

a) Nối M với A ta có:  $S_{ABM} = \frac{3}{4} S_{ABC}$  (vì

chung chiều cao hạ đỉnh A, đáy

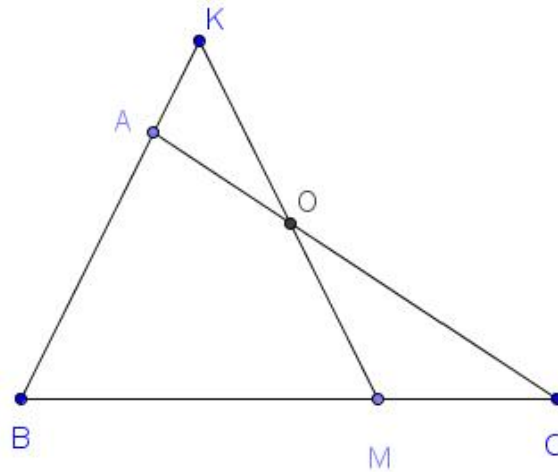
$$BM = \frac{3}{4} BC)$$

Mà  $S_{ABC} = S_{KBM} = 36 \text{ cm}^2$  nên

$$S_{ABM} = \frac{3}{4} S_{KBM} \text{ (Hai tam giác KBM và}$$

tam giác ABM có chung chiều cao hạ từ

$$\text{đỉnh M, đáy } AB = \frac{3}{4} BK)$$



Đoạn BK dài là :  $9 : \frac{3}{4} = 12 \text{ (cm)}$  Đoạn AK dài là:  $12 - 9 = 3 \text{ (cm)}$

b) Theo bài ra ta có:  $S_{ABC} = S_{KBM}$  (hai tam giác này có chung hình tứ giác ABMO nên phần diện tích còn lại của chúng cũng bằng nhau). Vậy  $S_{OAK} = S_{OCM}$ .

Đáp số: a) 3 cm; b)  $S_{OAK} = S_{OCM}$ .

**Bài toán 9:** Cho tam giác ABC. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho

$BM = \frac{1}{2} MC$ ; trên cạnh CA lấy điểm N sao cho  $NC = \frac{1}{3} NA$ . Đường thẳng MN cắt cạnh

AB kéo dài tại điểm K và chia tam giác ABC thành hai phần.

a) Tính diện tích các phần đó, biết  $S_{ABC} = 36 \text{ cm}^2$

b) Tính KA : KB.

**Nhận xét:** Đường thẳng MN chia tam giác ABC thành 2 phần đó là tam giác MNC và tứ giác ABMN. để tính diện tích 2 phần trước đó ta cần tính tìm diện tích tam giác MNC.

Tam giác MNC chưa biết cạnh đáy và chiều cao nên muốn tính được diện tích tam giác MNC ta cần tìm mối quan hệ của tam giác MNC với tam giác liên quan. Cụ thể: So sánh

$S_{MNC}$  với  $S_{AMC}$

- So sánh  $S_{AMC}$  với  $S_{ABC}$

- Từ đó học sinh rút ra kết luận.

**Giải**

a) Nối A với M ta có:

$$S_{AMC} = \frac{2}{3} S_{ABC} \quad (1) \quad (\text{vì chung chiều cao hạ từ đỉnh A, đáy } CM = \frac{2}{3} CB) \quad S_{MNC} = \frac{1}{4} S_{AMC}$$

(2) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy  $CN = \frac{1}{4} CA$ )

Từ (1) và (2) ta có:  $S_{MNC} = \frac{1}{6} S_{ABC}$  Diện tích tam giác MNC là:

$$36 \times \frac{1}{6} = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích tứ giác ABMN là:  $36 - 6 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$

b)  $S_{KNC} = \frac{1}{3} S_{KNA}$  (3) (vì chung

chiều cao hạ đỉnh K, đáy  $NC = \frac{1}{3}$

NA)

$S_{MNC} = \frac{1}{3} S_{MNA}$  (4) (vì chung chiều

đáy  $NC = \frac{1}{3} NA$ )

Từ (3) và (4) ta có:  $S_{KMC} = \frac{1}{3} S_{KMA}$  (5)

Mặt khác:  $S_{KMC} = 2 \times S_{KMB}$  (6)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh K, đáy  $MB = \frac{1}{2} MC$ )

Từ (5) và (6) ta có:  $\frac{1}{3} S_{KMA} = 2 \times S_{KMB}$  hay  $S_{KMB} = \frac{1}{6} S_{KMA}$

