

$$\text{Vậy: } \frac{1999\dots9}{999\dots95} = \frac{1999\dots9}{999\dots9 \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\text{b. } \frac{2004 \times 2004 \times 2004}{2007 \times 2007 \times 2007} = \frac{2004 \times 10001}{2007 \times 10001} = \frac{2004}{2007} = \frac{668}{669}.$$

Áp dụng tính chất kết hợp, tính chất phân phối

$$\text{c. } \frac{3}{5} + \frac{6}{11} + \frac{7}{13} + \frac{2}{5} + \frac{16}{11} + \frac{19}{13}$$

$$= \left( \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \right) + \left( \frac{6}{11} + \frac{16}{11} \right) + \left( \frac{7}{13} + \frac{19}{13} \right) = \frac{5}{5} + \frac{22}{11} + \frac{26}{13} = 1 + 2 + 2 = 5$$

$$\text{d. } \frac{1995}{1997} \times \frac{1990}{1993} \times \frac{1997}{1994} \times \frac{1993}{1995} \times \frac{997}{995}$$

$$= \left( \frac{1995}{1997} \times \frac{1997}{1994} \right) \times \left( \frac{1990}{1993} \times \frac{1993}{1995} \right) \times \frac{997}{995}$$

$$= \left( \frac{1995}{1994} \times \frac{1990}{1995} \right) \times \frac{997}{995}$$

$$= \frac{995 \times 2 \times 997}{997 \times 2 \times 995} = 1$$

Ví dụ 2: Viết 10 phân số nằm giữa hai phân số:  $\frac{1996}{1995}$  và  $\frac{1993}{1992}$

### **Giải**

$$\text{Ta có: } \frac{1996}{1995} = 1 + \frac{1}{1995} \quad \text{và} \quad \frac{1993}{1992} = 1 + \frac{1}{1992}$$

$$\frac{1}{1995} = \frac{4}{7980} \quad \frac{1}{1992} = \frac{4}{7968}$$

10 phân số nằm giữa  $\frac{1}{1995}$  và  $\frac{1}{1992}$  là:

$$\frac{4}{7969}; \frac{4}{7970}; \frac{4}{7971}; \frac{4}{7972}; \frac{4}{7973}; \frac{4}{7974}; \frac{4}{7975}; \frac{4}{7976}; \frac{4}{7977}; \frac{4}{7978}; \frac{4}{7979}$$

10 phân số nằm giữa  $\frac{1996}{1995}$  và  $\frac{1993}{1992}$  là:

$$\begin{aligned}
1 + \frac{4}{7969} &= \frac{7973}{7969}; 1 + \frac{4}{7970} = \frac{7974}{7970}; 1 + \frac{4}{7971} = \frac{7975}{7971}; \\
1 + \frac{4}{7972} &= \frac{7976}{7972}; 1 + \frac{4}{7973} = \frac{7977}{7973}; 1 + \frac{4}{7974} = \frac{7978}{7974}; \\
1 + \frac{4}{7975} &= \frac{7979}{7975}; 1 + \frac{4}{7976} = \frac{7980}{7976}; 1 + \frac{4}{7977} = \frac{7981}{7977}; \\
1 + \frac{4}{7978} &= \frac{7982}{7978}; 1 + \frac{4}{7979} = \frac{7983}{7979}.
\end{aligned}$$

## 2. So sánh phân số nhỏ hơn 1

### Các phương pháp so sánh phân số

- Phương pháp qui đồng mẫu số hoặc đưa các phân số về cùng tử số
- Phương pháp sử dụng phân số trung gian
- Sử dụng phần bù của 1
- Sử dụng phép chia 2 phân số

Nếu bài toán yêu cầu không được qui đồng mẫu số thì sử dụng phương pháp chia 2 phân số cho nhau.

Ví dụ: So sánh 2 phân số:  $\frac{1993}{1995}$  và  $\frac{997}{998}$

### Giải:

Ta có:  $1 - \frac{1993}{1995} = \frac{2}{1995}$  và  $1 - \frac{997}{998} = \frac{1}{998} = \frac{2}{996}$

Vì  $\frac{2}{995} > \frac{2}{996}$  nên  $\frac{1993}{1995} < \frac{997}{998}$

Sử dụng phương pháp so sánh phần bù của 1 khi 2 phân số có hiệu của mẫu số trừ đi tử số của 2 phân số đó bằng nhau.

Ví dụ 2: So sánh phân số:  $\frac{3}{7}$  và  $\frac{5}{6}$

### Giải:

\* Ta có:  $\frac{3}{7} < \frac{3}{6}$  mà  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  nên  $\frac{3}{7} < \frac{1}{2}$

$$\frac{5}{9} > \frac{5}{10} \text{ mà } \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ nên } \frac{5}{9} > \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra : } \frac{3}{7} < \frac{5}{9}.$$

**3. Tìm số tự nhiên khi thêm vào (đồng thời hoặc bớt đi) ở tử số và mẫu số của 1 phân số.**

Sử dụng tính chất:

- Nếu thêm vào cả tử số và mẫu số của cùng 1 số tự nhiên thì hiệu giữa mẫu số và tử số không đổi.

