

Bài 8: Hãy tìm 5 phân số có tử số chia hết cho 5 và nằm giữa hai phân số:

a) $\frac{999}{1001}$ và $\frac{1001}{1003}$

b) $\frac{9}{10}$ và $\frac{11}{13}$

Bài 9: So sánh phân số sau với 1:

a) $\frac{34 \times 34}{33 \times 35}$

b) $\frac{1999 \times 1999}{1995 \times 1995}$

c) $\frac{19819851985 \times 198719871987}{198619861986 \times 198619861986}$

QUY ĐỒNG TỬ SỐ CÁC PHÂN SỐ

Trong các sách giáo khoa không có bài học về "quy đồng tử số các phân số". Thực ra việc quy đồng tử số các phân số có thể đưa về việc quy đồng mẫu số các phân số "đảo ngược" (đúng ra là các số nghịch đảo của phân số đã cho). Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp thì việc làm đó dễ gây ra sự phiền phức, hoặc dễ bị nhầm lẫn.

Một số bài toán dưới đây có thể giải bằng nhiều cách, trong đó có thể dùng cách quy đồng mẫu số các phân số. Tuy nhiên ở đây chỉ nói cách quy đồng tử số các phân số.

+ **Ví dụ 1.** Ba khối lớp có 792 học sinh tham gia đồng diễn thể dục. Tìm số học sinh mỗi khối lớp, biết rằng $\frac{2}{3}$ số học sinh khối ba bằng $\frac{1}{2}$ số học sinh khối bốn và bằng 40% số học sinh khối năm.

Quy đồng tử số các phân số $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{40}{100}$

Ta có: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

như vậy $\frac{2}{3}$ số học sinh khối ba bằng $\frac{2}{4}$ số học sinh khối bốn và bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh khối năm. Nhờ các mẫu số này mà vẽ sơ đồ minh họa.

Dựa trên sơ đồ này dễ dàng tìm được số học sinh mỗi khối (khối ba có 198 HS; khối bốn có 264 HS; khối năm có 330 HS).

Cần lưu ý rằng các phân số $\frac{2}{3}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{2}{5}$ có thể giảm 2 lần để đưa $\frac{1}{3}$ số HS khối ba bằng $\frac{1}{4}$ số HS khối bốn và bằng $\frac{1}{5}$ số HS khối năm (trở thành bài toán cơ bản).

+ **Ví dụ 2.** Tìm hai số, biết rằng $\frac{3}{4}$ của số thứ nhất bằng $\frac{6}{11}$ của số thứ hai; số thứ hai lớn hơn số thứ nhất là 1935 đơn vị.

Quy đồng tử số các phân số $\frac{3}{4}$ và $\frac{6}{11}$. Ta có $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

Như vậy $\frac{6}{8}$ của số thứ nhất bằng $\frac{6}{11}$ của số thứ hai; hay $\frac{1}{8}$ của số thứ nhất bằng $\frac{1}{11}$ của số thứ hai.

Dựa trên sơ đồ này có thể tìm được mỗi số (số thứ nhất là 5160; số thứ hai là 7095).
 Từ những ví dụ trên cho thấy việc quy đồng tử số làm việc xác định tỉ số của hai số được dễ dàng, thuận tiện hơn.

PGS.TS Đỗ Trung Hiệu

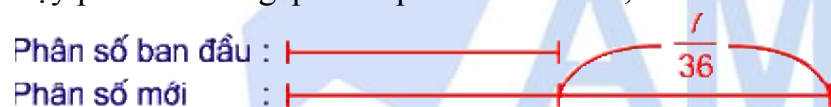
MỘT DẠNG TOÁN VỀ PHÂN SỐ

Khi học về phân số các em được làm quen với nhiều bài toán có lời văn mà khi giải phải chuyển chúng về dạng toán điển hình. Trong bài viết này tôi xin trao đổi về một dạng toán như thế thông qua một số ví dụ sau :

Ví dụ 1 : Tìm một phân số biết rằng nếu nhân tử số của phân số đó với 2, giữ nguyên mẫu số thì ta được một phân số mới hơn phân số ban đầu là $\frac{7}{36}$.

