

TOÁN CẮT GHÉP HÌNH Ở TIỂU HỌC

VÕ VĂN HIỆP

Khoa Giáo dục tiểu học và mầm non, Trường Đại học Quy Nhơn

TÓM TẮT

Các loại bài toán cắt ghép hình hướng tập trung vào việc rèn luyện kỹ năng cắt ghép đơn giản và tính toán theo công thức. Giúp cho một số bộ phận học sinh khá giỏi có nhu cầu được tìm hiểu nhiều hơn về các dạng toán nâng cao nói chung và diện tích nói riêng. Đặc biệt có một số bài toán lắp ghép hình (thường được trình bày dưới dạng toán sao), các em học sinh được trang bị quy trình giải. Ngoài mục tiêu chủ yếu là bồi dưỡng kỹ năng tính toán, còn chú ý đến phát triển trí tưởng tượng không gian qua dạy học hình thành các biểu tượng hình học, nhất là hoạt động cắt ghép hình học.

Từ khóa: Phương pháp, Lý thuyết, cắt - ghép hình.

ABSTRACT

Shape Cutting and Matching Maths in Primary Education

Some types of problems about cutting and matching shapes usually focus on training pupils' basic cutting-matching skills and formula-based calculation. This is expected to help gifted students who desire to learn more about forms of both advanced math and area problems. Especially, some shape-matching problems (usually asterisked) are aided with recommended solutions. In addition to the ultimate goal of cultivating arithmetical calculations, these types of problems are aimed to stimulate pupils' space imagination through demonstrating kinds of shapes, especially through shape cutting and matching activities.

Keywords: Method, theory, shape cutting and matching.

1. Đặt vấn đề

Bậc tiểu học là bậc học nền tảng của hệ thống giáo dục quốc dân, là bậc học góp phần quan trọng trong việc đặt nền móng cho việc hình thành và phát triển nhân cách cho học sinh. Trong các môn học được đưa vào giảng dạy ở bậc tiểu học thì môn toán là một trong những môn học không thể thiếu và chiếm thời lượng thứ 2 sau môn tiếng việt. Cũng như các môn học khác, môn toán cũng cung cấp tri thức khoa học ban đầu về thế giới xung quanh nhằm phát huy năng lực nhận thức, hoạt động tư duy và bồi dưỡng những tình cảm tốt đẹp của con người. Đồng thời các kiến thức, kỹ năng của môn toán có nhiều ứng dụng trong cuộc sống, trong lao động và học tập. Từ vị trí và nhiệm vụ vô cùng quan trọng của môn toán, mỗi chúng ta, những người đã, đang và sẽ trở thành giáo viên cần suy nghĩ làm thế nào để phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo trong việc chiếm lĩnh tri thức toán học của học sinh.

Như ta đã biết, trong chương trình môn toán ở tiểu học thì các bài toán về cắt ghép hình chiếm số lượng đáng kể (đặc biệt là những bài toán về diện tích), nó được trình bày xuyên suốt trong chương trình môn toán từ lớp 1 đến lớp 5.

Qua thực tế tìm hiểu nghiên cứu, tôi nhận thấy các loại bài toán cắt ghép hình gần như năm nào cũng có trong các kỳ thi dành cho học sinh tiểu học như thi tốt nghiệp, thi học sinh giỏi các cấp. Tuy nhiên các bài toán về cắt ghép hình trong sách giáo khoa chỉ đáp ứng được yêu cầu phổ cập. Các bài toán đó vẫn hướng tập trung vào việc rèn luyện kỹ năng cắt ghép đơn giản và tính toán theo công thức. Trong khi đó có một số bộ phận học sinh khá giỏi có nhu cầu được tìm hiểu nhiều hơn về các dạng toán nâng cao nói chung và diện tích nói riêng lại chưa được chú ý đúng mức. Đặc biệt có một số bài toán lắp ghép hình (thường được trình bày dưới dạng toán sao), các em học sinh không nắm được quy trình giải.