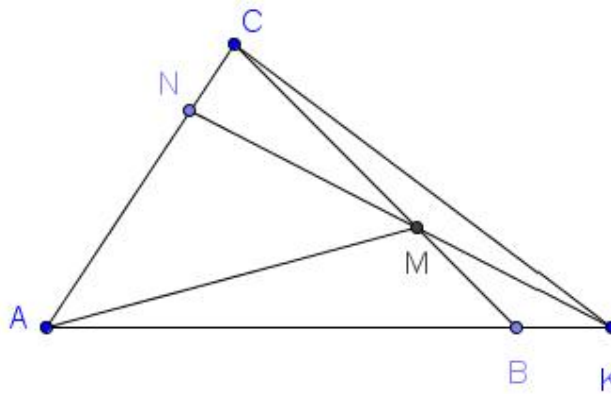
Hai tam giác KMB và KMA lại có chung đáy từ đỉnh M nên đáy  $KB = \frac{1}{6} KA$

Đáp số : a)  $6 \text{ cm}^2$  và  $30 \text{ cm}^2$

b)  $KB = \frac{1}{6} KA$

Bài toán 10: Cho tam giác ABC có  $AB = 1,5 \text{ cm}$ . Trên cạnh Bc lấy điểm M sao cho  $BM = 3 \times MC$ . trên cạnh AC lấy điểm N sao cho  $AN = 2 \times NC$ . Đường thẳng MN và đường thẳng AB cắt nhau tại P.

a) tính độ dài đoạn thẳng MP và MN.

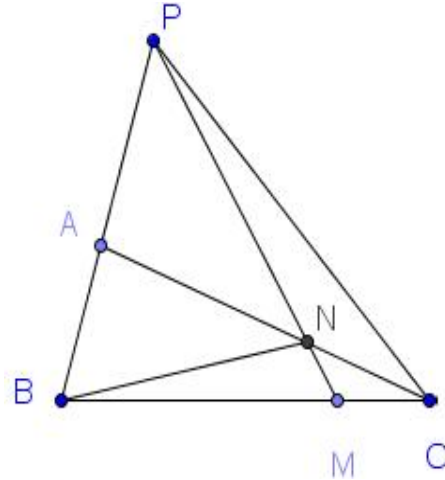


b) So sánh độ dài đoạn thẳng MP và MN.

Nhận xét: Tôi hướng dẫn để học nhận thấy:

Muốn tính AP ta phải so sánh  $S_{ANP}$  với  $S_{ABN}$ .

Muốn so sánh diện tích hai tam giác trên ta cần so sánh với các tam giác trung gian. Vậy chúng ta đi tìm những tam giác nào là tam giác trung gian.



### Giải

a)  $S_{PBM} = 3 \times S_{PMC}$  (1) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh P, đáy  $MB = 3 \times MC$ )

$S_{NBM} = 3 \times S_{NMC}$  (2) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh N, đáy  $MB = 3 \times MC$ )

Từ (1) và (2) ta có:  $S_{PBM} = 3 \times S_{PNC}$

Mặt khác  $S_{PAN} = 2 \times S_{PNC}$  (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh P, đáy  $AN = 2 \times NC$ )

Vậy nếu gọi  $S_{PNC}$  là 1 phần thì  $S_{PAN}$  là 2 phần và  $S_{PBN}$  là 3 phần.

Diện tích tam giác ABN là:  $3 - 2 = 1$  (phần)

Hay  $S_{PAN} = 2 \times S_{ABN}$ . Hai tam giác PAN và ABN lại có chung chiều cao hạ từ đỉnh N nên đáy  $AP = 2 \times AB$ .

Đoạn AP dài là:  $1,5 \times 2 = 3$  (cm)

b.  $S_{PAN} = 2 \times S_{ABC}$  (3) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh C, đáy  $PA = 2 \times AB$ )

$S_{PAN} = 2 \times S_{ABN}$  (4)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh N, đáy  $PA = 2 \times AB$ )

Từ (3) và (4) ta có:  $S_{PNC} = 2 \times S_{BNC}$  (5)

Mặt khác:  $S_{BNC} = 4 \times S_{MNC}$  (6)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh N, đáy  $BC = 4 \times MN$ )

Từ (5) và (6) ta có:  $S_{PNC} = 8 \times S_{MNC}$  (5)

Hai tam giác PNC và MNC có chung chiều cao hạ từ đỉnh C, nên đáy

$PN = 8 \times MN = 9 \times MN$

Đáp số: a. 3 cm; b)  $MP = 9 \times MN$

Bài toán 11: Cho tam giác ABC có D, E lần lượt là điểm chính giữa cạnh AB, AC.

