

Nếu họ đi 3 ngày, 4 ngày, 5 ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường đi được trong 1 ngày lần lượt là :

$$(216 - 180) : 3 = 12 \text{ (km)}.$$

$$(216 - 180) : 4 = 9 \text{ (km)}.$$

$$(216 - 180) : 5 = 7,2 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 6 ngày mà gặp nhau thì hiệu của hai quãng đường đi được trong 1 ngày là : $(216 - 180) : 6 = 6 \text{ (km)}$. Trường hợp này đúng với đầu bài.

Vậy trong 1 ngày người thứ nhất đi được là :

$$216 : 6 = 36 \text{ (km)}.$$

Trong 1 ngày người thứ hai đi được là :

$$180 : 6 = 30 \text{ (km)}.$$

Cách 2. Cho đến khi gặp nhau thì người thứ nhất đi được 216 km nên người thứ hai đi được là :

$$396 - 216 = 180 \text{ (km)}.$$

Nếu họ đi 1 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc của họ là 1km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được là : $1 \times 1 = 1 \text{ (km)}$.

Nếu họ đi 2 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc của họ là 2 km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được là : $2 \times 2 = 4 \text{ (km)}$. Nếu họ đi 3 ngày, 4 ngày, 5 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc tương ứng là 3km/ngày, 4km/ngày, 5km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được lần lượt là :

$$3 \times 3 = 9 \text{ (km)}$$

$$4 \times 4 = 16 \text{ (km)}$$

$$5 \times 5 = 25 \text{ (km)}$$

Nếu họ đi 6 ngày mà gặp nhau thì hiệu hai vận tốc của họ là 6km/ngày. Khi đó hiệu hai quãng đường đi được là : $6 \times 6 = 36 \text{ (km)}$.

Vì $216 - 180 = 36 \text{ (km)}$ nên trường hợp này đúng với điều kiện bài toán. Vậy trong 1 ngày người thứ nhất đi được là :

$$216 : 6 = 36 \text{ (km)}.$$

Trong 1 ngày người thứ hai đi được là :

$$180 : 6 = 30 \text{ (km)}.$$

Cách 3. Người thứ nhất đã đi được 216 km và người thứ hai đã đi được 180 km thì gặp nhau. Khi đó hiệu hai quãng đường là :

$$216 - 180 = 36 \text{ (km)}.$$

Theo đầu bài, vì số ngày họ đã đi đúng bằng hiệu hai vận tốc nên số 36 km này chính là tích của số ngày đã đi nhân với hiệu hai vận tốc (tính bằng km/ngày). Vì $36 = 6 \times 6$ nên họ đã đi 6 ngày và hiệu vận tốc là 6km/ngày.

Vậy vận tốc của người thứ nhất là :

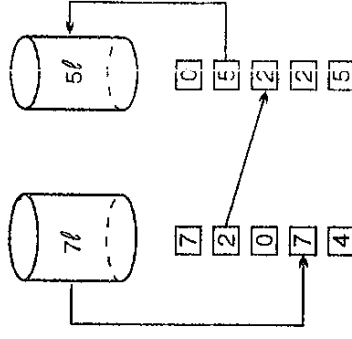
$$216 : 6 = 36 \text{ (km/ngày)}$$

Vận tốc của người thứ hai là :

$$180 : 6 = 30 \text{ (km/ngày)}$$

94. Một trong số các cách

đong được trình bày như sơ đồ hình 45 : đầu tiên đong đầy bình thứ nhất 7l, rồi đổ sang bình thứ hai 5l, tức còn lại 2l. Đổ hết dầu ở bình thứ hai vào thùng, rồi đổ 2l vào đó. Tiếp tục đong đầy bình thứ nhất 7l rồi đổ 3l sang bình thứ hai cho đầy, như vậy trong bình thứ nhất còn lại 4l cân đong cho khách hàng.



Hình 45

95. Ta vẽ graph theo điều kiện của bài toán (hình 46). Từ đó thấy rằng :

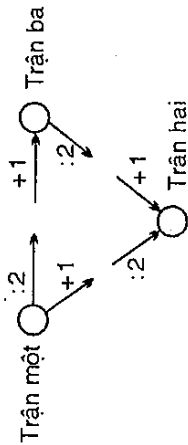
Số ván thắng trận một = nửa số ván thắng trận hai + 1,

Số ván thắng trận hai = nửa số ván thắng trận ba + 1,

Số ván thắng trận ba = nửa số ván thắng trận một + 1.

Suy ra : số ván thắng trận một, hai, ba = nửa số ván thắng trận một, hai, ba + 3.

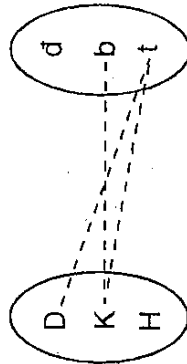
Do đó, nửa số ván thắng trận một, hai, ba chính là 3. Vậy số ván thắng trong cả ba trận là : $3 \times 2 = 6$ (ván).



Hình 46

96. Ta ký hiệu hai nhóm đối tượng : nhóm thứ nhất có ba điểm D, K, H thay cho ba bạn Dương, Kiên, Hiền, nhóm thứ hai gồm ba điểm đ, b, t thay cho ba bộ đồ chơi đèn, bóng bay, trống. Theo giả thiết, ta nói D - t, K - b, K - đ phải được nối bằng nét liên, tức là có mối quan hệ. Xét đến t, vì t - D, t - K nối bằng nét đứt nên t - H phải được nối bằng nét liên (hình 48).

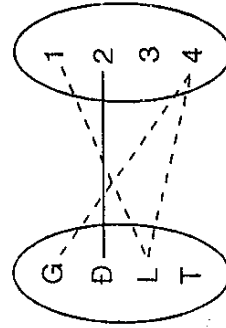
Vậy Kiên được chia đèn ông sao, Hiền được chia trống và Dương được chia bóng bay.



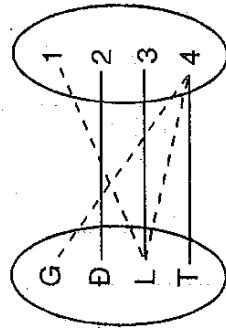
Hình 47

và Kiên đều không thích, vậy Hiền được chia trống. Cuối cùng, Dương được chia bóng bay.

97. Ta ký hiệu nhóm đối tượng thứ nhất có bốn điểm G, D, L, T thay cho bốn bạn Giang, Dương, Linh, Thúy, nhóm đối tượng thứ hai gồm bốn điểm 1, 2, 3, 4 thay cho bốn giải nhất, nhì, ba, tư. Từ giả thiết a ta nói L - 1, L - 4 bằng nét đứt (tức là không có mối liên hệ), từ giả thiết b, ta nói D - 2 bằng nét liên, còn từ giả thiết c, ta nói G - 4 bằng nét đứt (hình 49). Bây giờ ta xét điểm L ở nhóm thứ nhất. Vì L - 1; L - 4 được nối bằng nét đứt mà L - 2 không thể nối bằng nét liên, do đó đã có nét liên D - 2, vậy chỉ còn L - 3 được nối bằng nét liên. Sau đó, xét điểm 4 ở nhóm hai. Vì 4 - G, 4 - L được nối bằng nét đứt, mà 4 - D không thể nối bằng nét liên, do đó đã có nét liên nối D - 2. Vậy chỉ có thể nối 4 - T bằng nét liên. Cuối cùng còn G - 1 được nối bằng nét liên (hình 50).