Phân tích : Ta đã biết nhân một phân số với số tự nhiên ta chỉ việc nhân tử của phân số với số tự nhiên đó và giữ nguyên mẫu số. Vậy nhân tử số của phân số với 2, giữ nguyên mẫu số tức là ta gấp phân số đó lên 2 lần. Bài toán được chuyển về bài toán tìm hai số biết hiệu và tỉ.

Bài giải : Nếu nhân tử số của phân số đó với 2, giữ nguyên mẫu số ta được phân số mới. Vậy phân số mới gấp 2 lần phân số ban đầu, ta có sơ đồ :



Phân số ban đầu là :

$$\frac{7}{36} : (2 - 1) = \frac{7}{36}$$

$$\text{Thử lại : } \frac{7 \times 2}{36} - \frac{7}{36} = \frac{7}{36} \text{ (đúng).}$$

Ví dụ 2 : Tìm một phân số biết rằng nếu ta chia mẫu số của phân số đó cho 3, giữ nguyên tử số thì giá trị của phân số tăng lên $\frac{14}{9}$.

Phân tích : Phân số là một phép chia mà tử số là số bị chia, mẫu số là số chia. Khi chia mẫu số cho 3, giữ nguyên tử số tức là ta giảm số chia đi 3 lần nên thương gấp lên 3 lần hay giá trị của phân số đó gấp lên 3 lần. Do đó phân số mới gấp 3 lần phân số ban đầu. Bài toán chuyển về dạng tìm hai số biết hiệu và tỉ.

Bài giải : Khi chia mẫu của phân số cho 3, giữ nguyên tử số thì ta được phân số mới nên phân số mới gấp 3 lần phân số ban đầu, ta có sơ đồ :



Phân số ban đầu là :

$$\frac{14}{9} : (3-1) = \frac{7}{9}.$$

$$\text{Thử lại : } \frac{7}{9:3} - \frac{7}{9} = \frac{7}{3} - \frac{7}{9} = \frac{14}{9} \text{ (đúng).}$$

Ví dụ 3 : An nghĩ ra một phân số. An nhân tử số của phân số đó với 2, đồng thời chia mẫu số của phân số đó cho 3 thì An được một phân số mới. Biết tổng của phân số mới và phân số ban đầu là $\frac{35}{9}$. Tìm phân số An nghĩ.

Phân tích : Khi nhân tử số của phân số với 2, giữ nguyên mẫu số thì phân số đó gấp lên 2 lần. Khi chia mẫu số của phân số cho 3, giữ nguyên tử số thì phân số đó gấp lên 3 lần. Vậy khi nhân tử số của phân số với 2 đồng thời chia mẫu số của phân số cho 3 thì phân số đó gấp lên $2 \times 3 = 6$ (lần). Bài toán được chuyển về dạng toán điển hình tìm 2 số biết tổng và tỉ.

Bài giải : Khi nhân tử số của phân số An nghĩ với 2 đồng thời chia mẫu số của phân số đó cho 3 thì được phân số mới. Vậy phân số mới gấp phân số ban đầu số lần là : $2 \times 3 = 6$ (lần), ta có sơ đồ :

Phân số ban đầu :  } $\frac{35}{9}$
Phân số mới :  }

Phân số ban đầu là :

$$\frac{35}{9} : (6+1) = \frac{5}{9}.$$

$$\text{Thử lại : } \frac{5 \times 2}{9:3} + \frac{5}{9} = \frac{35}{9} \text{ (đúng).}$$

Từ 3 ví dụ trên ta rút ra một nhận xét như sau :

Một phân số :

- Nếu ta tăng (hoặc giảm) tử số bao nhiêu lần và giữ nguyên mẫu số thì phân số đó tăng (hoặc giảm) bấy nhiêu lần.
- Nếu ta giảm (hoặc tăng) mẫu số bao nhiêu lần và giữ nguyên tử số thì phân số đó tăng (hoặc giảm) bấy nhiêu lần.