- Nếu bớt đi ở cả tử số và mẫu số của cùng 1 số tự nhiên thì hiệu của mẫu số và tử số không đổi.

- Nếu thêm (hoặc bớt) ở tử số với 1 số tự nhiên và bớt (hoặc thêm) ở mẫu số với cùng số tự nhiên đó thì tổng số của tử số và mẫu số không đổi.

Ví dụ 1: Cho phân số  $\frac{2}{5}$ . Hỏi phải cộng thêm vào tử số và mẫu số cùng 1 số tự nhiên nào để được phân số bằng  $\frac{4}{5}$ .

**Giải:**

Hiệu giữa mẫu số và tử số của phân số đã cho là:  $5 - 2 = 3$ .

Khi cộng vào tử số và mẫu số với cùng 1 số tự nhiên thì hiệu tử số và mẫu số vẫn không đổi.

Để được phân số mới là  $\frac{4}{5}$  thì hiệu giữa mẫu số và mẫu số là  $5 - 4 = 1$ .

Vậy tử số của phân số mới bằng phân số  $\frac{4}{5}$  là  $(3 : 1) \times 4 = 12$

Mẫu số là:  $(3 : 1) \times 5 = 15$

Phân số mới là:  $\frac{12}{15} = \frac{2+10}{5+10}$

Số cần tìm là: 10

Lưu ý: Để học sinh dễ hiểu hơn giáo viên nên sử dụng sơ đồ đoạn thẳng biểu diễn tử số và mẫu số của phân số  $\frac{4}{5}$  từ đó suy ra tử số và mẫu số của phân số mới.

Ví dụ 2: Cho phân số  $\frac{18}{27}$ . Để được phân số  $\frac{1}{2}$  thì phải trừ đi cả tử số và mẫu số của phân số đã cho cùng một số tự nhiên nào?

**Giải:**

Hiệu tử số và mẫu số của phân số đã cho là:  $27 - 18 = 9$

Khi cùng trừ đi ở tử số và mẫu số cùng 1 số tự nhiên thì hiệu giữa tử số và mẫu số của phân số mới vẫn không thay đổi.

Để được phân số  $\frac{1}{2}$  ta có hiệu giữa mẫu số và tử số là:  $2 - 1 = 1$

Ta có : Tử số của phân số mới là:  $(9:1) \times 1 = 9$

Mẫu số phân số mới là:  $(9:1) \times 2 = 18$

Ta được phân số mới:  $\frac{9}{18} = \frac{18-9}{27-9}$ . Số cần tìm là 9.

Ví dụ 3: Khi cộng thêm vào tử số và đồng thời bớt đi ở mẫu số của phân số  $\frac{19}{45}$  với cùng 1 số tự nhiên ta được phân số  $\frac{5}{3}$ . Tìm số tự nhiên đó.

**Giải:**

Tổng tử số và mẫu số của phân số đã cho là:  $14 + 45 = 64$

Khi thêm vào tử số và đồng thời bớt đi ở mẫu số của phân số  $\frac{19}{45}$  một số tự nhiên thì được phân số mới có tổng tử số và mẫu số không đổi (bằng 64).

Phân số mới bằng phân số  $\frac{5}{3}$  có tổng tử số và mẫu số là:  $5 + 3 = 8$ .

Tử số của phân số mới là:  $(64 : 8) \times 5 = 40$

Mẫu số của phân số mới là:  $(64 : 8) \times 3 = 24$

Phân số mới là:  $\frac{40}{24} = \frac{19 + 21}{45 - 21}$ .

Số cần tìm là: 21.

**4. Tìm một phân số mới bằng phân số đã cho có điều kiện giữa tử số và mẫu số**

Ví dụ: Cho phân số  $\frac{7}{13}$ . Tìm phân số bằng phân số đã cho, biết rằng mẫu số của phân số đó lớn hơn tử số của phân số đó lớn hơn mẫu số 114 đơn vị?

**Giải**

Biểu diễn phân số  $\frac{7}{13}$  thành 20 phần bằng nhau trong đó mẫu số bằng 13 phần, tử số bằng 7 phần (có thể dùng sơ đồ đoạn thẳng cho học sinh dễ hiểu).

Mẫu số nhiều hơn tử số là:  $13 - 7 = 6$  phần.

Tử số của phân số cần tìm là:  $(114 : 6) \times 7 = 133$

Mẫu số của phân số cần tìm là:  $133 + 114 = 247$

Phân số cần tìm là:  $\frac{133}{247}$

Thử lại:  $\frac{133}{247} = \frac{7 \times 19}{13 \times 19}$

**5. Số thập phân**

Nắm vững:

- Quy tắc cộng trừ, nhân chia hai số thập phân.