Hãy so sánh diện tích tam giác AEC với diện tích tam giác ABC.

M là 2 điểm bất kỳ trên BC. Đoạn AM cắt đoạn thẳng DE tại I. Hãy so sánh AI và MI.

Nhận xét: - So sánh diện tích 2 tam giác ADE và ABC ta cần so sánh qua một tam giác trung gian là tam giác ABE.

- So sánh AI và IM thì ta xem AI và IM là đáy của hai tam giác nào đó. Sau đó dựa vào các giả thiết để so sánh 2 tam giác đó.

### Giải

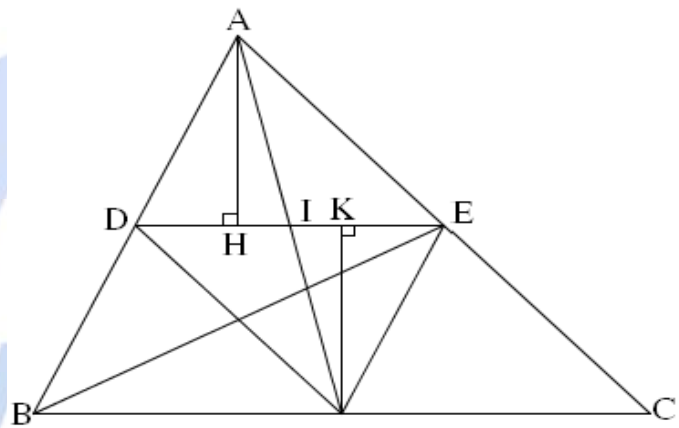
Nối B với E ta có:  $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABE}$  (1) (vì chung chiều cao hạ từ

đỉnh E, đáy  $AD = \frac{1}{2} AB$ )

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} S_{ABC} \quad (2)$$

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh B, đáy  $AE = \frac{1}{2} AB$ )

Từ (1) và (2) ta có :  $S_{ADE} = \frac{1}{4} S_{ABC}$



b. Nối B với I, C với I ta được:

$$S_{ADM} = \frac{1}{2} S_{ABM} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy } AD = \frac{1}{2} AB \text{)}$$

$$S_{AEM} = \frac{1}{2} S_{ACM} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy } AE = \frac{1}{2} AC \text{)}$$

$$S_{ADM} + S_{AEM} = \frac{1}{2} (S_{ABM} + S_{ACM}) \text{ Hay } S_{ADEM} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

Theo câu a, thì  $S_{ADE} = \frac{1}{4} S_{ABC}$  nên  $S_{DEM} = \frac{1}{4} S_{ABC}$

$$\text{Hay } S_{ADE} = S_{DEM}$$

Hai tam giác ADE và DEM có chung đáy DE nên chiều cao  $AH = MK$ .

$$S_{ADI} = S_{DIM} \text{ (vì chung đáy DI, chiều cao } AH = MK \text{)}$$

Hai tam giác ADI và DIM có chung chiều cao hạ từ đỉnh D nên đáy  $AI = IM$ .

$$\text{Đáp số: } a, = \frac{1}{4} S_{ABC} ;$$

b,  $AI = IM$ .

Bài toán 12 : Cho tam giác ABC, D là điểm nằm trên cạnh AB sao cho  $AD = \frac{1}{3} AB$ . E là một điểm nằm trên cạnh AC sao cho  $AE = \frac{1}{3} AC$ . Một đường thẳng đi qua A cắt đoạn thẳng DE tại I và cắt cạnh BC tại M.

So sánh diện tích tam giác ADE và tam giác ABC.

So sánh các đoạn thẳng AI và AM.

Nhận xét : Tương bài 11.

