

B. Short Answers. (Each problem is worth 5 points for a total of 40 points)

9. A certain kind of LED displays several 4-digit numbers such that each digit is produced by 2 to 7 line segments as shown in the illustration below. When rotating this LED, it will display other 4-digit numbers. Take note that 0 cannot be the leading digit in each of these four-digit numbers. Likewise, when the four-digit number 2015 is rotated, there are no changes in digit 1, so it is considered non readable, thus, it becomes meaningless. What is the maximum difference in the values of the original 4-digit number with its rotated version?



Một dạng đèn phát quang biểu diễn các số có 4 chữ số sao cho mỗi chữ số đều bao gồm 2 đến 7 đoạn thẳng như biểu diễn trong hình dưới đây. Khi xoay đèn phát quang này, sẽ xuất hiện số có 4 chữ số nữa. Lưu ý rằng số 0 không là chữ số đứng đầu của các số có 4 chữ số trên. Khi xoay, có chữ số trở nên vô nghĩa hoặc biểu diễn một số khác hoặc vẫn chỉ số ban đầu và có chữ số biểu diễn số khác vị trí chữ số ban đầu. Ví dụ khi số có bốn chữ số 2015 được xoay, chữ số 1 sẽ bị thay đổi vị trí trong ô của nó và nó được coi là không đọc được. Hỏi khi xoay các biểu diễn đèn phát quang như trên, hiệu lớn nhất có thể của số có 4 chữ số ban đầu và giá trị của số đó sau khi xoay là bao nhiêu?

10. After completing the 15×15 whole number multiplication table according to the existing property, what is the sum of the 15 numbers in the diagonal?

1	2	3	13	14	15
17	16	15	5	4	3
6	7	8	18	19	20
24	23	22	12	11	10
15	16	17	27	28	29
35	34	33	23	22	21
...
119	118	117	107	106	105
120	121	122	132	133	134

Hoàn tất bảng 15×15 các số tự nhiên được sắp xếp theo một qui luật nhất định ở phía bên tay phải. Tính tổng 15 số nằm trên đường chéo?

11. Given: $2 \times 2 - 3 = 1$; $3 \times 2 - 4 = 2$; $4 \times 2 - 5 = 3$; ...; $9 \times 2 - 10 = 8$.
What is the simplified value of

$$\frac{1}{2 \times 3} \times 2^2 + \frac{2}{3 \times 4} \times 2^3 + \frac{3}{4 \times 5} \times 2^4 + \dots + \frac{7}{8 \times 9} \times 2^8 + \frac{8}{9 \times 10} \times 2^9?$$

Biết: $2 \times 2 - 3 = 1$; $3 \times 2 - 4 = 2$; $4 \times 2 - 5 = 3$; ...; $9 \times 2 - 10 = 8$.

Tính giá trị biểu thức: $\frac{1}{2 \times 3} \times 2^2 + \frac{2}{3 \times 4} \times 2^3 + \frac{3}{4 \times 5} \times 2^4 + \dots + \frac{7}{8 \times 9} \times 2^8 + \frac{8}{9 \times 10} \times 2^9?$

12. There are three pipes in a pool. Pipe A and pipe B are for filling the pool with water, while pipe C is for emptying. At the start, pipe A was opened to fill the pool. Later, pipe C was accidentally opened. It took the maintenance 8 hours to discover this and the pool was already $\frac{2}{3}$ full. So, the maintenance immediately closed pipe C and opened pipe B to let the water fill in. After 2 hours, the pool was finally full. The maintenance also discovered that in the entire operation, the amount of water released by pipe C in is twice the amount of water filled in by pipe B. How many hours will it take for pipe C to empty the pool?

