

**TRƯỜNG ĐẠI HỌC HÀ TĨNH**  
**KHOA SP TIỂU HỌC - MẦM NON**

**CHUYÊN ĐỀ BỒI DƯỠNG**  
**HỌC SINH GIỎI**



**Giảng viên: Lê Trí Dũng**

*Tháng 7 năm 2012*

# Chương 1: CÁC BÀI TOÁN SỐ HỌC

## I. Các bài toán về số Tự nhiên

### 1. Sử dụng lí thuyết chia hết và phép thử chọn

Kiến thức vận dụng:

- Từ  $a = b \times c$  thì  $a : b$  hoặc  $a : c$ .
- Từ  $a + b : m$  và  $a : m$  thì  $b : m$ .
- Các dấu hiệu chia hết cho 2, cho 3,...
- Lưu ý: Học sinh Tiểu học chưa học khái niệm số nguyên tố nên không được sử dụng tính chất  $a$  chia hết cho  $c$  và  $a$  chia hết cho  $b$  và  $(b,c) = 1$  thì  $a : b \times c$ .
- Để chứng minh  $a : b \times c$  ta phải phân tích  $a$  có một thừa số bằng  $b \times c$ .
- Vận dụng:

Ví dụ 1: Thay các chữ  $a, b, c, d$  bằng những chữ số thích hợp trong phép tính sau:

$$\overline{abc} \times 5 = \overline{dad}$$

### Giải

Chữ số  $d$  khác 0,  $\overline{dad} : 5$  nên chữ số tận cùng  $d = 5$ ,  $a = 1$  (vì nếu  $a = 2$  trở lên thì tích  $\overline{abc} \times 5$  sẽ là số có 4 chữ số).

Ta có:  $\overline{abc} \times 5 = 515$

$$\overline{abc} = 515 : 5 = 103.$$

Vậy:  $a = 1, b = 0, c = 3, d = 5$ .

Ví dụ 2: Thay các chữ số  $a, b, c$  bằng các chữ số thích hợp sao cho:

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1983$$

### Giải

$$(\overline{ab} \times c + d) \times d = 1983$$

$(\overline{ab} \times c + d)$  là số tự nhiên nên  $1983 : d$ . Vì 1983 là số lẻ cho nên  $d$  là: 1, 3, 5, 7, 9. Vì 1983 có số tận cùng là 3 nên  $d$  không thể là 5.

Vì 1983 có tổng các chữ số bằng 21 không chia hết cho 9 nên  $d$  không thể là 9.

Vì  $1983 : 7 = 283$  (dư 2) nên  $d$  không thể là 7.

Ta xét trường hợp còn lại:  $d = 1, d = 3$ .

$$+ \text{Nếu } d = 1 \text{ thì } \overline{ab} \times c + 1 = 1983$$

$$\overline{ab} \times c = 1982$$

Tích của số có 2 chữ số với số có một chữ số không thể là số có 4 chữ số nên  $d = 1$  bị loại.

$$+ \text{Nếu } d = 3 \text{ thì } (\overline{ab} \times c + 3) \times 3 = 1983, \text{ suy ra: } \overline{ab} \times c = 658.$$

$c$  phải bằng 7 trở lên (vì nếu  $c = 6$  cho dù  $\overline{ab} = 99$ ,  $99 \times 6 = 594 < 658$ , mà 658 không chia hết cho 8, 9).

$$c = 7 \text{ ta có: } \overline{ab} \times 7 = 658 \text{ suy ra } \overline{ab} = 94 \text{ vậy } a = 9, b = 9$$

$$\text{Đáp số: } a = 9, b = 4, c = 7, d = 3.$$

Ví dụ 3: An có 6 hộp ngòi bút gồm: hộp đựng 15 ngòi, hộp đựng 16 ngòi, hộp đựng 18 ngòi, hộp đựng 19 ngòi, hộp đựng 20 ngòi và hộp đựng 31 ngòi. An đã cho Bình một số hộp và cho Hòa một số hộp, tổng cộng đã cho hết 5 hộp. Tính ra số ngòi bút mà An cho Bình bằng nửa số ngòi bút mà An cho Hòa. Hỏi:

- An còn lại hộp ngòi bút nào?
- Bình được An cho những hộp ngòi bút nào?

### Giải

Số ngòi bút của Hòa bằng hai lần số ngòi bút của Bình nên tổng số ngòi bút trong 5 hộp mà An cho Hòa và Bình phải là số chia hết cho 3.

Tổng số ngòi bút trong 6 hộp là:  $15 + 16 + 18 + 20 + 31 = 119$  (ngòi) là một số không chia hết cho 3: ( $1+1+9 = 11$  không chia hết cho 3).

Ta xét các trường hợp sau:

+) Hộp còn lại không thể là 15 hoặc 18 ngòi bút vì 15, 18 đều chia hết chia hết cho 3.

+) Hộp còn là 16 ngòi bút thì 5 hộp còn lại có  $119 - 16 = 103$  không chia hết cho 3.

+) Nếu hộp còn lại là hộp 19 ngòi thì 5 hộp đã cho có:  $119 - 19 = 100$  (ngòi)  
100 không chia hết được cho 3, (loại)

+) Nếu hộp còn là 20 ngòi thì 5 hộp đã cho có:  $119 - 20 = 99$  (ngòi)  
 $99: 3$  nên ta nhận.

+) Nếu hộp còn lại là hộp 31ngòi thì 5 hộp đã cho có:  $119 - 31 = 88$ (ngòi)  
 $88$  không chia hết cho  $3$ .(loại)  
 Vậy An còn lại hộp 20 ngòi bút.

**Ghi nhớ:** Đại lượng  $A = k$  lần đại lượng  $B$  thì tổng 2 đại lượng chia hết cho  $k + 1$ .

## 2. Vận dụng phân tích số và nguyên lý kẹp ( chặn trên, chặn dưới)

Kiến thức vận dụng:

- Phân tích:  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$  ( $0 < a \leq 9$ ,  $0 \leq b, c \leq 9$ )

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$

$11a = \overline{aa}$ ,  $111a = \overline{aaa}$

- Sự phân tích duy nhất một số tự nhiên thành tích thành 2 số tự nhiên, 3 số tự nhiên.