- Quy tắc chuyển dịch dấu phẩy: Khi dịch dấu phẩy của một số thập phân sang phải một chữ số, hai chữ số...thì số thập phân đó tăng lên 10 lần, 100 lần...khi dịch dấu phẩy sang trái một chữ số, hai chữ số... thì số thập phân đó giảm đi 10 lần, 100 lần...

Khi giải một bài toán về số thập phân, đặc biệt là các bài toán về 4 phép tính cộng, trừ, nhân, chia ta có thể đưa về các bài toán trên số tự nhiên.

*a. Rèn luyện kỹ năng 4 phép tính:*

Ví dụ 1: Tính giá trị biểu thức sau đây bằng cách thuận tiện nhất:

$$A = \frac{3 \times 5 \times 40,5 + 0,3 \times 1635 + 26,8 \times 15}{3 + 6 + 9 + \dots + 99 - 183}$$

**Giải**

Trước hết ta tính giá trị của tử thức:

$$\begin{aligned} & 3 \times 5 \times 40,5 + 0,3 \times 1635 + 26,8 \times 15 \\ &= 15 \times 40,5 + 0,3 \times 5 \times 327 + 1,5 \times 268 \\ &= 1,5 \times 405 + 1,5 \times 327 + 1,5 \times 268 \\ &= 1,5 \times (405 + 327 + 268) \\ &= 1,5 \times 1000 \\ &= 1500. \end{aligned}$$

Ta tính giá trị của mẫu thức:

$$\begin{aligned} & 3 + 6 + 9 + \dots + 99 - 183 \\ &= (3 + 99) \times 33 : 2 - 183 \\ &= 1683 - 183 \\ &= 1500 \end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức :  $A = \frac{1500}{1500} = 1$ .

Ví dụ 2: Hiệu của hai số thập phân bằng 10,2. Một bạn khi thực hiện phép tính cộng hai số thập phân đó đã dịch nhầm dấu phẩy của số lớn sang bên trái một chữ số nên được tổng là 28,74. Tìm tổng đúng của hai số đó?

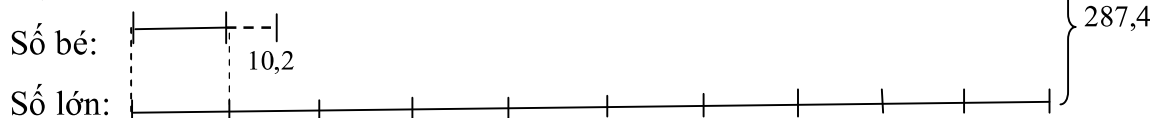
### Giải

Vì dịch nhầm dấu phẩy của số lớn sang bên trái một chữ số nên số lớn bị giảm đi 10 lần.

Tức là:  $\frac{1}{10}$  số lớn cộng số bé bằng 28,74.

Hay là: Số lớn cộng 10 lần số bé bằng 287,4.

Dựa vào đó ta có sơ đồ sau:



Vậy số bé là:  $(287,4 - 10,2) : 11 = 25,2$

Số lớn là:  $25,2 + 10,2 = 35,4$

Vậy tổng đúng là:  $25,2 + 35,4 = 60,6$

b. Bài toán điền số vào phép tính

Đưa số thập phân về số tự nhiên để phân tích cấu tạo số.

Ví dụ: Thay các chữ số thích hợp vào các ví dụ sau:

a.  $\overline{13,ab} : 2,6 = \overline{a,b}$

b.  $\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} = \overline{ab,cabc} : \overline{c,c}$

**Giải**

a. Ta viết lại phép tính như sau:

$$\overline{a,b} \times 2,6 = \overline{13,ab}$$

$$\overline{ab} \times 26 = \overline{13ab}$$

$$\overline{ab} \times 26 = 1300 + \overline{ab}$$

$$\overline{ab} \times 26 - \overline{ab} = 1300$$

$$\overline{ab} \times (26 - 1) = 1300$$

$$\overline{ab} \times 25 = 1300$$

$$\overline{ab} = 1300 : 25$$

$$\overline{ab} = 52$$

Vậy:  $a = 5$  và  $b = 2$ .