Trong dạy học toán tiểu học, ngoài mục tiêu chủ yếu là bồi dưỡng kỹ năng tính toán, còn chú ý đến phát triển trí tưởng tượng không gian qua dạy học hình thành các biểu tượng hình học, nhất là hoạt động cắt ghép hình học.

2. Các bài toán cắt ghép hình

Như trên ta đã biết có 3 hoạt động cắt ghép hình cơ bản là: cắt ghép hình để nhận dạng hình hình học, cắt ghép hình để xây dựng công thức và cắt ghép hình để tạo thành hình có dạng theo yêu cầu. Để phân loại các hoạt động cắt ghép hình trên, người ta đã dựa vào 6 bài toán cắt ghép hình cơ bản sau:

2.1. Bài toán 1: “Một hình tam giác đẳng hợp với 1 hình chữ nhật”, tức là 1 tam giác bao giờ cũng cắt ghép được thành một hình chữ nhật.

Chứng minh: Có tam giác ABC, cắt ghép tam giác ABC thành hình chữ nhật.

* Giả sử tam giác ABC có \hat{A}, \hat{B} nhọn.

- Xét đường trung bình $MN // AB$
- Kẻ AA' vuông góc với MN , BB' vuông góc với MN , CC' vuông góc với MN .
- Ta có $\triangle AA'M(1) = \triangle CC'M(1')$ (g.c.g)
- $\triangle BB'N(2) = \triangle CC'N(2')$

Cắt (1'), (2') ghép lần lượt vào vị trí (1), (2) theo chiều mũi tên theo hình vẽ. khi đó ta được hình chữ nhật $AA'B'B$.

* Giả sử: $\triangle ABC$ có $\hat{A} > 90^\circ$. (tù)

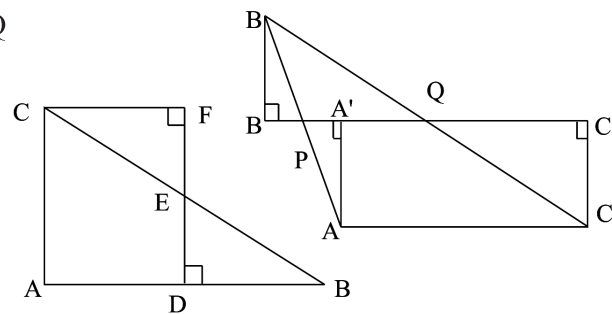
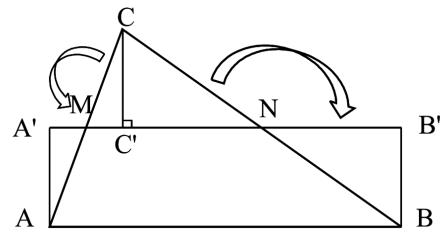
- Xét đường trung bình $PQ // AC$.
- Kẻ AA', BB', CC' lần lượt vuông góc với PQ .

Ta có $\triangle BB'P = \triangle AA'P$. Cắt $\triangle AA'P$ ghép vào $\triangle BB'P$. Cắt $\triangle BB'Q$ ghép vào $\triangle CC'Q$.
Ta được hình chữ nhật $AA'C'C$.

* Giả sử: $\triangle ABC$ có \hat{A} vuông.

- Xét đường trung bình $DE // AC$.
- Kẻ CF vuông góc AC .
- Cắt $\triangle BDE$ ghép vào $\triangle CFE$.

Ta được hình chữ nhật $ACFD$.



2.2. . Bài toán 2: “Một hình chữ thập đẳng hợp với 1 hình vuông”, tức là 1 hình chữ thập bao giờ cũng cắt ghép được thành hình vuông.