Ví dụ 1: Cho một số có năm chữ số. Nếu viết thêm chữ số 1 vào tận cùng bên trái hoặc tận cùng bên phải số đó thì ta được hai số có sáu chữ số mà số này gấp 3 lần số kia. Tìm số đã cho.

### **Giải:**

Gọi số có 5 chữ số là:  $\overline{abcde}$  ( $a \neq 0$ ). Ta được hai số mới là:  $\overline{1abcde}$ ,  $\overline{abcde1}$ .

Số  $\overline{1abcde}$  không thể gấp 3 lần số  $\overline{abcde1}$  vì  $\overline{1abcde} < 300000$ .

- Mà  $\overline{abcde1} \times 3 > 300000$ . Vậy chỉ xét trường hợp  $\overline{abcde1}$  gấp 3 lần  $\overline{1abcde}$ .

Ta có:  $\overline{abcde1} = \overline{1abcde} \times 3$

$$= \overline{abcde} \times 10 + 1 = (100000 + \overline{abcde}) \times 3$$

$$= \overline{abcde} \times 10 + 1 = 300000 + \overline{abcde} \times 3$$

$$= \overline{abcde} \times 10 = 299999 + \overline{abcde} \times 3$$

$$= \overline{abcde} \times 3 + \overline{abcde} \times 7 = 299999 + \overline{abcde} \times 3$$

(Tách  $10 = 3 + 7$ )

$$\overline{abcde} \times 7 = 299999$$

$$\overline{abcde} = 42857$$

Vậy số cần tìm là: 42857.

Ví dụ 2: Tìm hai chữ số a và b khác nhau sao cho:  $a \times b \times \overline{ba} = \overline{aaa}$ .

**Giải**

$$a \times b \times \overline{ba} = \overline{aaa}$$

$$b \times \overline{ba} = \overline{aaa} : a$$

$$b \times \overline{ba} = 111$$

Phân tích:  $111 = 1 \times 111 = 3 \times 37$

Vì  $\overline{ba}$  là số có hai chữ số nên chỉ có:  $b \times \overline{ba} = 3 \times 37$ . Vậy  $b = 3, c = 7$ .

Thử lại:  $7 \times 3 \times 37 = 21 \times 37 = 777$ .

Ví dụ 3: Đến năm 1990 tuổi của một cô giáo bằng tổng các chữ số của năm sinh.

Hỏi đến năm 2012 cô bao nhiêu tuổi?

**Giải**

Giả sử cô sinh năm  $\overline{19ab}$ , theo bài ra ta có :

$$1990 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b$$

$$1990 - 1900 - 10a - b = 1 + 9 + a + b$$

$$90 - 10a - b = 10 + a + b$$

$$11a = 80 - 2b$$

$$\text{Hay } \overline{aa} = 80 - 2b$$

Do  $0 < b \leq 9$ , Nên  $60 < 80 - 2b < 80$ . Hay  $60 < \overline{aa} < 80$ . Từ 60 đến 80 chỉ có 2 số có 2 chữ số giống nhau là 66 hoặc 77. Mà  $\overline{aa}$  là một số chẵn nên  $\overline{aa} = 66$ .

Ta có:  $a = 6$  thì  $b = 7$ .

Vậy cô giáo sinh năm 1967 đến năm 2012 tuổi của cô giáo là:

$$2012 - 1967 = 45(\text{tuổi}).$$

Thử lại: Đến năm 1990 tuổi của cô giáo là:

$$1990 - 1967 = 23(\text{tuổi}).$$

Ta có, tổng các chữ số năm sinh là:  $1 + 9 + 6 + 7 = 23$  (đúng).

Đáp số: Đến năm 2012 cô giáo 45 tuổi.

Ví dụ 4: Tìm 4 số tự nhiên liên tiếp sao cho tích của chúng là 93024.

### Giải

Bốn số tự nhiên liên tiếp có tích là 93024. Tích có chữ số tận cùng là 4 nên các thừa số của nó không có thừa số nào có chữ số hàng đơn vị là 0 hoặc 5. Bốn số đó chỉ có thể có chữ số hàng đơn vị là: 1, 2, 3, 4 hoặc 6, 7, 8, 9.

Mặt khác, tích 93024 > 10000,  $10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10$  nên tích 4 số tự nhiên liên tiếp có thể là:  $11 \times 12 \times 13 \times 14$  hoặc  $16 \times 17 \times 18 \times 19$

Hoặc  $21 \times 22 \times 23 \times 24$  hoặc  $26 \times 27 \times 28 \times 29...$

Mà:  $93024 < 160000$ ;  $160000 = 20 \times 20 \times 20 \times 20$ .

Vậy, tích 4 số liên tiếp chỉ có thể là:  $11 \times 12 \times 13 \times 14$

Hoặc:  $16 \times 17 \times 18 \times 19$ .

Ta có:  $16 \times 17 \times 18 \times 19 = 93024$ .

Vậy 4 số cần tìm là: 16, 17, 18, 19.

### **3. Bài toán sơ đồ cây**

Kiến thức vận dụng: Sử dụng lí thuyết tổ hợp, hoán vị, hoán vị lặp, chỉnh hợp để biết được số các số cần lập theo yêu cầu của bài toán.

Cụ thể:

- Từ n chữ số ( $1 \leq n < 10$ ) lập được  $P_n = n!$  số có n chữ số khác nhau (n chữ số đã cho không có chữ số 0).

Và  $P_n - P_{n-1}$  số. Nếu trong n chữ số đã cho có chữ số 0.

- Lập được  $\frac{P_n}{P_k}$  số nếu trong mỗi số có n chữ số có 1 chữ số được lấy lặp k lần.

Lập được  $A_n^k$  số có k chữ số khác nhau (không có chữ số 0). Và  $A_n^k - A_{n-1}^{k-1}$  số có k chữ số khác nhau trong n chữ số có chữ số 0.