Hình 49



Hình 50

Trả lời : Giang giải nhất, Dương giải nhì, Linh giải ba, Thúy giải tư.

98. Ta biểu diễn hai nhóm đối tượng : Nhóm thứ nhất có bốn điểm A, B, C, D thay cho bốn bạn An, Bình, Cường, Dũng, nhóm thứ hai gồm bốn điểm 1, 2, 3, 4 ký hiệu bốn giải nhất, nhì, ba, tư. Câu trả lời của mỗi bạn (nếu lên ai được giải nào) ta biểu diễn bằng một loại ký hiệu : theo câu trả lời của An A - 2, B - 1 nối bằng nét đứt, theo câu trả lời của Bình B - 2, D - 3 nối bằng nét liền, còn theo câu trả lời của Cường C - 2, D - 4 nối bằng nét chấm chấm (hình 51). Câu trả lời thành thật của Dũng chứng tỏ rằng, trong hai đoạn nói cùng một ký hiệu, bao giờ cũng có một đoạn biểu thị quan hệ đúng, còn một đoạn là sai.

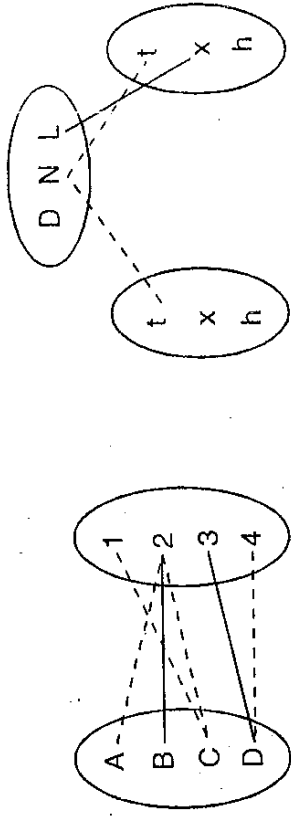
Ta bắt đầu thử chọn như sau. Trước hết giả sử D - 4 đúng, ta viết tắt là d, thế thì đường chấm còn lại C - 2 phải sai, viết là s. Mặt khác, D - 4 đúng thì D - 3 phải sai, vì mỗi người một giải. Khi đó, D - 3 sai thì B - 2 đúng, mà B - 2 đúng thì B - 1 sai, từ đó A - 2 đúng. Như vậy, cả B - 2 và A - 2 đều đúng, trái với giả thiết, mỗi người một giải. Do đó, cách chọn "D - 4 đúng" lúc đầu là không hợp lý. Vậy D - 4 phải sai, từ đó lần lượt suy ra C - 2 đúng, B - 2 sai, D - 3 đúng A - 2 sai, B - 1 đúng, cuối cùng A - 4 đúng B - 2 sai, D - 3 đúng A - 2 sai, B - 1 đúng, cuối cùng A - 4 đúng.

Kết quả : Bình giải nhất, Cường giải nhì, Dũng giải ba, An giải tư.

99. Trong bài toán này có ba nhóm đối tượng, nhóm thứ nhất gồm ba bạn Dương, Nhung, Linh ký hiệu bằng ba điểm D, N, L, nhóm thứ hai gồm ba màu áo trắng, xanh, hồng biểu diễn bằng ba điểm t, x, h ; nhóm thứ ba gồm các cặp tóc mũ trắng, xanh, hồng được vẽ bằng ba điểm t, x, h (hình 52).

Mối quan hệ giữa các đối tượng của ba nhóm này được ký hiệu bằng nét đứt nếu quan hệ giữa chúng là sai (tức là không có quan hệ) và bằng nét liền nếu quan hệ giữa chúng là đúng. Theo giả thiết, áo và cặp tóc của Nhung đều không phải là màu trắng, nên

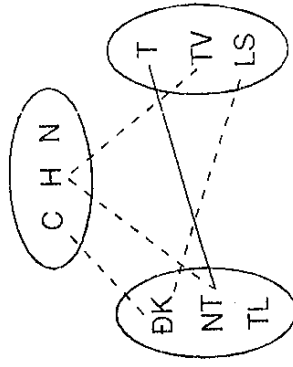
N - t (áo) và N - h (cặp tóc) được nối bằng nét đứt, còn Linh cặp tóc màu xanh nên L - x (cặp tóc) được nối bằng nét liền. Từ đó, ta



Hình 51

thấy N - h (áo) phải nối bằng nét liền, suy ra chỉ còn D - t (cặp tóc) nối bằng nét liền. Vì Dương có màu áo và cặp tóc trùng nhau, nên D - t (áo) cũng nối bằng nét liền. Hơn nữa, theo giả thiết thì Nhung và Linh đều có áo và cặp tóc khác màu, mà N - h (áo) nối bằng nét liền thì N - x (áo) cũng nối bằng nét liền. Cuối cùng, H - h (áo) nối bằng nét liền. Vậy : Dương mặc áo trắng và cặp tóc trắng, Nhung áo xanh, cặp tóc hồng, còn Linh áo hồng, cặp tóc xanh.

100. Trong bài toán này có ba nhóm đối tượng : nhóm thứ nhất có ba cô giáo Châu, Hồng, Ninh ký hiệu bằng ba điểm C, H, N, nhóm thứ hai gồm ba trường Đoàn Kết, Nguyễn Trãi, Thăng Long ký hiệu bởi ba điểm ĐK, NT, TL ; nhóm thứ ba có ba môn học Toán, Tiếng Việt, Lịch



Hình 53

sử được biểu diễn bằng ba điểm T, TV, LS (hình 53).

Mối quan hệ giữa các đối tượng của ba nhóm này được biểu diễn bằng nét đứt nếu quan hệ của chúng là sai và bằng nét liền nếu quan hệ của chúng là đúng. Từ giả thiết a, ta vẽ các nét đứt nối C - DK, H - NT, từ giả thiết b, ta nối DK - LS bằng nét đứt, từ giả thiết ta nối NT - T bằng nét liền, từ giả thiết ta nối H - TV bằng nét đứt (hình 53). Bài toán đưa về việc phải xác định được nét liền nối ba đối tượng ở ba nhóm thành những tam giác. Hãy chú ý nhận xét sau : từ một đối tượng nối với ba đối tượng của một nhóm khác bằng ba đoạn thẳng thì trong ba đoạn thẳng này bao giờ cũng có một đoạn là nét liền và hai đoạn còn lại là nét đứt, bởi vì theo giả thiết của bài toán, mỗi đối tượng luôn luôn chỉ có một quan hệ với một đối tượng của nhóm khác mà thôi. Ta suy ra trình tự xác định các quan hệ trên hình 53 như sau :

H - T nét đứt, H - LS nét liền, T - DK nét đứt, DK - TV nét liền, NT - LS nét đứt, LS - TL nét liền, H - TL nét liền, H - DK nét đứt, DK - N nét liền, N - TV nét liền. Tới đây, ta được hai tam giác có cạnh là nét liền đó là : H - TL - LS và N - DK - TV. Cuối cùng, còn lại C - NT và T - C nối bằng nét liền.