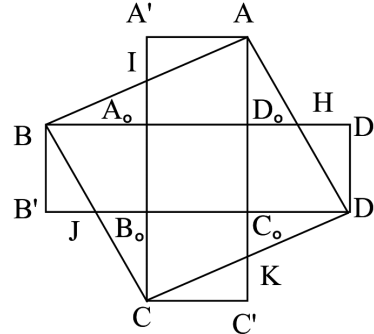
Cho hình chữ thập $AA_0BB_0CC_0DD_0$.

Nối AB cắt A_0A_0 tại I .

Nối BC cắt B_0B_0 tại J .

Nối CD cắt C_0C_0 tại K .

Nối AD cắt D_0D_0 tại H .



Ta có: $\triangle AA'I (1) = \triangle BA_0I (1')$
 $\triangle BB'J (2) = \triangle CB_0J (2')$
 $\triangle CC'K (3) = \triangle DC_0K (3')$
 $\triangle DD'H (4) = \triangle AD_0H (4')$

Cắt (1), (2), (3), (4) lần lượt ghép vào vị trí (1'), (2'), (3'), (4') theo chiều mũi tên ta được hình vuông $ABCD$.

* Xét bài toán ngược: “Một hình vuông cắt ghép thành hình chữ thập”.

Gọi I, J, K, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA .

Xác định A_0, B_0, C_0, D_0

$A_0 = CH \cap BK$

$B_0 = DI \cap CH$

$C_0 = AJ \cap DI$

$D_0 = AJ \cap BK$

Xác định A', B', C', D' .

$\{A'\} = A_0B_0 \cap dA$ (dA là đường thẳng qua A và // với A_0D_0).

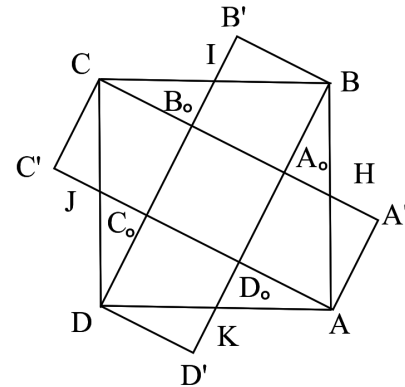
$\{B'\} = B_0C_0 \cap dB$ (dB là đường thẳng qua B và // với A_0B_0).

$\{C'\} = C_0D_0 \cap dC$ (dC là đường thẳng qua C và // với B_0C_0).

$\{D'\} = A_0D_0 \cap dD$ (dD là đường thẳng qua D và // với C_0D_0).

Ta có: $\triangle DD_0H (1) = \triangle AA'H (1')$
 $\triangle AA_0I (2) = \triangle BB'I (2')$
 $\triangle BB_0J (3) = \triangle CC'J (3')$
 $\triangle CC_0K (4) = \triangle DD'K (4')$

Cắt (1), (2), (3), (4) lần lượt ghép vào vị trí (1'), (2'), (3'), (4') theo chiều mũi tên ta được hình chữ thập $A'AA_0B'BB_0C'CC_0D'DD_0$.



2.3. Bài toán 3: “Hai hình bình hành có cùng diện tích và một cạnh bằng nhau thì đẳng hợp”.

Giả sử: $\begin{cases} S_{ABCD} = S_{A'B'C'D'} \\ AB = A'B' \end{cases}$

Chứng minh rằng: $ABCD \simeq A'B'C'D'$

Xếp 2 hình bình hành theo dạng chữ “V”

Cắt 2 hình bình hành bởi $d_1 // AB$ (d_1 qua I)

Khi đó, hình bình hành $ABCD$ phân hoạch thành hình bình hành $ABII_1$ và I_1ICD .

Hình bình hành $A'B'C'D'$ phân hoạch thành hình bình hành $A'B'J_1I$ và $I_1J_1C'D'$.

$ABII_1 = 2T_0$; $A'B'I_1I = 2T_0$

Cắt 2 hình bình hành bởi d_2 ($d_2 // d_1$, khoảng cách từ d_2 đến d_1 bằng d_1 đến AB)

Khi đó hình bình hành ABCD phân hoạch thành 2 hình bình hành ABK_2I_2 và I_2K_2CD .