Giáo viên dùng kiến thức tổ hợp để tính nhanh số các số lập được, hướng dẫn cho học sinh thông qua sơ đồ cây bằng phương pháp chọn vị trí cho mỗi chữ số ở các hàng... hàng trăm, hàng chục, hàng đơn vị.

Ví dụ 1: Cho 3 chữ số 1, 3, 5. Lập được bao nhiêu số Tự nhiên có 3 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó?

**Giải**

(Khẳng định có  $P_3$  bằng 6 số)

Chọn chữ số 1 ở hàng trăm: (vẽ sơ đồ) được 2 số: 135, 153.

Mỗi chữ số được chọn ở hàng trăm thì viết được 2 số vậy có tất cả:  $2 \times 3 = 6$ .

Mỗi chữ số 1, 3, 5 đề xuất hiện ở hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm 2 lần.

Vậy tổng các số đó là:

$$\begin{aligned} S &= 2 \times (1 + 3 + 5) \times 100 + 2 \times (1 + 3 + 5) \times 10 + 2 \times (1 + 3 + 5) \\ &= 222 \times (1 + 3 + 5) = 222 \times 9 = 1998 \end{aligned}$$

**Bài toán:** Cho 3 chữ số a, b, c khác 0 và khác nhau. Lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó?

**Giải**

- Lập được 6 số.

- Tổng  $S = 222 \times (a + b + c)$ .

Tương tự với 4 chữ số a, b, c, d khác 0 và khác nhau.

- Lập được 24 số.

- Tổng  $S = 666 \times (a + b + c + d)$ .

Dựa vào bài toán trên ta có thể đưa ra được các bài toán vận dụng đa dạng hơn.

**Ví dụ 1:** Cho 3 chữ số a, b, c (khác 0) và  $a > b, b > c$ .

1. Lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau.

2. Biết tổng tất cả các số đó bằng 3330. Hiệu số lớn nhất và bé nhất trong các số đó là 594. Hãy tìm 3 chữ số a, b, c?

**Giải**

1. Có 6 số đó là:  $\overline{abc}, \overline{bac}, \overline{acb}, \overline{bca}, \overline{cba}, \overline{cab}$ .

2. Lấy tổng số trên là: Chữ số a ở hàng trăm 2 lần, ở hàng chục 2 lần và ở hàng đơn vị 2 lần nên trong tổng đó có:  $222 \times a$  đơn vị. Cũng tương tự trong tổng đó có  $222 \times b$  đơn vị, có  $222 \times c$  đơn vị. Suy ra, tổng 6 số gồm:

$222 \times (a + b + c)$  đơn vị hay:

$$222 \times (a + b + c) = 3330 : 222 = 15$$

Số lớn nhất là:  $\overline{abc}$ , số bé nhất là  $\overline{cba}$ .

Xét phép tính:  $\overline{abc} - \overline{cba} = 594$

$$100a + 10b + c - 100c - 10b - a = 594$$

$$99a - 99c = 594$$

$$a - c = 6$$

Suy ra, a là số từ 7 trở lên và a bé hơn 10 nên  $a = 7, 8, 9$

+ Nếu  $a = 7$  thì  $c = 7 - 6 = 1$ ,  $b = 15 - 7 - 1 = 7$  suy ra  $a = b$  loại.

+ Nếu  $a = 8$  thì  $c = 8 - 6 = 2$ ,  $b = 15 - 8 - 2 = 5$ .

Thử lại:  $852 - 285 = 594$  (đúng).

Ví dụ 2: (Bạn đọc tự giải)

Cho 4 chữ số a, b, c, d khác nhau và khác 0. Lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau? Tính tổng các số đó biết rằng  $a + b + c + d = 17$ .

\* Vận dụng Hoán vị lặp:

Ví dụ: có bao nhiêu số gồm 6 chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 4?

### Giải

Ta xét các trường hợp sau:

$$\text{TH1: } 4 = 4 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \quad \text{Có } \frac{P_5}{P_5} = 1 \text{ (số)}$$

$$\text{TH2: } 4 = 3 + 1 + 0 + 0 + 0 + 0 \quad \text{Có } 2 \frac{P_5}{P_4} = 10 \text{ (số)}$$

$$\text{TH3: } 4 = 2 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 \quad \text{Có } \frac{P_5}{P_4} = 5 \text{ (số)}$$

$$\text{TH4: } 4 = 2 + 1 + 1 + 0 + 0 + 0 \quad \text{Có } \frac{P_5}{P_3 \cdot P_2} + \frac{P_5}{P_3} = 30 \text{ (số)}$$

$$\text{TH5: } 4 = 1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0 \quad \text{Có } \frac{P_5}{P_3 \cdot P_2} = 10 \text{ (số)}$$

Đối với học sinh:

Trường hợp 1: 400000

Trường hợp 2: 310000; 30100; 300100; 300010; 300001; 130000; 103000; 100300; 100030; 100003.

Trường hợp 3: 5 số.

Trường hợp 4: 30 số

Trường hợp 5: 10 số.

Tổng cộng:  $1 + 10 + 5 + 30 + 10 = 56$  (số).



#### 4. Tìm lại tổng đúng

Ví dụ 1: Khi cộng một số tự nhiên với 3705, do sơ ý nên một học sinh đã quên chữ số không của số hạng thứ hai nên nhận được kết quả bằng 2951. Tìm tổng đúng của phép tính?

##### Giải

Vì bạn học sinh quên chữ số 0 ở số hạng thứ hai tức là thực chất bạn đó đã lấy số hạng thứ nhất cộng với 375.

Số hạng thứ nhất là:

$$2951 - 375 = 2476$$

Tổng đúng của phép tính là:

$$2476 + 3705 = 6181.$$

Đáp số: 6181.

Ví dụ 2: Khi cộng 2457 với một số tự nhiên có hai chữ số, một bạn học sinh đã đặt phép tính như sau:

$$\begin{array}{r} 2457 \\ + \\ \hline ab \end{array}$$

Vì thế kết quả phép tính cũng không đúng. Em hãy tìm kết quả đúng của phép tính đó?