Vậy cô Châu ở trường Nguyễn Trãi dạy mẫu giờ Toán, cô Hồng ở trường Thăng Long dạy mẫu giờ Lịch sử, còn cô Ninh ở trường Đoàn Kết dạy mẫu giờ Tiếng Việt.

Các bài toán từ số 97 đến 100 đều có thể trình bày cách giải bằng suy luận thông thường như ở lời giải bài số 96.

101. Cách 1. Chiều cao AH của hình tam giác ACD :

$$\frac{30 \times 2}{5} = 12 \text{ (m)}$$

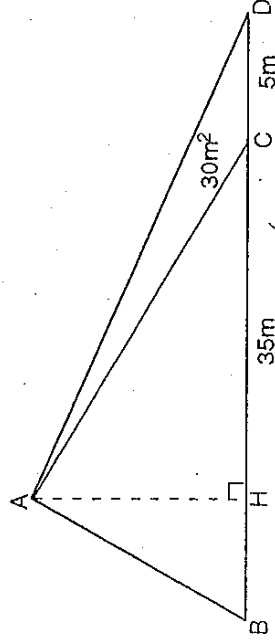
$$\text{Diện tích ABC} : \frac{35 \times 12}{2} = 210 \text{ (m}^2\text{)}$$

Cách 2. Chiều cao AH chung cho hai hình tam giác ABC và ACD ; hai hình này có đáy BC gấp một số lần đáy CD :

$$35 : 5 = 7 \text{ (lần)}$$

Hai hình tam giác ABC và ACD có chung chiều cao AH ; có đáy BC lớn gấp 7 lần đáy CD nên diện tích ABC cũng lớn gấp 7 lần ACD. Do đó diện tích ABC là :

$$30 \times 7 = 210 \text{ (m}^2\text{)}$$



Hình 54

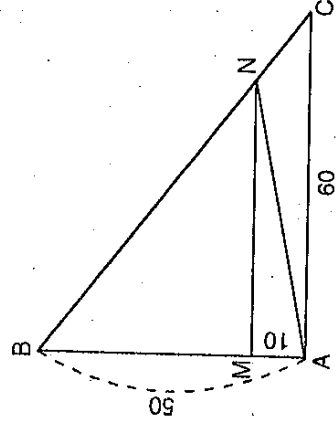
102. Cách 1. Diện tích hình tam giác ABC :

$$\frac{50 \times 60}{2} = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Nối NA. Diện tích hình tam giác ANC :

$$\frac{60 \times 10}{2} = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác ABN : $1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$



Hình 55

Chiều cao NM của hình tam giác ABN :

$$\frac{1200 \times 2}{50} = 48 \text{ (cm)}$$

Hình tam giác BMN có chiều cao 48 cm và đáy BM bằng 50 - 10 = 40 (cm). Do đó hình tam giác BMN có diện tích :

$$\frac{40 \times 48}{2} = 960 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Cách 2. Diện tích hình tam giác ABC :

$$\frac{60 \times 50}{2} = 1500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác ANC :

$$\frac{60 \times 10}{2} = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích hình tam giác ABN :

$$1500 - 300 = 1200 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Hai hình tam giác ABN và MBN có chung chiều cao NM và đáy BM bằng $\frac{4}{5}$ đáy BA, do đó diện tích MBN cũng bằng $\frac{4}{5}$ diện tích hình ABN. Vậy diện tích hình tam giác MBN là :

$$1200 : 5 \times 4 = 960 \text{ (cm}^2\text{)}$$

103. (h.56) a) So sánh S_{AEM} và S_{AGM}

Nối E với M, Nối G với M.

$S_{EBM} = S_{GMC}$ (vì BM = MC và hai chiều cao EH = GK)

$S_{ABM} = S_{AMC}$ (vì BM = MC, chiều cao chung hạ từ A xuống BC)

Do đó : $S_{ABM} - S_{EBM} = S_{AMC} - S_{GMC}$

Hay $S_{AEM} = S_{AGM}$

b) So sánh EN và NG.

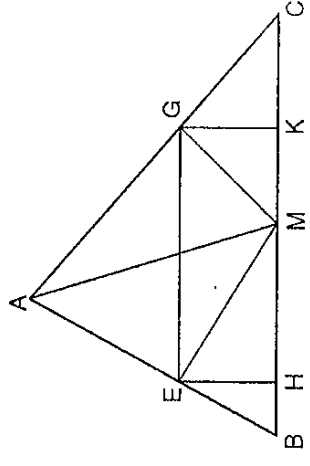
Vẽ chiều cao EP và GQ. Vì $S_{AEM} = S_{AGM}$ (câu a),

hai tam giác này có chung đáy AM nên hai chiều cao tương ứng bằng nhau : EP = GQ.

Hai chiều cao EP và GQ cũng là chiều cao của hình tam giác AEN và AGN ta có :

$S_{AEN} = S_{AGN}$ (vì chung đáy AN và hai chiều cao tương ứng bằng nhau : EP = GQ). Hai hình tam giác AEN và AGN có diện tích bằng nhau và có chung chiều cao hạ từ A xuống EG nên hai đáy phải bằng nhau là EN = NG.

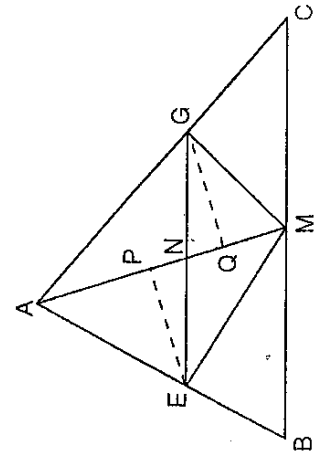
Vậy EN = NG.



Hình 56

104. (hình 57). Hai hình tam giác ABM và ABC có chung chiều cao hạ từ A xuống BC và có đáy BM bằng $\frac{2}{3}$ đáy BC nên diện tích ABM cũng bằng $\frac{2}{3}$ diện tích ABC. Do đó :

$$S_{ABM} = \frac{180 \times 2}{3} = 120 \text{ (cm}^2\text{)}$$

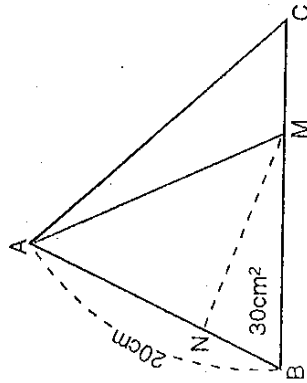


Hình 57

Vì $S_{ABM} = 120 \text{ cm}^2$ và $S_{BMN} = 30 \text{ cm}^2$ nên S_{ABM} so với S_{BMN} thì lớn gấp một số lần : $120 : 30 = 4$ (lần).