Giải

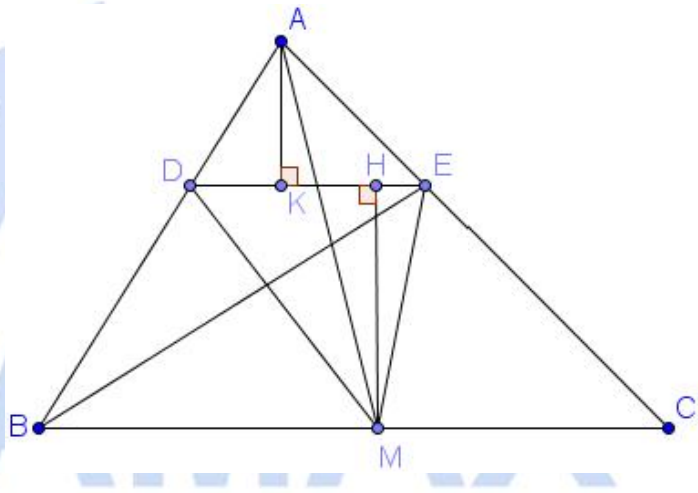
a,  $S_{ADE} = \frac{1}{3} S_{ABE}$  (1)

(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh E, đáy  $AD = \frac{1}{3} AB$ )

$S_{ABE} = \frac{1}{3} S_{ABC}$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra :

$S_{ADE} = \frac{1}{9} S_{ABC}$



b,  $S_{ADM} = \frac{1}{3} S_{ADM}$  (3) (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh M, đáy  $AD = \frac{1}{3} AB$ )

$S_{AME} = \frac{1}{3} S_{AMC}$  (4) Từ (3) và (4) ta có:

$S_{ADM} + S_{AME} = \frac{1}{3} (S_{ADM} + S_{AMC})$  Hay  $S_{ADME} = S_{ABC}$ .

Theo câu a, thì  $S_{ADE} = \frac{1}{9} S_{ABC}$  nên  $S_{ADE} = \frac{1}{3} S_{ADME}$  hay  $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{DME}$ .

Hai tam giác ADE và DEM có chung đáy DE nên chiều cao  $AK = \frac{1}{2} MH$ .

Ta lại có  $S_{ADI} = \frac{1}{2} S_{DMI}$  (vì chung đáy DI, chiều cao  $AK = \frac{1}{2} MH$ ) Hai tam giác ADI và

DIM có chung chiều cao hạ từ đỉnh D nên đáy  $AI = \frac{1}{2} IM$

hay  $AI = \frac{1}{3} AM.$

Đáp số: a,  $S_{ADE} = \frac{1}{9} S_{ABC}$  ;                      b,  $AI = \frac{1}{3} AM.$

Bài toán 13: Cho hình thang ABCD có đáy là AB và CD. AC và BD cắt nhau tại O. M là điểm chính giữa cạnh đáy AB. đường thẳng OM cắt cạnh đáy CD tại N.

So sánh đoạn CN với ND.

Nhận xét: CN và DN là hai cạnh đáy của 2 tam giác ODN và ONC.

Hai tam giác này có chung chiều cao hạ từ đỉnh O nên để so sánh CN và ND thì ta phải so sánh diện tích của 2 tam giác đó.

Mặt khác 2 tam giác này lại có chung đáy ON nên để so sánh diện tích ta cần so sánh chiều cao DH và CK. Hai chiều cao DH và CK ta so sánh được dựa vào các tam giác có liên quan.

Giải

$S_{BMD} = S_{AMC}$  (1)(vì đáy  $AM = BM$ , chiều cao hạ từ đỉnh D và C là chiều cao của hình thang ABCD).

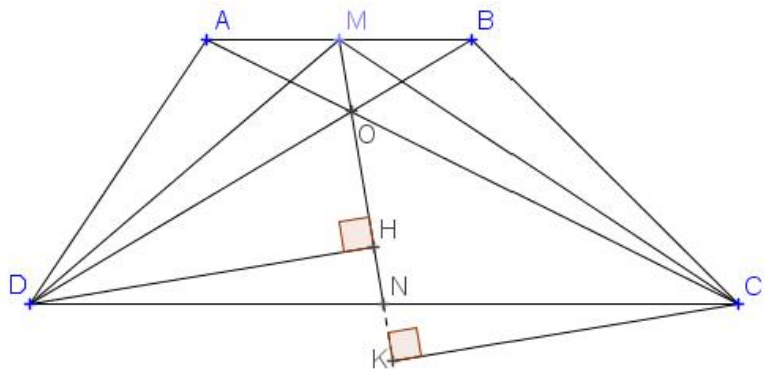
đáy OM nên chiều cao  $DH = CK$ .  $S_{AOM} = S_{BOM}$  (2)  
(vì chung chiều cao hạ từ đỉnh O đáy  $AM = BM$ ).