##### Giải

Theo cách đặt tính đó thì học sinh đó đã cộng số hạng thứ nhất với 10 lần số hạng thứ hai. Vậy 729 gấp số hạng thứ hai số lần là:

$$10 - 1 = 9 \text{ (lần).}$$

Số hạng thứ hai của phép cộng đó là:

$$729 : 9 = 81.$$

Kết quả đúng của phép tính đó là:

$$2457 + 81 = 2538.$$

Đáp số: 2538.

Ví dụ 3: Khi cộng 765439 với một số có ba chữ số, do nhầm lẫn một học sinh đã đặt tính như sau:

$$\begin{array}{r} 765439 \\ + \\ \hline abc \end{array}$$

Vì thế kết quả đã tăng thêm 24255 đơn vị. Em hãy tìm kết quả đúng của phép tính đó?

**Giải**

Do học sinh đó đặt tính sai và theo cách đặt tính đó bạn lấy số hạng thứ nhất cộng với một trăm lần số hạng thứ hai.

Vậy 24255 đơn vị chính là 99 lần số hạng thứ nhất.

Số hạng thứ nhất của phép cộng đó là:

$$765439 : 99 = 245$$

Tổng đúng của phép cộng đó là:

$$765439 + 245 = 765684$$

Đáp số: 765684.

**5. Tìm lại tích đúng**

Ví dụ 1: Khi nhân một số với 42. Một học sinh đã sơ ý nên đặt hai tích riêng thẳng cột với nhau như phép cộng nên được tích là 1434. Tìm tích đúng?

**Giải**

Vì tích riêng được đặt thẳng cột với nhau tức là bạn đó đã lấy thừa số thứ nhất nhân với 2, nhân với 1 rồi cộng kết quả lại. Nên 6 lần thừa số thứ nhất là 1434.

Vậy thừa số thứ nhất là:

$$1434 : 6 = 239.$$

Tích đúng là:  $239 \times 42 = 10038$

Đáp số: 10038.

Ví dụ 2: Khi nhân một số có 3 chữ số với một số có 2 chữ số, một học sinh đã đặt các tích riêng thẳng cột như phép cộng nên tích đúng bị giảm đi 3429. Hãy tìm tích đúng, biết tích đúng là số lẻ vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 9.

**Giải**

Gọi thừa số thứ nhất là :  $\overline{abc}$

Gọi thừa số thứ hai là :  $\overline{xy}$

Theo cách tính của bạn học sinh đó thì tích riêng thứ hai bị giảm đi 10 lần, tức

Ta có  $\frac{9}{10}$  tích riêng thứ hai bằng 3429. là tích đúng đã giảm đi  $\frac{9}{10}$  tích riêng thứ hai.

Vậy tích riêng thứ hai là:

$$3429 : \frac{9}{10} = 3810.$$

Ta lại có:  $\overline{abc} \times x = 381.$

Vì  $381 = 127 \times 3 = 381 \times 1$ , nên có hai khả năng xảy ra:

Hoặc:  $\overline{abc} = 127$  thì  $x = 3.$

Hoặc:  $\overline{abc} = 381$  thì  $x = 1.$

Hơn nữa, tích đúng là số lẻ chia hết cho 5 nên chữ số tận cùng của tích đúng là 5.

Ta lại có:  $y \times c$  có tận cùng là 5 và vì  $c$  lẻ nên  $y = 5.$

Vậy thừa số thứ hai có thể là 15 hoặc 35.

Trường hợp 1:  $127 \times 35 = 4445$  (loại) vì 4445 không chia hết cho 9.

Trường hợp 2:  $381 \times 15 = 5715$  (chọn) vì 5715 chia hết cho 9.

Tích đúng cần tìm là:  $381 \times 15 = 5715.$

Đáp số: 5715.

### 6. Các bài toán liên quan đến trung bình cộng

Trung bình cộng của hai số  $a$  và  $b$  là  $(a + b) : 2$ , của ba số  $a, b, c$  là:

$$(a + b + c) : 3.$$

Trung bình cộng của  $n$  số khác nhau  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  là:

$$(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) : n.$$

Ví dụ 1: Hồng có 20 viên bi, Hà có số bi bằng số bi của Hồng, Nam có số bi ít hơn trung bình cộng số bi của ba bạn là 6 viên bi. Hỏi Nam có bao nhiêu viên bi?

#### Giải

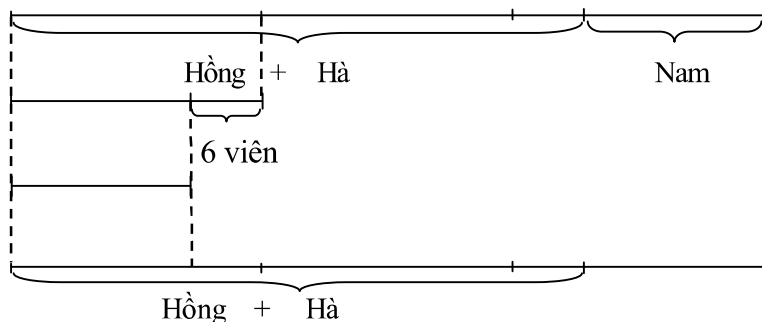
Ta có sơ đồ:

Tổng số bi:

Trung bình cộng:

Số bi của Nam:

Số bi của Hồng và Hà:



Ta có số bi của Hồng và Hà có tất cả là:

$$20 + 20 = 40 \text{ (viên)}$$

Nhìn vào sơ đồ ta thấy trung bình cộng số bi của ba bạn là:

$$(40 - 6) : 2 = 17 \text{ (viên)}$$

Bạn Nam có số bi là:

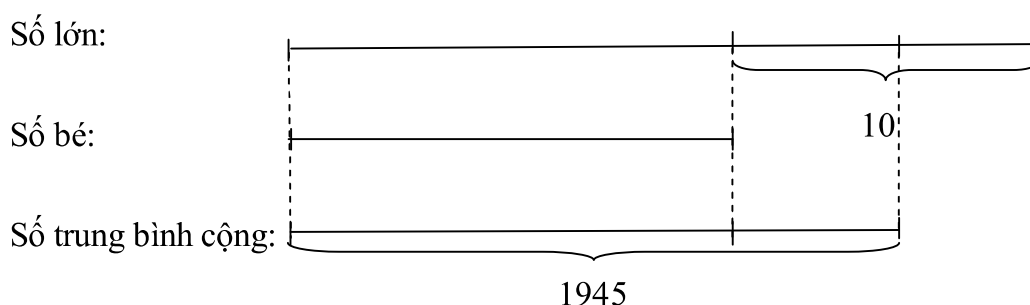
$$17 - 6 = 11 \text{ (viên)}$$

Đáp số: 11 viên bi.

