3) (gấp (2) lên 2 lần)

$9b = 30{,}87$ (lấy (1) – (3))

$b = 30{,}87 : 9$ (tìm thừa số chưa biết)

$b = 3{,}43$

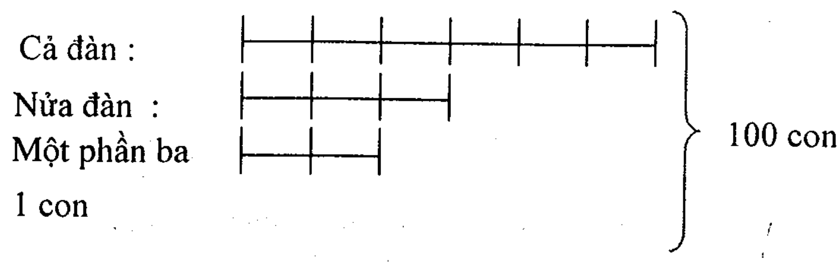
Suy ra : $12{,}34 - 3{,}43 = 8{,}91$. Vậy hai số hạng cần tìm là 3,43 và 8,91

10.3.3. Dạng tìm một số khi biết kết quả sau một dãy phép tính liên tiếp

VD 1 : Một con cò đang bay gặp một đàn vịt trời bay ngang qua liền cất tiếng chào : “Chào 100 bạn”. Con vịt đầu đàn trả lời : “Bạn nhầm rồi! Chúng tôi thêm một nửa chúng tôi, thêm một phần ba chúng tôi, thêm cả bạn nữa mới được 100”.

Hãy tính xem đàn vịt có bao nhiêu con ?

Tóm tắt :



Cách 1 : Giả sử không có con cò thì tổng số vịt lúc này là : 100 – 1 = 99 (con)

Tổng số phần vịt bằng nhau là : 6 + 3 + 2 = 11 (phần)

Một phần ba đàn vịt có số con là : $(99 : 11) \times 2 = 18$ (con)

Nửa đàn vịt có số con là : $(99 : 11) \times 3 = 27$ (con)

Đàn vịt trời có số con là : $27 \times 2 = 54$ (con)

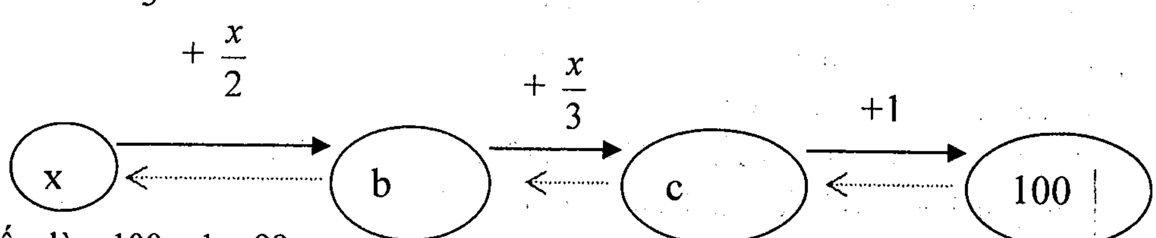
Cách 2 : Gọi x là số vịt có trong đàn. Theo bài ra, ta có :

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 1 = 100$$

$6 \times x + 3 \times x + 2 \times x + 6 = 600$ (quy đồng mẫu số)

$11 \times x = 594$; $x = 594 : 11$. Suy ra : $x = 54$

Cách 3 : Gọi x là số vịt có trong đàn, b là số vịt sau khi thêm nửa số vịt, c là số vịt ở b sau khi thêm $\frac{1}{3}$ số vịt trong đàn. Ta có sơ đồ sau :



Số c là : 100 – 1 = 99

Số b là : $99 - \frac{x}{3} = \frac{297 - x}{3}$

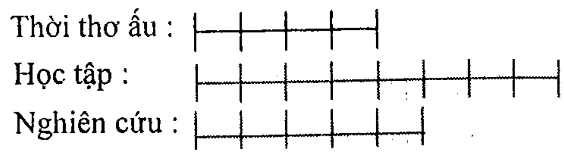
Số x là : $\frac{297 - x}{3} - \frac{x}{2} = x$

$594 - 2 \times x - 3 \times x = 6 \times x$ (quy đồng mẫu số)

$594 = 11 \times x$; $x = 594 : 11$; $x = 54$

VD 2 : Nhà toán học người Nga Lô-ba-sep-xki sinh năm 1792 có thời thơ ấu bằng 1/8 cuộc đời ông sống ở Nigiugơrốt. Rồi thì 1/4 cuộc đời ông không ngừng học tập và lao động đã mang lại cho ông danh hiệu giáo sư trường đại học Kazan. Sau đó 5/32 cuộc đời, ông đã nghiên cứu và đạt được một phát minh vĩ đại về môn hình học mới mang tên ông. Nhưng phải mất 3 năm sau công trình ấy mới được công bố. Tiếp theo là 27 năm còn lại của đời mình, nhà bác học đã kiên trì làm việc để phát triển và hoàn thiện những tư tưởng của mình. Hãy tính xem phát minh hình học mới của Lô-ba-sep-xki đã được công bố vào năm nào ?

Giải : Ta có : $\frac{1}{8} = \frac{4}{32}$; $\frac{1}{4} = \frac{8}{32}$



Cách 1 : Nếu ta chia tuổi đời của Lô-ba-sep-xki thành 32 phần bằng nhau thì thời thơ ấu chiếm : 32 : 8 = 4 (phần)

1/4 cuộc đời tiếp theo chiếm : 32 : 4 = 8 (phần)

Thời gian 3 năm và 27 năm còn lại chiếm : 32 – (4 + 8 + 5) = 15 (phần)

Số năm của 15 phần đó là : 3 + 27 = 30 (năm)

Số năm của 1 phần là : 30 : 15 = 2 (năm)

Tuổi thọ của Lô-ba-sep-xki là : 2 × 32 = 64 (tuổi)

Lô-ba-sep-xki mất vào năm : 1792 + 64 = 1856

Phát minh hình học của Lô-ba-sep-xki được công bố vào năm :

1856 – 27 = 1829

Cách 2 : Nếu ta chia tuổi đời của Lô-ba-sep-xki thành 32 phần bằng nhau thì thời thơ ấu chiếm : 32 : 8 = 4 (phần)

1/4 cuộc đời tiếp theo chiếm : 32 : 4 = 8 (phần)

Thời gian 3 năm và 27 năm còn lại chiếm : 32 – (4 + 8 + 5) = 15 (phần)

Số năm của 15 phần đó là : 3 + 27 = 30 (năm)

Số năm của 1 phần là : 30 : 15 = 2 (năm)

Thời gian Lô-ba-sep-xki sống ở Nigiugơrốt là : 2 × 4 = 8 (năm)

Thời gian học tập cho đến khi làm giáo sư là : 2 × 8 = 16 (năm)

Thời gian nghiên cứu phát minh là : 2 × 5 = 10 (năm)

Phát minh được công bố vào năm : 1792 + (8 + 16 + 10) + 3 = 1829

Cách 3 : Gọi x là tuổi thọ của Lô-ba-sep- xki. Theo đề ta có :

$\frac{1}{8} \times x + \frac{1}{4} \times x + \frac{5}{32} \times x + 3 + 27 = x$

$4 \times x + 8 \times x + 5 \times x + 960 = 32 \times x$ (quy đồng mẫu số)

$17 \times x + 960 = 32 \times x$

$32 \times x - 17 \times x = 960$ (bớt cả hai vế cho $17 \times x$)

$15 \times x = 960$

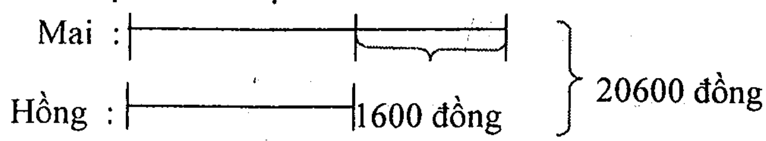
x = 960 : 15 (tìm thừa số của tích) ; x = 64

Phát minh được công bố vào năm : (1792 + 64) – 27 = 1829

10.3.4. Dạng toán tìm hai số khi biết tổng, hiệu hoặc tỉ số của chúng

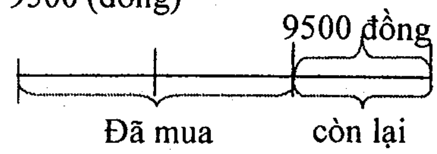
VD 1 : Mai và Hồng mang tiền ra hiệu sách mua sách. Sau khi Mai đã mua hết 4/5 số tiền mang đi và Hồng mua hết 2/3 số tiền mang đi thì cả hai còn lại 20600 đồng, trong đó tiền của Mai còn lại nhiều hơn Hồng 1600 đồng. Hỏi mỗi bạn đã mang theo bao nhiêu tiền mua sách ?

Cách 1 : Sơ đồ số tiền còn lại của hai bạn :



Số tiền còn lại của Hồng là : (20600 – 1600) : 2 = 9500 (đồng)

Sơ đồ số tiền của Hồng :

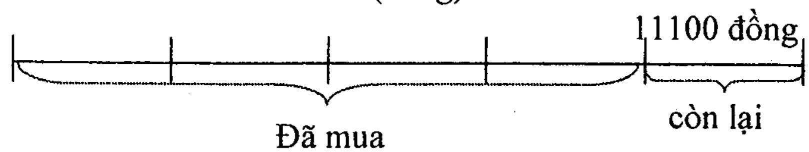


Số tiền Hồng mang đi là :

9500 × 3 = 28500 (đồng)

Số tiền còn lại của Mai là : 9500 + 1600 = 11100 (đồng)

Sơ đồ số tiền của Mai :



Số tiền Mai mang đi là : 11100 × 5 = 55500 (đồng)

Cách 2 : Giả sử thêm 1600 đồng vào số tiền còn lại của Hồng thì số tiền của Hồng bằng số tiền của Mai.

Số tiền còn lại của Mai là (20600 + 1600) : 2 = 11100 (đồng)

Số tiền Mai mang đi là : 11100 × 5 = 55500 (đồng)

Số tiền còn lại của Hồng là : 11100 – 1600 = 9500 (đồng)

Số tiền Hồng mang đi là : 9500 × 3 = 28500 (đồng).

VD 2 : Một số có hai chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 15. Nếu đổi chỗ các số đã cho thì được số mới kém số đó 9 đơn vị. Tìm số đã cho.

Giải :

Cách 1 : Gọi số đã cho là $\overline{ab}$ (a ; b ≠ 0 ; a ; b < 10). Theo bài ra ta có :

$\overline{ab} - \overline{ba} = 9$

a × 10 + b – (b × 10 + a) = 9 (cấu tạo thập phân của số)

a × 10 + b – b × 10 – a = 9

a × 9 – b × 9 = 9 (bớt đi a và b)

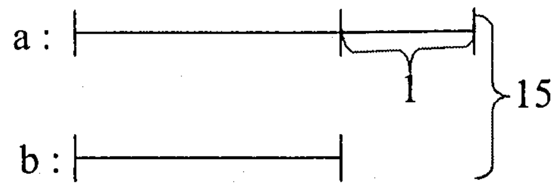
9 × (a – b) = 9 (một số nhân một tổng)

a – b = 9 : 9 (tìm thừa số chưa biết)

a – b = 1.

Ta lại có : a + b = 15.

Suy ra ta có sơ đồ sau :



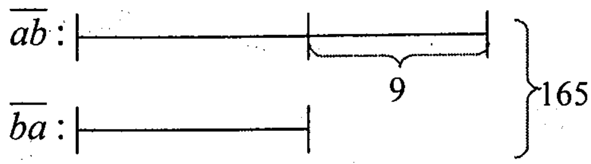
Chữ số b là : $(15 - 1) : 2 = 7$

Chữ số a là : $7 + 1 = 8$

Thử lại : $87 - 78 = 9$ (nhận). Vậy số cần tìm là 87.

Cách 2 : Vì tổng $a + b = 15$ nên tổng $\overline{ab} + \overline{ba}$ gồm có 15 chục và 15 đơn vị. Tức là bằng :

$150 + 15 = 165$



Số phải tìm là : $(165 + 9) : 2 = 87$

Cách 3 : (thử chọn). Vì $\overline{ab} - \overline{ba} = 9$ nên $a > b$.

Mặt khác : $a + b = 15$ nên ta có bảng thử chọn sau :

a	*b*	*a + b*
8	7	15
9	6	15

Với a = 9, b = 6, ta có : $96 - 69 \neq 9$ (loại)

Với a = 8, b = 7, ta có : $87 - 78 = 9$ (nhận). Vậy số cần tìm là 87

VD 3 : Hôm trước, cô Ngân mua cho nhà trường 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ hết cả thảy 9200 đồng. Hôm sau, cô mua 2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ như thế hết cả thảy 8800 đồng. Tính giá tiền một lọ mực mỗi loại.

Giải :

Cách 1 : Giả sử lần đầu cô Ngân mua gấp đôi số lọ mực mỗi loại thì cần số tiền là :

$9200 \times 2 = 18400$ (đồng)

Giả sử lần sau cô Ngân mua gấp ba số lọ mực mỗi loại thì cần số tiền là :

$8800 \times 3 = 26400$ (đồng)

Suy ra mua 5 lọ mực đỏ hết số tiền là : $26400 - 18400 = 8000$ (đồng)

Số tiền mua một lọ mực đỏ là : $8000 : 5 = 1600$ (đồng)

Số tiền mua hai lọ mực đỏ là : $1600 \times 2 = 3200$ (đồng)

Số tiền mua ba lọ mực xanh là : $9200 - 3200 = 6000$ (đồng)

Giá tiền một lọ mực xanh là : $6000 : 3 = 2000$ (đồng)

Cách 2 : Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

$9200 - 8800 = 400$ (đồng)

Mua 5 lọ mực xanh và 5 lọ mực đỏ hết : $9200 + 8800 = 18000$ (đồng)

Mua 1 lọ mực xanh và 1 lọ mực đỏ hết : $18000 : 5 = 3600$ (đồng)

Ta đưa về bài toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu.