Có 3 đường ống trong một bể bơi. Ống A và ống B dùng để đưa nước vào còn ống C dùng để thoát nước khỏi bể. Lúc đầu ống A được mở để bơm nước vào bể. Khi đó, ống C vô tình được mở. Bộ phận sửa chữa mất 8 tiếng để phát hiện ra điều trên và lúc này bể đã đầy $\frac{2}{3}$. Đội sửa chữa ngay lập tức đóng ống C và mở ống B để đưa nước vào. Sau 2 tiếng, bể cuối cùng đã đầy. Bộ phận sửa chữa cũng phát hiện ra rằng trong suốt quá trình trên, lượng nước được thoát ra bằng ống C gấp đôi lượng nước đưa vào bằng ống B. Hỏi ống C mất bao lâu để thoát hết nước trong một bể đầy?

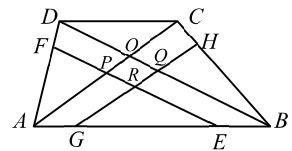
13. The IMC Organizing Committee needs to arrange transportation for all the delegates of a certain country. The minibus cannot accommodate more than half of the passengers of the shuttle bus. It is known that one shuttle bus and one minibus can accommodate 60 delegates. One shuttle bus and two minibuses can carry exactly $\frac{1}{3}$ of the delegates. If the committee arranged 7 vehicles for transportation (either shuttle buses or 3 mini buses), then each delegate can have their own seat. How many delegates does this certain country have in all?

Ban tổ chức IMC cần sắp xếp phương tiện di chuyển cho các đại diện của một quốc gia trong đó một chiếc xe buýt mini chở được ít hơn một nửa số người một chiếc xe buýt chuyên dụng có thể chở. Biết rằng một chiếc xe buýt chuyên dụng và một chiếc xe buýt mini có thể chở 60 người. Một chiếc xe buýt chuyên dụng và 2 chiếc xe buýt mini chỉ có thể chở $\frac{1}{3}$ số đại biểu. Nếu ban tổ chức sắp xếp 7 xe buýt (chuyên dụng và mini) thì sẽ vừa đủ chỗ ngồi cho các đại biểu. Hỏi quốc gia trên có bao nhiêu đại biểu?

14. Let the area of trapezoid $ABCD$ in the figure at the right be 1 square unit with $AB \parallel CD$, $EF \parallel BD$, $GH \parallel AC$, $AB = 2CD$, $AP = PC$, $BQ = QD$, and

$$S_1 = S_{\triangle DOC} + S_{\triangle GRE}, \quad S_2 = S_{\triangle APF} + S_{\triangle BQH}.$$

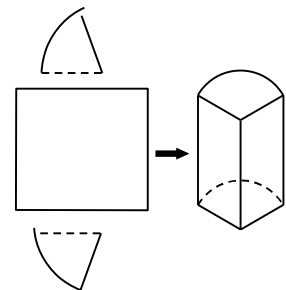
Find the difference between S_1 and S_2 .



Diện tích của hình thang $ABCD$ trong hình bên phải là 1 đơn vị vuông. Nếu $AB \parallel CD$, $EF \parallel BD$, $GH \parallel AC$, $AB = 2CD$, $AP = PC$, $BQ = QD$ và $S_1 = S_{\triangle DOC} + S_{\triangle GRE}$, $S_2 = S_{\triangle APF} + S_{\triangle BQH}$.

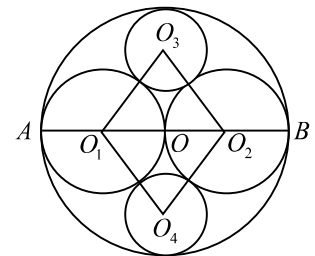
Tính hiệu giữa S_1 và S_2 .

15. Refer to the figure at the right. Attach the two same-sized sectors to each end of the sheet of rectangular pieces of paper of $16\text{cm} \times 12\text{cm}$ so that it will be folded into a cylinder. Select the appropriate numbers as the side length, radius and central angle such that the volume of the cylinder will be at the maximum. What is the volume in cm^3 ?



Tham khảo hình bên phải. Dán hai hình quạt cùng kích thước vào 2 đầu của một tờ giấy hình chữ nhật kích thước $16\text{cm} \times 12\text{cm}$ sao cho nó có thể được gấp lại thành một hình trụ. Chọn chiều dài cạnh, bán kính và góc thích hợp sao cho thể tích hình trụ được tạo nên là lớn nhất có thể. Hỏi thể tích đó là bao nhiêu?