Ví dụ 2: Trung bình cộng của hai số tròn chục liên tiếp là 1945. Tìm hai số đó?

### Giải

Vì hai số tròn chục hơn kém nhau 10 đơn vị nên ta có sơ đồ:



Nhìn vào sơ đồ ta thấy, số bé kém số lớn 10 đơn vị và trung bình cộng hai số là 1945 nên ta có:

$$\text{Số lớn là: } 1945 + (10 : 2) = 1950$$

$$\text{Số bé là: } 1945 - (10 : 2) = 1940$$

$$\text{Hoặc, số bé là: } 1950 - 10 = 1940.$$

Đáp số: Số lớn: 1950

Số bé: 1940.

### **7. Bài toán tính tuổi**

Hiệu số của số tuổi giữa hai người luôn luôn không thay đổi hay với hai số tự nhiên a, b bất kì khi thêm, hoặc bớt vào hai số đó với cùng một số thì hiệu giữa chúng không thay đổi.

Ví dụ 1: Hiện nay con 5 tuổi và mẹ gấp 7 lần tuổi con. Hỏi sau mấy năm nữa thì tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con?

### Giải

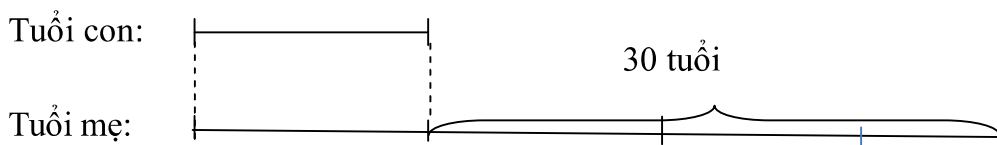
Tuổi mẹ hiện nay là:

$$5 \times 7 = 35 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của tuổi mẹ và tuổi con là:

$$35 - 5 = 30 \text{ (tuổi)}$$

Hiệu số tuổi của mẹ và tuổi con không thay đổi theo thời gian nên tuổi mẹ luôn gấp 4 lần tuổi con.



Tuổi con khi tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con là:

$$30 : (4 - 1) = 10 \text{ (tuổi)}$$

Thời gian từ nay đến khi tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con là:

$$10 - 5 = 5 \text{ (năm)}$$

Đáp số: 5 năm.

Ví dụ 2: Trước đây 5 năm tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58 tuổi. Sau đây 5 năm mẹ hơn chị 23 tuổi và hơn em 31 tuổi. Tính tuổi của mỗi người hiện nay?

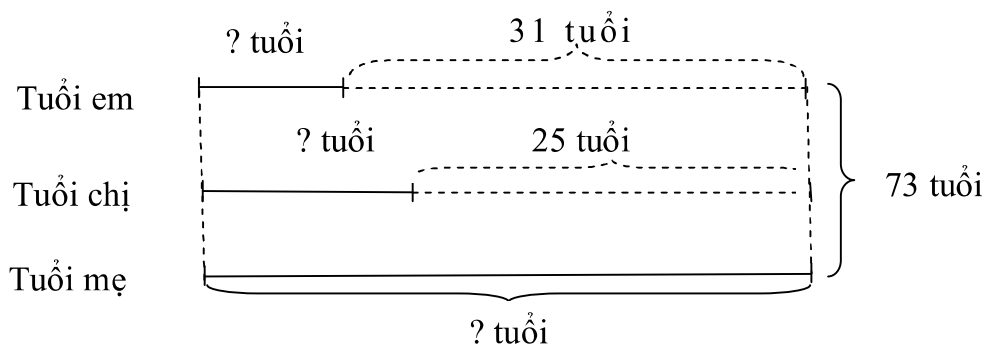
### Giải

Vì hiệu số tuổi của hai người không thay đổi theo thời gian nên mẹ luôn lớn hơn chị 23 tuổi và lớn hơn em 31 tuổi.

Năm năm trước tuổi ba mẹ con cộng lại bằng 58 tuổi. Cho đến nay mỗi người sẽ tăng thêm 5 tuổi. Vậy tổng số tuổi ba mẹ con hiện nay là:

$$58 + 5 \times 3 = 73 \text{ (tuổi)}.$$

Ta có sơ đồ biểu thị số tuổi ba mẹ con hiện nay là:



3 lần tuổi mẹ là:

$$73 + 31 + 25 = 129 \text{ (tuổi)}$$

Vậy tuổi mẹ hiện nay là:

$$429 : 3 = 43 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi chị hiện nay là:

$$43 - 25 = 18 \text{ (tuổi)}$$

Tuổi em hiện nay là:

$$43 - 31 = 12 \text{ (tuổi)}$$

Hay là :  $73 - (43 + 18) = 12 \text{ (tuổi)}$ .

Đáp số: Tuổi mẹ: 43 tuổi

Tuổi chị: 18 tuổi

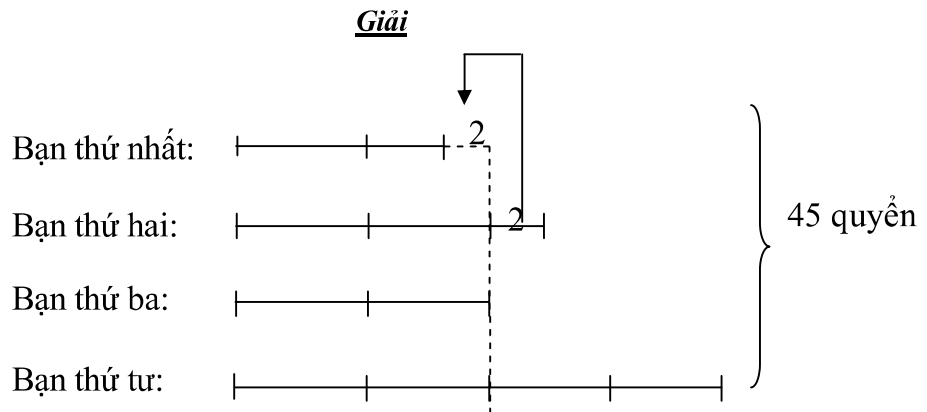
Tuổi em: 12 tuổi.