Giá tiền 1 lọ mực đỏ là : $(3600 - 400) : 2 = 1600$ (đồng)

Giá tiền một lọ mực xanh là : $1600 + 400 = 2000$ (đồng)

Cách 3 : Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

$$9200 - 8800 = 400 \text{ (đồng)}$$

Giả sử thay 2 lọ mực đỏ bằng 2 lọ mực xanh thì số tiền mua 5 lọ mực xanh là :

$$9200 + (2 \times 400) = 10000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền một lọ mực xanh là : $10000 : 5 = 2000$ (đồng)

Giá tiền một lọ mực đỏ là : $2000 - 400 = 1600$ (đồng)

Cách 4 : Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

$$9200 - 8800 = 400 \text{ (đồng)}$$

Giả sử thay 3 lọ mực xanh bằng 3 lọ mực đỏ thì số tiền lần đầu mua 5 lọ mực đỏ là :

$$9200 - (3 \times 400) = 8000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền một lọ mực đỏ là : $8000 : 5 = 1600$ (đồng)

Giá tiền một lọ mực xanh là : $1600 + 400 = 2000$ (đồng)

10.3.5. Các dạng toán về đo đại lượng

a) Dạng thực hiện phép tính trên số đo đại lượng

VD 1 : Một đội 15 công nhân dự định lắp xong một cái máy trong 20 ngày, mỗi ngày làm việc 8 giờ. Nếu thêm 5 người nữa mà cả đội mỗi ngày làm việc 10 giờ thì lắp xong cái máy đó trong bao nhiêu ngày ?

Giải : *Cách 1 :* Số giờ để 15 người làm xong máy là : $20 \times 8 = 160$ (giờ)

Số giờ để 20 người làm xong máy là : $(160 \times 15) : 20 = 120$ (giờ)

Số ngày để 20 người lăm xong máy là : $120 : 10 = 12$ (ngày)

Cách 2 : Mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 15 người làm xong trong 20 ngày. Vậy mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 20 người làm xong trong số ngày là : $(15 \times 20) : 20 = 15$ (ngày)

Mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 20 người làm xong trong 15 ngày. Vậy mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 20 người làm xong trong số ngày là : $(8 \times 15) : 10 = 12$ (ngày)

Cách 3 : Mỗi ngày làm việc 8 giờ thì 15 người làm xong trong 20 ngày.

Vậy mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 15 người làm xong trong số ngày là :

$$(8 \times 20) : 10 = 16 \text{ (ngày)}$$

Mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 15 người làm xong trong 16 ngày. Vậy mỗi ngày làm việc 10 giờ thì 20 người làm xong trong số ngày là : $(15 \times 16) : 20 = 12$ (ngày)

Cách 4 : Số ngày công để 15 người làm xong máy là : $15 \times 20 = 300$ (công)

Số giờ để 15 người làm xong máy là : $300 \times 8 = 2400$ (giờ)

Vì mỗi ngày làm việc 10 giờ nên số ngày công để 20 người làm xong máy là :

$$(2400 : 10) : 20 = 12 \text{ (ngày)}$$

Cách 5 : Số giờ để làm xong máy là :

$15 \times 20 \times 8 = 2400$ (giờ)

Mỗi ngày làm việc 10 giờ thì số ngày công là : $2400 : 10 = 240$ (công)

Số ngày để 20 người làm xong máy là : $240 : 20 = 12$ (ngày)

VD 2 : Một ôtô chạy từ tỉnh A đến tỉnh B. Nếu chạy mỗi giờ 60 km thì sẽ đến B vào lúc 15 giờ. Nếu chạy mỗi giờ 40 km thì sẽ đến B vào lúc 17 giờ cùng ngày. Hỏi tỉnh A cách tỉnh B bao nhiêu km ?

Giải : Giả sử có hai ôtô cùng xuất phát từ A chạy đến B. Ôtô thứ nhất chạy với vận tốc 60 km/giờ. Ôtô thứ hai chạy với vận tốc 40 km/giờ.

Cách 1 : Vào lúc 16 giờ thì hai ôtô cách nhau là : $60 + 40 = 100$ (km)

Mỗi giờ hai ôtô cách nhau là : $60 - 40 = 20$ (km)

Khi hai ôtô cách nhau100 km thì mỗi ôtô đều chạy hết một thời gian là :

$100 : 20 = 5$ (giờ)

Vì ôtô thứ nhất đến B lúc 15 giờ nên thời gian thực tế ôtô chạy hết quãng đường AB là : $5 - 1 = 4$ (giờ)

Quãng đường AB dài là : $60 \times 4 = 240$ (km)

Cách 2 : Vào lúc 15 giờ thì hai ôtô cách nhau quãng đường là : $40 \times 2 = 80$ (km)

Mỗi giờ hai ôtô cách nhau là : $60 - 40 = 20$ (km)

Thời gian ôtô thứ nhất đến B là : $80 : 20 = 4$ (giờ)

Quãng đường AB dài là : $4 \times 60 = 240$ (km)

Cách 3 : Vào lúc 17 giờ thì hai ôtô cách nhau là : $60 \times 2 = 120$ (km)

Mỗi giờ hai ôtô cách nhau là : $60 - 40 = 20$ (km)

Thời gian ôtô thứ hai đến B là : $120 : 20 = 6$ (giờ)

Quãng đường AB dài là : $6 \times 40 = 240$ (km).

Cách 4 : Nếu chạy với vận tốc 60 km/giờ thì chạy 1 km mất 1 phút. Nếu chạy với vận tốc 40 km/giờ thì chạy 1 km mất 1 phút 30 giây.

Chạy 1 km với vận tốc 40 km/giờ thì chậm hơn khi chạy 1km với vận tốc 60 km/giờ là : 1 phút 30 giây – 1 phút = 30 (giây)

Thời gian chênh lệch khi chạy với vận tốc 60 km/giờ và 40 km/giờ là :

$17 - 15 = 2$ (giờ) ; 2 giờ = 7200 giây

Quãng đường AB dài là : $7200 : 30 = 240$ (km)

Cách 5 : Tỉ số của hai vận tốc là : $\dfrac{60}{40} = \dfrac{3}{2}$

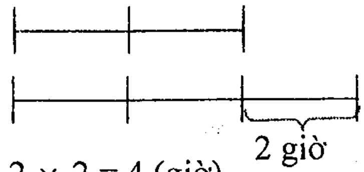
Trên cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau. Ta có tỉ số thời gian tương ứng là : $\dfrac{2}{3}$

Để đi đến B thì thời gian xe thứ hai đã đi nhiều hơn thời gian xe thứ nhất đã đi là : $17 - 15 = 2$ (giờ)

Ta có sơ đồ sau :

Thời gian xe thứ nhất :

Thời gian xe thứ hai :



Thời gian xe thứ nhất chạy là : $2 \times 2 = 4$ (giờ)

Quãng đường AB dài là : $4 \times 60 = 240$ (km)

VD 3 : Ba người thợ thủ công nhận làm một bức tranh sơn mài với tiền công do hợp tác xã khoán là 140000 đồng. Theo kế hoạch, sau khi người thứ nhất làm được 7 ngày thì hai người còn lại mới tới làm. Cả ba người làm tiếp 7 ngày nữa thì xong công việc. Hỏi mỗi người lĩnh bao nhiêu tiền, biết rằng tiền công một ngày của mỗi người đều như nhau ?

Giải :

Cách 1 : Số ngày công người thứ nhất làm là : $7 \times 2 = 14$ (ngày)

Số ngày công người thứ hai làm là 7 (ngày)

Số ngày công người thứ ba làm là 7 (ngày)

Tổng số ngày công của ba người làm là : $14 + 7 + 7 = 28$ (ngày)

Số tiền công một ngày làm là : $140000 : 28 = 5000$ (đồng)

Số tiền người thứ nhất lĩnh là : $14 \times 5000 = 70\,000$ (đồng)

Số tiền người thứ hai lĩnh là : $7 \times 5000 = 35\,000$ (đồng)

Số tiền người thứ ba lĩnh là : $7 \times 5000 = 35\,000$ (đồng)

Cách 2 : Số ngày công người thứ nhất làm là : $7 \times 2 = 14$ (ngày)

Số ngày công người thứ hai và người thứ ba làm là : $7 + 7 = 14$ (ngày)

Do đó số tiền của người thứ nhất lĩnh là : $140000 : 2 = 70000$ (đồng)

Số tiền của người thứ hai và người thứ ba bằng nhau và bằng :

$70000 : 2 = 35000$ (đồng)

Cách 3 : Giả sử người thứ hai và người thứ ba đều lĩnh 1 đồng thì người thứ nhất lĩnh số tiền là : $1 \times 2 = 2$ (đồng)

Khi đó tổng số tiền ba người lĩnh được là : $1 + 1 + 2 = 4$ (đồng)

So sánh số tiền 140000 đồng với 4 đồng thì gấp : $140000 : 4 = 35000$ (lần)

Số tiền của người thứ hai và người thứ ba bằng nhau và bằng :

$1 \times 35000 = 35000$ (đồng)

Số tiền người thứ nhất lĩnh là : $35000 \times 2 = 70000$ (đồng)

Cách 4 : Gọi x (đồng) là số tiền người thứ nhất lĩnh được thì số tiền người thứ hai, người thứ ba cùng lĩnh được là : $\frac{x}{2}$ (đồng)

Theo bài ra, ta có : $x + \frac{x}{2} \times 2 = 140000$ (đồng)

$x + x = 140000$ (đồng)

$2 \times x = 140000$ (đồng)

x = 140000 : 2

x = 70000 (đồng).

b) Toán chuyển động

VD 1 : Trong một cuộc đua xe đạp, người thứ nhất đi với vận tốc 20 km/giờ suốt cả quãng đường. Người thứ hai đi với vận tốc 16 km/giờ trong nửa quãng đường đầu, còn nửa quãng đường sau đi với vận tốc 24 km/giờ. Người thứ ba trong nửa thời gian đầu của mình đi với vận tốc 16 km/giờ, nửa thời gian sau đi với vận tốc 24 km/giờ. Hỏi trong ba người đó ai đến đích trước ?

Giải : Vận tốc trung bình của người thứ ba trong cả quãng đường là :

(16 + 24) : 2 = 20 (km/giờ)

Như vậy, người thứ nhất và người thứ ba về đích cùng lúc. Ta còn phải tính vận tốc trung bình của người thứ hai để so sánh.

Cách 1 : Cứ 1 km đi với vận tốc 16 km/giờ thì hết thời gian là :

1 : 16 = 1/16 (giờ)

Cứ 1 km đi với vận tốc 24 km/giờ thì hết thời gian là :

1 : 24 = 1/24 (giờ)

Do đó đi 2 km hết thời gian là :

$\frac{1}{16} + \frac{1}{24} = \frac{5}{48}$ (giờ)

Vận tốc trung bình của người thứ hai trên cả quãng đường là :

$2 : \frac{5}{48} = 19{,}2$ (km/giờ)

Vì 20 km/giờ > 19,2 km/giờ nên người thứ nhất và người thứ ba đến đích trước.

Cách 2 : Với vận tốc 16 km/giờ thì người thứ hai đi 1 km hết số phút là :

60 : 16 = 3,75 (phút)

Với vận tốc 24 km/giờ thì người thứ hai đi 1 km hết số phút là :

60 : 24 = 2,5 (phút)

Số phút trung bình khi người thứ hai đi trong 2 km là :

3,75 + 2,5 = 6,25 (phút)

Vận tốc trung bình của người thứ hai đi trên cả quãng đường là :

2 : 6,25 = 0,32 (km/phút) ; 0,32 km/phút = 19,2 km/giờ.

Vì 20 km/giờ > 19,2 km/giờ nên người thứ nhất và người thứ ba đến đích trước.

Cách 3 : Giả sử quãng đường đua dài 96 km. Suy ra nửa quãng đường dài là :

96 : 2 = 48 (km)

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường đầu là :

48 : 16 = 3 (giờ)

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường sau là :

48 : 24 = 2 (giờ)

Thời gian người thứ hai đi trên cả quãng đường đó là :

$3 + 2 = 5$ (giờ)

Vận tốc trung bình của người thứ hai đi trên cả quãng đường là :

$96 : 5 = 19,2$ (km/giờ).

Vì 20 km/giờ > 19,2 km/giờ nên người thứ nhất và người thứ ba đến đích trước.

Cách 4 : Giả sử quãng đường đua dài 96 km. Suy ra nửa quãng đường dài là :

$96 : 2 = 48$ (km)

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường đầu là :

$48 : 16 = 3$ (giờ)

Thời gian người thứ hai đi nửa quãng đường sau là :

$48 : 24 = 2$ (giờ)

Thời gian người thứ hai đi trên cả quãng đường đó là :

$3 + 2 = 5$ (giờ)

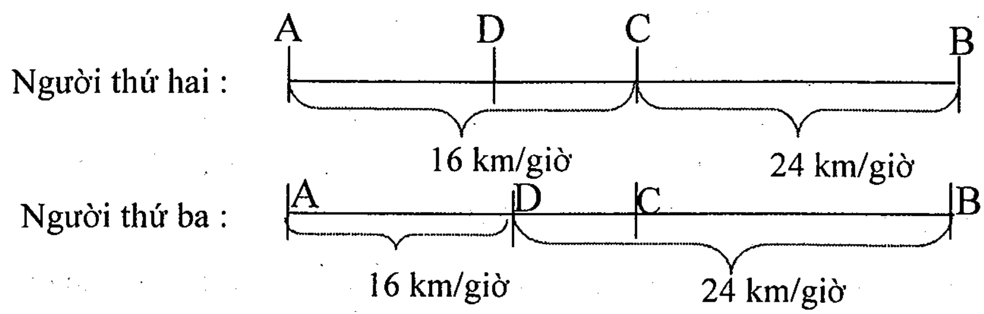
Thời gian người thứ nhất và người thứ ba đi trên cả quãng đường đó là :

$96 : 20 = 4,8$ (giờ)

Vì 4,8 giờ < 5 giờ do đó người thứ nhất và người thứ ba về đích trước.

Cách 5 : Ta thấy hai nửa thời gian thì bằng nhau nên quãng đường đi được tỉ lệ thuận với vận tốc.

Do đó trong nửa thời gian đầu người thứ ba đi được 16 phần quãng đường còn nửa thời gian sau người thứ ba đi được 24 phần như thế. Ta có sơ đồ :



Ở quãng đường AD : Hai người đi cùng vận tốc nên thời gian bằng nhau.

Ở quãng đường CD : Người thứ hai đi với vận tốc 16 km/giờ, người thứ ba đi với vận tốc 24 km/giờ nên thời gian người thứ ba đi ít hơn thời gian người thứ hai. Suy ra người thứ ba về đích trước.

Vì vận tốc của người thứ nhất và người thứ ba bằng nhau nên người thứ nhất và người thứ ba cùng về đích trước.

VD 2 : Một ôtô dự kiến đi từ A với vận tốc 45 km/giờ để đến B lúc 12 giờ trưa. Do trời trở gió nên mỗi giờ xe chỉ đi được 35 km và đến B chậm hơn 40 phút so với dự kiến. Tính quãng đường AB.