16. The diameter of large circle O is $AB = 10\text{cm}$. OA and OB are taken as the diameters to make circles O_1 and O_2 , and in the spaces of between O and O_1 , O and O_2 , two circles O_3 and O_4 are made so these circles are tangent to each other as shown. What is the area of the quadrilateral $O_1O_2O_3O_4$ in cm^2 ?



Đường kính của đường tròn lớn O là $AB = 10\text{cm}$. OA và OB được dùng làm đường kính để vẽ các đường tròn tâm O_1 và O_2 và ở khoảng trống ở giữa (O) và (O_1) , (O) và (O_2) , hai hình tròn tâm O_3 và O_4 được vẽ sao cho các đường tròn này tiếp xúc với nhau như trong hình. Hỏi tứ giác $O_1O_2O_3O_4$ có diện tích bằng bao nhiêu cm^2 ?



Grade 7 Contest Problem

Printed Name: _____ Country: _____ Score: _____

A. Multiple Choice Questions. (Each problem is worth 5 scores for a total of 40 scores)

1. It is know that equation $|x - 20| + |x + 15| = 2015$ has two roots x_1 and x_2 . What is the sum of $x_1 + x_2$

Biết rằng phương trình $|x - 20| + |x + 15| = 2015$ có 2 nghiệm x_1 và x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$.

- A. 2015 B. 1010 C. 5 D. -5

2. What is the integer of the final result of $20 \frac{1}{15} \leftarrow 15 \frac{1}{20} \leftarrow 12 \frac{1}{50}$?

Tìm phần nguyên của giá trị biểu thức $20 \frac{1}{15} \leftarrow 15 \frac{1}{20} \leftarrow 12 \frac{1}{50}$?

- A. 3601 B. 3612 C. 3630 D. 3631

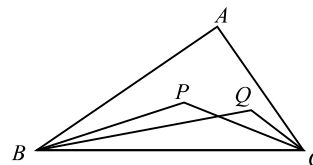
3. A monomial of coefficient 1 and five variables a, b, c, d and e is in 2015th degree. How many possible of such kind of monomials are there in all?

Một đơn thức với hệ số 1 và xuất hiện đúng 5 biến số a, b, c, d và e có bậc là 2015. Hỏi có bao nhiêu đơn thức như vậy?

- A. ${}_{2014}C_5 = \frac{2014!}{5!(2014-5)!}$ B. ${}_{2015}C_5 = \frac{2015!}{5!(2015-5)!}$ C. ${}_{2014}C_4 = \frac{2014!}{4!(2014-4)!}$ D. ${}_{2015}C_4 = \frac{2015!}{4!(2015-4)!}$

4. Refer to the figure $\triangle ABC$ at the right. BP and BQ trisect interior $\angle ABC$ while CP and CQ trisect $\angle ACB$. Given that $\angle P = 100^\circ$ and $\angle Q = 130^\circ$, what is the size of $\angle A$?

Xem hình tam giác ABC. Tia BP và BQ chia góc ABC thành ba phần bằng nhau, trong khi đó CP và CQ chia góc ACB thành ba phần bằng nhau. Biết góc P = 100° và góc Q = 130°. Tính góc A?



- A. 115° B. 80° C. 65° D. 50°

5. Let $A = \frac{1}{0^3 + 1^3 + 2^3 - 3 \leftarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow 2} + \frac{1}{1^3 + 2^3 + 3^3 - 3 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3} + \dots + \frac{1}{2014^3 + 2015^3 + 2016^3 - 3 \leftarrow 2014 \leftarrow 2015 \leftarrow 2016}$

and $B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2015}$, then which of the following is a correct statement?