### 8. Một số bài toán có tính chất đặc trưng riêng

*Bài toán 1:* Tổng các đại lượng là một số chia hết cho 9.

Đại lượng A được thêm a, đại lượng B bớt đi a, đại lượng C được tăng lên gấp đôi, đại lượng D giảm đi một nửa thì bốn đại lượng A, B, C, D bằng nhau.

Vi dụ 1: Cô giáo chia 45 quyển vở cho 4 học sinh. Nếu bạn thứ nhất được thêm 2 quyển, bạn thứ hai bớt đi hai quyển, bạn thứ ba tăng số vở lên 2 lần, bạn thứ tư giảm số vở đi 2 lần thì số vở của bốn bạn đều bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi bạn được chia bao nhiêu quyển vở?



Biểu thị số vở của bạn thứ ba là một phần thì số vở của bạn thứ tư là 4 phần, số vở của bạn thứ nhất thêm hai quyển sẽ bằng số vở của bạn thứ hai bớt đi hai quyển và bằng 2 phần. Nhìn sơ đồ ta thấy 45 quyển gồm 9 phần. Vậy:

$$\text{Số vở của bạn thứ ba là: } 45 : 9 = 5 \text{ (quyển)}$$

Số vở của bạn thứ nhất là:  $5 \times 2 - 2 = 8$  (quyển)

Số vở của bạn thứ hai là:  $5 \times 2 + 2 = 12$  (quyển)

Số vở của bạn thứ tư là:  $5 \times 4 = 20$  (quyển)

Thứ lại:  $5 + 8 + 12 + 20 = 45$  (quyển)

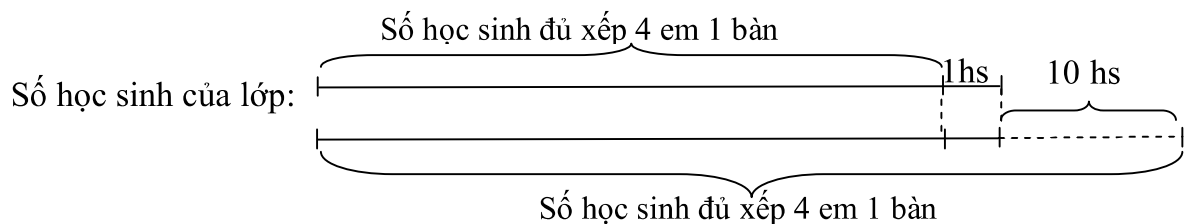
$8 + 2 = 12 - 2 = 5 \times 2 = 20 : 2 = 10$  (quyển)

*Bài toán 2:* Tìm hai số khi biết hai hiệu và tỉ số

*Ví dụ 1:* Cô giáo xếp chỗ ngồi cho các em học sinh. Nếu xếp một bàn 4 em học sinh thì 1 em không có chỗ ngồi, nếu xếp một bàn 5 em thì thừa ra hai bàn. Hỏi lớp học đó có tất cả bao nhiêu học sinh?

### **Giải**

Xếp mỗi bàn 5 em thì thừa ra 2 bàn tức là để xếp đủ số bàn thì cần có thêm 10 em. Theo bài ra ta có sơ đồ:



Số học sinh đủ xếp một bàn 5 em nhiều hơn số học sinh xếp mỗi bàn 4 em là:

$$10 + 1 = 11 \text{ (em).}$$

Một bàn 5 em nhiều hơn một bàn 4 em là:

$$5 - 4 = 1 \text{ (em)}$$

Số bàn là:  $11 : 1 = 11$  (bàn)

Số học sinh của lớp là:  $11 \times 4 + 1 = 45$  (học sinh)

Hoặc là:  $11 \times 5 - 10 = 45$  (học sinh).

Đáp số: 45 Học sinh.

\*Sử dụng giả thiết tạm

*Ví dụ 1:* Một lớp mẫu giáo có 5 tổ, số học sinh trong các tổ bằng nhau. Cô giáo chia 393 cái kẹo cho các cháu, cháu nào cũng được 8 hoặc 9 cái kẹo. Hỏi trong lớp đó có bao nhiêu cháu được chia 8 cái kẹo, bao nhiêu cháu được chia 9 cái kẹo?

### Giải

Số học sinh của lớp được chia đều thành 5 tổ nên phải là số chia hết cho 5.  
393 chia cho 8 được 49 (dư 1) nên số học sinh không vượt quá 49  
(vì  $8 \times 50 = 400 > 393$ ).

393 chia cho 9 được 43 (dư 6), nên số học sinh phải lớn hơn 43.

Từ 43 đến 49 chỉ có 45 chia hết cho 5. Vậy, số học sinh lớp đó là 45 (cháu).

Giả sử cháu nào cũng được chia 8 cái kẹo thì số kẹo phải chia là:  $8 \times 45 = 360$ .

Như vậy, thừa ra:  $393 - 360 = 33$  (kẹo).

Vì mỗi cháu được chia 9 kẹo đã bớt đi một kẹo nên thừa ra 33 kẹo. Vậy số cháu được chia 9 kẹo là:  $33 : 1 = 33$  (cháu).

Số cháu được chia 8 kẹo là:  $45 - 33 = 12$  (cháu).

Đáp số: 12 cháu.