Hai hình tam giác ABM và BMN có chiều cao chung hạ từ M xuống AB mà $S_{ABM} = S_{BMN} \times 4$ nên đáy AB phải lớn gấp 4 lần đáy BN . Do đó, $BN = 20 : 4 = 5$ (cm).

Vậy điểm N phải cách điểm B là 5 cm.

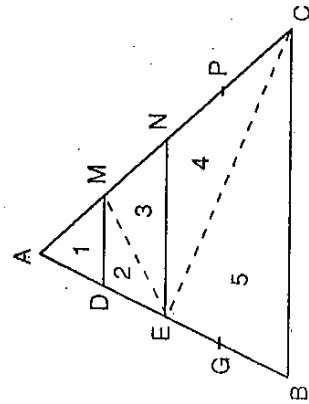


Hình 58

105. (h.59). a) $S_1 = S_2$ (vì có chiều cao chung hạ từ M xuống AE và $DA = DE$), $S_1 + S_2 = S_3$ (vì có chiều cao chung hạ từ E xuống AN và $MA = MN$), nếu coi S_1 là 1 phần thì $S_2 = 1$ phần, do đó $S_3 = 1 + 1 = 2$ (phần).

Vậy $S_2 + S_3 = 1 + 2 = 3$ (phần).

b) $S_1 + S_2 + S_3 = S_4$ (vì có chung chiều cao hạ từ E xuống AC và $NA = NC$), do đó $S_4 = 1 + 1 + 2 = 4$ (phần).



Hình 59

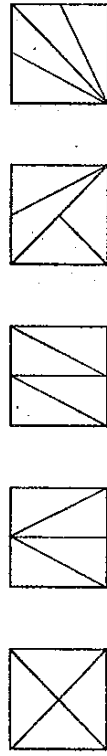
c) $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = S_5 = \frac{1}{2} S_{ABC}$ (vì có chung chiều cao hạ từ C xuống AB và $EA = EB$). Do đó, $S_5 = 1 + 1 + 2 + 4 = 8$ (phần).

d) $S_4 + S_5 = 4 + 8 = 12$ (phần).

e) Vậy tỉ số diện tích hình $EDMN$ với diện tích hình $BENC$ là :
 $\frac{3}{12}$ hay $\frac{1}{4}$

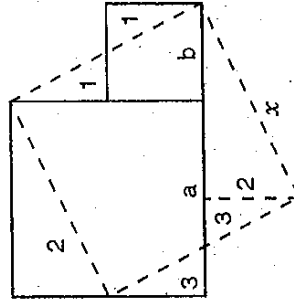
106. Một số cách chia như trên hình 60.

Bạn đọc hãy tự lập luận để chứng tỏ rằng 4 tam giác được chia ra có diện tích bằng nhau.



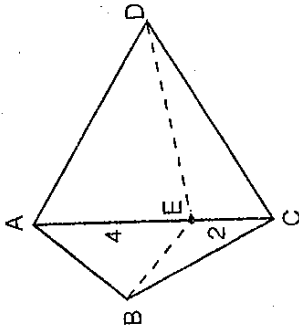
Hình 60

107. Xếp hai hình vuông kề nhau rồi cắt ghép như trên hình 61. Được hình vuông mới (vẽ bằng nét đứt). Như vậy, từ hai hình vuông bất kì đều có thể cắt ghép thành một hình vuông mới. Từ đó suy ra rằng từ k hình vuông bất kì, k là số tự nhiên lớn hơn hoặc bằng 2, đều có thể cắt, ghép lại thành một hình vuông mới (bằng cách cứ cắt ghép hai hình vuông như trên cho đến khi chỉ còn một hình vuông cuối cùng).



Hình 61

108. (h. 62). Điểm E trên đoạn AC được xác định sao cho $AE = 4\text{cm}$, tức là $AE = 2EC$. Điểm E thỏa mãn điều kiện bài toán bởi vì : $S_{ABE} = 2S_{BCE}$ do chung đường cao hạ từ B xuống AC và cạnh đáy $AE = 2EC$;



Hình 62

$S_{ADE} = 2S_{CDE}$ do chung đường cao hạ từ D xuống AC và cạnh đáy $AE = 2EC$, suy ra $S_{ABE} + S_{ADE} = 2(S_{BCE} + S_{CDE})$ hay diện tích hình ABED gấp đôi diện tích hình BCDE.

109. Gọi số phải tìm là số \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$). Nếu số viết theo thứ tự ngược lại là số có một chữ số thì giá trị lớn nhất của tích hai số đó sẽ bằng : $90 \times 9 = 810 < 3154$. Do đó số viết theo thứ tự ngược lại phải là số có hai chữ số là \overline{ba} ($b \neq 0, b, a < 10$).

Giả sử $\overline{ab} > \overline{ba}$. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ba} - (b + a) = 27$$

$$\overline{ba} - b - a = 27 \text{ (một số trừ một tổng)}$$

$$\overline{b0} - b = 27 \text{ (} \overline{ba} - a = \overline{b0} \text{)}$$

Vì $10 - b = 7$ nên $b = 3$. Từ đó ta có :

$$\overline{a3} \times \overline{3a} = 2154$$

Vì $3 \times a$ có tận cùng là 4 nên $a = 8$.

Thử : $83 \times 38 = 3154$. Đúng với đầu bài.

$$38 - (3 + 8) = 27. \text{ Đúng với đầu bài.}$$

Vậy số phải tìm là 83 và 38.

110. Cách 1. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0, a, b < 10$). Hiệu các chữ số hàng chục và hàng đơn vị là $a - b$. Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ab} = (a - b) \times 18 + 4$$

$$a \times 10 + b = (a - b) \times 18 + 4 \text{ (cấu tạo thập phân của } \overline{ab} \text{)}$$

$$a \times 10 + b = a \times 18 - b \times 18 + 4 \text{ (một hiệu nhân một số).}$$

Nếu coi $a \times 18 + 4$ là số bị trừ, $b \times 18$ là số trừ, $a \times 10 + b$ là hiệu thì ta có :

$$a \times 10 + b + b \times 18 = a \times 18 + 4 \text{ (tìm số bị trừ)}$$

$$a \times 10 + b \times (1 + 18) = a \times 18 + 4 \text{ (một số nhân một tổng).}$$

$$a \times 10 + b \times 19 = a \times 18 + 4$$

Nếu coi $a \times 10$ và $b \times 19$ là các số hạng của tổng còn $a \times 18 + 4$ là tổng thì ta có :

$$b \times 19 = a \times 18 + 4 - a \times 10 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b \times 19 = 4 + a \times 18 - a \times 10 \text{ (tính chất giao hoán của tổng)}$$

$$b \times 19 = 4 + a \times (18 - 10) \text{ (một số nhân một hiệu)}$$

$$b \times 19 = 4 + a \times 8 \text{ (*)}$$

Nhận xét : + Ví 4 và $a \times 8$ đều là số chẵn nên $b \times 19$ cũng là số chẵn, vì 19 là số lẻ nên b phải là số chẵn khác 0.