Từ (1) và (2) ta có:

$$S_{DOM} = S_{COM}$$

Hai tam giác DOM và COM có chung OM

Ta lại có:  $S_{ODN} = S_{ONC}$  (vì chung đáy ON, chiều cao  $DH = CK$ )



Hai tam giác ODN và OCN lại có chung chiều cao hạ từ đỉnh O nên đáy  $CN = ND$ .

Bài toán 14: Cho hình thang ABCD có đáy CD gấp 3 lần đáy AB. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O.

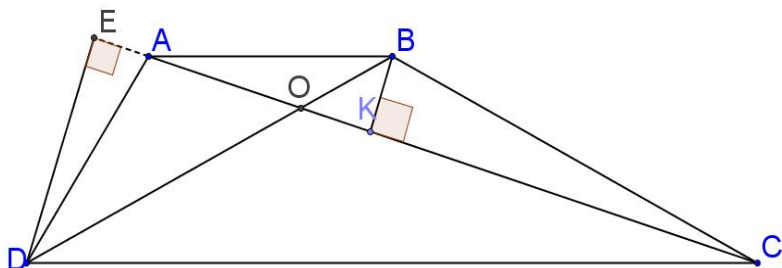
a, So sánh các đoạn thẳng OB với OD, OA với OC.

b, Tính diện tích các tam giác OAD và OCD, nếu biết diện tích hình thang ABCD là  $32 \text{ cm}^2$ .

Giải

a,  $S_{ADC} = 3 \times S_{ABC}$ .

(vì  $CD = 3 \times AB$ , chiều cao hạ từ đỉnh A và C là chiều cao hình thang ABCD).



Hai tam giác ADC và ABC có chung đáy AC nên chiều cao  $DH = 3 \times BK$ .

$$S_{ADO} = 3 \times S_{ABO} \text{ (vì chung đáy OA, chiều cao DH = 3 x BK).}$$

Hai tam giác AOD và AOB có chung chiều cao hạ từ đỉnh A nên đáy  $OD = 3 \times OB$ .

Hoàn toàn tương tự ta có được  $OC = 3 \times OA$ .

$$S_{ACD} = S_{BCD} \text{ (vì chung chiều cao là chiều cao của hình thang ABCD).}$$

Hai tam giác ACD và BCD ó chung hình OCD nên ta có  $S_{AOD} = S_{BOC}$ .

Nếu coi  $S_{AOB}$  là 1 phần thì  $S_{AOD}$  và  $S_{BOC}$  đều là 3 phần.

Hai tam giác AOD và DOC có chung chiều cao DH,  $OC = 3 \times OA$

$$\text{Nên } S_{DOC} = 3 \times S_{AOD} = 3 \times 3 = 9 \text{ (phần).}$$

Như vậy  $S_{ABCD} = 1 + 3 + 3 + 9 = 16 \text{ (phần)}$ .

$$\text{Diện tích tam giác AOD là: } 32 : 16 \times 3 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích tam giác OCD là: } 32 : 16 \times 9 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Đáp số: a,  $OD = 3 \times OB$  ;  $OC = 3 \times OA$ .

$$\text{b, } S_{AOD} = 6 \text{ cm}^2 \text{ và } S_{DOC} = 18 \text{ cm}^2.$$

Bài toán 15: Cho hình thang ABCD có đáy bé  $AB = 14 \text{ cm}$ , đáy lớn  $CD = 26 \text{ cm}$  Trên BC lấy điểm chính giữa N, nối MN.

a, Chứng ỏ rằng  $MN \parallel AB$  và  $CD$ .

b, Tính diện tích hình thang ABCD biết diện tích tam giác NCD là  $78 \text{ cm}^2$ .

Nhận xét: Muốn chứng tỏ được  $MN \parallel AB$  và  $CD$  ta phải chứng tỏ chiều cao hạ từ đỉnh M và N xuống đáy CD ( hoặc AB) bằng nhau.

Giải

a, Nối A với C, M với C.