Ví dụ 2: (Bạn đọc tự giải)

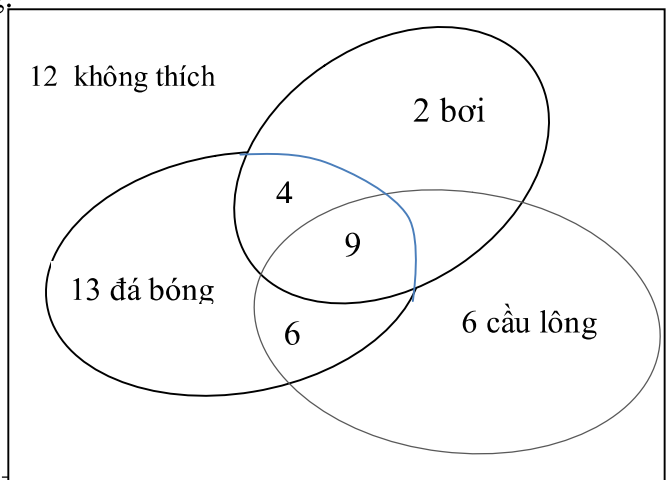
Một đội xe có 15 ô tô gồm 3 loại: loại 4 bánh chở 5 tấn, loại 6 bánh chở 8 tấn và loại 6 bánh chở 10 tấn. Cùng một lúc đội xe đó chở được 121 tấn hàng. Hỏi đội xe đó mỗi loại có mấy chiếc biết rằng đếm được 84 bánh.

\* Sử dụng biểu đồ ven tập hợp: Giao, Hợp, Tập con của tập hợp

Bài toán 1: Một lớp học sinh có 22 em thích môn bóng đá, 19 em thích môn bơi lội, 25 em thích môn cầu lông.

Trong đó:

- 13 em thích bóng đá và bơi lội.
- 13 em thích bơi lội và cầu lông.
- 15 em thích bóng đá và cầu lông.
- 9 em thích cả ba môn.
- 12 em không thích môn nào.



Số học sinh của lớp đó là:  $12 + 13 + 2 + 6 + 4 + 6 + 9 = 52$  (học sinh).

Bài toán 2: Một lớp học có 53 học sinh, trong đó có 40 học sinh thích môn Toán, 30 học sinh thích môn Văn. Hỏi:

- a. Có nhiều nhất bao nhiêu học sinh thích cả Toán và Văn.



b. Có ít nhất bao nhiêu học sinh cả hai môn Toán và Văn. Nếu có 3 học sinh không thích môn nào thì có bao nhiêu học sinh thích cả Toán và Văn?

**Giải**

a. Cả 30 học sinh thích học môn Văn cũng thích học môn Toán thì số học sinh nhiều nhất thích cả hai môn là 30 em.

b. Gọi số học sinh thích cả hai môn Toán và Văn là x.

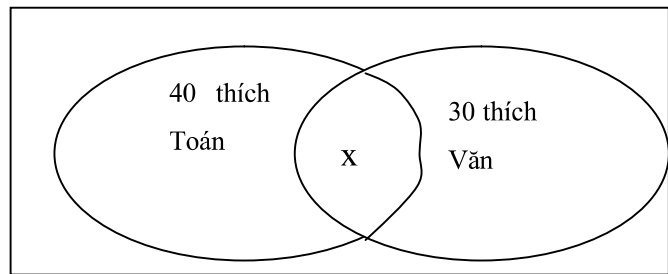
Ta có:  $40 + 30 - x \leq 53$ .

$x \geq 17$ , vậy số học sinh ít nhất thích cả hai môn là 17 em.

Nếu có 3 em không thích cả Toán và Văn thì:

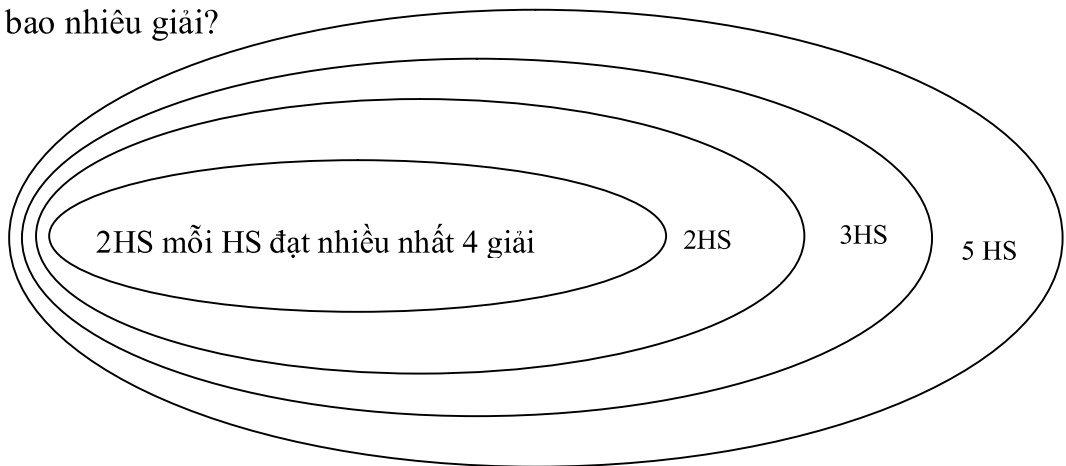
$40 + 30 - x + 3 = 53$

$x = 20$



Số học sinh thích cả hai môn là: 20 học sinh.

*Bài toán 3:* Có 12 học sinh đi thi hội khỏe Phù Đổng có giải: 7 học sinh giành được ít nhất mỗi người 2 giải, 4 học sinh giành được ít nhất mỗi người 3 giải, 2 học sinh giành được nhiều nhất mỗi người 4 giải. Hỏi cả trường đạt được tất cả bao nhiêu giải?



Số giải trường đạt được là:  $2 \times 4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 5 \times 1 = 25$  (giải).