+ Nếu a lấy giá trị lớn nhất là 9 thì $b \times 19$ có giá trị lớn nhất là $4 + 9 \times 8 = 76$. Khi đó b có giá trị lớn nhất là : $76 : 19 = 4$.

Từ những nhận xét trên đây ta thấy b có thể lấy các giá trị là $b = 2$ hoặc $b = 4$.

• Với $b = 2$ thì theo (*) ta có :

$$2 \times 19 = 4 + a \times 8$$

$$38 = 4 + a \times 8$$

$$a \times 8 = 38 - 4 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 8 = 34$$

$$a = 34 : 8 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Kết quả phép tính $34 : 8$ không phải là số tự nhiên nên $b = 2$ không phù hợp với điều kiện bài toán.

• Với $b = 4$ thì theo (*) ta có :

$$4 \times 19 = 4 + a \times 8$$

$$76 = 4 + a \times 8$$

$$a \times 8 = 76 - 4 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 8 = 72$$

$$a = 72 : 8 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

$$a = 9$$

Thử lại : $(9 - 4) \times 18 + 4 = 5 \times 18 + 4 = 94$. Đúng với điều kiện bài toán.

Vậy số phải tìm là 94.

Cách 2. (Lập luận như trên).

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{ab} = (a - b) \times 18 + 4.$$

Trong phép chia có dư thì số dư bé hơn số chia nên $4 < a - b$.

Nếu \overline{ab} lấy giá trị lớn nhất là 98 thì giá trị lớn nhất của $(a - b) \times 18$ sẽ là : $98 - 4 = 94$. Khi đó giá trị lớn nhất của $a - b$ sẽ là $94 : 18 = 5,23$. Điều đó có nghĩa $a - b < 6$.

Vì $4 < a - b < 6$ nên ta xét $a - b = 5$. Khi đó ta có :

$$\overline{ab} = 5 \times 18 + 4 = 94.$$

Vì hiệu hai chữ số của 94 là $9 - 4 = 5$ nên đúng với đầu bài. Vậy số phải tìm là 94.

111. Gọi các số có hai chữ số là \overline{ab} thì số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{ba} , gọi số có bốn chữ số là \overline{cdxy} thì số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{yxdc} . Theo đầu bài ta đặt các phép tính như sau :

$$\begin{array}{r} \overline{cdxy} \\ + \overline{ab} \\ \hline 2750 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{yxdc} \\ + \overline{ba} \\ \hline 8888 \end{array} \quad (2)$$

Ở cả hai phép cộng này đều không nhớ sang hàng nghìn nên từ (1) ta có $c = 2$, từ (2) ta có $y = 8$.

Từ (1) có : $y + b$ có tận cùng là 0 mà $y = 8$

nên $8 + b = 10$, do đó $b = 10 - 8 = 2$.

Từ (2) có : $c + a = 8$ mà $c = 2$

nên $2 + a + 8$, do đó $a = 8 - 2 = 6$.

Từ (1) có : $x + a + 1$ có tận cùng là 5 mà $a = 6$ nên $x + 6 + 1 = 15$, do đó $x = 15 - 7 = 8$.

Từ (2) có : vì $x = 8$ nên $d + b = 8$, mà $b = 2$ nên $d = 8 - 2 = 6$.

Vậy các số phải tìm là 62 và 2688.

112. Cách 1. Gọi số phải tìm là \overline{abcd} ($a \neq 0$, $a, b, c, d < 10$) thì số mới sẽ là $\overline{a0bcd}$. Theo đầu bài ta có :

$$\begin{aligned} \overline{a0bcd} &= \overline{abcd} \times 9 \\ a \times 10000 + \overline{bcd} &= (a \times 1000 + \overline{bcd}) \times 9 \\ &\quad \text{(cấu tạo thập phân của số)} \\ a \times 10000 + \overline{bcd} &= a \times 9000 + \overline{bcd} \times 9 \\ &\quad \text{(một tổng nhân một số).} \end{aligned}$$

Nếu coi $a \times 9000$ và $\overline{bcd} \times 9$ là hai số hạng của tổng

và $a \times 10000 + \overline{bcd}$ là tổng của chúng thì :

$$\begin{aligned} a \times 10000 + \overline{bcd} - a \times 9000 &= \overline{bcd} \times 9 \\ &\quad \text{(tìm một số hạng của tổng)} \\ a \times (10000 - 9000) + \overline{bcd} &= \overline{bcd} \times 9 \\ &\quad \text{(một số nhân một tổng)} \end{aligned}$$

$$a \times 1000 + \overline{bcd} = \overline{bcd} \times 9$$

Nếu coi $a \times 1000$ và \overline{bcd} là hai số hạng của tổng và $\overline{bcd} \times 9$ là tổng của chúng thì : $a \times 1000 = \overline{bcd} \times 9 - \overline{bcd}$ (tìm một số hạng của tổng)

$$\begin{aligned} a \times 1000 &= \overline{bcd} \times (9 - 1) \text{ (một số nhân một hiệu)} \\ a \times 1000 &= \overline{bcd} \times 8 \\ a \times 125 &= \overline{bcd} \text{ (cùng chia cho 8).} \end{aligned}$$

Vì $\overline{bcd} < 1000$ nên $a \times 125 < 1000$. Do đó $a < 8$ (vì nếu lấy $a = 8$ hoặc $a = 9$ thì $a \times 125$ sẽ là số có bốn chữ số).

Theo đầu bài các chữ a, b, c, d khác nhau nên ta xét từng trường hợp với a .

- Nếu $a = 1$ thì $\overline{bcd} = 1 \times 125 = 125$. Loại vì $a = b = 1$

- Nếu $a = 2$ thì $\overline{bcd} = 2 \times 125 = 250$. Loại vì $a = b = 2$

- Nếu $a = 3$ thì $\overline{bcd} = 3 \times 125 = 375$. Loại vì $a = b = 3$

- Nếu $a = 4$ thì $\overline{bcd} = 4 \times 125 = 500$. Loại vì $c = d = 0$.
 - Nếu $a = 5$ thì $\overline{bcd} = 5 \times 125 = 625$. Loại vì $a = d = 5$.
 - Nếu $a = 6$ thì $\overline{bcd} = 6 \times 125 = 750$
- Thử : $6750 \times 9 = 60750$. Đúng với đầu bài.
- Nếu $a = 7$ thì $\overline{bcd} = 7 \times 125 = 875$. Loại vì $a = c = 7$.

Vậy số phải tìm là 6750.