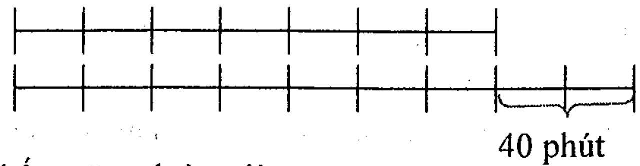
Giải : *Cách 1 :* Tỉ số giữa vận tốc dự kiến và vận tốc thực tế là : $\frac{45}{35} = \frac{9}{7}$

Vì trên cùng một quãng đường nên vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau, do đó tỉ số thời gian dự kiến và thời gian thực tế là $\frac{7}{9}$

Ta có sơ đồ sau :

Thời gian dự kiến :

Thời gian thực đi :



Thời gian thực mà ôtô đã đi hết quãng đường là :

$(40 : 2) \times 9 = 180$ (phút)

180 phút = 3 giờ

Quãng đường AB dài là : $35 \times 3 = 105$ (km)

Cách 2 : 40 phút = $\frac{2}{3}$ (giờ)

Gọi thời gian thực xe đi là t (giờ). Với quãng đường 35 km thì thời gian thực xe đã đi là 1 giờ và thời gian dự kiến đi là : $\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$ (giờ)

Quãng đường AB mà xe thực đi mất t giờ thì thời gian dự kiến đi là : $\frac{7}{9} \times t$ (giờ)

Theo bài ra, ta có : $t - \frac{7}{9} \times t = \frac{2}{3}$

$9 \times t - 7 \times t = 6$ (quy đồng mẫu số)

$(9 - 7) \times t = 6$ (một hiệu nhân với một số)

$2 \times t = 6$. Suy ra $t = 6 : 2$ (tìm thừa số chưa biết) hay $t = 3$

Quãng đường AB dài là : $35 \times 3 = 105$ (km)

Cách 3 : 40 phút = $\frac{2}{3}$ (giờ). Nếu đi với vận tốc 35 km/giờ thì khi đi hết thời gian dự định, ôtô còn cách B quãng đường là : $35 \times \frac{2}{3} = \frac{70}{3}$ (km).

Mỗi giờ ôtô thực tế đi chậm hơn so với dự kiến là : $45 - 35 = 10$ (km)

Thời gian ôtô dự định đi từ A đến B là : $\frac{70}{3} : 10 = \frac{7}{3}$ (giờ)

Quãng đường AB dài là : $\frac{7}{3} \times 45 = 105$ (km).

Cách 4 : 40 phút = $\frac{2}{3}$ (giờ)

Giả sử ôtô đi với vận tốc 45 km/giờ và đi hết thời gian thực tế. Khi đó ôtô cách B một quãng đường là : $45 \times \frac{2}{3} = 30$ (km)

Mỗi giờ ôtô dự kiến đi nhanh hơn so với thực tế là : $45 - 35 = 10$ (km)

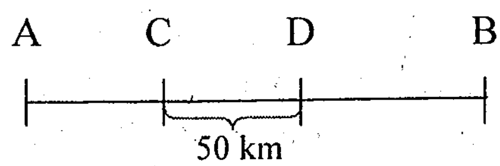
Thời gian thực tế ôtô đi từ A đến B là : 30 : 10 = 3 (giờ)

Quãng đường AB dài là : 35 × 3 = 105 (km)

VD 3 : Một ôtô chạy từ A đến B. Sau khi chạy được 1 giờ thì ôtô giảm vận tốc chỉ còn bằng $\frac{3}{5}$ vận tốc ban đầu, vì thế ôtô đến B chậm mất 2 giờ. Nếu từ A, sau khi chạy được 1 giờ, ôtô chạy thêm 50 km nữa rồi mới giảm vận tốc thì đến B chỉ chậm 1 giờ 20 phút. Tính quãng đường AB.

Giải :

Tóm tắt :



Nhận xét : Trên cùng một quãng đường thì thời gian và vận tốc là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

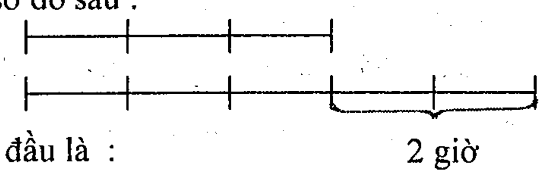
Giả sử vận tốc lúc đầu là 5 phần thì vận tốc lúc sau (lúc giảm vận tốc) là 3 phần ; suy ra thời gian lúc đầu sẽ là 3 phần, thời gian lúc sau sẽ là 5 phần.

Cách 1 : Giả sử sau 1 giờ ôtô chạy tới C.

Nếu thời gian đi trên đoạn CB theo vận tốc ban đầu là 3 phần thì thời gian đi trên đoạn CB theo vận tốc đã giảm là 5 phần. Ta có sơ đồ sau :

Thời gian ban đầu đi trên CB :

Thời gian đã giảm trên CB :



Thời gian đi trên đoạn CB với vận tốc ban đầu là :

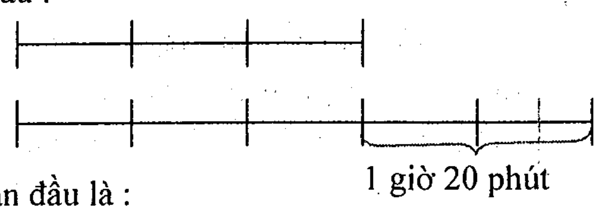
(2 : 2) × 3 = 3 (giờ)

Nếu thời gian đi trên đoạn DB theo vận tốc ban đầu là 3 phần thì thời gian đi trênđoạn DB theo thời gian đã giảm là 5 phần. Ta có sơ đồ sau :

Thời gian ban đầu đi trên DB :

Thời gian đã giảm đi trên DB :

1 giờ 20 phút = 80 phút



Thời gian đi trên đoạn DB với vận tốc ban đầu là :

(80 : 2) × 3 = 120 (phút) ; 120 phút = 2 giờ

Thời gian đi trên đoạn CD với vận tốc ban đầu là : 3 – 2 = 1 (giờ)

Vận tốc ban đầu là : 50 : 1 = 50 (km/giờ)

Quãng đường AB là : 50 + 50 × (1 + 2) = 200 (km).

Cách 2 : 2 giờ = 120 phút ; 1 giờ 20 phút = 80 phút

Nếu từ C đi thêm 50 km rồi mới giảm vận tốc thì thời gian đến B sớm được là :

120 – 80 = 40 (phút) ; 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ

Muốn đến B đúng thời gian đã định (đến sớm được 2 giờ) thì từ C cần phải đi thêm là :

(2 × 50) : $\frac{2}{3}$ = 150 (km).

Vì từ C đã giảm vận tốc nên đúng thời gian đã định, ôtô chỉ chạy được :

$$150 \times \frac{3}{5} = 90 \text{ (km)}$$

Lúc đó ôtô còn cách B một khoảng là : 150 – 90 = 60 (km)

Do đó, vận tốc đã giảm khi chạy trên quãng đường CB là :

60 : 2 = 30 (km/giờ)

Vận tốc ban đầu là : (30 × 5) : 3 = 50 (km/giờ)

Quãng đường AB dài là : (50 × 1) + 150 = 200 (km).

Cách 3 : 2 giờ = 120 phút ; 1 giờ 20 phút = 80 phút

Nếu từ C đi thêm 50 km rồi mới giảm vận tốc thì thời gian đến B sớm được là : 120 – 80 = 40 (phút) ; 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ

Vì trong cả hai trường hợp xe đều chạy trên đoạn DB với cùng vận tốc nên thời gian 2/3 giờ chính là hiệu thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc ban đầu và vận tốc đã giảm.

Giả sử thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc ban đầu là 3 phần thì thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc đã giảm là 5 phần.

Hiệu số phần bằng nhau là : 5 – 3 = 2 (phần)

Thời gian ban đầu xe chạy trên đoạn CD là : $(\frac{2}{3} : 2) \times 3 = 1$ (giờ)

Vận tốc ban đầu là : 50 : 1 = 50 (km/giờ)

Vận tốc đã giảm là : $50 \times \frac{3}{5} = 30$ (km/giờ)

Với vận tốc ban đầu xe chạy 1 km hết thời gian là : 60 : 50 = 1,2 (phút)

Với vận tốc đã giảm xe chạy 1 km hết thời gian là : 60 : 30 = 2 (phút)

Xe chạy 1 km với vận tốc đã giảm chậm hơn xe chạy 1 km với vận tốc ban đầu là :

2 – 1,2 = 0,8 (phút)

Vì xe chạy chậm 2 giờ nên quãng đường CB là : 120 : 0,8 = 150 (km)

Quãng đường AB là : (50 × 1) + 150 = 200 (km)

Cách 4 : 2 giờ = 120 phút ; 1 giờ 20 phút = 80 phút

Nếu từ C đi thêm 50 km rồi mới giảm vận tốc thì thời gian đến B sớm được là :

120 – 80 = 40 (phút) ; 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ

Vì trong cả hai trường hợp xe đều chạy trên đoạn DB với cùng vận tốc nên thời gian $\frac{2}{3}$ giờ sớm hơn trên chính là hiệu thời gian xe chạy trên đoạn CD với vận tốc ban đầu và vận tốc đã giảm.

Như vậy, thời gian xe đi 50 km với vận tốc đã giảm nhiều hơn thời gian xe đi 50 km với vận tốc ban đầu là 2/3 giờ.

Vì thời gian xe đi trên đoạn CB với vận tốc đã giảm nhiều hơn thời gian xe đi trên đoạn CB với vận tốc ban đầu là 2 giờ nên đoạn CB dài là : $(50 \times 2) : \frac{2}{3} = 150$ (km)

Vì từ C đã giảm vận tốc nên đúng thời gian đã định, ôtô chỉ chạy được :

$$150 \times \frac{3}{5} = 90 \text{ (km)}$$

Lúc đó ôtô còn cách B một khoảng là : $150 - 90 = 60$ (km)

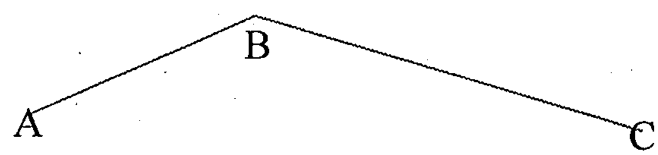
Do đó vận tốc đã giảm khi chạy trên quãng đường CB là : $60 : 2 = 30$ (km/giờ)

Vận tốc ban đầu là : $(30 \times 5) : 3 = 50$ (km/giờ)

Quãng đường AB dài là : $(50 \times 1) + 150 = 200$ (km)

VD 4 : Một thanh niên vùng cao đi chợ. Đường tới chợ gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Biết rằng thời gian cả đi lẫn về của người đó (không kể thời gian ở chợ) là 8 giờ. Hỏi đường từ nhà người đó đến chợ dài bao nhiêu, biết vận tốc leo dốc là 4 km/giờ và vận tốc xuống dốc là 6 km/giờ.

Giải : Giả sử đường từ nhà đến chợ gồm đoạn lên dốc AB và đoạn xuống dốc BC như hình vẽ.



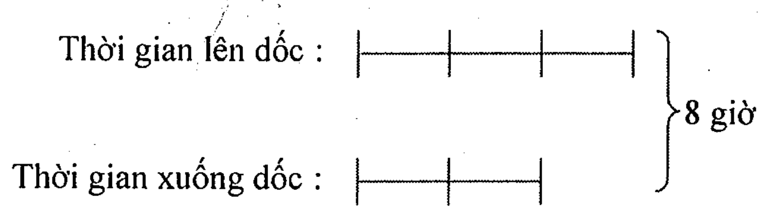
Khi đi, người đó lên dốc đoạn AB, xuống dốc đoạn BC. Khi về, người đó xuống dốc đoạn BA, lên dốc đoạn CB.

Vậy, nếu tính cả hai lượt đi và về thì tổng quãng đường lên dốc và xuống dốc bằng nhau.

Cách 1 : Tỉ số vận tốc lên dốc và xuống dốc là : $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Vì trong cùng một quãng đường nên vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau, suy ra tỉ số thời gian lên dốc và xuống dốc là $\frac{3}{2}$.

Ta có sơ đồ :



Tổng số phần thời gian bằng nhau là : $3 + 2 = 5$ (phần)

Tổng thời gian lên dốc là : $(8 : 5) \times 3 = 4{,}8$ (giờ)

Tổng quãng đường lên dốc (cũng bằng quãng đường từ nhà đến chợ) là :

$$4{,}8 \times 4 = 19{,}2 \text{ (km)}$$

Cách 2 : Thời gian người đó đi 1 km lên dốc là : $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (giờ)

Thời gian người đó đi 1 km xuống dốc là : $1 : 6 = \frac{1}{6}$ (giờ)

Thời gian trung bình người đó đi 2 km (gồm 1 km lên dốc và 1 km xuống dốc) là : $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{10}{24}$ (giờ)

Vận tốc trung bình của người đó là : $2 : \frac{10}{24} = 4,8$ (km/giờ)

Tổng quãng đường đi và về là : $4,8 \times 8 = 38,4$ (km)

Quãng đường từ nhà đến chợ là : $38,4 : 2 = 19,2$ (km)

Cách 3 : Thời gian người đó đi 1 km lên dốc là : $60 : 4 = 15$ (phút)

Thời gian người đó đi 1 km xuống dốc là : $60 : 6 = 10$ (phút)

Thời gian vừa đi vừa về trên quãng đường 1 km là : $15 + 10 = 25$ (phút)

Suy ra người đó đi và về trên quãng đường 2 km (gồm 1km lên dốc và 1 km xuống dốc) hết 25 phút.

Vậy người đó đi và về trên quãng đường 1 km hết thời gian trung bình là :

$$25 : 2 = 12,5 \text{ (phút)}$$

Vận tốc trung bình cả đi và về là : $60 : 12,5 = 4,8$ (km/giờ)

Tổng quãng đường đi và về là : $4,8 \times 8 = 38,4$ (km)

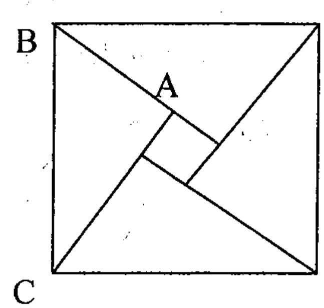
Quãng đường từ nhà đến chợ là : $38,4 : 2 = 19,2$ (km).

10.3.6. Các dạng toán mang nội dung hình học

a) Dạng toán cắt ghép hình

VD : Tam giác vuông ABC có hai cạnh góc vuông là 4 cm và 3 cm. Hãy tính cạnh BC.

Cách 1 : Ghép 4 tam giác bằng tam giác ABC tạo thành một hình vuông lớn có cạnh BC như hình vẽ. Hình vuông lớn này gồm 4 tam giác ABC và một hình vuông nhỏ ở giữa. Cạnh hình vuông nhỏ là : $4 - 3 = 1$ (cm).