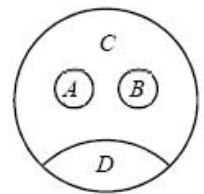
Biết $A = \frac{1}{0^3 + 1^3 + 2^3 - 3 \leftarrow 0 \leftarrow 1 \leftarrow 2} + \frac{1}{1^3 + 2^3 + 3^3 - 3 \leftarrow 1 \leftarrow 2 \leftarrow 3} + \dots + \frac{1}{2014^3 + 2015^3 + 2016^3 - 3 \leftarrow 2014 \leftarrow 2015 \leftarrow 2016}$

và $B = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2015}$, hỏi nhận xét nào sau đây là đúng?

- A. $B - A$ is an integer ($B - A$ là số nguyên) B. $B + A$ is an integer ($B + A$ là số nguyên)
 C. $B \div A$ is an integer (B/A là số nguyên) D. $A \div B$ is an integer (A/B là số nguyên)

6. A simple mask has four regions namely as A, B, C and D . These four regions will be painted using red, blue and black such that the common boundary must not use same color to separate one region from another. Compare the probability of painting the two eyes A and B with the same color to the probability that they will be painted differently.

- A. The probability that the two eyes painted with different colors is bigger.
 B. The probability that the two eyes are painted with the same color is bigger.
 C. There is an equal probability.
 D. It cannot be determined.



Một chiếc mặt nạ có bốn vùng được đặt tên A, B, C và D . Bốn vùng này được tô màu đỏ, xanh, và đen sao cho đường ranh giới không được sử dụng màu giống nhau để phân biệt các vùng với nhau. So sánh xác suất tô 2 mắt A và B cùng màu và xác suất chúng được tô khác màu.

- A. Xác suất 2 mắt được tô khác màu là lớn hơn.
 B. Xác suất 2 mắt được tô cùng màu là lớn hơn.
 C. Hai xác suất là bằng nhau.
 D. Không thể xác định được.

7. If the sizes of each of the interior angles of an n -sided convex polygon are different, and each of them is the multiple of 30° , then what is the maximum value of n ?

Nếu số đo của mỗi góc trong của một đa giác lồi n cạnh là khác nhau và đều là bội số của 30° thì giá trị lớn nhất có thể của n là bao nhiêu?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. For all nonzero positive integer n , what is the smallest possible sum of all the digits when $3n^2 + n + 1$ is expressed in decimal system (base ten)?

Với tất cả các số nguyên dương n không kể số 0, tính giá trị nhỏ nhất có thể của tổng các chữ số khi $3n^2 + n + 1$ được biểu diễn dưới dạng thập phân?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

B. Short answer. (Each problem is worth 5 scores for a total of 40 scores)

9. Given: $A = \underbrace{20202 \dots 02}_{(15\text{-digit number})} \times \underbrace{55 \dots 55}_{(20\text{-digit number})}$ and $B = \underbrace{22 \dots 22}_{(15\text{-digit number})} \times \underbrace{5050 \dots 50}_{(20\text{-digit number})}$. Determine $|A - B|$.

Tính $|A - B|$

10. The expression $\frac{1}{(x+15)(x+20)} = \frac{a}{x+15} + \frac{b}{x+20}$ where a, b are constants is known as partial

fraction decomposition of a rational fraction that express. It expresses the fraction as a sum of two or more fractions with simpler denominator. Determine the numerical value of $a \times b$.

Biểu thức $\frac{1}{(x+15)(x+20)} = \frac{a}{x+15} + \frac{b}{x+20}$ với a, b là các hằng số được gọi là thủ thuật tách

một phân số thành tổng của phân số với mẫu số đơn giản hơn. Tính giá trị của $a \times b$.

11. Express 2015 in the form of $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots$ where $a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < \dots$ and each of them is power of 2 (for example, $1 = 2^0$ may be denoted by a_0). Then $2015 =$ _____.

Biểu diễn 2015 theo dưới dạng $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots$ trong đó $a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < \dots$ và mỗi số a_0, a_1, \dots đều là lũy thừa của 2 (ví dụ: có thể $a_0 = 1 = 2^0$) thì

2015 = _____

12. Given 5 positive integers $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ satisfy $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \leq 2015$.