Đáp số: 25 giải

**9. Vận dụng một số bài toán ở lớp trên**

*Bài toán 1:* Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = a & (1) \\ x + z = b & (2) \\ y + z = c & (3) \end{cases}$$

Cộng vế theo vế các phương trình (1), (2), (3).

$$2(x + y + z) = a + b + c \text{ suy ra: } x + y + z = \frac{a + b + c}{2} \quad (4)$$

Lấy (4) lần lượt trừ cho (3), trừ cho (2) trừ cho (1)

theo vế ta được

$$\begin{cases} x = \frac{a+b+c}{2} - c = \frac{a+b-c}{2} \\ y = \frac{a+b+c}{2} - b = \frac{a+c-b}{2} \\ z = \frac{a+b+c}{2} - a = \frac{b+c-a}{2} \end{cases}$$

Để ra các bài toán trong số tự nhiên thì  $a + b + c$  phải chia hết cho 2.

Vận dụng ra bài toán ở tiểu học.

Ví dụ 1: Ba bạn An, Bình, Minh vào cửa hàng mua sách. An và Bình mua 13 quyển sách, An và Minh mua 18 quyển sách, Bình và Minh mua 21 quyển sách. Hỏi mỗi bạn mua bao nhiêu quyển sách?

### **Giải**

Số sách của An + số sách của Bình = 13 quyển

Số sách của An + số sách của Minh = 18 quyển

Số sách của Minh + số sách của Bình = 21 quyển

Từ đó ta có: Số sách của 3 bạn An, Bình, Minh đã mua là:

$$(13 + 18 + 21) : 2 = 26 \text{ (quyển)}$$

Số sách An mua là:  $26 - 21 = 5$  (quyển)

Số sách của Bình là:  $13 - 5 = 8$  (quyển)

Số sách của Minh là:  $18 - 5 = 13$  (quyển)

Đáp số: An mua 5 quyển

Bình mua 8 quyển

Minh mua 5 quyển.

Ví dụ 2 : 4 vòi nước cùng chảy vào một cái bể. Nếu vòi 1, vòi 2 và vòi 3 cùng chảy thì sau 12 phút nước đầy bể. Nếu chỉ có vòi 2, vòi 3 và vòi 4 cùng chảy thì sau 15 phút đầy bể. Nếu chỉ có vòi 1 và vòi 4 cùng chảy thì sau 20 phút đầy bể. Hỏi cả 4 vòi cùng chảy thì sau bao lâu nước đầy bể ?

( Bạn đọc tự giải )

Bài toán 2:

1. Chứng minh với mọi số tự nhiên  $m$  thì  $(m + 1)(m + 2)(m + 3) \dots (m + m)$  chia hết cho  $2^m$ .

2. Với mọi số tự nhiên  $a > 1$ , mọi số tự nhiên  $m$ . Chứng minh rằng :  
 $(m + 1)(m + 2)(m + 3) \dots (am)$  chia hết cho  $a^m$ .

Chứng minh:

$$\begin{aligned} 1. \quad & \text{Đặt } A = (m + 1)(m + 2)(m + 3) \dots (m + m) \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m + 1)(m + 2)(m + 3) \dots (2m)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} \\ &= \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \dots (2m) \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2m - 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} \\ &= \frac{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \dots 2 \cdot m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 2m - 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} \\ &= \frac{\overbrace{(2 \cdot 2 \dots 2)}^{m \text{ thừa số } 2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2m - 1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m} \\ &= 2^m \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m - 1) \text{ chia hết cho } 2^m \end{aligned}$$

2. Bạn đọc tự chứng minh

**\*Vận dụng:**

- Khi ra bài toán ở Tiểu học không được sử dụng lũy thừa.
- Chia hết là một trường hợp của chia có dư ( $r = 0$ ).

Ví dụ 1 : Không được tính cụ thể số bị chia, tìm số dư trong phép chia  
 $(7 + 1)(7 + 2)(7 + 3) \dots (7 + 7)$  chia cho 128.

**Giải**

$$\begin{aligned} \text{Đặt } A &= (7 + 1)(7 + 2)(7 + 3) \dots (7 + 7) \\ &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 7 (7 + 1)(7 + 2)(7 + 3) \dots (7 + 7)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 7} \end{aligned}$$

Ở tử số có tất cả 14 thừa số trong đó có 7 thừa số chẵn, 7 thừa số lẻ. Tách các thừa số chẵn lẻ thành 2 nhóm, ta có:

$$A = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 14 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 7}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(2.1.2.2.2.3 \dots 2.7).1.3.5 \dots 13}{1.2.3 \dots 7} \\
&= \frac{(2.2.2.2.2.2.2).1.2.3 \dots 7.1.3.5 \dots 13}{1.2.3 \dots 7} \\
&= 128.1.3.5 \dots 13 \text{ chia hết cho } 128
\end{aligned}$$

Kết luận: Số dư trong phép chia trên bằng 0.

Ví dụ 2: (Bạn đọc tự giải)

Không được tính cụ thể số bị chia, tìm số dư trong phép chia

$(5 + 1)(5 + 2)(5 + 3) \dots (5 + 10)$  chia cho 243.

## II. Các bài toán về phân số và số thập phân

### 1. Bài toán rút gọn, đơn giản biểu thức, viết các phân số ở giữa hai phân số cho trước

- Sử dụng tính chất cơ bản của phân số: Nhân (hoặc chia) cả tử và mẫu số với cùng một số khác không thì giá trị phân số không đổi.

- Biết nhóm các số hạng thích hợp (sử dụng tính chất kết hợp) để thực hiện nhanh các phép tính cộng, nhân, chia phân số.

Ví dụ 1: Tính

a.  $\frac{1999 \dots 9}{999 \dots 95}$  có 100 chữ số 9 ở tử số và có 100 chữ số 9 ở mẫu số.

b.  $\frac{2004 \times 2004 \times 2004}{2007 \times 2007 \times 2007}$

c.  $\frac{3}{5} + \frac{6}{11} + \frac{7}{13} + \frac{2}{5} + \frac{16}{11} + \frac{19}{13}$

d.  $\frac{1995}{1997} \times \frac{1990}{1993} \times \frac{1997}{1994} \times \frac{1993}{1995} \times \frac{997}{995}$

### Giải

a.  $\frac{1999 \dots 9}{999 \dots 95}$

Ta có  $\underbrace{999 \dots 95}_{100 \text{ chữ số } 9} = 5 \times \underbrace{199 \dots 9}_{100 \text{ chữ số } 9}$