Diện tích hình vuông nhỏ là : $1 \times 1 = 1$ (cm^2)

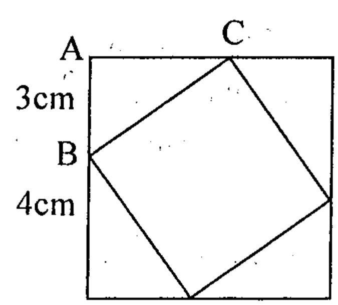
Diện tích 4 tam giác là : $(4 \times 3) : 2 \times 4 = 24$ (cm^2)

Diện tích hình vuông lớn là : $24 + 1 = 25$ (cm^2);

Cạnh hình vuông lớn là 5cm (vì $25 = 5 \times 5$).

Suy ra BC = 5 cm.

Cách 2 : Ghép 4 tam giác ABC thành một hình vuông lớn như sau :



Cạnh hình vuông lớn là : $4 + 3 = 7$ (cm)

Diện tích hình vuông lớn là : $7 \times 7 = 49$ (cm^2)

Diện tích 4 hình tam giác là : $(4 \times 3) : 2 \times 4 = 24$ (cm^2)

Diện tích hình vuông nhỏ là : $49 - 24 = 25$ (cm^2)

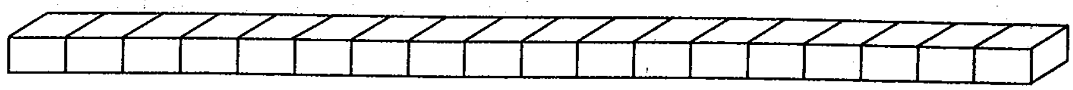
Suy ra cạnh hình vuông nhỏ là 5 cm (vì $5 \times 5 = 25$).

hay BC = 5cm (hình vẽ).

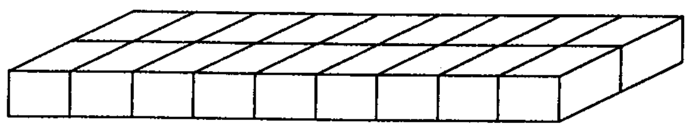
b) Dạng toán dùng đoạn thẳng xếp thành các hình hình học

VD : Có 18 hình lập phương như nhau, mỗi hình có cạnh là 5 cm. Hãy xếp tất cả 18 hình này thành những hình hộp chữ nhật có kích thước khác nhau.

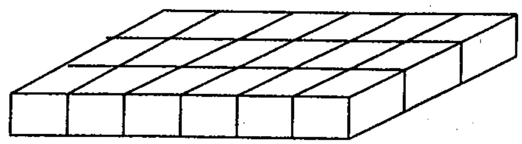
Giải : *Cách 1 :*



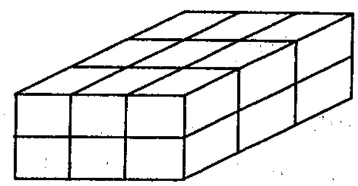
Cách 2 :



Cách 3 :



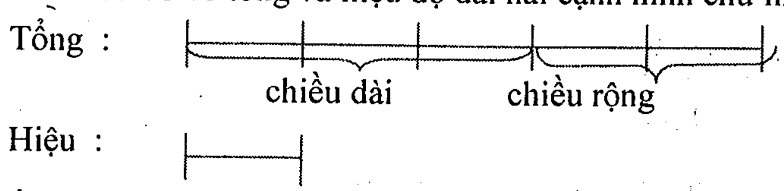
Cách 4 :



c) Dạng toán tính chu vi, diện tích

VD 1 : Tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó. Tính chu vi hình chữ nhật, biết diện tích của nó là 600 m^2.

Giải : Vẽ sơ đồ về tổng và hiệu độ dài hai cạnh hình chữ nhật :



Vì tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó nên chiều dài gấp rưỡi chiều rộng.

Cách 1 : Vì chiều dài gấp rưỡi chiều rộng nên khi chia chiều dài thành 3 phần, chiều rộng thành 2 phần thì hình chữ nhật được chia thành 6 hình vuông bằng nhau.

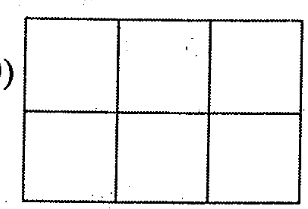
Diện tích mỗi hình vuông là : 600 : 6 = 100 (m^2)

Suy ra cạnh của một hình vuông là : 10 m (vì $10 \times 10 = 100$)

Chiều dài hình chữ nhật là : $10 \times 3 = 30$ (m)

Chiều rộng hình chữ nhật là : $10 \times 2 = 20$ (m)

Chu vi hình chữ nhật là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m)



Cách 2 : Giả sử hình chữ nhật có chiều dài 3 m và chiều rộng 2 m thì diện tích của nó là : $3 \times 2 = 6$ (m^2).

Diện tích thật của nó gấp diện tích này số lần là : $600 : 6 = 100$ (lần).

Do đó, ta có $(3 \times 2) \times 100 = 6 \times 100$ (m^2)

$(3 \times 2) \times 10 \times 10 = 600$ (m^2).

Vì $30 \times 20 = 600$ nên hình chữ nhật đã cho có chiều dài là 30 m và chiều rộng là 20 m.

Chu vi hình chữ nhật là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m).

Cách 3 : Gọi chiều dài hình chữ nhật là a, chiều rộng hình chữ nhật là b. Theo bài ra, ta có : $a \times b = 600$ (m^2)

Vì hình chữ nhật có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng nên ta có : $a = \frac{3}{2}b$

mà : $a \times b = 600$ hay $\frac{3}{2}b \times b = 600$

$$b \times b = 600 : 3 \times 2$$

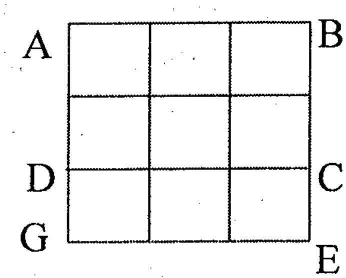
$$b \times b = 400.$$

Do đó : $b = 20$ (m) (vì $20 \times 20 = 400$) ; $a = \frac{3}{2} \times 20 = 30$ (m).

Chu vi hình chữ nhật là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m).

Cách 4 : Hình chữ nhật ABCD có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng. Giả sử ta kéo dài chiều rộng thêm 1/2 số đo của nó thì được hình vuông ABEG (hình vẽ).

Vì hình chữ nhật DCEG và hình chữ nhật ABCD có DC = AB và DG = 1/2 AD nên diện tích hình DCEG bằng 1/2 diện tích hình ABCD.



Diện tích hình DCEG là : $600 : 2 = 300$ (m^2)

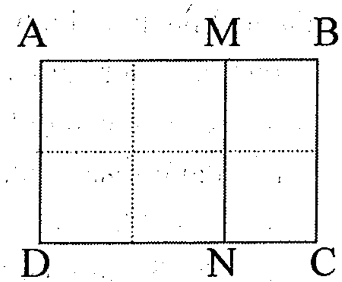
Diện tích hình vuông ABEG là : $600 + 300 = 900$ (m^2)

Vì $30 \times 30 = 900$ nên AB = 30 (m)

Suy ra $BC = 30 \times \frac{3}{2} = 20$ (m).

Chu vi hình chữ nhật ABCD là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m).

Cách 5 : Giả sử giảm chiều dài hình chữ nhật ABCD đi 1/3 số đo thì ta được hình vuông AMND có diện tích bằng 2/3 diện tích hình chữ nhật ABCD (do có cạnh BC = MN, MB = AB : 3 hay MA = 2AB : 3). Diện tích hình vuông AMND là :



$$600 \times 2 : 3 = 400 \ (m^2)$$

Vì $20 \times 20 = 400$ nên suy ra cạnh AD = 20 m

Cạnh $AB = 20 \times \frac{3}{2} = 30$ (m).

Chu vi hình chữ nhật ABCD là :

$$(30 + 20) \times 2 = 100 \ (m).$$

VD 2 : Một miếng đất hình chữ nhật dài 160 m, rộng 45 m. Nếu chiều rộng tăng thêm 5m thì phải bớt chiều dài đi bao nhiêu m để diện tích miếng đất ấy không đổi ?

Giải : Cách 1 : Cạnh AQ dài là :

$45 + 5 = 50$ (m)

Diện tích hình chữ nhật ABPQ là :

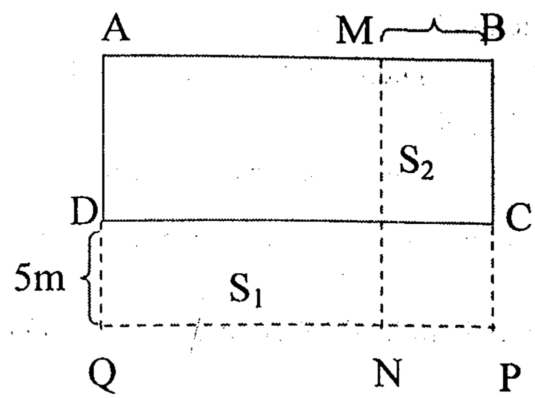
$160 \times 50 = 8000$ (m^2)

Diện tích hình chữ nhật ABCD là :

$160 \times 45 = 7200$ (m^2)

Diện tích hình chữ nhật DCPQ là :

$8000 - 7200 = 800$ (m^2)



Diện tích hình MBPN bằng diện tích hình DCPQ (vì cùng bằng diện tích hình ABPQ trừ đi diện tích miếng đất ban đầu). Suy ra diện tích hình chữ nhật MBPN là 800 (m^2). Độ dài cần bớt đi là : $800 : 50 = 16$ (m).

Cách 2 :

Diện tích miếng đất là : $160 \times 45 = 7200$ (m^2)

Chiều rộng miếng đất sau khi tăng thêm là : $45 + 5 = 50$ (m)

Chiều dài miếng đất sau khi đã giảm đi là : $7200 : 50 = 144$ (m)

Độ dài phải bớt đi là : $160 - 144 = 16$ (m).

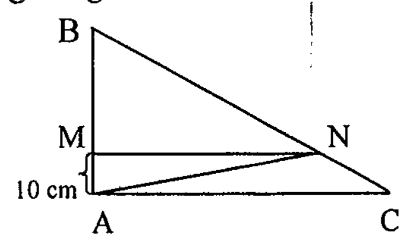
Cách 3 :

Vì $S_1 = S_2$ nên diện tích hình chữ nhật MNPB bằng diện tích hình chữ nhật CDQP và bằng $160 \times 5 = 800$ (m^2)

Chiều rộng miếng đất sau khi tăng thêm là : $45 + 5 = 50$ (m)

Độ dài phải bớt đi là : $800 : 50 = 16$ (m).

VD 3 : Cho hình tam giác ABC có góc A vuông, AB = 50 cm và AC = 60 cm. Trên AB lấy điểm M cách A là 10cm. Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC ở N. Tính diện tích hình BMN.



Giải : Cách 1 : Nối NA.

Diện tích tam giác ANC là : $60 \times 10 : 2 = 300$ (cm^2)

Diện tích tam giác ABC là :

$50 \times 60 : 2 = 1500$ (cm^2)

Diện tích tam giác ABN là : $1500 - 300 = 1200$ (cm^2)

Chiều cao NM của tam giác ABN là : $1200 \times 2 : 50 = 48$ (cm)

Diện tích tam giác BMN là : $(50 - 10) \times 48 : 2 = 960$ (cm^2).

Cách 2 : Diện tích tam giác ANC là : $60 \times 10 : 2 = 300$ (cm^2)

Diện tích tam giác ABC là : $50 \times 60 : 2 = 1500$ (cm^2)

Diện tích tam giác ABN là : $1500 - 300 = 1200$ (cm^2)

Chiều cao NM của tam giác ABN là : $1200 \times 2 : 50 = 48$ (cm)

Diện tích tam giác AMN là : $48 \times 10 : 2 = 240$ (cm^2)

Diện tích tam giác BMN là : $1200 - 240 = 960$ (cm^2).

Cách 3 : Diện tích tam giác ANC là : $60 \times 10 : 2 = 300$ (cm^2)

Diện tích tam giác ABC là : $50 \times 60 : 2 = 1500$ (cm^2)

Diện tích tam giác ABN là : $1500 - 300 = 1200$ (cm^2)

Hai tam giác ABN và MBN có chung chiều cao NM và đáy BM = $\frac{4}{5}$ đáy BA. Do đó, diện tích hình BMN cũng bằng $\frac{4}{5}$ diện tích hình ABN.

Vậy tam giác BMN có diện tích là : $1200 : 5 \times 4 = 960$ (cm^2).

11. Một số yêu cầu cơ bản đối với giáo viên khi dạy toán ở tiểu học

- Nắm vững những đặc điểm tâm sinh lí của HS tiểu học.
- Nắm vững những cơ sở lí luận của các PP giải toán.
- Nắm vững nội dung chương trình, sách giáo khoa, hệ thống kiến thức cơ bản, hệ thống các dạng bài tập. Nắm vững các dạng bài tập mang tính đặc thù và PP giải của từng loại một cách chặt chẽ.

1. Phương pháp dùng sơ đồ đoạn thẳng

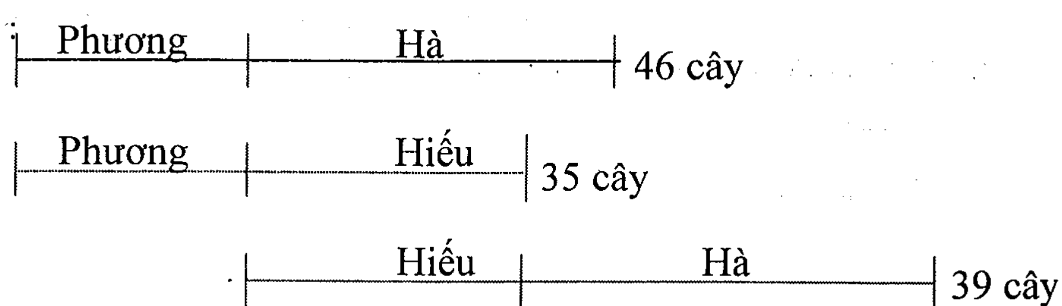
1.1. Nội dung

Khi phân tích bài toán, cần phải thiết lập được các mối liên hệ phụ thuộc giữa các đại lượng cho trong bài toán. Muốn làm được việc này ta thường dùng các đoạn thẳng thay cho các số (số đã cho, số cần tìm) để minh họa cho các quan hệ đó. Ta phải chọn độ dài các đoạn thẳng và cần sắp xếp các đoạn thẳng đó một cách thích hợp để có thể thấy được mối liên hệ và phụ thuộc giữa các đại lượng, tạo một hình ảnh cụ thể giúp ta suy nghĩ, tìm tòi cách giải bài toán.

1.2. Ví dụ

Hà, Phương, Hiếu cùng tham gia trồng su hào. Hà và Phương trồng được 46 cây, Phương và Hiếu trồng được 35 cây. Hiếu và Hà trồng được 39 cây. Hỏi mỗi bạn trồng được bao nhiêu cây ?

Tóm tắt :



Giải : Tổng số cây của ba bạn trồng được là : (46 + 35 + 39) : 2 = 60 (cây)

Số cây Phương trồng được là : 60 – 39 = 21 (cây)

Số cây Hà trồng được là : 46 – 21 = 25 (cây)

Số cây Hiếu trồng được là : 39 – 25 = 14 (cây)

2. Phương pháp rút về đơn vị – Phương pháp tỉ số

2.1. Nội dung

Trong một bài toán đơn giản về đại lượng tỉ lệ (thuận hay nghịch), người ta thường cho biết hai giá trị của đại lượng thứ nhất và một giá trị của đại lượng thứ hai. Bài toán đòi hỏi phải tìm một giá trị chưa biết của đại lượng thứ hai. Để tìm giá trị đó, người ta thường sử dụng PP rút về đơn vị hay PP tỉ số.

2.2. Ví dụ

Người ta tính rằng cứ ba ôtô chở hàng, mỗi ôtô đi 50 km thì tiền chi phí tất cả là 120 000 đồng. Vậy nếu 5 ôtô như thế, mỗi ôtô đi 100 km thì chi phí hết tất cả bao nhiêu tiền ?

Giải : Số tiền chi phí cho một ôtô đi quãng đường 50 km là :

120 000 : 3 = 40 000 (đồng)

Số tiền chi phí cho năm ôtô đi quãng đường 50 km là :

$40\,000 \times 5 = 200\,000$ (đồng)

Số tiền chi phí cho năm ôtô đi quãng đường 1 km là :

$200\,000 : 50 = 4000$ (đồng)

Số tiền chi phí cho năm ôtô đi quãng đường 100 km là :

$4000 \times 100 = 400\,000$ (đồng)

3. Phương pháp chia tỉ lệ

3.1. Nội dung

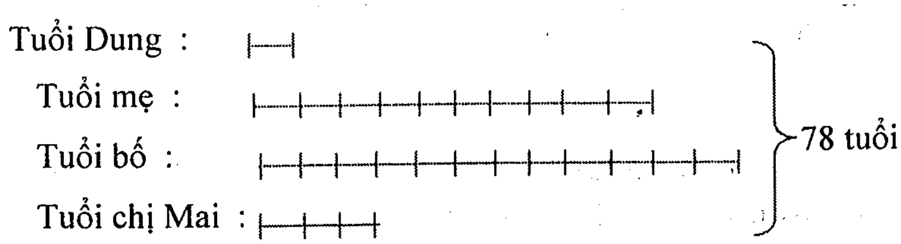
Người ta thường sử dụng PP chia tỉ lệ khi gặp các bài toán đã cho biết tỉ số và cho biết tổng (hoặc hiệu) của các số đó. Nhiều bài toán về đại lượng tỉ lệ thuận hoặc nghịch có thể giải được bằng PP này.

3.2. Ví dụ

Gia đình Dung có bốn người : Bố, mẹ, chị Mai và Dung. Tuổi trung bình của cả gia đình là 19,5. Nếu viết thêm chữ số 0 vào bên phải tuổi Dung thì được tuổi của mẹ. Tuổi bố bằng 6/5 tuổi mẹ và gấp 4 lần tuổi chị Mai. Hãy tìm tuổi của mỗi người trong gia đình Dung.

Giải : Tổng số tuổi của gia đình Dung là : $19{,}5 \times 4 = 78$ (tuổi)

Ta có sơ đồ sau :



Theo đề bài, tuổi mẹ gấp 10 lần tuổi Dung.

Tổng số phần tuổi bằng nhau là : $1 + 10 + 12 + 3 = 26$ (phần)

Tuổi của Dung là : $78 : 26 = 3$ (tuổi)

Tuổi của mẹ là : $3 \times 10 = 30$ (tuổi)

Tuổi của bố là : $3 \times 12 = 36$ (tuổi)

Tuổi của chị Mai là : $3 \times 3 = 9$ (tuổi).

4. Phương pháp thay thế

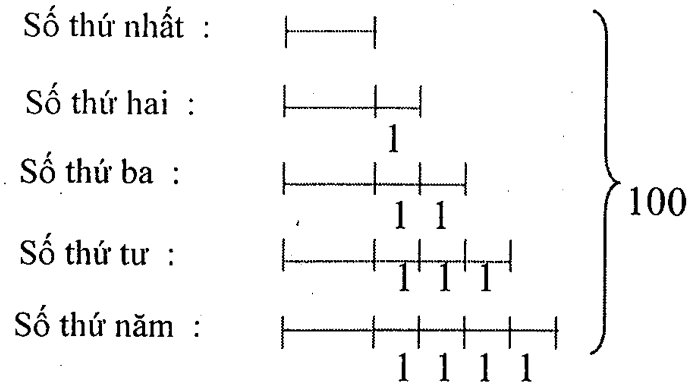
4.1. Nội dung

Trong một bài toán hợp có thể phải tìm nhiều số chưa biết. Khi giải bài toán đó ta có thể tạm thời thay thế một vài số chưa biết này bằng một số chưa biết khác, hoặc nói cách khác, ta biểu diễn một vài số chưa biết này theo một số chưa biết khác, rồi từ giá trị mới tìm này mà tìm tiếp các số chưa biết còn lại của bài toán.

4.2. Ví dụ

Hãy tìm năm số liền nhau có tổng bằng 100.

Giải : Vì các số liền nhau hơn kém nhau 1 đơn vị nên ta có sơ đồ :



Nếu bớt 1 đơn vị ở số thứ hai ; 2 đơn vị ở số thứ ba ; 3 đơn vị ở số thứ tư ; 4 đơn vị ở số thứ năm thì tổng mới sẽ là : 100 – (1 + 2 +3 + 4) = 90 (đơn vị)

Tổng mới này gấp năm lần số thứ nhất. Vậy số thứ nhất là : 90 : 5 = 18

Số thứ hai là : 18 + 1 = 19

Số thứ ba là : 19 + 1 = 20

Số thứ tư là : 20 + 1 = 21

Số thứ năm là : 21 + 1 = 22

5. Phương pháp giả thiết tạm

5.1. Nội dung

PP này thường dùng đối với bài toán trong đó đề cập đến hai đối tượng (người, vật hay sự việc) có những tính chất biểu thị hai số lượng chênh lệch nhau. Chẳng hạn, hai chuyển động có vận tốc khác nhau, hai công cụ có hai năng suất khác nhau, hai loại vé có giá tiền khác nhau…

Ta thử đặt ra hai trường hợp không xảy ra, không phù hợp với điều kiện bài toán, một khả năng không có thật thậm chí một tình huống vô lí (chính vì vậy mà PP này đòi hỏi người giải toán có trí tưởng tượng phong phú, suy luận linh hoạt…). Tất nhiên, giả thiết ấy chỉ là tạm thời, nhưng phải tìm được giả thiết ấy nhằm đưa bài toán về một tình huống quen thuộc, đã biết cách giải hoặc dựa trên cơ sở đó để tiến hành lập luận mà suy ra được cái phải tìm.

Những bài toán giải được bằng PP giả thiết tạm đều có thể giải được bằng PP khác. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp, cách giải bằng PP giả thiết tạm thường gọn gàng, dễ hiểu, mang tính "độc đáo".

5.2. Ví dụ

"Thuyền to chở được sáu người
Thuyền nhỏ chở được bốn người là đông
Một đoàn trai gái sang sông
Mười thuyền to nhỏ giữa dòng đang trôi

Toàn đoàn có cả trăm người
Trên bờ còn bốn tám người đợi sang"
Hỏi trên sông có bao nhiêu thuyền to, nhỏ mỗi loại ?

Giải : Số người đang được chở qua sông là : 100 – 48 = 52 (người)

Giả sử 10 chiếc thuyền đều là thuyền to cả thì số người được chở là :

$$10 \times 6 = 60 \text{ (người)}$$

Số người chênh lệch là : 60 – 52 = 8 (người)

Sở dĩ có số người chênh lệch như vậy là vì mỗi chiếc thuyền nhỏ được tính chở thêm số người là : 6 – 4 = 2 (người)

Số thuyền nhỏ là : 8 : 2 = 4 (chiếc)

Số thuyền to là : 10 – 4 = 6 (chiếc).

6. Phương pháp suy luận logic

6.1. Nội dung

Loại toán này đa dạng về đề tài, đòi hỏi HS phải biết suy luận đúng đắn, chặt chẽ, trên cơ sở vận dụng những kiến thức cơ bản và kinh nghiệm sống phong phú của mình. Vì vậy, cần phải luyện tập óc quan sát, cách lập luận, cách xem xét các khả năng có thể xảy ra của một sự kiện và vận dụng những kiến thức đã học vào các tình huống muôn hình muôn vẻ trong cuộc sống hằng ngày. Đôi khi để giải những bài toán loại này, chỉ cần những kiến thức toán học đơn giản, nhưng lại đòi hỏi khả năng chọn lọc trường hợp, suy luận chặt chẽ, rõ ràng.

6.2. Ví dụ

VD 1 : Trong đại hội cháu ngoan Bác Hồ của tỉnh, bốn bạn Phương, Dung, Hiếu, Nhung có quê mỗi người ở một nơi khác nhau. Trả lời câu hỏi : " Bạn quê ở đâu ?" ta nhận được các câu trả lời sau :

Phương : "Dương quê ở Thường Tín, còn tôi ở Ứng Hoà ".

Dương : "Quê tôi ở Ứng Hòa, còn quê Hiếu ở Thường Tín ".

Hiếu : "Không, tôi ở Hà Đông còn Nhung ở Mĩ Đức ".

Cuối cùng, Nhung nói : "Tuy các bạn đều nghịch, nhưng trong mỗi câu trả lời của ba bạn trên đây đều có một phần đúng và một phần sai". Hãy xác định quê của mỗi bạn.

Giải : Giả sử trong câu trả lời của Phương : "Dương ở Thường Tín" là đúng. Như vậy, trong câu trả lời của Dương, câu : "Hiếu ở Thường Tín" là sai, do đó, "Dương ở Ứng Hòa" là đúng. Điều này vô lí vì Dương quê ở hai nơi. Từ đó khẳng định được : "Phương quê ở Ứng Hòa" là đúng, suy ra trong câu trả lời của Dương : "Hiếu ở Thường Tín" là đúng. Như vậy, "Nhung quê Mĩ Đức" là đúng và cuối cùng, Dương quê ở Hà Đông.

VD 2 : Người ta đồn rằng ở một ngôi đền nọ rất thiêng do 3 vị thần ngự trị : Thần Thật Thà (luôn nói thật), thần Dối Trá (luôn nói dối) và thần Khôn Ngoan (lúc nói thật, lúc nói dối). Các vị thần ngự sẵn trên bệ thờ và sẵn sàng trả lời câu hỏi khi có người thỉnh cầu. Nhưng hình dạng 3 vị thần giống hệt nhau nên người ta không biết vị thần nào trả lời để mà tin hay không tin.

Một hôm, có một học giả từ phương xa tới đền gặp các thần để xin lời thỉnh cầu. Bước vào đền, học giả hỏi vị thần ngồi bên phải :

Ai ngồi cạnh ngài ?

Đó là thần Dối Trá.

Tiếp đó hỏi thần ngồi giữa :

Ngài là thần gì ?

Tôi là thần Khôn Ngoan.

Cuối cùng ông ta quay sang hỏi thần ngồi bên trái :

Ai ngồi cạnh ngài ?

Đó là thần Thật Thà.

Nghe xong vị học giả khẳng định được mỗi vị thần là ai. Bạn hãy cho biết học giả đó suy luận như thế nào ?

Giải : Gọi vị thần thứ nhất là A

vị thần thứ hai là B

vị thần thứ ba là C

Căn cứ vào các câu trả lời ta có : A không Thật Thà vì nếu A "Thật Thà" và A trả lời B là thần Thật Thà. Như vậy sẽ có hai thần "Thật Thà" (vô lí).

Vì A không Thật Thà nên A chỉ có thể là thần Dối Trá hoặc thần Khôn Ngoan.

B không phải là thần Thật Thà vì nếu B thật thà thì B phải tự nhận mình là thần Thật Thà. Vậy B chỉ có thể là thần Dối Trá hoặc thần Khôn Ngoan.

Từ lập luận trên C sẽ là thần Thật Thà.

B là thần Dối Trá (theo lời C).

A là thần Khôn Ngoan.

7. Phương pháp ứng dụng nguyên tắc Dirichlet

7.1. Nội dung

Đây là dạng toán HS vận dụng nguyên tắc Dirichlet để giải những bài toán có tính "hài hước". Dạng bài tập này có thể mô tả như sau : "không thể nhốt 7 chú Thỏ vào 3 cái lồng, sao cho mỗi cái lồng không quá 2 chú Thỏ" (nghĩa là, phải có một cái lồng có ít nhất 3 chú Thỏ).

7.2. Phương pháp dạy

Để giải dạng bài tập này trước hết người GV cần :

- Hướng dẫn HS phân tích bài toán ;
- Cần lập sự tương ứng giữa các đối tượng của hai nhóm mà số lương hữu hạn các đối tượng của hai nhóm này không bằng nhau .

7.3. Ví dụ

VD 1 : Có 30 HS trong một lớp học. Khi làm bài trắc nghiệm, có 1 HS phạm 12 lỗi, các HS khác bị ít lỗi hơn. Chứng minh rằng có ít nhất 3 HS có cùng số lỗi.

Giải : Có 29 HS mà mỗi người phạm ít hơn 12 lỗi, tức là mỗi HS trong số này có thể phạm 0, 1, 2,..., 11 lỗi. Bây giờ ta xây dựng 12 tập hợp, các tập hợp này mang tên tượng trưng là : Tập 0 lỗi, tập 1 lỗi, tập 2 lỗi,..., tập 11 lỗi.

Ta có $29 > 2 \times 12$. Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet tổng quát, có ít nhất $2 + 1 = 3$ HS có cùng số lỗi.

VD 2 : Một nhà ăn có 95 chiếc bàn và có tổng cộng 465 chỗ ngồi. Có chắc rằng phải có 1 bàn có ít nhất 6 chỗ ngồi hay không ?

Giải : Ta xem như 465 chỗ ngồi là 465 phần tử và 95 chiếc bàn là 95 tập hợp.

Ta có : $5 \times 95 > 465$. Do vậy, có khả năng xảy ra là các bàn chỉ gồm nhiều nhất 5 chỗ ngồi. Điều đó có nghĩa là không chắc rằng phải có 1 bàn có ít nhất 6 chỗ ngồi.

VD 3 : Các số từ 1 đến 10 được xếp ngẫu nhiên xung quanh một đường tròn. Chứng minh rằng có ít nhất 3 số liên tiếp mà tổng 3 số này ít nhất là 17.

Giải : Giả sử 10 số nói trên xuất hiện ngẫu nhiên theo cách trên là : a, b, c, d, e, f, g, h, i, k. Như vậy các bộ 3 số liên tiếp là : (a; b; c); (b; c; d); (c; d; e);...; (h; i; k) ; (i; k; a) ; (k; a; b).

Rõ ràng có 10 bộ như thế, các tổng tương ứng là $a + b + c$; $b + c + d$; $c + d + e$; ... ; $h + i + k$; $i + k + a$; $k + a + b$

Trong các bộ 3 số nói trên, mỗi số trong các số từ 1 đến 10 xuất hiện ở đúng 3 bộ. Do đó, tổng các số của các tổng những bộ 3 là :

$$(a + b + c) + (b + c + d) + (c + d + e) + ... + (h + i + k) + (i + k + a) + (k + a + b)$$
$$= 3 \times (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10)$$
$$= (3 \times 10 \times 11) : 2 = 165.$$

Ta cần chứng minh rằng có ít nhất một bộ 3 số có tổng ít nhất là 17. Hãy xem như ta nhốt 165 chú Thỏ vào 10 cái lồng. Vì $165 > 10 \times 16$ nên theo nguyên tắc Dirichlet tổng quát nói trên, có 1 lồng phải chứa ít nhất $16 + 1 = 17$ chú Thỏ. Suy ra điều phải chứng minh.

7.4. Bài tập

Bài tập 1 : Tổ của Dương phải trực nhật suốt cả 5 ngày học trong tuần. Tổ có 11 bạn, bạn nào cũng phải làm trực nhật. Chứng tỏ rằng có một ngày ít nhất 3 bạn trực nhật.

Phân tích : Trước hết ta xem xét có thể không phân công được 3 bạn trực nhật một ngày hay không. Ta sắp xếp 11 bạn (có vai trò như các chú Thỏ) vào 5 nhóm (như các lồng) mỗi nhóm trực nhật một ngày. Trước hết ta bố trí 5 bạn vào 5 nhóm, còn lại 6 bạn sau đó lại sắp xếp tiếp 5 bạn nữa vào 5 nhóm này như vậy mỗi nhóm có 2 bạn và còn lại một bạn. Bạn cuối cùng ta phân công vào một trong 5 nhóm ấy. Vì bạn nào cũng phải tham gia trực nhật. Như vậy nhóm có bạn cuối cùng sẽ có 3 bạn, tức là một nhóm có ít nhất 3 bạn trực nhật. Theo cách phân công nói trên thì có một ngày có đúng 3 bạn trực nhật, nhưng ở đầu bài lại đặt ra "có 1 ngày ít nhất 3 bạn trực nhật". Điều đó được giải thích như sau : về mặt lôgic, nhóm "có 3 bạn" mà ta nói có ít nhất 3 bạn là đúng.

Mặt khác, về ý nghĩa thực tế có thể có nhiều cách phân công trực nhật khác nhau. Chẳng hạn có thể phân công một cách không hợp lí như sau :

Trong 4 ngày đầu, phân công mỗi ngày một bạn, còn lại 7 bạn ta phân công vào ngày cuối cùng. Thế thì trong ngày cuối cùng có ít nhất 3 bạn trực nhật, khả năng phân công "công bằng" như trình bày ở phần đầu thì sẽ có ngày đúng 3 bạn trực nhật.

Giải : Ta sắp xếp 11 bạn vào 5 nhóm, mỗi nhóm trực nhật một ngày.

Vì $2 \times 5 = 10 < 11$ nên theo nguyên tắc Dirichlet phải có một nhóm có ít nhất 3 bạn trực nhật.

Bài tập 2 : Trường em có 380 HS.

Chứng tỏ rằng có ít nhất hai bạn cùng một ngày sinh.

Phân tích : Một năm thường có 365 ngày, năm nhuận có 366 ngày. Giả sử có 366 HS có ngày sinh từ ngày 1 tháng 1 đến ngày 31 tháng 12.

Vậy số HS còn lại là : $380 - 366 = 14$ (HS)

Số HS này cũng phải có ngày sinh là một ngày nào đó trong năm. Do đó có ít nhất hai bạn cùng một ngày sinh. Ở đây ta nói ít nhất bởi vì ta giả sử có 366 HS có ngày sinh rải đều từ ngày 1 tháng 1 đến 31 tháng 12, trên thực tế có thể có hai bạn hoặc nhiều hơn hai bạn có cùng một ngày sinh.

Giải : Một năm có 365 hoặc 366 ngày. Với 380 HS có 380 ngày sinh, ta sắp xếp 380 ngày sinh vào các ngày trong năm. Vì $380 > 366$ nên theo nguyên tắc Dirichlet, chắc chắn có ít nhất hai bạn có cùng ngày sinh.

Bài tập 3 : Chứng tỏ rằng trong 3 số tự nhiên bất kì, bao giờ cũng có thể tìm được hai số sao cho tổng của chúng chia hết cho 2.

Phân tích : Các số tự nhiên 0 ; 1 ; 2 ; 3 ;... chỉ gồm các số chẵn 0 ; 2 ; 4... và các số lẻ 1 ; 3 ; 5 ;... vì thế có 3 số tự nhiên bất kì thì phải hoặc là trong đó có 2 số chẵn hoặc 2 số lẻ. Trong trường hợp đó là hai số chẵn thì tổng của chúng là 1 số chẵn nên tổng này chia hết cho 2. Như vậy là hai số chẵn này là 2 số phải tìm. Còn trong trường hợp là hai số lẻ thì tổng của chúng cũng là một số chẵn nên tổng này cũng chia hết cho 2. Do đó, đây là hai số lẻ phải tìm. Ở đây, nguyên tắc Dirichlet được ứng dụng ở chỗ ta có 3 số tự nhiên mà chỉ có 2 loại số : số chẵn và số lẻ nên trong 3 số đó bao giờ cũng có hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Giải : Số tự nhiên gồm có số chẵn và số lẻ, nên trong 3 số tự nhiên bất kì theo nguyên tắc Dirichlet bao giờ cũng có hai số chẵn hoặc hai số lẻ. Tổng của hai số này luôn luôn là số chẵn nên chia hết cho 2.

Bài tập 4 : Trường Kim Đồng có 30 lớp và 1000 HS. Chứng tỏ rằng có một lớp có ít nhất 34 HS.

Phân tích : Trước hết ta xem có thể không xắp xếp được 34 HS vào 1 lớp hay không. Ta sắp xếp 1000 HS vào 30 lớp mỗi lớp 30 HS, vậy số HS đã nhận lớp là : $30 \times 30 = 900$ (HS).

Như vậy, số HS còn lại là : $1000 - 900 = 100$ (HS).

Tiếp theo ta xếp vào 30 lớp, mỗi lớp 3 em HS thì số HS còn lại :

$$100 - (3 \times 30) = 10 \text{ (HS)}$$

Ta xếp 10 HS này vào 10 trong 30 lớp, như vậy 10 lớp đó thì mỗi lớp có 34 HS. Điều đó được giải thích như sau : về mặt lôgic, lớp "có 34 HS" mà ta nói "có ít nhất 34 HS" là đúng. Mặt khác, về mặt thực tế ta có thể xếp 10 HS còn lại vào 1 trong 30 lớp. Như vậy, rõ ràng có 1 lớp có ít nhất 34 HS.

Giải : Chia đều 1000 HS vào 30 lớp thì mỗi lớp có số HS là :

1000 : 30 = 33 (HS) dư 10 HS

Ta thấy 33 × 30 = 990 < 1000. Do đó theo nguyên tắt Dirichlet chắc chắn có một lớp có ít nhất 34 HS.

Bài tập 5 : Trong lớp có 40 HS. Hỏi có thể tìm được hay không một tháng nào đó trong năm mà tháng đó có ít nhất 4 bạn kỉ niệm ngày sinh của mình ?

Phân tích : Một năm có 12 tháng, ta sắp xếp 40 bạn vào 12 tháng vì mỗi bạn đều kỉ niệm ngày sinh của mình trong một tháng trong năm. Giả sử mỗi tháng có 3 HS cùng kỉ niệm ngày sinh của mình thì số HS có tháng sinh nhật là : 3 × 12 = 36 (HS).

Vậy số HS còn lại là : 40 – 36 = 4 (HS).

Ta xếp 4 HS còn lại vào 4 trong 12 tháng. Như vậy có 4 tháng có 4 HS cùng kỉ niệm ngày sinh của mình. Nhưng theo đầu bài đặt ra "tháng nào đó trong năm mà tháng đó có ít nhất 4 bạn kỉ niệm ngày sinh của mình". Điều đó được giải thích như sau : về mặt logic, tháng "có 4 bạn cùng kỉ niệm ngày sinh" mà ta nói "có ít nhất 4 bạn cùng kỉ niệm ngày sinh" là đúng.

Mặt khác ta giả sử có 36 HS kỉ niệm ngày sinh của mình từ tháng 1 đến tháng 12. Trên thực tế, có thể có 4 hoặc nhiều hơn 4 bạn cùng kỉ niệm ngày sinh của mình trong cùng một tháng.

Giải : Một năm có 12 tháng. Với 40 HS có 40 tháng sinh, chia đều 40 bạn vào 12 tháng thì mỗi tháng có số HS là : 40 : 12 = 3 (bạn) dư 4 bạn

Ta thấy 12 × 3 = 36 < 40 . Do đó theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có một tháng có 4 bạn kỉ niệm ngày sinh của mình.

Bài tập 6 : Tổ của Dương có 10 bạn. Trong một bài viết chính tả Dương mắc phải 4 lỗi, còn tất cả các bạn khác mắc số lỗi ít hơn.

Chứng tỏ rằng có ít nhất 3 bạn mắc số lỗi như nhau.

Phân tích : Tổ của Dương có 10 bạn. Dương mắc 4 lỗi vậy còn 9 bạn mắc số lỗi ít hơn; 9 bạn đó có thể mắc 0 lỗi, 1 lỗi, 2 lỗi, 3 lỗi. Ta chia đều 9 bạn cho 4 loại lỗi trên. Trước hết, ta xếp 4 bạn vào 4 lỗi trên, còn 5 bạn. Tiếp tục xếp 4 bạn tiếp theo vào 4 loại lỗi trên còn 1 bạn. Bạn cuối cùng này ta xếp vào 1 trong 4 loại lỗi trên. Như vậy sẽ có 1 loại lỗi có 3 bạn cùng mắc số lỗi. Theo cách sắp xếp trên thì có 1 loại lỗi có đúng 3 bạn mắc lỗi, nhưng đầu bài lại đặt ra "có ít nhất 3 bạn mắc số lỗi như nhau". Điều đó được giải thích như sau : về mặt lôgic, nhóm "có 3 bạn" mà ta nói "ít nhất 3 bạn" là đúng.

Mặt khác, ta có thể sắp xếp 3 bạn vào 3 loại lỗi trên, còn 5 bạn ta xếp vào loại lỗi thứ 4 (có mắc 3 lỗi). Như vậy, rõ ràng trong loại mắc 3 lỗi có ít nhất 3 bạn mắc số lỗi như nhau. Do đó dù có đúng 3 bạn, hoặc nhiều hơn 3 bạn cùng mắc số lỗi thì khả năng sắp xếp "công bằng" nhất được trình bày ở phần đầu, sẽ có loại lỗi có đúng 3 bạn cùng mắc lỗi.

Giải : Số bạn mắc 3 lỗi trở xuống là : 10 – 1 = 9 (bạn)

9 bạn này có thể mắc 0 lỗi, 1 lỗi, 2 lỗi, 3 lỗi. Vậy 9 bài chính tả của 9 bạn được chia đều vào 4 lỗi thì mỗi lỗi có số bạn là : 9 : 4 = 2 (bạn) dư 1 bạn.

Ta thấy $4 \times 2 = 8 < 9$. Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có ít nhất 3 bạn cùng mắc số lỗi như nhau.

Bài tập 7 : Bàn cờ quốc tế gồm $8 \times 8 = 64$ ô vuông bằng nhau. Ném vào bàn cờ 100 viên bi thì chỉ có 35 viên lăn ra ngoài bàn cờ. Chứng minh rằng có một ô trong bàn cờ chứa ít nhất 2 viên bi (kể cả viên bi nằm trên cạnh ô vuông).

Phân tích : Bàn cờ có 64 ô vuông, khi ném vào bàn cờ 100 viên bi, chỉ có 35 viên bi lăn ra ngoài. Như vậy, trong bàn cờ còn : $100 - 35 = 65$ viên bi. Giả sử mỗi ô vuông của bàn cờ chứa một viên bi, như vậy số viên bi có ô vuông là $1 \times 64 = 64$ (viên bi). Còn 1 viên bi ta xếp vào 1 trong 64 ô vuông của bàn cờ thì có một ô vuông chứa 2 viên bi, tức là ô vuông chứa ít nhất là 2 viên bi. Theo cách sắp xếp trên thì có một ô vuông chứa đúng 2 viên bi, nhưng đầu bài lại đặt ra "có một ô vuông chứa ít nhất 2 viên bi". Điều này được giải thích như sau : về mặt lôgic, ô vuông "chứa 2 viên bi" mà ta nói rằng chứa ít nhất 2 viên bi là đúng.

Mặt khác, trên thực tế có thể có 2 hoặc nhiều hơn 2 viên bi cùng ở một ô vuông

Giải : Số viên bi trong bàn cờ là : $100 - 35 = 65$ (viên bi)

65 viên bi này nằm rải rác trong bàn cờ, giả sử được chia đều cho 64 ô vuông thì mỗi ô vuông chứa số viên bi là : $65 : 64 = 1$ (viên bi) dư 1 viên bi.

Ta thấy $1 \times 64 = 64 < 65$. Do đó theo nguyên tắc Dirichlet chắc chắn có một ô vuông chứa ít nhất 2 viên bi.

Bài tập 8 : Có 50 chuồng gà, mỗi chuồng nhốt không quá 24 con gà.

Hãy chứng tỏ rằng ít nhất có 3 chuồng gà nhốt một số gà như nhau.

Phân tích : Mỗi chuồng nhốt không quá 24 con gà, nghĩa là số gà được nhốt trong mỗi chuồng có thể là 1 con, 2 con, 3 con,..., 24 con. Giả sử không có 3 chuồng gà nhốt cùng 1 số gà. Như vậy chỉ xảy ra trường hợp 2 chuồng nhốt cùng một số gà như nhau. Có 24 cách nhốt gà khác nhau cho 2 chuồng trên, đó là cùng nhốt số lượng gà : 1 con, 2 con, 3 con,..., 24 con. Vậy số chuồng gà đã sử dụng là gấp 2 lần cách nhốt gà (vì 2 chuồng cùng nhốt một số gà như nhau) và bằng : $2 \times 24 = 48$ (chuồng gà)

Còn lại 2 chuồng gà. Hai chuồng này sẽ nhốt số gà từ 1 con đến 24 con. Như vậy có 3 chuồng nhốt cùng số gà, nhưng đề bài lại đặt ra : "có ít nhất 3 chuồng nhốt một số gà như nhau". Điều đó được giải thích như sau : về mặt logic : có "3 chuồng nhốt cùng số gà như nhau" mà ta nói "có ít nhất 3 chuồng nhốt cùng số gà như nhau" là đúng.

Mặt khác, trên thực tế hai chuồng gà còn lại có thể nhốt cùng một số gà. Như vậy có 3 hoặc nhiều hơn 3 chuồng cùng nhốt một số gà như nhau.

Giải : Giả sử không có 3 chuồng nào cùng nhốt một số gà thì số chuồng nhiều nhất chỉ có thể gồm : 2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 1 con

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 2 con

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 3 con

....

2 chuồng, mỗi chuồng nhốt 24 con

Như vậy, số chuồng đã sử dụng là : $2 \times 24 = 48$ (chuồng)

Số chuồng còn lại là : $50 - 48 = 2$ (chuồng)

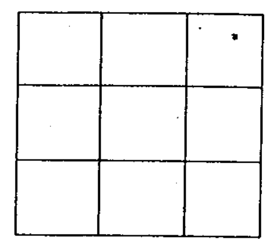
Hai chuồng này nhốt số gà từ 1 đến 24 con. Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet có ít nhất 3 chuồng nhốt cùng một số gà như nhau.

Bài tập 9 : Có 19 con ruồi đậu trên mặt một cái bàn vuông có cạnh dài 12dm. Chứng tỏ rằng phải có ít nhất 3 con ruồi là 3 đỉnh của một tam giác có diện tích bé hơn 16 dm^2.

Phân tích : Một cái bàn hình vuông có cạnh dài 12dm thì diện tích của cái bàn là : $12 \times 12 = 144$ dm^2. Mà 144 dm^2 so với 16 dm^2 thì gấp số lần là : $144 : 16 = 9$ lần. Do đó nếu ta chia cái bàn ra làm 9 phần bằng nhau (9 ô vuông), mỗi ô vuông có diện tích 16 dm^2 thì lúc này bài toán trở thành 19 con ruồi được chia đều cho 9 ô vuông. Chứng minh rằng có ít nhất một ô vuông chứa 3 con ruồi. Ta lấy 19 con ruồi chia đều cho 9 ô vuông mỗi ô được 2 con còn dư 1 con. Con ruồi cuối cùng này được chia vào 1 trong 9 ô vuông nói trên. Vậy có 1 ô vuông chứa 3 con ruồi. Vì 3 con ruồi đậu trên 3 đỉnh của tam giác nên 3 đỉnh của tam giác nằm trong ô vuông. Về mặt logic là như vậy, nhưng trên thực tế có thể có 3 hoặc nhiều hơn 3 con ruồi cùng đậu trên một ô vuông.

Giải : Diện tích của cái bàn là :

$$12 \times 12 = 144\ (dm^2)$$



Nếu chia mặt bàn thành 9 ô vuông như hình bên thì diện tích của mỗi ô vuông là :

$$144 : 9 = 16\ (dm^2)$$

19 con ruồi được chia đều vào 9 ô vuông, mỗi ô vuông sẽ chứa số ruồi là : $19 : 9 = 2$ (con ruồi) dư 1 con ruồi.

Ta thấy $9 \times 2 = 18 < 19$. Do đó, theo nguyên tắc Dirichlet phải có ít nhất 3 con ruồi đậu trên cùng một ô vuông. Vì tam giác có 3 đỉnh là 3 con ruồi nên tam giác này nằm gọn trong hình vuông, nghĩa là diện tích của nó nhỏ hơn 16 dm^2.

* *Bài tập tự luyện* :

Bài 1 : Cho 3 số tự nhiên bất kì, trong đó không có số nào chia hết cho 3. Chứng minh rằng bao giờ cũng có hai số mà khi chia cho 3 có cùng một số dư.

Bài 2 : Một người mua cho cơ quan 25 bao thuốc lá gồm 3 loại : Điện biên, Sông cầu, Du lịch. Hỏi trong số đó có thể có 9 bao thuốc lá cùng loại hay không ?

Bài 3 : Có 5 bạn thi đấu cờ, theo thể thức vòng tròn (mỗi bạn đấu một trận với tất cả các bạn khác). Sau mỗi trận đấu dù là thua, thắng hay hoà mỗi bạn đều được thưởng một cuốn vở. Chứng minh rằng vào bất cứ lúc nào cũng phải có ít nhất hai bạn được thưởng cùng một số vở.

Bài 4 : Trong một đợt kiểm tra chất lượng cho 370 HS, người ta đưa ra bộ đề thi gồm 10 câu hỏi khác nhau. Mỗi HS phải rút ra 3 trong 10 câu hỏi để làm thành đề thi của mình. Chứng minh rằng phải có ít nhất 4 thí sinh cùng thi chung một đề.

Bài 5 : Cho lần lượt vào hộp bắt đầu viên bi đỏ, bi vàng, bi xanh, rồi lại bi đỏ, bi vàng, bi xanh... tiếp tục theo thứ tự đó cho đến hết 2000 viên bi. Nếu không nhìn vào hộp thì em phải lấy ra ít nhất bao nhiêu viên bi để chắc chắn rằng trong các viên bi ấy sẽ có đủ ba màu đỏ, xanh, vàng ?

Bài 6 : Có 11 đĩa bánh, mỗi đĩa đựng không quá 5 cái bánh. Hãy chứng tỏ rằng trong 11 đĩa bánh đó chắc chắn có 3 đĩa đựng số bánh bằng nhau.

7.5. Một số sai lầm của học sinh

Đối với dạng toán này HS thường gặp khó khăn khi phân tích bài toán hoặc là sẽ phân tích sai dẫn đến các em không đưa ra được lời giải đúng. Do đó, muốn các em làm được dạng toán này GV cần định hướng, hướng dẫn HS phân tích đề toán.

8. Phương pháp khử

8.1. Nội dung

Trong một bài toán hợp thường có nhiều số cho trước (số đã biết). Bài toán đòi hỏi phải tính giá trị của một đơn vị nào đó. Bởi vậy, ta có thể biến đổi hai số cho trước của một đại lượng sao cho chúng bằng nhau rồi so sánh hai số khác nhau của đại lượng còn lại. Từ đó tính được giá trị một đơn vị cần tìm.

8.2. Ví dụ

An mua 15 tập giấy và 10 bút hết cả thảy 31600 đồng. Bình mua một tập giấy và một bút như thế hết 2640 đồng. Tính giá tiền một cái mỗi loại.

Giải : Giả sử Bình mua 10 tập giấy và 10 bút thì hết số tiền là :

$$2640 \times 10 = 26400 \text{ (đồng)}$$

Số tập giấy An mua nhiều hơn Bình là : 15 – 10 = 5 (tập)

Số tiền An mua nhiều hơn Bình là : 31600 – 26400 = 5200 (đồng)

Giá tiền một tập giấy là : 5200 : 5 = 1040 (đồng)

Giá tiền một cái bút là : 2640 – 1040 = 1600 (đồng).

9. Phương pháp tính ngược từ cuối

9.1. Nội dung

Có một số bài toán mà ta có thể tìm số chưa biết bằng cách thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong bài. Khi giải bài toán theo PP này thì kết quả của một phép tính sẽ trở thành một thành phần đã biết trong phép tính liền sau đó, cứ tiếp tục như thế cho tới khi tìm được số phải tìm. Ta nói bài toán được giải theo PP tính ngược từ cuối.

9.2. Ví dụ

Một người đem bán một số gà. Lần đầu bán hai con gà, lần thứ hai bán nửa số gà còn lại và nửa con gà, lần thứ ba bán nửa số gà còn lại sau hai lần và nửa con gà, lần cuối cùng bán nửa số gà còn lại sau ba lần và nửa con gà thì vừa hết số gà đem bán. Hỏi người đó đã bán tất cả mấy con gà ?

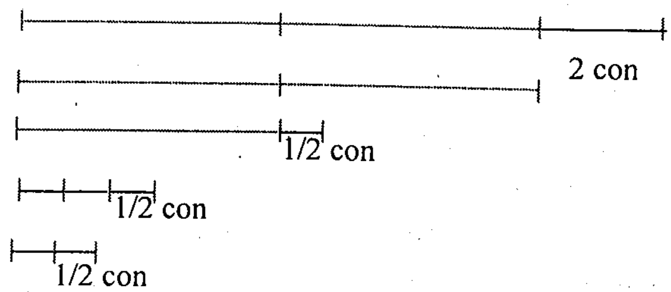
Tóm tắt : Đàn gà :

Sau khi bán lần đầu :

Bán lần thứ hai :

Bán lần thứ ba :

Bán lần cuối :



Giải : Lần cuối cùng bán nửa số gà còn lại và nửa con gà thì vừa hết số gà. Như vậy nửa con gà chính là nửa số gà còn lại.

Số gà còn lại sau lần bán thứ ba là : $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ (con)

Số gà bán lần thứ ba là : $(1 + \frac{1}{2}) = \frac{3}{2}$ (con)

Số gà còn lại sau lần bán thứ hai : $\frac{3}{2} \times 2 = 3$ (con)

Số gà bán lần thứ hai là : $3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ (con)

Số gà còn lại sau lần bán đầu tiên là : $\frac{7}{2} \times 2 = 7$ (con)

Số gà đã bán là : $7 + 2 = 9$ (con).

10. Phương pháp lựa chọn

10.1. Nội dung

Có những bài toán mà khi giải ta phải nêu lên tất cả các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, trên cơ sở đó ta kiểm tra xem có trường hợp nào đúng với điều kiện của bài toán không ? Nếu có thì đó là đáp số của bài toán. Cách giải này được gọi là theo PP lựa chọn.

Giải bài toán theo PP lựa chọn thường có hai bước : Thống kê và kiểm tra. Để thống kê các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, người ta thường dựa vào một số điều kiện của bài toán; Để kiểm tra các trường hợp này, người ta thường dựa vào các điều kiện còn lại của bài toán.

10.2. Ví dụ

Cho số có bốn chữ số xếp theo thứ tự là bốn số nguyên liên tiếp và tổng bốn chữ số đó bằng 22. Hãy tìm số đó.

Giải : Các số có bốn chữ số phải xét là : 1234 ; 2345 ; 3456 ; 4567 ; **5678** ; **6789** ; 9876 ; 8765 ; 7654 ; 6543 ; 5432 ; 4321. Ta có tổng các chữ số ở mỗi số là :

$1 + 2 + 3 + 4 = 10$; $2 + 3 + 4 + 5 = 14$; $3 + 4 + 5 + 6 = 18$; $4 + 5 + 6 + 7 = 22$;

$5 + 6 + 7 + 8 = 26$; $6 + 7 + 8 + 9 = 30$. Vậy số phải tìm là 4567 hoặc 7654.

11. Phương pháp ứng dụng Graph

11.1. Nội dung

Khái niệm Graph không những được sử dụng trong toán học mà còn được sử dụng cả trong kĩ thuật và trong cuộc sống dưới những tên gọi khác nhau như lược đồ, biểu đồ...

Trong một số bài toán có đề cập đến các đối tượng hoặc các loại đối tượng khác nhau mà giữa chúng có những mối quan hệ nào đấy. Trên hình vẽ ta biểu diễn các đối tượng bằng các điểm và mối quan hệ giữa chúng bằng các đoạn thẳng hoặc mũi tên. Hình biểu diễn như vậy gọi là Graph. Các điểm gọi là những đỉnh, các đoạn thẳng hoặc mũi tên gọi là cạnh của Graph.

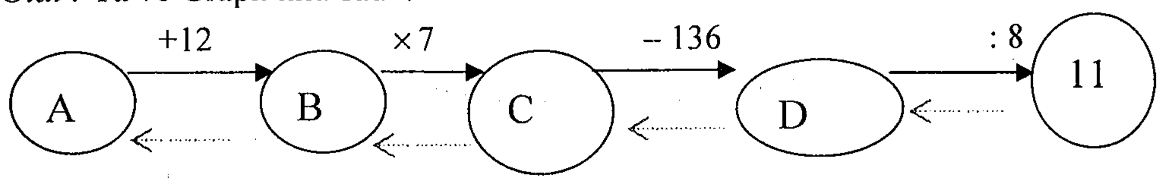
Các Graph có thể diễn tả trực quan các đối tượng và các quan hệ giữa chúng.

Vì thế Graph được ứng dụng có hiệu quả để giải các bài toán suy luận.

11.2. Ví dụ

Tìm một số biết số đó cộng với 12 rồi tăng tổng tìm được lên 7 lần, sau đó bớt ở tích này đi 136, cuối cùng đem chia cho 8 được kết quả là 11.

Giải : Ta vẽ Graph như sau :



12. Phương pháp diện tích

Trong số những bài tập hình học có một nhóm bài tập liên quan đến diện tích các hình. Để giải các bài tập đó, ở tiểu học, người ta thường sử dụng một số PP thể hiện sau đây.

12. 1. Vận dụng công thức tính diện tích các hình

Các bài toán có nội dung liên quan đến diện tích thường được thể hiện dưới các dạng sau đây :

- Áp dụng trực tiếp công thức tính diện tích khi đã biết độ dài các đọan thẳng là các thành phần của công thức tính diện tích.
- Nhờ công thức tính diện tích mà tính độ dài đoạn thẳng là yếu tố của hình.

12.2. Dùng tỉ số

Trong một bài toán hình học người ta có thể dùng tỉ số các số đo đoạn thẳng, tỉ số các số đo diện tích hay thể tích như một phương tiện để tính toán , giải thích, lập luận cũng như trong thao tác so sánh các giá trị về độ dài đoạn thẳng, về diện tích hoặc thể tích. PP này thường được sử dụng dưới các hình thức sau đây (đối với hình tam giác) :

- Hai hình tam giác có diện tích bằng nhau (tương đương) nếu có hai đáy bằng nhau thì hai chiều cao bằng nhau, hoặc nếu có hai chiều cao bằng nhau thì hai đáy bằng nhau.