Determine the maximum value of $x_3 - x_2$.

Cho 5 số nguyên dương $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 \leq 2015$. Tính giá trị lớn nhất có thể của $x_3 - x_2$.

13. If a and b are integers that satisfy $a + \frac{6}{b} = 5, b + \frac{4}{a} = 4$, then what is the value of $a + b$?

Biết a và b là các số nguyên thỏa mãn $a + \frac{6}{b} = 5, b + \frac{4}{a} = 4$, tính giá trị của $a + b$?

14. It is known that $2(n + 1) - (n + 2) = n$

Compute the value: $\frac{1}{2} \leftarrow 2^2 + \frac{2}{3} \leftarrow 2^3 + \frac{3}{4} \leftarrow 2^4 + \dots + \frac{13}{14} \leftarrow 2^{14} + \frac{14}{15} \leftarrow 2^{15}$?

Biết $2(n + 1) - (n + 2) = n$.

Tính giá trị $\frac{1}{2} \leftarrow 2^2 + \frac{2}{3} \leftarrow 2^3 + \frac{3}{4} \leftarrow 2^4 + \dots + \frac{13}{14} \leftarrow 2^{14} + \frac{14}{15} \leftarrow 2^{15}$?

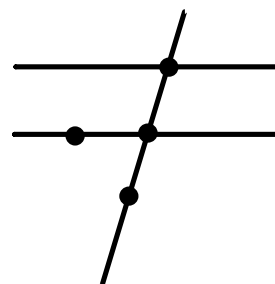
15. What is the numerical value of a (answer can be expressed in exponential form) when the polynomial $x^{2015} + x^{2014} + 2 \times 3^{2014}$ is divided by $x^2 + x - 6$ and gives a remainder of $ax + b$?

Tìm giá trị của a (kết quả có thể để dưới dạng lũy thừa) khi $x^{2015} + x^{2014} + 2 \times 3^{2014}$ được chia cho $x^2 + x - 6$ và cho dư là $ax + b$?

16. The IMC Organizing Committee needs to arrange two kinds of transportation vehicle for all the delegates of a certain country such that the capacity of one mini bus is less than half the capacity of one shuttle bus. It is known that one shuttle bus and one mini bus can accommodate 60 delegates. One shuttle bus and two mini buses can accommodate only one-third of the delegates. If the committee arranged 7 vehicles for transportation, then each delegate can have their own seat. In all, how many delegates are there for that certain country?

Ban tổ chức IMC cần sắp xếp phương tiện di chuyển cho các đại diện của một quốc gia, trong đó một chiếc xe buýt mini chở được ít hơn một nửa số người một chiếc xe buýt chuyên dụng có thể chở. Biết rằng một chiếc xe buýt chuyên dụng và một chiếc xe buýt mini có thể chở 60 người. Một chiếc xe buýt chuyên dụng và 2 chiếc xe buýt mini chỉ có thể chở 1/3 số đại biểu. Nếu ban tổ chức sắp xếp 7 xe buýt (chuyên dụng và mini) thì sẽ vừa đủ chỗ ngồi cho các đại biểu. Hỏi quốc gia trên có bao nhiêu đại biểu?

18. There are N fixed points in a plane. It is possible to locate k straight lines such that the 1st line passes through at exactly one point; the 2nd line pass through exactly two points... the k^{th} line pass thru exactly k fixed points. The figure at the right is an example. When $k = 3$, the value of N is at least 4. What will be the least value of N when $k = 5$?



Formulate a model.

Có N điểm được đánh dấu trên mặt phẳng. Có thể đặt k đường thẳng sao cho đường thứ 1 đi qua một điểm duy nhất, đường thứ 2 đi qua đúng 2 điểm, ... và đường thứ k đi qua đúng k điểm. Hình ở phía bên phải là một ví dụ. Khi $k = 3$, giá trị nhỏ nhất của N là 4. Hỏi khi $k = 5$ giá trị nhỏ nhất của N là bao nhiêu? Vẽ hình minh chứng cho kết quả đạt được.