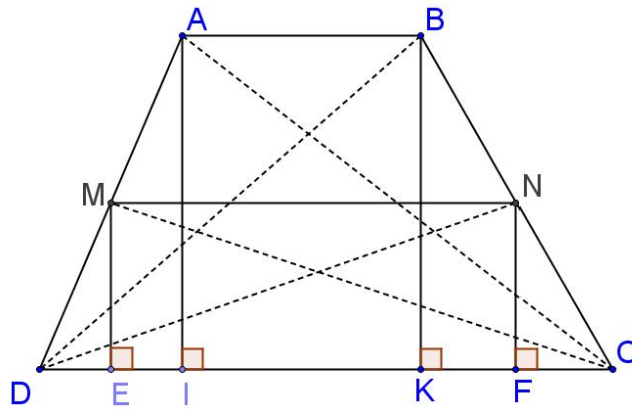


Ta có :  $S_{MCD} = \frac{1}{2} S_{ACD}$ . (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh C, đáy  $MD = \frac{1}{2} AD$ )

Hai tam giác MCD và ACD có chung đáy CD nên chiều cao  $ME =$

$$\frac{1}{2} AH.$$

Nối D với B, D với N



Ta có:  $S_{NCD} = \frac{1}{2} S_{BCD}$  (vì chung chiều cao hạ từ đỉnh D, đáy  $NC = \frac{1}{2} BC$ ).

Hai tam giác NCD và BCD có chung đáy CD nên chiều cao  $NF = \frac{1}{2} BK$ .

Mặt khác  $BK = AH$  nên  $NF = ME$  hay  $MN \parallel CD$  và  $AB$ .

b, Độ dài của chiều cao NF là :  $78 \times 2 : 26 = 6 \text{ (cm)}$

Độ dài của chiều cao hình thang ABCD là :  $6 \times 2 = 12 \text{ (cm)}$

Diện tích hình thang ABCD là :  $(14 + 26) \times 12 : 2 = 240 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số: a,  $MN \parallel AB$  và  $CD$ .

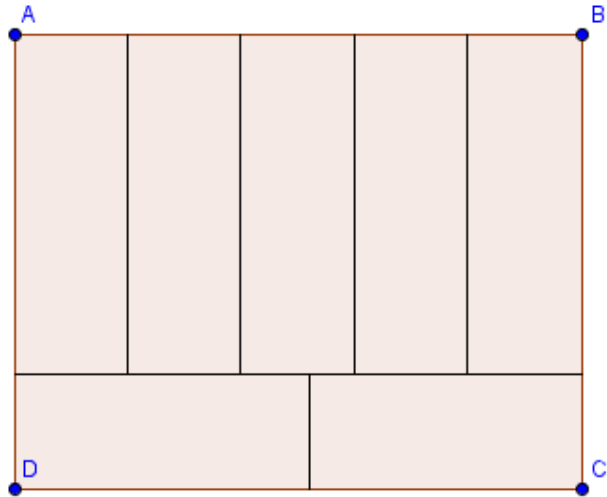
b,  $S_{ABCD} = 240 \text{ cm}^2$ .

Từ những kiến thức trên tôi vận dụng hướng dẫn học sinh giải những bài toán hay và khó.

### III. NHỮNG BÀI TOÁN HAY VÀ KHÓ.

**Bài 1.** Hình chữ nhật ABCD có chu vi là 68cm có thể chia thành 7 hình chữ nhật như hình vẽ bên. Tính diện tích ABCD.





Giải

Gọi chiều dài hình chữ nhật nhỏ là  $a$ , chiều rộng hình chữ nhật nhỏ là  $b$

Vậy chiều dài hình chữ nhật lớn sẽ là  $a \times 2 = b \times 5$  Hay  $a \times 4 = b \times 10$  (1)

Chiều rộng hình chữ nhật lớn là:  $a + b$  hay  $a \times 2 + b \times 2$  (2) thay  $a \times 2$  ta có

$$b \times 5 + b \times 2 = b \times 7$$
 (3)

Vậy chiều dài hình chữ nhật là:  $2 \times 10 = 20$  (cm)

Chiều dài hình chữ nhật là:  $2 \times 7 = 14$  (cm)

Diện tích ABCD là:  $20 \times 14 = 280$  (cm<sup>2</sup>)

đáp số: 280 cm<sup>2</sup>

**Bài 2.** Tính diện tích phần tô đậm,  $AB = FH = HE = GC = \frac{1}{2} DG$  và E, F là trung điểm của AD và BC. (Xem hình vẽ). Biết diện tích hình EFGD là 3cm<sup>2</sup>. Tìm diện tích hình thang ABCD. Giải. Gọi đường cao của hình EFGD là  $h$  thì đường cao của hình thang ABCD là  $h \times 2$