Các bạn hãy thử sức của mình bằng một số bài toán sau đây :

Bài 1 : Tìm một phân số biết rằng nếu tăng tử số lên 6 lần, đồng thời tăng mẫu số lên 2 lần thì giá trị phân số tăng $\frac{12}{11}$.

Bài 2 : Toán nghĩ ra một phân số sau đó Toán chia tử số của phân số cho 2 và nhân mẫu số của phân số với 4 thì Toán thấy giá trị của phân số giảm đi $\frac{15}{8}$. Tìm phân số mà Toán nghĩ.

Bài 3 : Từ một phân số ban đầu, Học đã nhân tử số với 3 được phân số mới thứ nhất, chia mẫu số cho 2 được phân số mới thứ hai, chia tử số cho 3 đồng thời nhân mẫu số với 2 được phân số mới thứ ba. Học thấy tổng ba phân số mới là $\frac{25}{8}$. Để bạn tìm được phân số ban đầu của Học.

Ngô Văn Nghi

(Giáo viên trường TH Nam Đào, thị trấn Nam Giang, Nam Trực, Nam Định)

V. SO SÁNH PHÂN SỐ

1. KIẾN THỨC CẦN GHI NHỚ

1. So sánh phân số bằng cách quy đồng mẫu số, quy đồng tử số

a) Quy đồng mẫu số

Bước 1: Quy đồng mẫu số

Bước 2: So sánh phân số vừa quy đồng

Ví dụ: So sánh $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$

+) Ta có: $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

+) Vì $\frac{3}{6} > \frac{2}{6}$ nên $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$

b) Quy đồng tử số

Bước 1: Quy đồng tử số

Bước 2: So sánh phân số đã quy đồng tử số

Ví dụ: So sánh hai phân số $\frac{2}{5}$ và $\frac{3}{4}$ bằng cách quy đồng tử số

+) Ta có :

$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

+) Vì $\frac{6}{15} < \frac{6}{8}$ nên $\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$

2. So sánh phân số bằng cách so sánh phần bù với đơn vị của phân số

- Phần bù với đơn vị của phân số là hiệu giữa 1 và phân số đó.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần bù lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn và ngược lại.

Ví dụ: So sánh các phân số sau bằng cách thuận tiện nhất.

$\frac{2000}{2001}$ và $\frac{2001}{2002}$

Bước 1: (Tìm phần bù)

Ta có : $1 - \frac{2000}{2001} = \frac{1}{2001}$ $1 - \frac{2001}{2002} = \frac{1}{2002}$

Bước 2: (So sánh phần bù với nhau, kết luận hai phân số cần so sánh)

Vì $\frac{1}{2001} > \frac{1}{2002}$ nên $\frac{2000}{2001} < \frac{2001}{2002}$

* Chú ý: Đặt A = Mẫu 1 - tử 1

B = mẫu 2 - tử 2

Cách so sánh phần bù được dùng khi $A = B$. Nếu trong trường hợp $A \neq B$ ta có thể sử dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi đưa về 2 phân số mới có hiệu giữa mẫu số và tử số của hai phân số bằng nhau:

Ví dụ: $\frac{2000}{2001}$ và $\frac{2001}{2003}$.

+) Ta có: $\frac{2000}{2001} = \frac{2000 \times 2}{2001 \times 2} = \frac{4000}{4002}$

$$1 - \frac{4000}{4002} = \frac{2}{4002}$$

$$1 - \frac{2001}{2003} = \frac{2}{2003}$$

+) Vì $\frac{2}{4002} < \frac{2}{2003}$ nên $\frac{4000}{4002} > \frac{2001}{2003}$ hay $\frac{2000}{2001} > \frac{2001}{2003}$

3. So sánh phân số bằng cách so sánh phần hơn với đơn vị của phân số:

- Phần hơn với đơn vị của phân số là hiệu của phân số và 1.

- Trong hai phân số, phân số nào có phần hơn lớn hơn thì phân số đó lớn hơn.

Ví dụ: So sánh: $\frac{2001}{2000}$ và $\frac{2002}{2001}$

Bước 1: Tìm phần hơn

Ta có: $\frac{2001}{2000} - 1 = \frac{1}{2000}$

$\frac{2002}{2001} - 1 = \frac{1}{2001}$

Bước 2: So sánh phần hơn của đơn vị, kết luận hai phân số cần so sánh.