Và phép tính cần tìm là:

$$13,52 : 2,6 = 5,2.$$

b.  $\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} = \overline{ab,cabc} : \overline{c,c}$

Ta lần lượt biến đổi như sau:

$$\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} = \overline{ab,cabc} : \overline{c,c}$$

$$\overline{0,ab} \times \overline{ab,c} \times \overline{c,c} = \overline{ab,cabc}$$

$$\overline{0,ab} \times 100 \times \overline{ab,c} \times 10 \times \overline{c,c} \times 10 = \overline{ab,cabc} \times 100 \times 10 \times 10$$

$$\overline{ab} \times \overline{abc} \times \overline{cc} = \overline{abcabc}$$

$$\overline{ab} \times \overline{abc} \times \overline{cc} = \overline{abc} \times 1001$$

$$\overline{ab} \times c \times 11 = 91 \times 11$$

$$\overline{ab} \times c = 91$$

$$\text{Vì: } 91 = 13 \times 7 = 91 \times 1.$$

$$\text{Nên: } \overline{ab} = 13; c = 7 \quad \text{hoặc: } \overline{ab} = 91; c = 1.$$

$$\text{Vậy ta được: } 0,13 \times 13,7 = 13,7137 : 7,7$$

$$\text{Hoặc: } 0,91 \times 91,1 = 91,1911.$$

*c. Bài toán về tỉ lệ phần trăm*

Muốn tìm tỉ lệ phần trăm giữa hai số a và b ta làm như sau:

- Tìm thương của a và b.
- Nhân thương đó với 100 và viết kí hiệu % vào bên phải tích tìm được.

Ví dụ: Một người đổ thêm 50g muối vào một bình chứa 350g nước muối loại 10%. Hỏi người đó nhận được một bình nước chứa bao nhiêu phần trăm muối?

**Giải**

Số gam muối chứa trong 350g dung dịch nước muối loại 10% là:

$$350 \times 10 : 100 = 35 \text{ (g)}$$

Số gam muối có trong bình sau khi đổ thêm 50g muối là:

$$35 + 50 = 85 \text{ (g)}$$

Số gam muối và nước sau khi đổ thêm là:

$$350 + 50 = 400 \text{ (g)}.$$

Tỉ lệ phần trăm muối trong dung dịch muối là:

$$85 : 400 = 0,2125$$

$$0,2125 = 21,25\%.$$

$$\text{Đáp số: } 21,25\%.$$



## BÀI TẬP CHƯƠNG I

**Bài 1:** Điền các chữ số vào các dấu (?) trong các trường hợp sau:

a.  $?? + ?? = ?97$

d.  $\quad \times 1?$

b.  $?? \times 92 = ???$

$\underline{\quad ??}$

c.  $3?? : ?3 = ???$

$??1$

$\underline{\quad ??}$

$???1$

**Bài 2:** Cho số tự nhiên  $m$  có 6 chữ số, biết rằng khi chuyển chữ số đầu tiên của số  $m$  đến vị trí sau cùng (giữ nguyên thứ tự 5 chữ số còn lại) ta được một số có 6 chữ số gấp 3 lần số  $m$ , khi chuyển chữ số sau cùng của  $m$  lên vị trí đầu tiên (giữ nguyên thứ tự 5 chữ số còn lại) ta được một số có 6 chữ số gấp 5 lần số  $m$ . Hãy tìm số  $m$ .

**Bài 3:** Tìm 4 số nguyên liên tiếp sao cho tích của chúng là 24024.

**Bài 4:** Hãy tìm một số có 4 chữ số mà khi chia số đó cho 9 ta cũng được một số có 4 chữ số viết lại các chữ số của số đó theo thứ tự ngược lại.

**Bài 5:** Cho một số có 5 chữ số. Nếu viết thêm chữ số 1 vào tận cùng bên trái hoặc tận cùng bên phải số đó thì ta được hai số có 6 chữ số mà số này gấp 3 lần số kia. Tìm số đã cho.

**Bài 6:** Tìm một số chẵn có 4 chữ số, biết số tạo nên bởi chữ số hàng trăm và chữ số hàng chục gấp 4 lần chữ số hàng đơn vị và chữ số hàng nghìn.

**Bài 7:** Thay các chữ số  $a, b, c$  bằng các chữ số thích hợp sao cho:

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1983.$$

**Bài 8:** Tìm số tự nhiên biết rằng khi bỏ chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 14 lần.

**Bài 9:** An có 6 hộp ngòi bút gồm: hộp đựng 15 ngòi, hộp đựng 16 ngòi, hộp đựng 18 ngòi, hộp đựng 19 ngòi, hộp đựng 20 ngòi, hộp đựng 31 ngòi. An đã cho Bình một số hộp và cho Hòa một số hộp và tổng cộng đã cho hết 5 hộp. Tính ra số ngòi bút mà An cho Bình bằng nửa số ngòi bút mà An cho Hòa. Hỏi:

a. An còn lại hộp ngòi bút nào?

b. Bình được An cho những hộp ngòi bút nào?

Bài 10: Có thể viết được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 5 mà chữ số của nó đều là số lẻ.

Bài 11: Thay a, b trong số bởi chữ số thích hợp để số này đồng thời chia hết cho 2, 5 và 9.

Bài 12: Hãy viết thêm vào bên trái số 123 một chữ số và bên phải hai chữ số để nhận được số bé nhất có sáu chữ số khác nhau chia hết cho 5 và 9.

Bài 13: Không làm phép tính hãy cho biết các tổng và hiệu sau đây có chia hết cho 3 không ?

a.  $240 + 123$

b.  $2454 + 374$

c.  $459 + 690 + 1336$

d.  $746 - 231 - 105$

Bài 14: Bạn An nói rằng: “Trong ba số tự nhiên liên tiếp luôn có một số chia hết cho 3”. Em hãy cho biết An nói đúng hay sai? Tại sao?

Bài 15: Tổng kết năm học 2010 - 2011, một trường Tiểu học có 462 học sinh tiên tiến và 195 học sinh giỏi. Ban giám hiệu dự định thưởng cho mỗi học sinh giỏi nhiều hơn học sinh tiên tiến hai quyển vở. Cô văn phòng nhầm tính phải mua 2006 quyển thì vừa đủ phát thưởng. Hỏi cô văn phòng tính đúng hay sai? Giải thích tại sao?

Bài 16: Tìm số có hai chữ số sao cho số đó chia cho 2 dư 1, chia cho 5 dư 2, và chia hết cho 9.

Bài 17: Tìm số tự nhiên bé nhất khác 1 sao cho khi chia số đó cho 3; 4; 5 và 7 đều dư 1.

Bài 18: Nếu đem số 31513 và 34369 chia cho số có 3 chữ số thì cả hai phép chia đều có số dư bằng nhau. Hãy tìm số dư của hai phép chia đó.

Bài 19: Một cửa hàng rau quả có 5 rổ đựng cam và chanh (trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả). Số quả trong mỗi rổ lần lượt là: 104; 115; 132; 136 và 148 quả. Sau khi bán được một rổ cam người bán hàng thấy rằng số chanh còn lại gấp 4 lần số cam. Hỏi lúc đầu cửa hàng đó có bao nhiêu quả mỗi loại.

Bài 20: Hai bạn An và Bình đi mua 18 gói bánh và 12 gói kẹo để đến lớp liên hoan. An đưa cho cô bán hàng 4 tờ tiền mỗi tờ 50 000 đồng và được trả lại 72 000 đồng. Bình nói “cô tính sai rồi”. Bạn hãy cho biết Bình nói đúng hay sai? Giải thích tại sao?

Bài 21: Một lớp học gồm có 5 tổ, số học sinh trong các tổ bằng nhau. Đầu năm học cô giáo chia 393 quyển vở cho học sinh. Em nào cũng được 8 quyển hoặc 9 quyển vở. Hỏi trong lớp đó có bao nhiêu học sinh được chia 8 quyển, 9 quyển.

Bài 22: Tổng số học sinh khối lớp 1 của một trường Tiểu học là số có 3 chữ số có chữ số hàng trăm là 3. Nếu các em xếp hàng 10 hoặc hàng 12 đều dư 8, mà xếp hàng 8 thì không dư. Tính số học sinh khối lớp 1 của trường đó.

Bài 23: Cho một số tự nhiên  $a$ . Người ta đổi chỗ các chữ số của  $a$  để được số  $b$  gấp 3 lần số  $a$ . Chứng tỏ rằng  $b$  chia hết cho 27.

Bài 24: An hỏi Hòa: “Số nào có 4 chữ số mà khi ta đọc thứ tự từ trái sang phải thì sẽ tăng lên sáu lần?” Hòa trả lời tức khắc. Bạn hãy đoán xem Hòa trả lời như thế nào?

Bài 25: Có 10 mẫu que tính lần lượt dài: 1cm, 2cm, 3cm, 4cm, ..., 10cm. Hỏi có thể dùng cả 10 mẫu que đó để xếp thành một hình tam giác đều được không?

## Chương 2: DÃY SỐ

Các bài toán về dãy số ở tiểu học rất đa dạng và phong phú. Phương pháp giải cơ bản là giáo viên hướng dẫn học sinh xác định được quy luật của dãy số trên cơ sở sử dụng các thủ thuật phân tích các số hạng của dãy số.

Ngoài ra giáo viên có thể đưa ra các dãy số cơ bản để từ đó hướng dẫn học sinh giải các bài toán về dãy số.

Biết vận dụng một cách sáng tạo cách tìm số hạng, tính tổng của một cấp số cộng, cấp số nhân ở lớp trên hình thành các quy luật cho học sinh. Không được sử dụng trực tiếp các công thức đó.

Các dạng bài toán liên quan đến dãy số thường gặp ở Tiểu học:

- Viết tiếp các số hạng của dãy số, tìm số hạng thứ  $k$  trong dãy số.
- Tìm chữ số thứ  $k$  trong cách viết của một dãy số liên tiếp, số chữ số của dãy số, tổng các chữ số của dãy số.
- Tìm số số hạng, tính tổng của dãy số đó.

### I. Các dãy số có số hạng là các số tự nhiên

#### 1. Tìm số số hạng của dãy số

Tìm số số hạng của một dãy số liên quan đến cách bài toán trồng cây. Cụ thể là liên quan đến số khoảng cách giữa hai số.

Số số hạng của dãy = số khoảng cách giữa hai số + 1.

Đặc biệt, đối với dãy số mà các số hạng cách đều (cấp số cộng).

Ta sử dụng cách phân tích từng số hạng theo số hạng đầu tiên.

Dãy số:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ . Cách đều nhau  $d$  đơn vị thì ta có:

$$u_1 = u_1 + 0 \times d$$

$$u_2 = u_1 + 1 \times d$$

$$u_3 = u_1 + 2 \times d$$

.....

$$u_n = u_1 + (n-1) \times d$$

Với quy luật trên dễ dàng tìm được số hạng thứ  $k$  và: Số số hạng = (số hạng cuối - số hạng đầu) :  $d + 1$ .

Tương tự như vậy đối với dãy số là một cấp số nhân.

Ví dụ 1: Dãy số 11, 14, 17, ..., 65, 68 có bao nhiêu số hạng?

**Giải**

Ta thấy trong dãy số đã cho số hạng đứng sau bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với 3 đơn vị (dãy cách đều).

$$\text{Ta có: } 11 = 11 + 0 \times 3$$

$$14 = 11 + 1 \times 3$$

$$17 = 11 + 2 \times 3$$

.....

$$68 = 11 + 19 \times 3$$

Vậy, dãy số trên có tất cả là 20 số hạng.

Ví dụ 2: Có tất cả bao nhiêu số có 3 chữ số chia hết cho 4.

**Giải**

Số có 3 chữ số nhỏ nhất chia hết cho 4 là 100

Số lớn nhất có 3 chữ số chia hết cho 4 là 996

Ta có dãy số theo điều kiện bài toán là:

100, 102, 108, ....., 992, 996 là dãy số cách đều (4 đơn vị).

Số số hạng của dãy là:

$$(996 - 100) : 4 + 11 = 225 \text{ (số).}$$

Vậy có tất cả là 225 số.

Ví dụ 3: (Phân tích các số hạng để hình thành một dãy số tự nhiên) tìm số hạng thứ 100 của các dãy số sau:

a. 3, 8, 15, 24, 35, .....

b. 1, 3, 6, 10, 15, .....

**Giải**

a. Dãy số 3, 8, 24, 35, ..... có thể được viết dưới dạng như sau:

$$3 = 1 \times 3$$

$$8 = 2 \times 4$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$24 = 4 \times 6$$

$$35 = 5 \times 7$$

.....

Mỗi số hạng của dãy là tích của hai thừa số. Các thừa số thứ nhất làm thành dãy số tự nhiên 1, 2, 3, 4, ..., dãy số này có số hạng thứ 100 là 100.

Trong mỗi số được phân tích thành hai thừa số thì thừa số thứ hai lớn hơn thừa số thứ nhất 2 đơn vị. Vậy số hạng thứ 100 của dãy số đã cho là:

$$100 \times 102 = 10200.$$

Đáp số: 10200.

b. Dãy số 1, 3, 6, 10, 15, .....Được viết lại là:

$$1 = 1 \times \frac{2}{2}$$

$$3 = 2 \times \frac{3}{2}$$

$$6 = 3 \times \frac{4}{2}$$

$$10 = 4 \times \frac{5}{2}$$

.....

Vậy dãy số đã cho tương ứng với dãy số:  $1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5, \dots$

Thừa số thứ nhất làm thành một dãy số tự nhiên: 1, 2, 3, 4, .....

Thừa số thứ hai lớn hơn thừa số thứ nhất 1 đơn vị.

Vậy, Số hạng thứ 100 của dãy số đã cho là:

$$(100 \times 101) : 2 = 5050.$$

Đáp số: 5050.

## 2. Tính tổng của dãy số

Bài toán 1: Tính tổng của dãy số cách đều.

Cách 1: Dựa vào tổng của dãy số cơ bản n số tự nhiên đầu tiên.

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + n.$$

Trường hợp 1: n chẵn, khi đó ta có ghép các cặp số hạng thành:

$$S = (1 + n) + (2 + n - 1) + \dots \text{ được tất cả } \frac{n}{2} \text{ số hạng bằng nhau và}$$

bằng  $n + 1$ .

$$\text{Vậy: } S = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Trường hợp 2:  $n$  lẻ, khi đó  $n - 1$  chẵn. Ta tách số hạng thứ  $n$  riêng còn lại ghép số hạng đầu là 1 với số hạng cuối là  $n - 1$ .

Ta có:  $\frac{n-1}{2}$  số hạng bằng  $n$ .

Vậy tổng cần tìm có:  $\frac{n-1}{2} + 1 = \frac{n+1}{2}$  số hạng bằng  $n$ .

Vậy:  $S = \frac{n(n+1)}{2}$ .

Áp dụng vào tính tổng một dãy số cách đều bằng cách phân tích các số hạng làm xuất hiện tổng các số tự nhiên liên tiếp:  $1 + 2 + 3 + \dots$

Cách 2: Khi tính tổng cách đều, ta tiến hành các bước như sau:

- Tính số số hạng của dãy.
- Ghép các số hạng đầu và cuối,... để được tổng các số hạng bằng nhau.

Ví dụ 1: Tính:  $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 69$ .

### **Giải**

Cách 1: Ta thấy các số hạng liên tiếp cách nhau 2 đơn vị.

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ 3 &= 1 + 1 \times 2 \\ 5 &= 1 + 2 \times 2 \\ &\dots\dots\dots \\ 69 &= 1 + 34 \times 2. \end{aligned}$$

Dãy số có tất cả là: 35 số hạng.

Cộng lại ta có:

$$\begin{aligned} S &= 35 + (1 + 2 + 3 + \dots + 34) \times 2 \\ &= 35 + [(1 + 34) + (2 + 33) + \dots + (17 + 18) + 35] \times 2 \\ &= 35 + 35 \times 17 \times 2 = 1225 \end{aligned}$$

Cách 2: Dãy số có tất cả là:  $(69 - 1) : 2 + 1 = 35$  số hạng.

Ghép số hạng đầu với số hạng cuối ta có:  $S =$  tổng của 20 số hạng bằng nhau và bằng 70.

Vậy:  $S = [(1 + 67) + (3 + 65) + \dots + (33 + 35) + 69]$

$$= 68 \times 17 + 69$$

$$= 1225.$$

Bài toán 2: (Cấp số nhân)

Tính  $S = a + a \times a + a \times a \times a + \dots + a \times a \times \dots \times a$  (n thừa số a)

**Giải**

Ta có:

$$a \times S = a \times a + a \times a \times a + \dots + \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ thừa số } a} + \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n+1 \text{ thừa số } a}$$

Thêm a vào hai vế ta có:

$$a + a \times S = a + a \times a + a \times a \times a + \dots + \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ thừa số } a} + \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n+1 \text{ thừa số } a}$$

$$a + a \times S = S + \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n+1 \text{ thừa số } a}$$

$$(a - 1) \times S = (a \times a \times \dots \times a - a)$$

$$S = (a \times a \times \dots \times a - a) : (a - 1).$$

Ví dụ:

Tính:  $S = 1 + 2 + 2 \times 2 + \dots + 2 \times 2 \times \dots \times 2$  (10 thừa số 2)

$$2 \times S = 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 + \dots + \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{10 \text{ thừa số } 2} + \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{11 \text{ thừa số } 2}$$

$$1 + 2 \times S = 1 + 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 + \dots + \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{10 \text{ thừa số } 2} + \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{11 \text{ thừa số } 2}$$

$$1 + 2 \times S = S + \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{11 \text{ thừa số } 2}$$

$$S = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{11 \text{ thừa số } 2} - 1$$

$$S = 2048 - 1$$

$$S = 2047$$

Trên cơ sở giải bài toán trên từ đó giải quyết được bài toán tính tổng một cấp số nhân.

Bài toán: Tính  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Trong đó dãy số  $u_1, u_2, \dots, u_n$  là cấp số nhân công bội q.





$$2\overline{abc} = 189 - 297 + 3\overline{abc}$$

$$\overline{abc} = 108. \text{ Vậy: } a = 1, b = 0, c = 8.$$

Ví dụ 2: Để đánh số trang của một cuốn sách, người ta dùng hết 222 chữ số.  
Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang?

**Giải**

Để đánh số trang của cuốn sách đó, người ta phải viết các số tự nhiên liên tiếp bắt đầu từ 1 thành một dãy số.

Từ 1 đến 9 có 9 trang, mỗi trang có 1 chữ số.

Từ 10 đến 90 có 90 trang, mỗi trang có 2 chữ số.

Vậy đến trang 99 thì số chữ số cần dùng là:

$$9 + 90 \times 2 = 189 \text{ (chữ số)}$$

Số chữ số còn thiếu là:

$$222 - 189 = 33 \text{ (chữ số)}$$

Số chữ số còn thiếu này dùng để viết tiếp các trang có 3 chữ số bắt đầu từ 100.

Số trang được viết tiếp là:

$$33 : 3 = 11 \text{ (trang)}$$

Vậy cuốn sách đó có số trang là:

$$9 + 90 + 11 = 110 \text{ (trang)}$$

Đáp số: 110 trang.

Ví dụ 3: Cho dãy số 1, 2, 3, ....., 195. Tính tổng các chữ số trong dãy?

**Giải**

Ta viết lại dãy số và bổ sung thêm các số 0, 196, 197, 198, 199 vào dãy:

0, 1, 2, 3, 4, ....., 195, 196, 197, 198, 199.

Ta viết dãy số trên như sau:     0, 1, 2, 3, 4, ....., 9

10, 11, 12, 13, 14, ....., 19

20, 21, 22, 23, 24, ....., 29

30, 31, 32, 33, 34, ....., 39

.....

90, 91, 92, 93, 94, ....., 99

100, 101, 102, 103, 104, ....., 109

.....

190, 191, 192, 193, 194, .....199

Từ 1 đến 199 có số số hạng là:

$$(199 - 0) : 1 + 1 = 200 \text{ (số).}$$

Vì số 200 số và mỗi dòng có 10 số, nên có:

$$200 : 10 = 20 \text{ (dòng)}$$

Tổng các chữ số hàng đơn vị trong mỗi dòng là:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 9 \times 10 : 2 = 45$$

Vậy tổng các chữ số hàng đơn vị là:

$$45 \times 20 = 900$$

Tổng các chữ số hàng chục trong 10 dòng đầu đều bằng tổng các chữ số hàng chục trong 10 dòng sau.

Tổng các chữ số hàng chục trong 10 dòng đầu là:

$$1 \times 10 + 2 \times 10 + 3 \times 10 + \dots + 9 \times 10$$

$$(1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times 10 = 45 \times 10 = 450$$

Vậy tổng các chữ số hàng chục của cả dãy là:

$$450 \times 2 = 900$$

Ngoài ra, dễ thấy tổng các chữ số hàng trăm là:

$$900 + 900 + 100 = 1900$$

Từ đó ta có tổng của các chữ số của dãy ban đầu là:

$$1900 - (1 + 9 + 6 + 1 + 9 + 7 + 1 + 9 + 8 + 1 + 9 + 9) = 1900 - 70 = 1830.$$

Đáp số: 1830.

#### **4. Dãy chữ**

Ở các bài toán dãy chữ khi giải phải dựa vào quy luật của dãy sau đó phải tính được mỗi từ có bao nhiêu chữ, cụm từ, từ đó đi tìm tất cả có bao nhiêu nhóm, cụm từ trùng nhau, từ đó tìm ra tất cả bao nhiêu nhóm cụm từ được viết trùng lặp để suy ra cách giải.

Ví dụ 1: Một bạn viết liên tiếp nhóm chữ “Tổ quốc Việt Nam” thành dãy:  
TOQUOC VIETNAM TOQUOC VIETNAM.....

1. Chữ cái thứ 2010 trong dãy là chữ gì?
2. Nếu người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì dãy đó có bao nhiêu chữ O, bao nhiêu chữ I?

3. Bạn An đếm được trong dãy có 2007 chữ O. Hỏi bạn đó đếm đúng hay sai? Giải thích?

4. Người ta tô màu các chữ cái trong dãy theo thứ tự: xanh, đỏ, tím, vàng, xanh đỏ, tím, vàng....Hỏi chữ cái thứ 2007 trong dãy được tô màu gì?

### Giải

1. Ta thấy, nhóm chữ TOQUOC VIETNAM có 13 chữ cái

Và :  $2010 : 13 = 154$  (dư 8)

Như vậy, kể từ chữ cái bắt đầu đến chữ cái thứ 2010 trong dãy, người ta đã viết 154 lần nhóm chữ TOQUOC VIETNAM và còn viết thêm 8 chữ cái của nhóm tiếp theo là 15. Vậy chữ cái thứ 2010 trong dãy là chữ cái thứ 8 của nhóm thứ 155. Chữ đó là chữ I trong tiếng VIET.

2. Mỗi nhóm chữ TOQUOCVIETNAM có 2 chữ T và cũng có 2 chữ O và 1 chữ I. Nếu người ta đếm được trong dãy có 50 chữ T thì trong dãy đó cũng có 50 chữ O và có 25 chữ I.

3. Bạn ấy đếm sai, vì chữ O trong dãy phải là số chẵn.

4. Ta gọi mỗi nhóm chữ liền nhau trong dãy được tô màu xanh, đỏ, tím, vàng là một nhóm màu.

Ta có:  $2007 : 4 = 501$  (dư 3).

Vậy chữ cái thứ 2007 trong dãy là chữ thứ 3 của nhóm màu thứ 502. Chữ cái đó được tô màu tím.

Ví dụ 2: Bạn Hải cho các viên bi vào hộp và lần lượt theo thứ tự là bi xanh, bi đỏ, bi vàng.....cứ như vậy. Hỏi:

a. Viên bi thứ 100 có màu gì?

b. Muốn có 10 viên bi đỏ thì phải bỏ vào hộp ít nhất bao nhiêu viên bi ?

### Giải

Ta thấy cứ 3 viên bi thì lập thành một nhóm xanh, đỏ, vàng. 100 viên bi thì có số nhóm là :

$$100 : 3 = 33 \text{ (dư 1 viên bi).}$$

Như vậy, bạn Hải đã cho vào hộp 33 nhóm viên bi, còn dư 1 viên bicuar nhóm thứ 34 và là viên bi đầu tiên của nhóm này.