Cách 2. Theo đầu bài ta có :

$$\begin{aligned} \overline{a0bcd} &= \overline{abcd} \times 9 \\ \overline{a0bcd} &= \overline{abcd} \times (10 - 1) \\ \overline{a0bcd} &= \overline{abcd} \times 10 - \overline{abcd} \text{ (một số nhân một hiệu)} \\ \overline{a0bcd} + \overline{abcd} &= \overline{abcd} \times 10 \text{ (tìm số bị trừ)} \\ \overline{a0bcd} + \overline{abcd} &= \overline{abcd0} \text{ (cấu tạo thập phân của số)} \end{aligned}$$

Đặt theo cột dọc :

$$\begin{array}{r} \overline{a0bcd} \\ + \overline{abcd} \\ \hline \overline{abcd0} \end{array}$$

Vì $d + d$ có tận cùng là 0 nên $d = 0$ hoặc $d = 5$.

- Xét $d = 0$

Vì $c \neq d$ nên $c \neq 0$, khi đó : $c + c = 10$, do đó $c = 5$. Khi đó :

$b + b + 1$ có tận cùng 5 nên $b = 2$ hoặc $b = 7$.

+ Nếu $b = 2$ thì $0 + a = 2$ nên $a = 2$. Loại vì $a = b = 2$.

+ Nếu $b = 7$ thì $0 + a + 1 = 7$ nên $a = 6$.

Thử : $6750 \times 9 = 60750$. Đúng với đầu bài.

- Xét $d = 5$

Ta có : $c + c + 1$ có tận cùng là 5 nên $c = 2$ hoặc $c = 7$.

+ Nếu $c = 2$ thì $b + b = 2$ nên $b = 1$, do đó $0 + a = 1$ nên $a = 1$. Loại vì $a = b = 1$.

+ Nếu $c = 7$ thì $b + b + 1$ có tận cùng bằng 7 nên $b = 3$ hoặc $b = 8$.

Với $b = 3$ thì $0 + a = 3$ nên $a = 3$. Loại vì $a = b = 3$.

Với $b = 8$ thì $0 + a + 1 = 8$ nên $a = 7$. Loại vì $a = c = 7$.

113. Gọi số phải tìm là \overline{abc} ($a \neq 0$, $a, b, c < 10$) thì số viết theo thứ tự ngược lại là \overline{cba} .

Theo đầu bài ta có : $\overline{abc} - \overline{cba} = 297$.

Đây là phép trừ có nhớ sang hàng trăm nên $a - 1 - c = 2$ hay $a - c = 2 + 1 = 3$ hay $a = c + 3$.

Vì số \overline{abc} chia hết cho 5 nên $c = 0$ hoặc $c = 5$.

- Với $c = 0$ thì $a = 3$.

Vì số \overline{abc} chia hết cho 9 (với $c = 0$) nên $a + b + c = 3 + b + 0$ phải chia hết cho 9, do đó $b = 6$ để $a + b = 3 + 6 = 9$.

Thử : $360 - 63 = 297$.

360 vừa chia hết cho 5, vừa chia hết cho 9.

Số 360 là số phải tìm.

- Với $c = 5$ thì $a = 5 + 3 = 8$.

Vì số \overline{abc} chia hết cho 9 nên $a + b + c = 8 + b + 5 = 13 + b$ phải chia hết cho 9 ; do đó $b = 5$ để $a + b + c = 8 + 5 + 5 = 18$.

Thử : $855 - 558 = 297$.

855 vừa chia hết cho 5, vừa chia hết cho 9.

Số 855 là số phải tìm.

Vậy số phải tìm là 360 và 855.

114. Gọi số phải tìm là \overline{ab} ($a \neq 0$, $a, b < 10$).

Theo đầu bài ta có : $\overline{ab} = b \times b + a$

$$\overline{ab} - a = b \times b \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 10 + b - a = b \times b \text{ (cấu tạo thập phân của } \overline{ab})$$

$$a \times 10 - a = b \times b - b \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times (10 - 1) = b \times (b - 1) \text{ (một số nhân một hiệu)}$$

$$a \times 9 = b \times (b - 1)$$

Nhận xét : b và $b - 1$ là hai số tự nhiên liên tiếp ; tích của chúng là $b \times (b - 1)$ là một số chia hết cho 9 (vì $a \times 9 = b \times (b - 1)$). Do đó hai số này chỉ có thể là 9 và 8.

Vì $b > b - 1$ nên $b = 9$ và $b - 1 = 8$. Ta có :

$$a \times 9 = 9 \times 8, \text{ do đó } a = 8.$$

Thử : $89 : 9 = 9$ (dư 8) đúng với đầu bài.

Chú ý : Sau khi viết được $a \times 9 = b \times (b - 1)$ thì có thể tiến hành như sau :

Vì b và $b - 1$ là hai số tự nhiên liên tiếp nên tích của chúng phải là số chẵn, do đó $a \times 9$ phải là số chẵn. Vì $a \times 9$ là số chẵn, 9 là số lẻ nên số a phải là số chẵn.

Xét từng trường hợp với a chẵn.

$$+ \text{ Với } a = 2 \text{ thì } 2 \times 9 = b \times (b - 1)$$

$18 = b \times (b - 1)$. Không tìm được hai số tự nhiên liên tiếp nào có tích bằng 18.

+ Với $a = 4$ thì $4 \times 9 = b \times (b - 1)$. Không tìm được hai số tự nhiên liên tiếp nào có tích bằng 36.

+ Với $a = 6$ thì $6 \times 9 = b \times (b - 1)$. Không tìm được hai số tự nhiên liên tiếp nào có tích bằng 54.

$$+ \text{ Với } a = 8 \text{ thì } 8 \times 9 = b \times (b - 1)$$

Nếu $b = 9$ thì $b - 1 = 8$. Do đó $b = 9$ và $a = 8$.

Thử $89 : 9 = 9$ (dư 8). Đúng với đầu bài.

Hoặc : $9 \times 9 + 8 = 89$. Đúng với đầu bài.

115. Ta phải tìm \overline{abcd} biết rằng

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1977$$

Nhận xét :

Ở bên trái dấu bằng là một tích gồm hai thừa số, một thừa số là biểu thức trong dấu ngoặc đơn, một thừa số là chữ d . Tích hai thừa số này là một số lẻ (1977) nên cả hai thừa số đều là số lẻ. Do đó thừa số d có thể được xét với các giá trị 1, 3, 5, 7, 9.

Nếu coi $\overline{ab} \times c + d$ là một thừa số thì :

$$\overline{ab} \times c + d = 1977 : d \text{ (tìm một thừa số của tích).}$$

Vì giá trị số của biểu thức $\overline{ab} \times c + d$ là một số tự nhiên nên 1977 phải chia hết cho d . Theo điều kiện chia hết cho 5 hoặc 9 thì số 1977 không chia hết cho 5 hoặc 9. Nếu thực hiện phép tính 1977 : 7 thì phép chia này có dư nên 1977 không chia hết cho 7. Ta chỉ xét $d = 1$ hoặc $d = 3$.