$ABK_2I_2 = 4T_0 = 2^2T_0$.

Hình bình hành $A'B'C'D'$ phân hoạch thành 2 hình bình hành $A'B'J_2H_2$ và $H_2J_2C'D'$.

$A'B'J_2H_2 = 4T_0 = 2^2T_0$.

Tiếp tục quá trình trên đến đường thẳng d_k . Khi đó xảy ra 2 khả năng:

+ Khả năng 1: Cắt vừa đủ ($d_k \equiv C'D'$, $d_k \equiv CD$).

Hình bình hành ABCD phân hoạch thành $2kT_0$. (ĐPCM)

+ Khả năng 2: Cắt có dư ($d_k \neq CD$)

ABCD phân hoạch ABK_kI_k ($= 2kT_0$) và I_kK_kCD .

$A'B'C'D'$ phân hoạch $A'B'J_kH_k$ ($= 2kT_0$) và $H_kJ_kC'D'$.

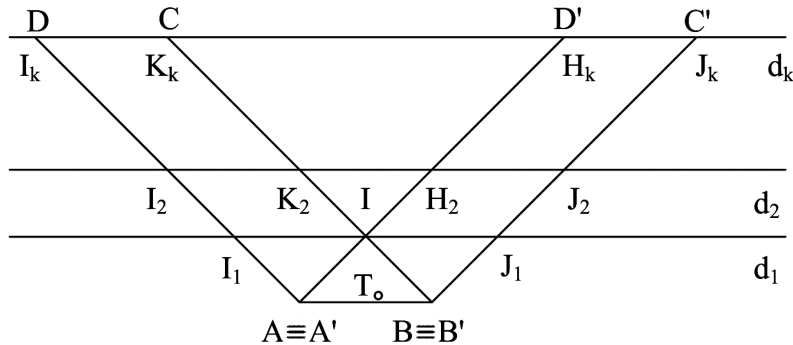
Kẻ $I_kM // A'D'$; $J_kN // CB$

Ta có: $\Delta DI_kM = \Delta NJ_kC'$ (g.c.g) = Δ_1

$\Delta I_kMK_k = \Delta H_kD'I_k$ (c.g.c) = Δ_2

$\Delta MK_kC = \Delta D'J_kN$ (c.c.c) = Δ_3

Ta thấy 2 hình bình hành ABCD và $A'B'C'D'$ cùng chia ra thành $2kT_0$, Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 . Do đó, chúng đẳng hợp nhau. Hay $ABCD \simeq A'B'C'D'$.



2.4. Bài toán 4: “Hai hình chữ nhật có cùng diện tích thì đẳng hợp”.

Giả sử cho 2 hình chữ nhật ABCD và $A'B'C'D'$ có diện tích bằng nhau. Xếp 2 hình chữ nhật theo hình chữ “L”.

Kẻ $C'I // BD'$, $CJ // BD'$.

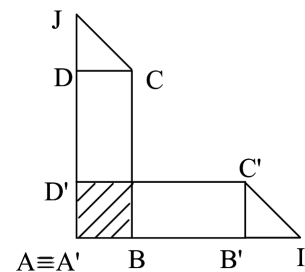
Ta có: $\Delta A'BD' = \Delta B'IC' = \Delta DCJ$

Cắt $\Delta A'BD'$ ghép vào ΔDCJ

$\Delta A'BD'$ ghép vào $\Delta B'IC'$

Ta được 2 hình bình hành $BD'JC$ và $BD'C'I$ có cùng diện tích và 2 cạnh bằng nhau.

Theo bài toán 3: $ABCD \simeq A'B'C'D'$.



2.5. Bài toán 5: “Hai đa giác có cùng diện tích thì đẳng hợp”.

Đa giác (1) \simeq hình chữ nhật (1)