nâu . Chứng minh rằng với mọi cách tô màu trên các điểm (chỉ dùng 3 màu : xanh, đỏ, vàng) và mọi cách tô trên mỗi đoạn thẳng nối giữa hai cặp điểm (chỉ dùng 2 màu : tím, nâu) ta đều tìm được trên hình vẽ một tam giác có đỉnh là các điểm đã cho mà các đỉnh được tô bằng cùng một màu và các cạnh cũng được tô bằng cùng một màu (khác màu tô trên đỉnh) .

Đề THI TUYểN SINH VÀO LớP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 1998-1999

Ngày thứ I:
<u>Bài1</u>:
a) Giải phương trình : $\sqrt{2-x^2}+\sqrt{x^2+8}=4$
b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2+xy+y^2=7 \\ x^4+x^2y^2+y^4=21 \end{cases}$

<u>Bài2</u>:Cho các số a, b thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} a^3-3ab^2=19 \\ b^3-3a^2b=98 \end{cases}$
Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+b^2$
<u>Bài3</u>: Cho các số $a,b,c\in[0,1]$. Chứng minh rằng : $a+b^2+c^3-ab-bc-ca\leq 1$
<u>Bài4</u>: Cho đường tròn (O) bán kính R . A và B là hai điểm cố định trên đường tròn, (AB<2R) . Giả sử M là một điểm thay đổi trên cung lớn AB của đường tròn .
a) Kẻ từ B đường thẳng vuông góc với AM, đường thẳng này cắt AM tại I và cắt đường tròn (O) tại N . Gọi J là trung điểm của MN . Chứng minh rằng khi M thay đổi trên đường trỏn thì mỗi điểm I, J đều nằm trên một đường tròn cố định .
b) Xác định vị trí của điểm M để chu vi của tam giác AMB lớn nhất .
<u>Bài5</u>:
a) Tìm tất cả các số nguyên dương $n$sao cho mỗi số $n+26$ và $n-11$đều là lập phương của một số nguyên dương .
b) Cho các số x,y,zthay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :
$P=xy+yz+xz+\frac{1}{2}[x^2(y-z)^2+y^2(z-x)^2+z^2(x-y)^2]$

Ngày thứ II:

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Bài1:

a) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x+x^2+x^3+x^4=y+y^2+y^3+y^4 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$

b) Với những giá trị nào của câu a thì phương trình sau đây có nghiệm :

$$\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}=|1-a|+|1+a|$$

Bài2: Tìm nghiệm nguyên của phương trình : $19x^3-98x^2=1998$

Bài3:

a) Cho a, b, c là các số thỏa mãn :

i. $0<a<b$

ii. phương trình $ax^2+bx+x=0$vô nghiệm

Chứng minh rằng : $\frac{a+b+c}{b-a}>3$

b) Cho $x,y,z>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P=\frac{x^2}{x^2+2yz}+\frac{y^2}{y^2+2zx}+\frac{z^2}{z^2+2xy}$$

Bài4:

Cho bảng ô vuông kích thước $1998x2000$(bảng gồm 1998 hàng và 2000 cột) . Kí hiệu (m,n) là ô vuông nằm ở giao hàng thứ m (tính từ trên xuống) và cột n (tính từ trái sang phải) . Cho các số nguyên p,qvới $1\le p\le 1993$và $1\le q\le 1995$. Tô màu các ô vuông con của bảng theo quy tắc :

a) Lần thứ nhất tô màu năm ô : $(p,q),(p+1,q+1),(p+2,q+2),(p+3,q+3),(p+4,q+4)$

b) Từ lần thứ hai trở đi, mỗi lần tô năm ô chưa có màu nằm liên tiếp trong cùng một hàng hoặc cùng một cột .

Hỏi bằng cách đó ta có thể tô màu hết tất cả các ô vuông con của bảng hay không ? Giải thích tại sao ?

Bài5:

Cho tam giác đều ABC . Trong tam giác ABC, vẽ ba vòng tròn, O_1,O_2,O_3có bán kính bằng nhau, tiếp xúc ngoài lẫn nhau và mỗi vòng tròn đều tiếp xúc với hai cạnh của tam giác . Gọi (O)là vòng tròn tiếp xúc ngoài với cả ba vòng tròn $(O_1),(O_2),(O_3)$. Biết bán kính của vòng tròn(O) là r, hãy tính độ dài cạnh của tam giác ABC .

Đề THI TUYểN SINH VÀO LớP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 1999-2000

Ngày thứ I:

<u>Bài1:</u> Cho các số a,b,c thỏa mãn : $\begin{cases} arrayla+b+c=0 \\ a^2+b^2+c^2=14[\backslash end?]array \end{cases}$
Tính giá trị của biểu thức $P=1+a^4+b^4+c^4$.

<u>Bài2:</u>
a) Giải phương trình : $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=\sqrt{2x-8}$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{9}{2} \\ xy+\frac{1}{xy}=\frac{5}{2} \end{cases}$

<u>Bài3</u>: Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho n^2+9n-2 chia hết cho $n+11$.

<u>Bài4</u>: Cho đường tròn (O) và điểm I ở trong đường tròn . Dựng qua I hai dây cung bất kì MIN và EIF . Gọi M', N', E', F' là các trung điểm của IM, IN, IE, IF .

a) Chứng minh rằng tứ giác M'E'N'F' nội tiếp .

b) Giải sử I thay đổi, các dây cung MIN và EIF thay đổi. Chứng minh rằng vòng tròn ngoại tiếp tứ giác M'E'N'F' có bán kính không đổi .

c) Giả sử I cố định, các dây cung MIN, EIF thay đổi nhưng luôn vuông góc với nhau . Tìm vị trí của các dây cung MIN và EIF sao cho tứ giác M'E'N'F' có diện tích lớn nhất .

<u>Bài5</u>:
Các số dương x,y thay đổi thỏa mãn $x+y=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$P=(x^2+\frac{1}{y^2})(y^2+\frac{1}{x^2})$.

Ngày thứ II:

<u>Bài1</u>: Giải phương trình : $\sqrt{\frac{x+7}{x+1}}+8=2x^2+\sqrt{2x-1}$

<u>Bài2:</u> Cho các số $a_1, a_2, \dots$ được xác định bởi công thức $x_k=\frac{3k^2+3k+1}{(k^2+k)^3}$ với mọi $k\ge 1$. Tính giá trị của tổng $S=1+a_1+a_2+\dots+a_9$

<u>Bài3</u>: Chứng minh rằng tồn tại một số chia hết cho 1999 và tổng các chữ số của số đó bằng 1999

<u>Bài4</u>: Cho vòng tròn tâm O bán kính R . Giả sử A và B là hai điểm cố định trên vòng tròn với $AB=R\sqrt{3}$.
a) Giả sử M là một điểm thay đổi trên cung lớn AB của đường tròn . Vòng tròn nội tiếp tam giác MAB tiếp xúc với MA tại E và tiếp xúc với MB tại F . Chứng minh rằng đường thẳng EF luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi M thay đổi .
b) Tìm tập hợp tất cả điểm P sao cho đường thẳng Δvuông góc với OP tại P cắt đoạn thẳng AB .

<u>Bài5</u>:Cho hình tròn (O') bán kính bằng 1 . Giả sử $A_1, A_2, \dots, A_8$ là 8 điểm bất kì nằm trong hình tròn (kể cả trên biên) . Chứng minh rằng trong các điểm đã cho luôn tồn tại hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn 1

Đề THI TUYểN SINH VÀO LớP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
Năm học 2000-2001

Ngày thứ I:

<u>Bài1</u>:

a) Tính $S=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+...+\frac{1}{1999.2000}$

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2+\frac{1}{y^2}+\frac{x}{y}=3 \\ x+\frac{1}{y}+\frac{x}{y}=3 \end{cases}$

<u>Bài2</u>:

a) Giải phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x^3+x^2+x+1}=1+\sqrt{x^4-1}$

b) Tìm tất cả các giá trị của a (a ∈R) để phương trình : $2x^2-(4a+\frac{11}{2})x+4a^2+7=0$ có ít nhất một ngiệm nguyên .

<u>Bài3:</u> Cho đường tròn tâm O nội tiếp trong hình thang ABCD (AB//CD), tiếp xúc với cạnh AB tại E và với cạnh CD tại F .

a) Chứng minh rằng $\frac{BE}{AE}=\frac{DF}{CF}$.

b) Cho biết $AB=a, BC=b (a<b)$, $BE=2AE$. Tính diện tích hình thang ABCD .

<u>Bài4</u>: Cho x, y là hai số thực bất kì khác không. Chứng minh rằng : $\frac{4x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}\geq 3$
Đẳng thức xảy ra khi nào ?

Ngày thứ II:

Bài1:

a) Tìm các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn : $y(x-1)=x^2+2$.

b) Cho cặp số (x,y) thỏa mãn : $-1\le x+y\le 1$, $-1\le xy+x+y\le 1$. Chứng minh : $|x|\le 2$, $|y|\le 2$.

Bài2:

a) Giải phương trình $\frac{4}{x}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}=x+\sqrt{2x-\frac{5}{x}}$.

b) Cho $f(x)=ax^2+bx+c$ có tính chất $f(1)$, $f(4)$, $f(9)$ đều là các số hữu tỉ . Chứng minh rằng a,b,c là các số hữu tỉ .

Bài3:

a) Cho tứ giác lồi ABCD . Chứng minh rằng, nếu các góc B và D của tứ giác là vuông hoặc tù thì $AC\ge BD$.

b) Cho đoạn thẳng AC cố định và điểm B di động . Hãy tìm tập hợp các điểm B để tam giác ABC là tam giác không tù và góc $\widehat{BAC}$ là góc bé nhất của tam giác ABC .

Bài4: Trên mặt phẳng cho 6 điểm sao cho không có điểm nào thẳng hàng và khoảng cách giữa các cặp điểm là các số khác nhau . Ta nối mỗi cặp điểm bởi một đoạn thẳng. Chứng minh rằng, trong các đoạn thẳng vừa thu được có một đoạn thẳng là cạnh bé nhất của một tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 6 điểm đã cho đồng thời là cạnh lớn nhất của một tam giác khác cũng có 3 đỉnh là 3 trong số 6 điểm đã cho .

Đề THI TUYểN SINH VÀO LớP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Năm học 2005-2006

Vòng 2:

__Bài1__ : $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}+\sqrt{4-x^2}=2$

__Bài2__: Giải hệ phương trình

$\begin{cases} x^3+y^3-xy^2=1 \\ 4x^4+y^4=4x+y \end{cases}$

__Bài3__: $x,y>0$ thỏa mãn $x^2+y^2=1$

a)CMR $1\le x+y\le\sqrt{2}$

b)Tìm min của $\sqrt{1+2x}+\sqrt{1+2y}$

__Bài4__: Cho hình vuông ABCD và điểm P nằm trong :delta ABC

a)Giả sử $\widehat{BPC}=135$độ .CMR: $2PB^2+PC^2=PA^2$

b)Các đường thẳng AP và CP cắt các cạnh BC và BA tại M,N.Gọi Q là điểm đối xứng với B qua trung điểm của đoạn MN.Chứng minh rằng khi P thay đổi trong :delta ,đường thẳng PQ luôn đi qua D

__Bài5__:

a)Cho đa giác đều (H) có 14 đỉnh .CMR trong 6 đỉnh bất kỳ của (H) luôn có 4 đỉnh là các đỉnh của 1 hình thang

b)Có bao nhiêu phân số tối giản $\frac{m}{n}>1$ (m,n là các số nguyên dương) thỏa mãn $mn=13860$

Đề THI TUYểN SINH VÀO LớP 10 CHUYÊN TOÁN - ĐHKHTN - ĐHQGHN
NĂM HỌC 2006-2007

VÒNG I

Câu I: Giải PT:
$x^2+xy+x+y=4$

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán
$(x+y)(xy+1)=4$

Câu II: Với những giá trị x thỏa mãn điều kiện $f(x)=\sqrt{2x^2+5x+2}+2\sqrt{x+3}-2x$

Câu III: Tìm số tự nhiên gồm 4 chữ số thỏa mãn đồng thời 2 tính chất:
(i) Khi chia số đó cho 100 ta được số dư là 6
(ii) Khi chia số đó cho 51 ta được só dư là 17

Câu IV: Cho hình vuong ABCD có cạnh AB=a. Trên các cạnh AB, BC,CD,DA láy lần lượt các điểm M, N, P, Q sao cho: $f(x)=x^4+ax^2+2$ luôn là tổng bình phương của 2 đa thức bậc hai.

VÒNG II

Câu I:

Chứng minh rằng: $\begin{cases} x^2-y^2=4x-2y-3 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

Câu III:
1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $8x^2y^2+x^2+y^2=10xy$
2)Ký hiệu [x] là phần nguyên của số x(số nguyên lớn nhất không vượt quá x).Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta luôn có:
$[\sqrt[3]{72n+1}]=[\sqrt[3]{9n}+\sqrt[3]{9n+1}]=[\sqrt[3]{72n+7}]$
Câu IV:
Cho :delta ABC nội tiếp đường tròn (O) và I là điểm nằm trong :delta ABC.Các đường thẳng AI,BI,CI cắt (O) lần lượt tại A',B',C'(khác A,B,C).Dây cung B'C' cắt các cạnh AB,AC tương ứng tại các điểm M,N.Dây cung C'A' cắt các cạnh AB,BC tương ứng tại các điểm Q,P.Dây cung A'B' cắt các cạnh BC,CA tương ứng tại các điểm F,E.
1.Giả sử AM=AN,BP=BQ,CE=CF xảy ra đ�ìng thời.Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp :delta ABC.
2.Giả sử AM=AN=BP=BQ=CE=CF.Chứng minh rằng 6 điểm M,N,P,Q,E,F cùng nằm trên một đường tròn.

Câu V:
Chứng minh rằng đa giác lồi có 2n cạnh($n \in N, n \geq 2$) luôn có ít nhất n đường chéo không song song với bất kỳ cạnh nào của đa giác đó

Đề thi vào 10 hệ THPT chuyên năm 2004 Đại học khoa học tự nhiên(vòng1)

Tổng hợp 30 đề thi vào lớp 10 chuyên – Môn Toán

Bài 1:a) GiảI phong trình $|x+1| + |x-1| = 1 + |x^2 - 1|$

b) Tìm nghiệm nguyên cảu hệ $\begin{cases} x^3 + y^3 + x - y = 8 \\ 2y^2 - x^2 - xy + 2y - 2x = 7 \end{cases}$

Bài 2: Cho các số thực dơng a và b thỏa mãn $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$ .Hãy tính giá trị biểu thức $P = a^{2004} + b^{2004}$.

Bài 3: Cho ABC có AB=3cm, BC=4cm, CA=5cm. Đờng cao, đờng phân giác, đờng trung tuyến của tam giác kẻ từ đỉnh B chia tam giác thành 4 phần. Hãy tính diện tích mỗi phần.

Bài 4: Cho tứ giác ABCD nội tiếp trong đờng tròn, có hai đờng chéo AC, BD vuông góc với nhau tại H (H không trùng với tâm cảu đờng tròn). Gọi M và N lần lợt là chân các đờng vuông góc hạ từ H xuống các đờng thẳng AB và BC; P và Q lần lợt là các giao điểm của các đờng thẳng MH và NH với các đờng thẳng CD và DA. Chứng minh rằng đờng thẳng PQ song song với đờng thẳng AC và bốn điểm M, N, P, Q nằm trên cùng một đờng tròn .

Bài 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{2}(\frac{x^{10}}{y^2} + \frac{y^{10}}{x^2}) + \frac{1}{4}(x^{16} + y^{16}) - (1 + x^2y^2)^2$