• Với $d = 1$ thì :

$$\overline{ab} \times c + 1 = 1977 : 1 = 1977$$

$$\overline{ab} \times c = 1977 - 1 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$\overline{ab} \times c = 1976$$

Giả sử lấy giá trị lớn nhất của $\overline{ab} = 99$ và $c = 9$ thì tích của chúng sẽ bằng : $99 \times 9 = 891 < 1976$.

• Với $d = 3$ thì :

$$\overline{ab} \times c + 3 = 1977 : 3$$

$$\overline{ab} \times c + 3 = 659$$

$$\overline{ab} \times c = 659 - 3 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$\overline{ab} \times c = 656$$

$$\overline{ab} = 656 : c \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Vì thương của 656 : c là số có hai chữ số nên số chia c phải lớn hơn 6. Số 656 không chia hết cho 9 nên chỉ xét $c = 7$ hoặc $c = 8$.

Nếu $c = 7$ thì 656 : 7 là phép chia có dư.

Nếu $c = 8$ thì $\overline{ab} = 656 : 8 = 82$.

Thử : $(82 \times 8 + 3) \times 3 = 1977$. Đúng với đầu bài.

Vậy số phải tìm $\overline{abcd} = 8283$.

116. Gọi ba chữ số phải tìm là a, b, c khác nhau và khác 0. Theo đầu bài, lập được sáu số là :

$$\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bca}, \overline{bac}, \overline{cab}, \overline{cba}$$

Tổng của sáu số này là :

$$\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bca} + \overline{bac} + \overline{cab} + \overline{cba} = 2664.$$

Ta thấy rằng mỗi chữ a, b, c đều xuất hiện hai lần ở hàng trăm, hàng chục, đơn vị của sáu số trên, nên có thể viết :

$$\overline{aaa} + \overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{bbb} + \overline{ccc} + \overline{ccc} = 2664$$

$$(\overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc}) \times 2 = 2664 \text{ (một số nhân một tổng)}$$

$$\overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc} = 2664 : 2 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

$$\overline{aaa} + \overline{bbb} + \overline{ccc} = 1332.$$

Vì a, b, c đều khác 0 và ở hàng trăm có $a + b + c \leq 13$ nên ở hàng đơn vị ta có : $a + b + c = 12$.

Giá trị $a > b > c$ thì theo đầu bài ta có :

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 193.$$

Vì $c < a$ nên đây là phép trừ có nhớ sang hàng chục và hàng trăm. Do đó ở hàng trăm ta có : $(a - 1) - c = 1$, do đó $a - c = 2$ (hoặc $a = c + 2$ hoặc $a - 2 = c$).

Đến đây ta có thể giải một trong các cách sau đây :

Cách 1. Vì $a - c > 2$ mà $c \neq 0$ nên $a > 2$ (hoặc $a \geq 3$).

• Với $a = 3$ thì $c = 3 - 2 = 1$. Do đó : $b = 12 - 3 - 1 = 8$ loại vì ta giả sử $a > b$ mà ở đây thì $a < b$.

• Với $a = 4$ thì $c = 4 - 2 = 2$. Do đó : $b = 12 - 4 - 2 = 6$ loại vì ta giả sử $a > b$ mà ở đây thì $a < b$.

• Với $a = 5$ thì $c = 5 - 2 = 3$.

Thử : $543 + 534 + 435 + 453 + 354 + 345 = 2664$. Đúng với điều kiện bài toán. Các chữ số phải tìm là 5, 4, 3.

• Với $a = 6$ thì $c = 6 - 2 = 4$. Do đó : $b = 12 - 7 - 5 = 0$. Loại vì ta giả sử $b > c$ mà ở đây $b < c$.

• Với $a = 7$ thì $c = 7 - 2 = 5$. Do đó : $b = 12 - 7 - 5 = 0$. Loại vì $b = 0$ mà đầu bài đã cho $b \neq 0$.

• Với $a = 8$ và $a = 9$ thì không tìm được giá trị thích hợp của b . Vậy các chữ số phải tìm là 5, 4, 3.

Cách 2. Vì $a + b + c = 12$ và $a = c + 2$ nên có thể viết :

$$c + 2 + b + c = 12$$

$$c \times 2 + b = 12 - 2 = 10 \text{ hay } c \times 2 = 10 - b$$

Vì $c \times 2$ và 10 là số chẵn nên b là số chẵn khác 0.

• Với $b = 2$ thì $c = (10 - 2) : 2 = 4$ loại vì $b < c$.

• Với $b = 4$ thì $c = (10 - 4) : 2 = 3$. Khi đó :

$$a = 12 - 4 - 3 = 5.$$

Thử : $543 + 534 + 435 + 453 + 354 + 345 = 2664$. Đúng.

• Với $b = 6$ thì $c = (10 - 6) : 2 = 2$. Khi đó :

$$a = 12 - 6 - 2 = 4. \text{ Loại vì } a < b.$$

• Với $b = 8$ thì $c = (10 - 8) : 2 = 1$. Khi đó :

$$a = 12 - 8 - 1 = 3. \text{ Loại vì } a < b.$$

Vậy các chữ số phải tìm là 5, 4, 3.

Cách 3. Vì $a + b + c = 12$ nên ta có thể viết :

$$a + b + c + 2 = 12 + 2 \text{ (cộng 2 vào hai tổng bằng nhau)}$$

$$a + b + a = 14 \text{ (vì } a = c + 2)$$

$$a \times 2 + b = 14.$$

Vì $a \times 2$ và 14 là số chẵn nên b phải là số chẵn.

Vì $a \times 2 < 14$ nên $a < 7$. Vì $b < a$ nên $b < 7$. Do đó ta chỉ xét các trường hợp : $b = 2 ; b = 4 ; b = 6$ (như cách 2).

Hoặc lập luận như sau :

Vì $a > 2$ và $a < 7$ nên chỉ xét các trường hợp

$$a = 3 ; a = 4 ; a = 5 ; a = 6 \text{ (như cách 1)}$$

117. Gọi số phải tìm là $\overline{1ab}$.

Theo đầu bài ta có :

$$(1 + a + b) \times 17 = \overline{1ab}$$

$$17 + a \times 17 + b \times 17 = \overline{1ab} \text{ (một tổng nhân một số)}$$

$$a \times 17 + b \times 17 = \overline{1ab} - 17 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$a \times 17 + b \times 17 = 100 + a \times 10 + b - 17$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times (10 + 7) + b \times (1 + 16) = 100 - 17 - a \times 10 + b$$

$$a \times 10 + a \times 7 + b \times 1 + b \times 16 = 83 + a \times 10 + b$$

(một số nhân một tổng)

$$a \times 7 + b \times 16 = 83 \text{ (cùng bớt } a \times 10 + b)$$

Vì tổng là số lẻ, $b \times 16$ là số chẵn nên $a \times 7$ phải là số lẻ, do đó a phải là số lẻ. Xét các trường hợp với a :

- Với $a = 1$ thì $b \times 16 = 83 - 1 \times 7 = 76$

- $b = 76 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).