- Hai hình tam giác có diện tích bằng nhau, nếu đáy của hình thứ nhất lớn gấp bao nhiêu lần đáy của hình thứ hai thì chiều cao của hình thứ hai gấp bấy nhiêu lần chiều cao của hình thứ nhất và ngược lại.

- Hai hình tam giác có hai đáy (hoặc chiều cao) bằng nhau, nếu diện tích hình thứ nhất lớn gấp bao nhiêu lần diện tích hình thứ hai thì chiều cao (hoặc đáy) của hình thứ nhất cũng lớn gấp bấy nhiêu lần chiều cao (hoặc đáy) của hình thứ hai và ngược lại. Có thể nói một cách tổng quát đối với hình tam giác :

+ Khi diện tích không đổi thì đáy và chiều cao là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

+ Khi đáy không đổi thì diện tích và chiều cao tỉ lệ thuận với nhau.

+ Khi chiều cao không đổi thì diện tích và đáy là hai đại lượng tỉ lệ thuận.

12.3. Thực hiện phép tính trên số đo diện tích và phân tích, tổng hợp trên hình

Có những bài toán hình học đòi hỏi phải biết vận dụng thao tác phân tích, tổng hợp trên hình đồng thời với việc tính toán trên số đo diện tích. Điều đó có thể được thể hiện như sau :

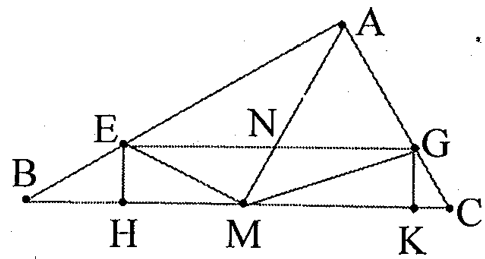
- Một hình được chia ra thành nhiều hình nhỏ thì diện tích của hình đó bằng tổng diện tích các hình nhỏ được chia.

- Hai hình có diện tích bằng nhau mà cùng có phần chung thì hai hình còn lại sẽ có diện tích bằng nhau.

- Nếu ghép thêm một hình vào hai hình có diện tích bằng nhau thì sẽ được hình mới có diện tích bằng nhau.

12.4. Ví dụ

Cho tam giác ABC có M là điểm chính giữa của BC, hình EGKH là hình chữ nhật, đoạn thẳng AM cắt EG tại N. Hãy so sánh diện tích tam giác AEM với diện tích tam giác AGM.



Giải :

Diện tích tam giác AMC bằng diện tích tam giác AMG cộng với diện tích tam giác MGC.

Diện tích tam giác AMB bằng diện tích tam giác AME cộng với diện tích tam giác MEB.

Ta có : Diện tích tam giác MGC bằng diện tích tam giác MEB (do có cùng chiều cao EH = GK và hai đáy bằng nhau BM = MC).

Diện tích tam giác ABM bằng diện tích tam giác AMC (do có cùng chiều cao hạ từ A xuống BC và hai đáy BM = MC).

Suy ra diện tích tam giác AMG bằng diện tích tam giác AME.

13. Phương pháp dùng chữ thay số

Ở một số bài toán, mà khi giải nó ta có thể dùng các chữ cái a, b, c,..., x, y, z,..., hoặc A, B, C,...để biểu diễn số có một hoặc nhiều chữ số.

13.1. Sử dụng cấu tạo thập phân của số

a) Một vài kí hiệu thường dùng

$\overline{abc}$: số tự nhiên có 3 chữ số, chữ số hàng trăm là a, chữ số hàng chục là b, chữ số hàng đơn vị là c.

$\overline{ab,cd}$: số thập phân có 4 chữ số, phần nguyên có hai chữ số, phần thập phân có hai chữ số.

b) Phân tích số theo các số chỉ hàng

Phân tích làm rõ các chữ số :

$\overline{ab} = a \times 10 + b$

$\overline{abc} = a \times 100 + b \times 10 + c$

Phân tích làm rõ các số : $\overline{ab} = \overline{a0} + b$;

$\overline{abc} = \overline{a00} + \overline{b0} + c$;

$\overline{ab,cd} = \overline{a0} + b + 0,c + 0,0d$.

c) Phân tích số theo yêu cầu phù hợp của bài toán

$\overline{abc} = a \times 100 + \overline{bc}$ hoặc $\overline{abc} = \overline{a00} + \overline{bc}$

$\overline{bcd} = \overline{bc0} + d$ hoặc $\overline{bcd} = \overline{bc} \times 10 + d$...

13.2. Sử dụng tính chẵn lẻ và tận cùng của số tự nhiên

Một số kiến thức cần dùng :

Số có tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 là các số chẵn, ngược lại, các số chẵn có tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8.

Số có tận cùng là 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 là các số lẻ, ngược lại, các số lẻ có tận cùng bằng 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9.

Số chẵn chia hết cho 2 và ngược lại, số chia hết cho 2 là số chẵn.

Số lẻ không chia hết cho 2 và ngược lại, số không chia hết cho 2 là số lẻ.

Tổng (hiệu) của một số lẻ và một số chẵn là một số lẻ.

Tích có một thừa số chẵn là một số chẵn.

Tích của một số nhân với chính nó có tận cùng là 0 ; 1 ; 4 ; 5 ; 6 ; 9 (không có tận cùng là : 2 ; 3 ; 7 ; 8)

13.3. Sử dụng kĩ thuật thực hiện phép tính

Đối với phép cộng, trừ, nhân thì thực hiện các bước tính từ phải sang trái (lần lượt từ hàng đơn vị, hàng chục,... cho đến hàng cuối cùng), mỗi lần như vậy thì tìm được một kết quả tương ứng.

Đối với phép nhân tích riêng thứ hai (tích riêng chỉ hàng chục) phải được viết lùi sang trái một cột so với tích riêng thứ nhất, tích riêng thứ ba (tích riêng chỉ hàng trăm) phải được viết lùi sang trái hai cột so với tích riêng thứ nhất...

Đối với phép chia thì thực hiện các bước từ trái sang phải (lần lượt từ hàng cao nhất đến hàng thấp nhất), mỗi lần như vậy tìm được một chữ số tương ứng.

Đối với phép cộng : Nếu cộng hai chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ, hoặc có nhớ 1 sang hàng cao kế tiếp.

Nếu cộng ba chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ hoặc có nhớ 1 ; 2 sang hàng cao kế tiếp.

Nếu cộng bốn chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ hoặc có nhớ 1 ; 2 ; 3 sang hàng cao kế tiếp.

Nếu cộng n chữ số cùng một hàng thì hoặc không nhớ hoặc có nhớ 1 ; 2 ; 3 ;...; n – 1 sang hàng cao kế tiếp.

Trong phép chia có dư thì số dư luôn bé hơn số chia.

Trong một tổng thì mỗi số hạng đều bé hơn hoặc bằng tổng của chúng.

Trong một hiệu hai số thì số bị trừ lớn hơn hoặc bằng số trừ.

Trong một phép chia hai số tự nhiên khác 0 thì số chia và thương không vượt quá số bị chia.

Trong một phép nhân thì tích của chúng chia hết cho mỗi thừa số của phép nhân.

13.4. Xác định giá trị lớn nhất, giá trị bé nhất của một số hoặc một biểu thức chữ

Một số có hai, ba, bốn,... chữ số thì tổng các chữ số có giá trị nhỏ nhất là 1 và giá trị lớn nhất là : $9 \times 2 = 18$; $9 \times 3 = 27$; $9 \times 4 = 36$;...

Trong tổng A + B, nếu thêm vào A bao nhiêu đơn vị và bớt ở B bấy nhiêu đơn vị thì tổng vẫn không đổi. Do đó, nếu A + B không đổi khi A đạt giá trị lớn nhất thì B đạt giá trị nhỏ nhất.

13.5. Sự chia hết của một số tự nhiên

- Số có tận cùng bằng 0 hoặc 5 thì chia hết cho 5; một số chia hết cho 5 thì có tận cùng là 0 hoặc 5.
- Một số có tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 (hoặc 9) thì số đó chia hết cho 3 (hoặc 9) ; một số chia hết cho 3 (hoặc 9) thì tổng các chữ số của nó chia hết cho 3 (hoặc 9).
- Một số có hai chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 4 thì số đó chia hết cho 4 và ngược lại.
- Một số có ba chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 8 thì số đó chia hết cho 8 và ngược lại.
- Số 0 chia hết cho mọi số tự nhiên khác 0.
- Một số chia cho 3 dư 1 (hoặc 2) thì tổng các chữ số của nó chia 3 cũng dư 1 (hoặc 2) ; một số chia cho 9 dư bao nhiêu thì tổng các chữ số của nó chia cho 9 cũng dư bấy nhiêu.
- Nếu A + B chia hết cho N, mà A chia hết cho N thì B cũng chia hết cho N.

13.6. Phối hợp nhiều cách giải

Có không ít bài toán mà khi giải những bài toán đó đòi hỏi phải có sự phối hợp (hợp lí) nhiều PP mới có những bài giải hay, cách giải đẹp, gọn gàng, dễ hiểu.

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu 3

Phần một : **CƠ SỞ LÍ LUẬN TRONG PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN** 4

CHƯƠNG 1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC 4

§1. Một số nội dung cơ bản về dạy học môn Toán ở tiểu học 4

§2. Đối tượng, nhiệm vụ và phương pháp nghiên cứu của bộ môn Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học 11

§3. Sử dụng thiết bị trong dạy học Toán 14

§4. Tổ chức dạy học môn Toán ở tiểu học 15

CHƯƠNG 2. PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC 22

§1. Các phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học 22

§2. Đổi mới phương pháp dạy học 35

§3. Hình thành khái niệm toán học 40

§4. Dạy học suy luận toán học 49

§5. Dạy học ôn tập – công tác kiểm tra, đánh giá 63

Phần hai : **DẠY HỌC NHỮNG NỘI DUNG CỤ THỂ TRONG CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC** 69

CHƯƠNG 3. DẠY HỌC CÁC TẬP HỢP SỐ 69

§1. Nội dung các tập hợp số trong chương trình môn Toán ở tiểu học 69

§2. Dạy học số tự nhiên 74

§3. Dạy học phân số 95

§4. Dạy học số thập phân 104

§5. Dạy học các yếu tố đại số 116

CHƯƠNG 4. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ HÌNH Ở TIỂU HỌC 139

§1. Những vấn đề chung về hình học 139

§2. Hệ thống các yếu tố hình học ở tiểu học 143

CHƯƠNG 5. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ ĐẠI LƯỢNG 178

§1. Nội dung tuyến kiến thức về Đại lượng và đo đại lượng trong chương trình môn Toán ở tiểu học 178

§2. Các yếu tố Đại lượng và đo đại lượng trong chương trình môn Toán ở tiểu học 180

§3. Các dạng toán về Đại lượng và đo đại lượng ở tiểu học 199

CHƯƠNG 6. DẠY HỌC CÁC YẾU TỐ THỐNG KÊ MÔ TẢ 238

§1. Những vấn đề chung về thống kê mô tả 238

§2. Hệ thống các yếu tố thống kê mô tả 240

§3. Các dạng toán về thống kê mô tả 243

CHƯƠNG 7. DẠY HỌC GIẢI BÀI TẬP TOÁN 255

§1. Những vấn đề chung về giải toán ở tiểu học 255

§2. Các phương pháp giải toán ở tiểu học 293

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 1*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2002.

[2]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 2,* Nhà xuất bản Giáo dục, 2003.

[3]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 3,* Nhà xuất bản Giáo dục, 2004.

[4]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 4,* Nhà xuất bản Giáo dục, 2005.

[5]. Đỗ Đình Hoan (Chủ biên), *Sách giáo khoa Toán 5*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2006.

[6]. Đỗ Đình Hoan, *Một số vấn đề cơ bản của CT tiểu học mới,* Nhà xuất bản Giáo dục, 2002.

[7]. Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Vũ Dương Thuy, Vũ Quốc Chung, *Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học*, Nhà xuất bản Đại học sư phạm, 2002.

[8]. Đỗ Trung Hiệu, Đỗ Đình Hoan, Hà Sĩ Hồ, *Phương pháp dạy học Toán ở tiểu học,* Nhà xuất bản Giáo dục, 1994.

[9]. Nguyễn Phụ Hy, Bùi Thị Hường, Nguyễn Thị Trang, *Dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2000.

[10]. Nguyễn Phụ Hy, *Phương pháp dạy học các yếu tố đại lượng ở tiểu học,* Nhà xuất bản Giáo dục, 2001.

[11]. Nguyễn Thanh Hưng, *Về chương trình khung đào tạo giáo viên tiểu học có trình độ ĐHSP*, Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt, 2005.

[12]. Nguyễn Thanh Hưng, *Một số suy nghĩ về các khái niệm cơ bản của hình học,* Tạp chí Giáo dục, số 60, 2003.

[13]. Nguyễn Thanh Hưng, *Đại lượng và đo đại lượng*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2007.

[14]. Nguyễn Thanh Hưng, *Giáo trình Phương pháp dạy học môn Toán ở tiểu học*, Trung tâm thông tin & Thư viện Trường Đại học Tây Nguyên, 2007.

[15]. Vũ Dương Thụy, Đỗ Trung Hiệu, *Các PP giải Toán ở tiểu học, Tập 1,* Nhà xuất bản Giáo dục, 2005.

[16]. Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Chương trình tiểu học*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2002.

[17]. Dự án phát triển GD tiểu học, *Đổi mới PPDH Toán ở tiểu học*, Nhà xuất bản Giáo dục, 2005.

[18]. http : www.*hcc.hawaii.edu/intranet/committees/FacDevCom/guidebk/teachtip/comtea.htm.*

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc **NGÔ TRẦN ÁI**

Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập **NGUYỄN QUÝ THAO**

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :

Giám đốc Công ty Cổ phần Sách dân tộc **CẤN HỮU HẢI**

Biên tập nội dung :

HOÀNG KIM HẢO

Trình bày bìa :

MINH HƯƠNG

Sửa bản in :

HOÀNG KIM

Chế bản :

NGỌC THANH

PHƯƠNG PHÁP DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở TIỂU HỌC

Mã số: C1T01T8-CDT

In 2.000 bản (QĐ : 36), khổ 17 x 24 cm, tại Xưởng in Trung tâm NC & SX Học liệu – Trường Đại Học Sư Phạm Hà nội, Địa chỉ : 136 Đường Xuân Thuỷ – Cầu Giấy – Hà Nội

Số ĐKKH xuất bản : 380 - 2008/CXB/42-801/GD

In xong và nộp Lưu chiểu tháng 07 năm 2008.