Vì $\frac{1}{2000} > \frac{1}{2001}$ nên $\frac{2001}{2000} > \frac{2002}{2001}$

* Chú ý: Đặt C = tử 1 - mẫu 1

D = tử 2 - mẫu 2

Cách so sánh phần hơn được dùng khi $C = D$. Nếu trong trường hợp $C \neq D$ ta có thể sử dụng tính chất cơ bản của phân số để biến đổi đưa về hai phân số mới có hiệu giữa tử số và mẫu số của hai phân số bằng nhau.

Ví dụ: So sánh hai phân số sau: $\frac{2001}{2000}$ và $\frac{2003}{2001}$

Bước 1: Ta có: $\frac{2001}{2000} = \frac{2001 \times 2}{2000 \times 2} = \frac{4002}{4000}$

$$\frac{4002}{4000} - 1 = \frac{2}{4000}$$

$$\frac{2003}{2001} - 1 = \frac{2}{2001}$$

Bước 2: Vì $\frac{2}{4000} < \frac{2}{2001}$ nên $\frac{4002}{4000} < \frac{2003}{2001}$ hay $\frac{2001}{2000} < \frac{2003}{2001}$

4. So sánh phân số bằng cách so sánh cả hai phân số với phân số trung gian

Ví dụ 1: So sánh $\frac{3}{5}$ và $\frac{4}{9}$

Bước 1: Ta có:

$$\frac{3}{5} > \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{9} < \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Bước 2: Vì $\frac{3}{5} > \frac{1}{2} > \frac{4}{9}$ nên $\frac{3}{5} > \frac{4}{9}$

Ví dụ 2: So sánh $\frac{19}{60}$ và $\frac{31}{90}$

Bước 1: Ta có:

$$\frac{19}{60} < \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{31}{90} > \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

Bước 2: Vì $\frac{19}{60} < \frac{1}{3} < \frac{31}{90}$ nên $\frac{19}{60} < \frac{31}{90}$

Ví dụ 3: So sánh $\frac{101}{100}$ và $\frac{100}{101}$

Vì $\frac{101}{100} > 1 > \frac{100}{101}$ nên $\frac{101}{100} > \frac{100}{101}$

Ví dụ 4: So sánh hai phân số bằng cách nhanh nhất.

$$\frac{40}{57} \text{ và } \frac{41}{55}$$

Bài giải

+) Ta chọn phân số trung gian là : $\frac{40}{55}$

+) Ta có: $\frac{40}{57} < \frac{40}{55} < \frac{41}{55}$

+) Vậy $\frac{40}{57} < \frac{41}{55}$

* Cách chọn phân số trung gian :

- Trong một số trường hợp đơn giản, có thể chọn phân số trung gian là những phân số dễ tìm được như: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$ (ví dụ 1, 2, 3) bằng cách tìm thương của mẫu số và tử số của từng phân số rồi chọn số tự nhiên nằm giữa hai thương vừa tìm được. Số tự nhiên đó chính là mẫu số của phân số trung gian còn tử số của phân số trung gian chính bằng 1.

- Trong trường hợp tổng quát: So sánh hai phân số $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ (a, b, c, d khác 0)

- Nếu $a > c$ còn $b < d$ (hoặc $a < c$ còn $b > d$) thì ta có thể chọn phân số trung gian là $\frac{a}{d}$ (hoặc $\frac{c}{b}$)

- Trong trường hợp hiệu của tử số của phân số thứ nhất với tử số của phân số thứ hai và hiệu của mẫu số phân số thứ nhất với mẫu số của phân số thứ hai có mối quan hệ với nhau về tỉ số (ví dụ: gấp 2 hoặc 3 lần, ... hay bằng $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \dots$) thì ta nhân cả tử số và mẫu số của cả hai phân số lên một số lần sao cho hiệu giữa hai tử số và hiệu giữa hai mẫu số của hai phân số là nhỏ nhất. Sau đó ta tiến hành chọn phân số trung gian như trên.