- Với $a = 3$ thì $b \times 16 = 83 - 3 \times 7 = 62$

- $b = 62 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).

- Với $a = 5$ thì $b \times 16 = 83 - 5 \times 7 = 48$

- $b = 48 : 16 = 3$.

Thử : $(1 + 5 + 3) \times 17 = 153$. Đúng với điều kiện bài toán.

- Với $a = 7$ thì $b \times 16 = 83 - 7 \times 7 = 34$.

- $b = 34 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).

- Với $a = 9$ thì $b \times 16 = 83 - 9 \times 7 = 20$

- $b = 20 : 16$. Đây là phép chia có dư (loại).

Vậy số phải tìm là 153.

118. Cách 1. Gọi số phải tìm là \overline{abc} .

Tìm ba chữ số a, b, c ta viết được sáu số gồm hai chữ số là :

$$\overline{ab}, \overline{ba}, \overline{bc}, \overline{cb}, \overline{ca}, \overline{ac}$$

Theo đầu bài ta có :

$$\overline{abc} = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac}$$

$$a \times 100 + \overline{bc} = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bc} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac}$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times 100 = \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{cb} + \overline{ca} + \overline{ac} \text{ (cùng bớt } \overline{bc})$$

$$a \times 100 = \overline{aa} + \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{cb} + \overline{cb} + \overline{cc} \text{ (cấu tạo thập phân của số)}$$

$$a \times 100 = \overline{aa} \times 2 + \overline{bb} + \overline{cb} + \overline{cc}$$

$$a \times 100 = a \times 11 \times 2 + b \times 11 + c \times 10 + b + c \times 11$$

(cấu tạo thập phân của số)

$$a \times 22 + a \times 78 = a \times 22 + b \times 12 + c \times 21$$

(một số nhân một tổng)

$$a \times 78 = b \times 12 + c \times 21 \text{ (cùng bớt } a \times 22)$$

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7 \text{ (cùng chia cho 3)}$$

Giả sử b và c lấy giá trị lớn nhất là 9 thì $b \times 4 + c \times 7$ đạt giá trị lớn nhất là $9 \times 4 + 9 \times 7 = 99$. Khi đó $a \times 26$ cũng đạt giá trị lớn nhất là 99, do đó a đạt giá trị lớn nhất là 3, vì nếu $a = 4$ thì $4 \times 26 = 104 > 99$. Xét từng trường hợp với a :

+ Với $a = 1$ thì :

$$1 \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

$$26 = b \times 4 + c \times 7$$

Vì 26 và $b \times 4$ là số chẵn nên $c \times 7$ là số chẵn, do đó c phải là số chẵn.

Trong một tổng $26 = b \times 4 + c \times 7$ thì $c \times 7 < 26$ nên $c < 4$, vì nếu $c = 4$ thì $4 \times 7 = 28 > 26$. Vì thế $c = 2$. Khi đó ta có :

$$26 = b \times 4 + 2 \times 7$$

$$26 = b \times 4 + 14$$

$$b \times 4 = 26 - 14 = 12 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b = 12 : 4 = 3 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Thử với $a = 1, b = 3, c = 2$. Ta có : $13 + 31 + 32 + 23 + 21 + 12 = 132$. Đúng với đầu bài.

+ Với $a = 2$ thì :

$$2 \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

$$52 = b \times 4 + c \times 7$$

Vì 52 và $b \times 4$ là số chẵn nên $c \times 7$ phải là số chẵn, do đó c phải là số chẵn.

Vì một số hạng không vượt quá tổng nên ở đây $c \times 7 < 52$, do đó $c < 8$, vì nếu $c = 8$ thì $8 \times 7 = 56 > 52$. Bởi vậy c có thể lấy giá trị 2, 4, 6. Nhưng vì $a \neq c$ mà $a = 2$ nên chỉ xét $c = 4$ hoặc $c = 6$.

• Nếu $c = 4$ thì $52 = b \times 4 + 4 \times 7$

$b \times 4 = 52 - 28$ (tìm một số hạng của tổng)

$b = 24 : 4 = 6$ (tìm một thừa số của tích)

Thử với $a = 2, b = 6, c = 4$. Ta có: $26 + 62 + 64 + 46 + 42 + 24 = 264$. Đúng với đầu bài.

• Nếu $c = 6$ thì $52 = b \times 4 + 6 \times 7$

$b \times 4 = 52 - 42$ (tìm một số hạng của tổng)

$b = 10 : 4$ là số thập phân (loại)

+ Với $a = 3$ thì :

$$3 \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

$$78 = b \times 4 + c \times 7$$

Vì 78 và $b \times 4$ là số chẵn nên $c \times 7$ là số chẵn. Do đó c là số chẵn. Giả sử b lấy giá trị lớn nhất là 9 thì $c \times 7$ có giá trị nhỏ nhất là: $78 - 9 \times 4 = 42$. Khi đó c đạt giá trị nhỏ nhất là 6 . Vì c là số chẵn nên $c = 6$ hoặc $c = 8$.

• Nếu $c = 6$ thì

$$78 = b \times 4 + 6 \times 7$$

$$b \times 4 = 78 - 42 = 36 \text{ (tìm một số hạng của tổng)}$$

$$b = 36 : 4 = 9 \text{ (tìm một thừa số của tích)}$$

Thử với $a = 3, b = 9, c = 6$ ta có :

$$39 + 93 + 96 + 69 + 63 + 36 = 396. \text{ Đúng với đầu bài.}$$

Vậy số phải tìm là $132, 264, 396$.

Cách 2. Tiến hành như phần đầu ở cách 1 để có :

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

Sau khi tìm được $a = 1, b = 3, c = 2$ thì có thể làm tiếp :

$$1 \times 26 = 3 \times 4 + 2 \times 7 (*)$$

a) Cùng nhân cả hai vế của (*) với 2 , ta có :

$$2 \times 1 \times 26 = (3 \times 4 + 2 \times 7) \times 2$$

$$2 \times 1 \times 26 = 2 \times 3 \times 4 + 2 \times 2 \times 7$$

(một tổng nhân một số)

$$2 \times 26 = 6 \times 4 + 4 \times 7 \text{ ở đây có dạng :}$$

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

Sau đó thử với $a = 2, b = 6, c = 4$

b) Cùng nhân cả hai vế của (*) với 3 , ta có :

$$3 \times 1 \times 26 = (3 \times 4 + 2 \times 7) \times 3$$

$$3 \times 1 \times 26 = 3 \times 3 \times 4 + 3 \times 2 \times 7$$

(một tổng nhân một số)

$$3 \times 26 = 9 \times 4 + 6 \times 7 \text{ ở đây có dạng :}$$

$$a \times 26 = b \times 4 + c \times 7$$

Sau đó thử với $a = 3, b = 9, c = 6$.