Diện tích hình thang EFGD là:  $\frac{1}{2} (2 \times a + a) \times h = \frac{1}{2} (3 \times a) \times h$

$$\text{Diện tích hình thang EFGD là: } \frac{1}{2} (2 \times a + a) \times h = \frac{1}{2} (3 \times a) \times h$$

$$\text{hình thang EFGD: } \frac{1}{2} (3 \times a + a) \times h \times 2 = \frac{1}{2} (4 \times a) \times h \times 2 = \frac{1}{2} (8 \times a) \times h$$

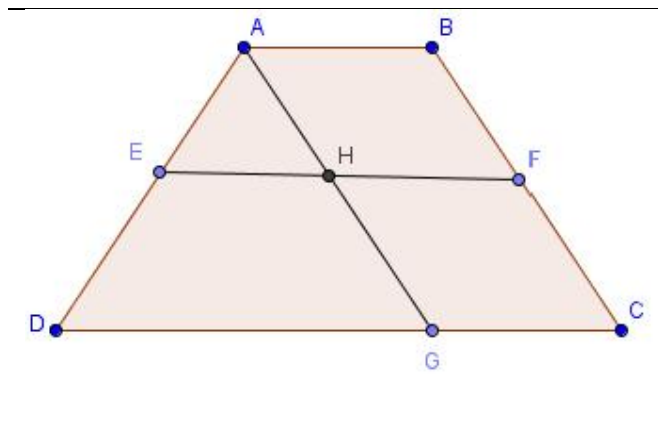
Tỉ lệ diện tích hình thang EGHD và diện tích hình thang ABCD là:

$$\frac{1}{2}(3 \times a) \times h : \frac{1}{2}(8 \times a) \times h =$$

$$\frac{3 \times a}{8 \times a} = \frac{3}{8}$$

Vậy SABCD là:  $3 : \frac{3}{8} = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số:  $8\text{cm}^2$



**Bài 3.** Một hình chữ nhật được gấp dọc theo đường chéo như hình vẽ .

Diện tích hình thu được bằng  $\frac{5}{8}$  diện tích của hình chữ nhật ban đầu. Biết diện tích hình tam giác AIC là  $18 \text{ cm}^2$ . Tính diện tích hình chữ nhật ban đầu.

Giải

Khi gấp theo đường chéo như vậy như vậy diện tích hình chữ nhật sẽ giảm đi một phần chính bằng diện tích AIC (xem hình vẽ).

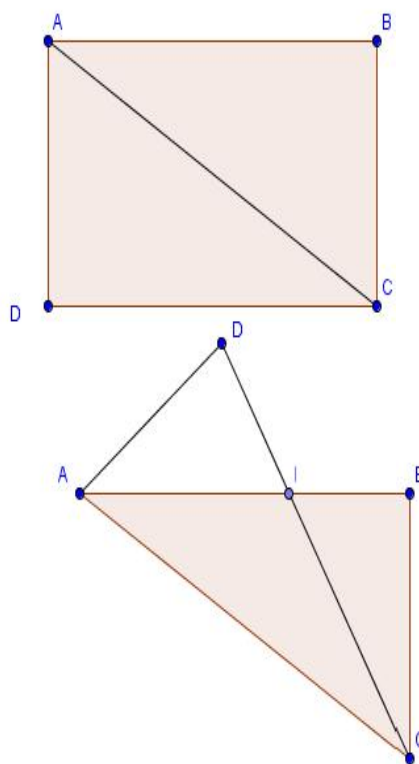
Do diện tích hình thu được bằng  $\frac{5}{8}$

SABCD. Nên  $S_{AIC} = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

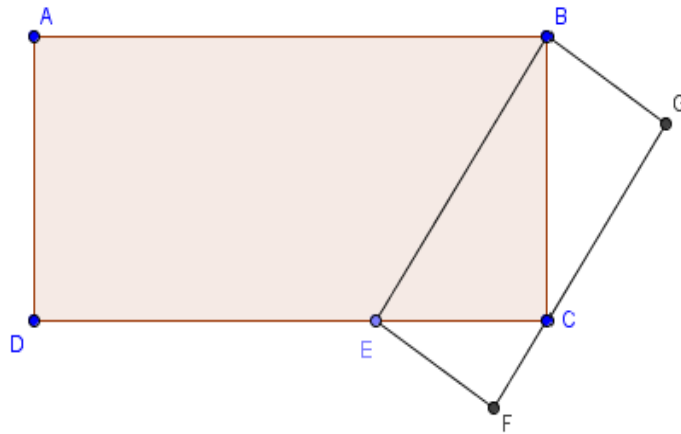
$S_{ABCD}$

Vậy  $S_{ABCD} = 18 : \frac{3}{8} = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$

Đáp số:  $48 \text{ cm}^2$ .



**Bài 4.** Cho hình chữ nhật ABCD và hình chữ nhật BGFE như hình vẽ. Hình chữ nhật BGFE có diện tích bằng  $24 \text{ cm}^2$ . Biết  $CE = \frac{1}{3}DC$ . Tính diện tích hình chữ nhật ABCD.



Giải

(xem hình vẽ)

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} \times 24 = 12$$

( $\text{cm}^2$ )

vì chiều cao của tam giác BCE bằng cao hình chữ nhật BEGF)

Mặt khác  $S_{BCE} = \frac{1}{3}S_{BCD}$  ( vì  $CE = \frac{1}{3}DC$  và chung chiều cao hạ từ B xuống DC)

$$\text{Suy ra } S_{BDC} = 12 : \frac{1}{3} = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Mà  $S_{BDC} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$  (vì BD là đường chéo của hình chữ nhật ABCD)

$$S_{BCE} = \frac{1}{2}S_{BGFE} \text{ (vì chung đáy là chiều dài hình chữ nhật và có chiều cao là chiều}$$

$$\text{Vậy } S_{ABCD} = 36 : \frac{1}{2} = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Đáp số: } S_{ABCD} = 72 \text{ cm}^2$$

**Bài 5.** Hình bên được tạo bởi hai hình vuông lần lượt có độ dài là: 5cm và 4cm. Tính diện tích hình BEC

Giải.

Ta có  $AC = 5+4 = 9 \text{ cm}$ ;  $AB = BE = 5 \text{ cm}$ ;  $CD = DE = 4 \text{ cm}$ ;  $EF = 1 \text{ cm}$ .

$$\text{Suy ra } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{45}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{CDE} = \frac{1}{2}CD \times DE = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} BF \times EF = \frac{5}{2} (\text{cm}^2)$$

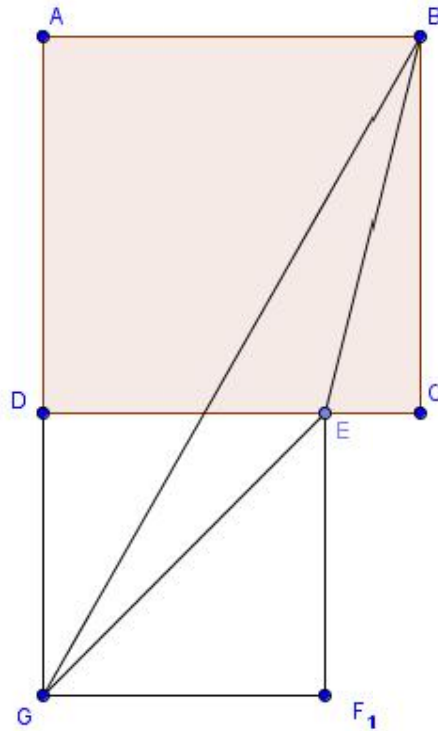
Tổng diện tích hai hình vuông ABCD và CDEG là là:

$$5 \times 5 + 4 \times 4 = 41 (\text{cm}^2)$$

Diện tích hình BEC là:

$$41 - \left(\frac{45}{2} + 8 + \frac{5}{2}\right) = 8 (\text{cm}^2)$$

Đáp số:  $8 \text{ cm}^2$



**Bài 6.** Hình vuông ABCD được tạo bởi 4 tam giác và hai hình vuông nhỏ. Biết hai tam giác ở đỉnh B và đỉnh D là hai tam giác vuông cân và bằng nhau (Tức là có hai cạnh bên vuông và bằng nhau).  $BN = DM = 10 \text{ cm}$ . Tính diện tích ABCD.

Giải

Do ABCD là hình vuông, hai tam giác ở đỉnh B và đỉnh D đều là tam giác vuông cân. Nên suy ra hai tam giác ở đỉnh A và đỉnh C cũng là hai tam giác vuông cân. Mặt khác có hai hình vuông nhỏ bằng nhau. Nên  $MN = 2 \times NP$

Suy ra  $AN = 2 \times BN \Rightarrow AB = 30 \text{ cm}$

. Vậy diện tích tam giác ABCD là:

