

LÊ HẢI CHÂU  
NGUYỄN XUÂN QUỲ

**C**ách tìm lời giải  
**CÁC BÀI TOÁN  
THCS**

TẬP II  
**ĐẠI SỐ**



NHÀ XUẤT BẢN  
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

LÊ HẢI CHÂU – NGUYỄN XUÂN QUỲ

# CÁCH TÌM LỜI GIẢI CÁC BÀI TOÁN THCS

TẬP 2  
**ĐẠI SỐ**

In lần thứ hai

nhà xuất bản ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI- 2001

***Chịu trách nhiệm xuất bản:***

Giám đốc NGUYỄN VĂN THỎA

Tổng biên tập NGUYỄN THIÊN GIÁP

***Biên tập và sửa bản in:*** NGUYỄN LAN HƯƠNG

***Trình bày bìa:***

TRẦN TIỂU LÂM

---

**CÁCH TÌM LỜI GIẢI CÁC BÀI TOÁN THCS. TẬP 2: ĐẠI SỐ**

Mã số : 01.102.ĐH2000 - 746.2000.

In 1.000 cuốn, tại Công ty In Khoa học kỹ thuật - Hà Nội.

Số xuất bản : 44/746/CXB. Số trích ngang : 81-KH/XB.

In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2001.

## LỜI NÓI ĐẦU

Đây là bộ sách về *phương pháp học giải toán* nhằm mục đích hình thành cho học sinh thói quen suy nghĩ và tìm lời giải của một bài toán trên cơ sở các kiến thức đã học. Bộ sách này là cầu nối giữa lí thuyết và thực hành toán học.

Học giải toán là một cách tư duy sáng tạo về toán, đồng thời là một vấn đề trừu tượng và khá khó đối với học sinh, nhưng đó lại là điều rất cần thiết cho mỗi học sinh trong quá trình học toán ở trường PTCS.

Bộ sách "Cách tìm lời giải các bài toán THCS" gồm 3 tập : SỐ HỌC, ĐẠI SỐ, HÌNH HỌC. Đây là tập II - Đại số trong bộ sách này.

Mỗi tập giới thiệu các trọng điểm, đều có thêm ba chấm sao \* \* \*

1) Các bài toán điển hình, mỗi bài toán đều gồm :

- Đề bài
- Tìm hiểu đề bài
- Hướng dẫn cách tìm lời giải
- Cách giải
- Khai thác bài toán

2) Các bài toán tự giải

Các vị phụ huynh học sinh, các thầy cô giáo có thể dùng bộ sách này làm tài liệu hướng dẫn con em mình học tập. Hy vọng rằng bộ sách sẽ giúp ích nhiều cho học sinh để có thể phát huy nội lực trong giải toán nói riêng và học toán nói chung.

CÁC TÁC GIẢ

# I. TẬP HỢP Z CÁC SỐ NGUYÊN. TẬP HỢP Q CÁC SỐ HỮU TỈ

## A. CÁC BÀI TOÁN ĐIỂN HÌNH

### Bài 1

a) Viết tập hợp  $N$  các số tự nhiên, tập hợp  $Z$  các số nguyên bằng cách liệt kê các phần tử.

b) Tìm giao và hợp của tập hợp  $N$  và tập hợp  $Z$ .

#### ● Tìm hiểu đề bài

Đề bài yêu cầu liệt kê các phần tử của tập hợp  $N$ , tập hợp  $Z$  rồi sau đó tìm các tập hợp là giao và hợp của hai tập hợp  $N$  và  $Z$ .

#### ● Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a, hãy dùng dấu ngoặc nhọn  $\{ \}$  để liệt kê các phần tử của tập hợp  $N$ , tập hợp  $Z$ .

Với câu b, hãy vận dụng khái niệm:

- Giao của hai tập hợp là một tập hợp tạo thành bởi các phần tử chung của hai tập hợp đó.

- Hợp của hai tập hợp là một tập hợp tạo thành bởi những phần tử thuộc ít nhất một trong hai tập hợp đó.

#### ● Cách giải

$$a) N = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$$

$$b) N \cap Z = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

$$N \cup Z = \{\dots, -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$$

#### ● Khai thác bài toán

a) Từ bài toán trên có thể rút ra được những kết luận gì đối với hai tập hợp  $N$  và  $Z$ ?

Ta thấy:

- Tập hợp  $\mathbf{N}$  các số tự nhiên là tập hợp con của tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên, kí hiệu  $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z}$ .

Có thể nói chính xác hơn: Tập hợp  $\mathbf{N}$  các số tự nhiên là *tập hợp con thực sự* của tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên, kí hiệu là  $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z}$ .

- Giao của tập hợp  $\mathbf{N}$  các số tự nhiên và tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên chính là tập hợp  $\mathbf{N}$  các số tự nhiên:

$$\mathbf{N} \cap \mathbf{Z} = \mathbf{N}$$

- Hợp của tập hợp  $\mathbf{N}$  các số tự nhiên và tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên chính là tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên:

$$\mathbf{N} \cup \mathbf{Z} = \mathbf{Z}$$

b) Có thể phát biểu như thế nào về số nguyên?

Ta thấy rõ hai cách phát biểu sau đây:

- Số nguyên gồm số tự nhiên và số nguyên âm.
- Số nguyên gồm số nguyên dương, số 0 và số nguyên âm.

## **Bài 2**

a) Tìm số đối của các số nguyên sau: 2; 4; -5; -3.

b) Hãy biểu diễn các số trên và các số đối của chúng trên cùng một trục số.

### **● Tìm hiểu đề bài**

Đề bài yêu cầu tìm các số đối của các số nguyên đã cho, sau đó biểu diễn các số nguyên đã cho và các số đối của chúng trên cùng một trục số.

### **● Hướng dẫn cách tìm lời giải**

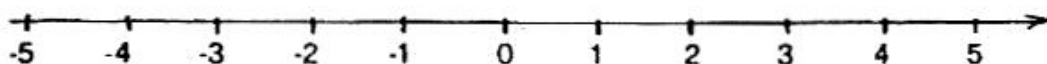
Với câu a, cần nắm vững khái niệm về hai số đối nhau, chẳng hạn như hai số đối nhau  $a$  và  $-a$  chỉ khác nhau về dấu.

Với câu b, hai điểm biểu diễn hai số đối nhau ở về hai phía của điểm biểu diễn số 0 trên trục số; trong đó số nguyên âm ở bên trái số 0 còn số nguyên dương là số đối của số nguyên âm kể trên ở bên phải số 0.

● Cách giải

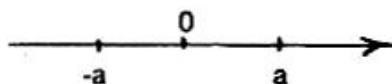
a) Số đối của 2 là -2; của 4 là -4; của -5 là 5; của -3 là 3.

b) Các số trên và các số đối của chúng được biểu diễn trên trục số như hình vẽ dưới đây:



● Khai thác bài toán

Ta hiểu rằng, hai số nguyên được gọi là đối nhau khi: chúng có giá trị tuyệt đối bằng nhau, dấu khác nhau và được biểu diễn bằng hai điểm đối xứng với nhau qua điểm biểu diễn số 0 trên trục số. Chẳng hạn  $a$  và  $-a$  ( $a > 0$ ) được biểu diễn trên trục số như sau:



Vậy thì số 0 có số đối không?

Ta đã biết rằng, số 0 không thuộc số nguyên dương (tức là không thuộc  $\mathbb{Z}_+$ ) và không thuộc số nguyên âm (tức là không thuộc  $\mathbb{Z}_-$ ), từ đó có  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \mathbb{Z}_+ \cup \{0\}$ . Như vậy có thể coi số 0 là số không có số đối.

Nhưng nếu công nhận  $+0 = -0 = 0$  thì số 0 có thể coi là số có số đối là chính nó, tức là số đối của số 0 chính là số 0.

**Bài 3**

Cho hai số nguyên  $a$  và  $b$ , nếu có:

a)  $|a| = |b|$

b)  $a > 0, b > 0, |a| > |b|$

c)  $a < 0, b < 0, |a| < |b|$

thì có thể kết luận thế nào về quan hệ giữa  $a$  và  $b$ ? Cho ví dụ minh họa.

● Tìm hiểu đề bài

Với câu a, đề bài cho hai số nguyên có giá trị tuyệt đối bằng

nhau, hãy so sánh hai số đó với nhau.

Với câu b, đề bài cho hai số cùng dương và giá trị tuyệt đối của số a lớn hơn giá trị tuyệt đối của số b, cần so sánh hai số a và b đã cho.

Với câu c, đề bài cho hai số cùng âm và giá trị tuyệt đối của số a bé hơn giá trị tuyệt đối của số b, cần so sánh hai số a và b đã cho.

#### ● Hướng dẫn cách tìm lời giải

Để làm bài, cần vận dụng định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{nếu } a \geq 0 \\ -a & \text{nếu } a < 0 \end{cases}$$

và lưu ý rằng: với hai số cùng dương (hay cùng âm) khi được biểu diễn trên trục số, bao giờ số lớn hơn cũng ở bên phải số bé hơn.

#### ● Cách giải

Theo định nghĩa giá trị tuyệt đối của một số:

a) Nếu  $|a| = |b|$  thì a và b bằng nhau hoặc đối nhau.

Ví dụ:  $|-8| = |-8|$ ;  $|-8| = |8|$

b) Nếu  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $|a| > |b|$  thì  $a > b$ .

Ví dụ:  $a = 5$ ;  $b = 3$ ,  $|5| > |3|$  rõ ràng  $5 > 3$

c) Nếu  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $|a| < |b|$  thì  $a > b$ .

Ví dụ:  $a = -1$ ;  $b = -3$ ,  $|-1| < |-3|$  rõ ràng  $-1 > -3$ .

#### ● Khai thác bài toán

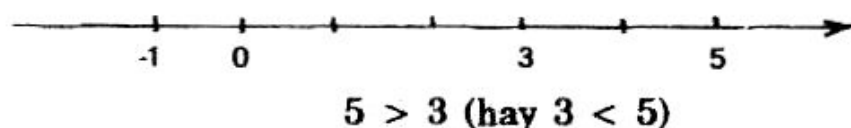
Căn cứ vào đề bài và dựa vào cách giải, hãy phát biểu câu b, câu c bằng lời văn. Minh họa các ví dụ cụ thể ở câu b, c trên trục số.

Ta thấy:

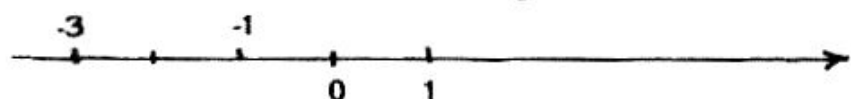


+ Trong hai số dương, số có giá trị tuyệt đối lớn hơn thì lớn hơn.

+ Trong hai số âm, số có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn thì lớn hơn.



$$5 > 3 \text{ (hay } 3 < 5)$$



$$-1 > -3 \text{ (hay } -3 < -1)$$

#### Bài 4

Cho hai số nguyên âm  $a, b$  (chẳng hạn  $a = -3, b = -9$ )

a) So sánh  $a$  và  $b$ .

b) Tính  $|a|, |b|$  và so sánh hai số này.

Có thể rút ra kết luận gì về thứ tự giữa hai số nguyên âm và thứ tự giữa hai giá trị tuyệt đối của chúng?

##### ● Tìm hiểu đề bài

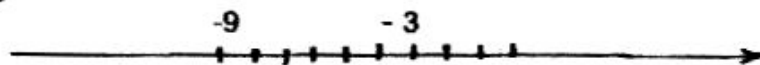
Đề bài cho hai số nguyên âm, yêu cầu so sánh hai số này để biết được trong hai số ấy số nào lớn hơn rồi lại so sánh về giá trị tuyệt đối của chúng, cuối cùng là rút ra kết luận về thứ tự giữa hai số nguyên âm và thứ tự giữa hai giá trị tuyệt đối.

##### ● Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a, dựa vào cách biểu diễn số nguyên trên trục số có ngay kết quả so sánh giữa  $a$  và  $b$ .

Với câu b, trước hết tìm giá trị tuyệt đối của mỗi số, so sánh hai giá trị vừa tìm được để có được kết luận theo yêu cầu của đề bài.

##### ● Cách giải



a) Với  $a = -3, b = -9$  thì  $-9 < -3$  tức là  $b < a$  (hay  $a > b$ ).

b) Với  $a = -3$  thì  $|-3| = 3$  và với  $b = -9$  thì  $|-9| = 9$ . Vì  $9 > 3$

nên  $|b| > |a|$ .

**Kết luận:** Trong hai số nguyên âm, số lớn hơn ở bên phải số bé hơn trên trục số; số nào nhỏ hơn có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

● **Khai thác bài toán**

Hãy xem xét bài toán trên khi:  $a, b$  là hai số nguyên dương;  $a$  là số nguyên dương còn  $b$  là số nguyên âm.

Ta thấy:

- Nếu  $a, b$  là hai số nguyên dương hay có thể nói, đó là hai số tự nhiên, điều này đã học từ lớp dưới. Nếu  $a = 7; b = 4$  thì  $a > b$  và  $|a| > |b|$ .

- Nếu  $a$  là số nguyên dương còn  $b$  là số nguyên âm ta luôn có  $a > b$ , nhưng về giá trị tuyệt đối của  $a, b$  thì phải căn cứ vào giá trị cụ thể của  $a$  và  $b$  mới có thể so sánh được:

Nếu  $a = 1$  còn  $b = -10$  thì  $|b| > |a|$

Nếu  $a = 7$  còn  $b = -3$  thì  $|a| > |b|$

Nếu  $a = 8$  còn  $b = -8$  thì  $|a| = |b|$ .

**Bài 5**

Tìm tập hợp các số nguyên  $x$  sao cho:

a)  $-3 < x < 1$                       b)  $-6 \leq x \leq -4$

c)  $-5 \leq x \leq -4$                     d)  $|x| = 8$

e)  $|x| = -3$                             g)  $|x| < 5$ .

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài đòi hỏi tìm tập hợp các số nguyên  $x$  sao cho:

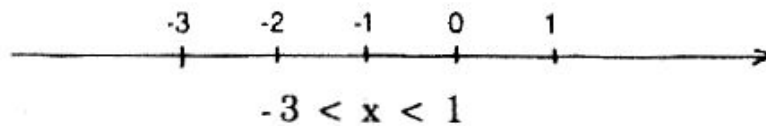
Số  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép (ngặt) đối với câu a, câu g

Số  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép (không ngặt) đối với câu b, câu c

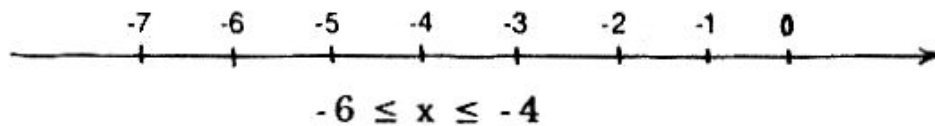
Số  $x$  thỏa mãn đẳng thức đối với câu d, câu e.

• Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a cần phải tìm tập hợp các số nguyên  $x$  lớn hơn  $-3$  nhưng nhỏ hơn  $1$ , có thể dựa vào trục số để có câu trả lời:



Với câu b, cần phải tìm tập hợp các số nguyên  $x$  lớn hơn hoặc bằng  $-6$  nhưng nhỏ hơn hoặc bằng  $-4$ , có thể dựa vào trục số để có câu trả lời:



Với câu c, nhận thấy  $-5$  và  $-4$  là hai số nguyên âm kề liền nhau, do đó giữa chúng không còn có số nguyên nào nữa, từ đó có câu trả lời.

Với câu d, cần phải tìm tập hợp các số nguyên  $x$  sao cho chúng có giá trị tuyệt đối bằng  $8$ , đây là một đẳng thức, dựa vào định nghĩa giá trị tuyệt đối để có câu trả lời.

Với câu e, cần lưu ý rằng giá trị tuyệt đối của bất kì một số nguyên nào cũng là một số không âm, nên đẳng thức đã cho là một đẳng thức sai.

Với câu g, ta đã biết: nếu có  $x > -5$  và  $x < 5$  thì có thể viết gộp hai bất đẳng thức trên thành một bất đẳng thức kép là  $-5 < x < 5$  hay  $|x| < 5$ . Do đó câu g là tìm tập hợp các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức  $-5 < x < 5$ , cách làm tương tự câu a.

• Cách giải

a) Tập hợp  $A$  các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép  $-3 < x < 1$  là

$$A = \{-2; -1; 0\}$$

b) Tập hợp  $B$  các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép

$-6 \leq x \leq -4$  là

$$B = \{-6; -5; -4\}$$

c) Vì  $-5$  và  $-4$  là hai số nguyên âm kề liền nhau (liên tiếp) nên giữa  $-5$  và  $-4$  không có một số nguyên âm nào nữa, do đó tập hợp  $C$  các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép  $-5 \leq x \leq -4$  là

$$C = \emptyset$$

d) Vì  $|x| = 8$  nên theo định nghĩa về giá trị tuyệt đối, suy ra  $x = -8$  hay  $x = 8$ . Vậy tập hợp  $D$  các số nguyên  $x$  thỏa mãn đẳng thức  $|x| = 8$  là

$$D = \{-8; 8\}$$

e) Biết rằng, giá trị tuyệt đối của bất kì số nguyên nào cũng là một số không âm, nên tập hợp  $E$  các số nguyên  $x$  thỏa mãn đẳng thức  $|x| = -3$  là

$$E = \emptyset$$

g) Vì  $|x| < 5$  tương đương với  $-5 < x < 5$ , nên tập hợp  $F$  các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức  $|x| < 5$  là

$$F = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

● Khai thác bài toán

Cần chú ý thêm về các dạng bất đẳng thức:

1. Bất đẳng thức đơn, chẳng hạn:

a) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $x < 1$

Ta thấy các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức  $x < 1$  là tập hợp:

$$E = \{0; -1; -2; -3; \dots\}$$

b) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $-3 < x$

Các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức  $-3 < x$  là tập hợp:

$$F = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

c) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $x \leq 1$

Các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức  $x \leq 1$  là tập hợp:

$$G = \{1; 0; -1; -2; -3; \dots\}$$

d) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $-3 \leq x$

Các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức  $-3 \leq x$  là tập hợp:

$$K = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

2. Bất đẳng thức kép, chẳng hạn:

a) Khi ghép hai bất đẳng thức 1a) và 1b) ở trên với nhau ta có bất đẳng thức kép (ngặt) sau đây:

$$-3 < x < 1$$

Theo cách giải ở bài 5 ta có tập hợp:

$$A = \{-2; -1; 0\}$$

b) Khi ghép hai bất đẳng thức 1c) và 1d) ở trên với nhau ta có bất đẳng thức kép (không ngặt) sau đây:

$$-3 \leq x \leq 1$$

Giải tương tự như ở bài toán 5 ta có tập hợp:

$$I = \{-3; -2; -1; 0; 1\}$$

Ta thấy, các tập hợp  $A$  và  $I$  là hai tập hợp có *hữu hạn* các phần tử, còn các tập hợp  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $K$  là các tập hợp có *vô hạn* các phần tử.

## Bài 6

a) Cho hai dãy số nguyên:

10; 11; 12; ...; 98; 99 (I) và -10; -11; -12; ...; -98; -99 (II).

Trong hai dãy số này, dãy số nào là dãy số tăng, dãy số nào là dãy số giảm?

b) Tìm:

- Số nguyên âm nhỏ nhất và lớn nhất có hai chữ số

- Số nguyên dương nhỏ nhất và số nguyên âm lớn nhất có ba chữ số.

● **Tim hiểu đề bài**

Câu a của bài toán cho hai dãy số I và II, trong đó dãy số I là dãy các số nguyên dương, còn dãy số II là dãy các số nguyên âm. Đề bài đòi hỏi xem xét dãy số nào tăng, dãy số nào giảm.

Câu b của bài toán yêu cầu tìm số nguyên âm, số nguyên dương lớn nhất, nhỏ nhất có hai chữ số, có ba chữ số.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, dãy số I là dãy các số nguyên dương, đó chính là dãy các số tự nhiên nên dễ dàng biết được là dãy số tăng; dãy số II cần lưu ý rằng, với hai số nguyên âm, số nào có giá trị tuyệt đối bé hơn sẽ là số lớn hơn, từ đó có câu trả lời.

Với câu b, đối với các số nguyên âm, cần lưu ý đến giá trị tuyệt đối để xác định số lớn nhất. Chẳng hạn như: với các số nguyên âm có hai chữ số, số nào có giá trị tuyệt đối lớn nhất là số nhỏ nhất; số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ nhất là số lớn nhất. Đối với số có ba chữ số, suy luận tương tự. Với các số nguyên dương thì việc tìm số lớn nhất giống như việc tìm số lớn nhất trong tập hợp  $N$  các số tự nhiên.

● **Cách giải**

a) Rõ ràng là  $10 < 11 < 12 < \dots < 98 < 99$ , do đó dãy các số  $10; 11; 12; \dots; 98; 99$  là dãy các số tăng.

Với các số âm, số nào có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn sẽ là số lớn hơn. Biết  $|-10| < |-11|$ ,  $|-11| < |-12|$ ,  $\dots$ ,  $|-98| < |-99|$  nên có  $-10 > -11 > -12 \dots > -98 > -99$ , như vậy dãy các số  $-10; -11; -12; \dots; -98; -99$  là dãy các số giảm.

b) Theo dãy số II trong câu a, ta có ngay:

Số nguyên âm nhỏ nhất có hai chữ số là  $-99$ .

Số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số là  $-10$ .

Biết dãy các số nguyên dương có ba chữ số tăng dần là  $100; 101; 102; \dots; 998; 999$ , suy ra số nguyên dương nhỏ nhất có ba chữ

số là 100.

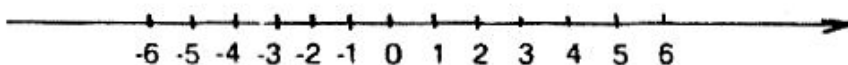
Biết dãy các số nguyên âm có ba chữ số tăng dần là -999; -998;... ; -102; -101; -100, suy ra số nguyên âm lớn nhất có ba chữ số là -100.

• Khai thác bài toán

Như đã biết, các số nguyên âm (kí hiệu là  $\mathbf{Z}_-$ ) là tập hợp con của tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên; các số nguyên dương (kí hiệu là  $\mathbf{Z}_+$ ) là tập hợp con của tập hợp  $\mathbf{Z}$  các số nguyên, nên:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbf{Z}_+$$

Biết rằng, các số nguyên có thể biểu diễn được trên trục số chẳng hạn:

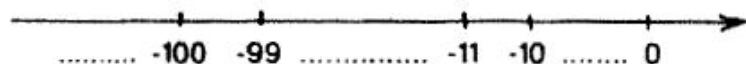


Ta thấy: các điểm biểu diễn các số nguyên âm nằm bên trái điểm biểu diễn số 0, các điểm biểu diễn các số nguyên dương nằm bên phải điểm biểu diễn số 0. Đặc biệt là:

- Các điểm biểu diễn các số nguyên dương càng gần điểm biểu diễn số 0 là số ngày càng nhỏ.
- Các điểm biểu diễn các số nguyên âm càng gần điểm biểu diễn số 0 là số ngày càng lớn.

Với nhận xét như trên, có thể dùng trục số để làm (câu b) bài toán 5.

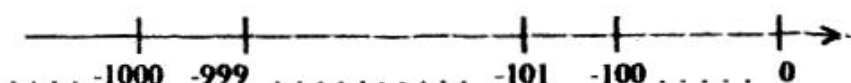
Thật vậy, trên một trục số, có thể biểu diễn các số nguyên âm có hai chữ số bằng các điểm như sau:



Như vậy, số -10 là số nguyên âm lớn nhất có hai chữ số và số -99 là số nguyên âm nhỏ nhất có hai chữ số.

Tương tự, trên một trục số, có thể biểu diễn các số nguyên âm

có ba chữ số bằng các điểm như sau:



Ở hình vẽ trên, ta thấy số  $-100$  là số nguyên âm lớn nhất có ba chữ số và số  $-999$  là số nguyên âm nhỏ nhất có ba chữ số.

### Bài 7

Tính các tổng sau:

- $675 + (-587) + (-655) + (-177) + (-23) + 387$
- $1316 + (-315) + (-1216) + 317 + (-85)$
- $4366 + (-3275) + 3634 + (-725) + (-2384) + 6384$
- $5002 + (-2820) + 4715 + (-3002) + 3840 + (-6715)$ .

#### • Tìm hiểu đề bài

Đề bài yêu cầu tính tổng của các số nguyên dương và nguyên âm trong một dãy tính.

#### • Hướng dẫn cách tìm lời giải

Thông thường đối với một dãy các phép tính cộng thì làm tính theo thứ tự từ trái sang phải, song cũng có thể có các cách giải khác, trong bài này ta vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng để tính riêng tổng các số nguyên dương, nguyên âm rồi làm phép cộng hai số trái dấu.

#### • Cách giải

- $$\begin{aligned} &675 + (-587) + (-655) + (-177) + (-23) + 387 \\ &= (675 + 387) + [(-587) + (-655) + (-167) + (-23)] \\ &= 1062 + (-1442) = -380. \end{aligned}$$
- $$\begin{aligned} &1316 + (-315) + (-1216) + 317 + (-85) \\ &= (1316 + 317) + [(-315) + (-1216) + (-85)] \\ &= 1633 + (-1616) = 17. \end{aligned}$$
- $$4366 + (-3275) + 3634 + (-725) + (-2384) + 6384$$



$$= (4366 + 3634 + 6384) + [(-3275) + (-725) + (-2384)]$$

$$= 14384 + (-6384) = 8000.$$

d)  $5002 + (-2820) + 4715 + (-3002) + 3840 + (-6715)$

$$= (5002 + 4715 + 3840) + [(-2820) + (-3002) + (-6715)]$$

$$= 13557 + (-12537) = 1020.$$

● **Khai thác bài toán**

Có thể vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép cộng một cách linh hoạt, không giống cách giải trên để làm nhanh các phép tính cộng trên như sau:

a)  $675 + (-587) + (-655) + (-177) + (-23) + 387$

$$= [675 + (-655)] + [(-177) + (-23)] + [387 + (-587)]$$

$$= 20 + (-200) + (-200) = -380$$

b)  $1316 + (-315) + (-1216) + 317 + (-85)$

$$= [1316 + (-1216)] + [(-315) + (-85)] + 317$$

$$= 100 + (-400) + 317 = 17$$

c)  $4366 + (-3275) + 3634 + (-725) + (-2384) + 6384$

$$= (4366 + 3634) + [(-3275) + (-725)] + [(-2384) + 6384]$$

$$= 8000 + (-4000) + 4000 = 8000$$

d)  $5002 + (-2820) + 4715 + (-3002) + 3840 + (-6715)$

$$= [5002 + (-3002)] + [(-6715) + 4715] + [3840 + (-2820)]$$

$$= 2000 + (-2000) + 1020 = 1020.$$

**Bài 8**

Tính tổng các số nguyên  $x$  thỏa mãn:

a)  $-9 < x < 7;$

b)  $-5 \leq x \leq 5.$

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài đòi hỏi tìm các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức

kép (ngặt)  $-9 < x < 7$ , thỏa mãn bất đẳng thức kép (không ngặt)  $-5 \leq x \leq 5$ , sau đó tính tổng của các số nguyên  $x$  vừa tìm được.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với mỗi bất đẳng thức đã cho, trước hết hãy tìm các số nguyên  $x$  thỏa mãn từng bất đẳng thức, sau đó làm phép cộng. Cần lưu ý khi cộng các số đối nhau, chúng có tổng bằng 0.

● **Cách giải**

a) Các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép  $-9 < x < 7$  là tập hợp A các số sau:

$$A = \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

Tổng của các số nguyên vừa tìm được là:

$$\begin{aligned} &(-8) + (-7) + (-6) + 6 + (-5) + 5 + (-4) + 4 + (-3) + \\ &+ 3 + (-2) + 2 + (-1) + 1 + 0 = (-8) + (-7) = -15. \end{aligned}$$

b) Các số nguyên  $x$  thỏa mãn bất đẳng thức kép  $-5 \leq x \leq 5$  là tập hợp B các số sau:

$$B = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Tổng của các số nguyên vừa tìm được là:

$$(-5) + 5 + (-4) + 4 + (-3) + 3 + (-2) + 2 + (-1) + 1 + 0 = 0.$$

● **Khai thác bài toán**

Với loại bài toán này, việc tìm tổng các số nguyên sẽ nhanh chóng và đơn giản nếu chú ý đến các số đối nhau. Vì tổng của hai số đối nhau bằng 0, nên việc tìm tổng chỉ còn là tính tổng của các số nguyên còn lại (không phải là số đối nhau).

Thật vậy, với bất đẳng thức  $-9 < x < 7$ , sau khi loại bỏ các số đối nhau, tổng sẽ là  $(-8) + (-7) = -15$ . Có thể giải nhầm bài toán trên theo cách lập luận này.

**Bài 9.** Tìm  $x$  biết rằng:

a)  $|x - 5| = 8$ ;

b)  $|x| - 7 = 11$ ;

c)  $|x + 8| = 4$ ;                      d)  $12 - |x + 2| = 7$ .

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài yêu cầu tìm giá trị của số nguyên  $x$  nằm trong dấu giá trị tuyệt đối, đó là giá trị tuyệt đối của một số hay một tổng, một hiệu.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, câu c áp dụng công thức

$$|a| = \begin{cases} a & \text{nếu } a \geq 0 \\ -a & \text{nếu } a < 0 \end{cases}$$

Với câu b, câu d, trước hết hãy thực hiện các phép tính để có dạng tương tự như câu a, câu c, sau đó mới áp dụng công thức trên.

● **Cách giải**

a) Khi  $x - 5$  là số dương, ta có:

$$x - 5 = 8; \quad x = 8 + 5 = 13$$

Khi  $x - 5$  là số âm, ta có:

$$x - 5 = -8; \quad x = -8 + 5 = -3$$

b)  $|x| - 7 = 11$

$$|x| = 11 + 7 = 18$$

Suy ra  $x = \pm 18$

c) Khi  $x + 8$  là số dương, ta có:

$$x + 8 = 4; \quad x = 4 - 8 = -4$$

Khi  $x + 8$  là số âm, ta có:

$$x + 8 = -4; \quad x = -4 - 8 = -12.$$

d)  $12 - |x + 2| = 7$

$$|x + 2| = 5$$

Khi  $x + 2$  là số dương, ta có:

$$x + 2 = 5; x = 5 - 2 = 3.$$

Khi  $x + 2$  là số âm, ta có:

$$x + 2 = -5; x = -5 - 2 = -7.$$

● **Khai thác bài toán**

Ta đã biết:  $x + 5 = 7 \Rightarrow x = 7 - 5$ , ngược lại

$$x = 7 - 5 \Rightarrow x + 5 = 7.$$

Có thể viết gọn cách trình bày ở trên như sau:

$$x + 5 = 7 \Leftrightarrow x = 7 - 5.$$

Cách biến đổi như trên gọi là biến đổi tương đương. Có thể áp dụng phép biến đổi tương đương để trình bày lời giải các câu a, câu c như sau:

$$a) |x - 5| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5 = 8 \\ x - 5 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 5 \\ x = -8 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$c) |x + 8| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 8 = 4 \\ x + 8 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 8 \\ x = -4 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -12 \end{cases}$$

Với câu b, câu d, cần thực hiện các phép tính để đưa về dạng bài tương tự câu a, câu c, rồi có thể áp dụng cách trình bày trên.

$$b) |x| - 7 = 11 \Rightarrow |x| = 11 + 7 = 18;$$

$$|x| = 18 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ x = -18 \end{cases}$$

$$d) 12 - |x + 2| = 7 \Rightarrow |x + 2| = 12 - 7 = 5;$$

$$|x + 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 5 \\ x + 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2 \\ x = -5 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -7 \end{cases}$$

**Bài 10**

a) Tìm giá trị của  $x$  sao cho  $x + 5$  là số nguyên dương nhỏ nhất.

b) Điền dấu cộng (+) hoặc dấu trừ (-) vào ô vuông để biểu thức sau có giá trị nhỏ nhất:

1)  $75 \square 82$     2)  $45 \square (-37)$ .

● **Tim hiểu đề bài**

Đề bài câu a đòi hỏi tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $x + 5$  có giá trị là số nguyên dương nhỏ nhất.

Câu b đòi hỏi thay  $\square$  bằng dấu "+" hay dấu "-" để thỏa mãn điều kiện bài toán.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, trước hết cần khẳng định số nguyên dương nhỏ nhất là số nào? Từ đó dễ dàng tìm được giá trị của  $x$ .

Với câu b cần lưu ý:

- Hai số 75 và 82 đều là hai số dương, hãy cộng hoặc trừ nhẩm và xét xem kết quả nào nhỏ hơn, từ đó có câu trả lời.

- Hai số 45 và -37 là hai số không cùng dấu, hãy cộng hoặc trừ nhẩm và xét xem kết quả nào nhỏ hơn, từ đó có câu trả lời.

● **Cách giải**

a) Số nguyên dương nhỏ nhất là 1, theo đầu bài ta có:

$$x + 5 = 1, \text{ suy ra } x = 1 - 5 = -4.$$

Vậy với  $x = -4$  thì  $x + 5$  sẽ là số nguyên dương nhỏ nhất.

b) Ta thấy  $75 + 82 = 157$ ;  $75 - 82 = -7$ , rõ ràng  $-7 < 157$ . Do đó, để biểu thức  $75 \square 82$  có giá trị nhỏ nhất phải điền dấu "-" vào  $\square$  để có  $75 \ominus 82 = -7$ .

Ta thấy  $45 + (-37) = 8$ ;  $45 - (-37) = 45 + 37 = 82$ ; rõ ràng  $8 < 82$ . Do đó, để cho biểu thức  $45 \square (-37)$  có giá trị nhỏ nhất phải điền dấu "+" vào  $\square$  để có  $45 \oplus (-37) = 8$ .

● **Khai thác bài toán**

a) Với câu a, có thể thay đổi đề bài như sau: Tìm giá trị của  $x$  sao cho  $x + 5$  là số nguyên âm lớn nhất.

Ta thấy số  $-1$  là số nguyên âm lớn nhất, theo đề bài có:

$$x + 5 = -1; x = -1 - 5 = -6.$$

Vậy khi  $x = -6$  thì  $x + 5$  sẽ là số nguyên âm lớn nhất.

b) Với câu b, khi có biểu thức  $-45 \square (-37)$  thì phải điền vào ô vuông dấu "+" hay dấu "-" để biểu thức có giá trị lớn nhất.

Ta thấy, nếu điền dấu "+" vào  $\square$  ta có  $-45 \oplus (-37) = -82$ , còn nếu điền dấu "-" vào  $\square$  ta được  $-45 \ominus (-37) = -45 + 37 = -8$ . Rõ ràng  $-82 < -8$ .

Vậy muốn biểu thức  $-45 \square (-37)$  có giá trị lớn nhất phải điền dấu "-" vào  $\square$  để có  $-45 \ominus (-37) = -8$ .

*Lưu ý.* Trong tập hợp  $Z$  các số nguyên thì:

- Không xác định được số nguyên âm nhỏ nhất và số nguyên dương lớn nhất.

- Chỉ xác định được số nguyên âm lớn nhất và số nguyên dương nhỏ nhất.

**Bài 11. Tính tổng:**

a)  $5 + (-10) + 15 + (-20) + 25 + (-30) + \dots + 95 + (-100)$

b)  $3 + (-6) + 9 + (-12) + 15 + (-18) + \dots + 87 + (-90)$ .

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài yêu cầu tính tổng của một dãy các số dương và số âm được cho theo một quy tắc viết số nhất định.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, theo giá trị tuyệt đối, là dãy các số tăng dần, theo quy tắc số sau bằng số trước cộng thêm 5. Cần vận dụng tính chất kết hợp của phép cộng để tìm tổng của các cặp số liền nhau vì chúng đều có tổng bằng  $-5$ .

Với câu b, theo giá trị tuyệt đối, là dãy các số tăng dần, theo quy tắc số sau bằng số trước cộng thêm 3. Cần vận dụng tính chất kết hợp của phép cộng để tìm tổng của các cặp số liền nhau vì chúng đều có tổng bằng  $-3$ .

● **Cách giải**

$$\begin{aligned} \text{a) } & 5 + (-10) + 15 + (-20) + 25 + (-30) + \dots + 95 + (-100) \\ &= [5 + (-10)] + [15 + (-20)] + [25 + (-30)] + \dots + [95 + (-100)] \\ &= (-5) + (-5) + (-5) + \dots + (-5). \end{aligned}$$

Tất cả có 10 cặp số nên tổng trên bằng -50.

$$\begin{aligned} \text{b) } & 3 + (-6) + 9 + (-12) + 15 + (-18) + \dots + 87 + (-90) \\ &= [3 + (-6)] + [9 + (-12)] + [15 + (-18)] + \dots + [87 + (-90)] \\ &= (-3) + (-3) + (-3) + \dots + (-3). \end{aligned}$$

Tất cả có 15 cặp số nên tổng trên bằng -45.

● **Khai thác bài toán**

Bài toán thuộc dạng này có thể ra rất nhiều bài tập tương tự, vấn đề quan trọng ở đây là xác định được quy tắc viết các số hạng theo giá trị tuyệt đối như thế nào; thông thường cho số các số hạng là một số chẵn để có thể tạo ra một số chẵn các cặp số.

Chẳng hạn, với dãy các số hạng tăng dần theo giá trị tuyệt đối bằng 10 từ 10 đến 100, theo dạng bài toán 11 này có bài toán sau:

Tìm tổng:  $10 + (-20) + 30 + (-40) + \dots + 90 + (-100)$ . Có thể tính như sau:

$$\begin{aligned} & 10 + (-20) + 30 + (-40) + \dots + 90 + (-100) \\ &= [10 + (-20)] + [30 + (-40)] + \dots + [90 + (-100)] \\ &= (-10) + (-10) + \dots + (-10) \end{aligned}$$

Tất cả có 5 cặp số nên tổng trên bằng -50.

Cũng có thể cho số các số hạng là một số lẻ, chẳng hạn:

Tìm tổng:  $10 + (-20) + 30 + (-40) + \dots + 90$ .

Có thể tính như sau:

$$\begin{aligned} & 10 + (-20) + 30 + (-40) + \dots + 90 \\ &= [10 + (-20)] + [30 + (-40)] + \dots + 90 \\ &= (-10) + (-10) + \dots + 90 \end{aligned}$$

Tất cả có 4 cặp số, nên tổng trên sẽ là:

$$(-10) + (-10) + (-10) + (-10) + 90 = 50.$$

**Bài 12. Tìm x biết:**

a)  $8 - (12 - x) = 13;$                       b)  $-72 - (x - 25) = 0;$

c)  $-32 + (-9 + x) = 8;$                       d)  $72 + (15 - x) = 18.$

● **Tim hiểu đề bài**

Đề bài yêu cầu tìm giá trị của x trong các đẳng thức đã cho.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Có thể vận dụng quy tắc "dấu ngoặc" để giải bài toán này với chú ý đặc biệt là: các số của biểu thức trong dấu ngoặc mà trước nó có dấu trừ, khi bỏ ngoặc phải đổi dấu của các số ấy.

● **Cách giải**

a)  $8 - (12 - x) = 13;$                       b)  $-72 - (x - 25) = 0$

$8 - 12 + x = 13$                                $-72 - x + 25 = 0$

$-4 + x = 13$                                        $-47 - x = 0$

$x = 13 - (-4) = 17.$                                $x = -47.$

c)  $-32 + (-9 + x) = 8;$                       d)  $72 + (15 - x) = 18$

$-32 - 9 + x = 8$                                $72 + 15 - x = 18$

$-41 + x = 8$                                        $87 - x = 18$

$x = 8 - (-41) = 49.$                                $x = 87 - 18 = 69.$

● **Khai thác bài toán**

Ta đã biết:

- Với phép trừ:  $SBT - ST = H$ , suy ra  $SBT = H + ST$ ;  
 $ST = SBT - H$ .

- Với phép cộng:  $SH_1 + SH_2 = T$ , suy ra  $SH_1 = T - SH_2$ ;  
 $SH_2 = T - SH_1$ .

Có thể vận dụng hiểu biết trên để làm bài toán tìm x.



$$\text{a) } 8 - (12 - x) = 13$$

$$12 - x = 8 - 13 = -5$$

$$x = 12 - (-5) = 17$$

$$\text{c) } -32 + (-9 + x) = 8$$

$$-9 + x = 8 - (-32) = 40$$

$$x = 40 - (-9) = 49$$

$$\text{b) } -72 - (x - 25) = 0$$

$$x - 25 = -72$$

$$x = -72 + 25 = -47$$

$$\text{d) } 72 + (15 - x) = 18$$

$$15 - x = 18 - 72 = -54$$

$$x = 15 - (-54) = 69.$$

### Bài 13

Thay đổi vị trí số hạng và đặt dấu ngoặc thích hợp để tính các tổng đại số sau:

$$\text{a) } -8537 + 523 + 8520 - 661; \text{ b) } 1445 - 387 - 1430 + 372;$$

$$\text{c) } -2607 + 324 + 2507 - 424; \text{ d) } 5609 - 915 - 4508 + 715.$$

#### ● Tìm hiểu đề bài

Đề bài cho tổng đại số, yêu cầu thay đổi vị trí các số hạng và đặt dấu ngoặc một cách thích hợp rồi thực hiện phép tính.

#### ● Hướng dẫn cách tìm lời giải

Các tổng đại số đã cho đều gồm 4 số hạng, cần dùng dấu ngoặc để tổng còn hai số hạng. Thực hiện phép tính trong từng dấu ngoặc, cuối cùng tìm tổng của hai số cùng dấu hoặc trái dấu.

#### ● Cách giải

$$\begin{aligned} \text{a) } -8537 + 523 + 8520 - 661 &= (-8537 + 8520) + (523 - 661) \\ &= -17 + (-138) = -155 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1445 - 387 - 1430 + 372 &= (1445 - 1430) + (372 - 387) \\ &= 15 + (-15) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } -2607 + 324 + 2507 - 424 &= (-2607 + 2507) + (324 - 424) \\ &= (-100) + (-100) = -200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 5609 - 915 - 4508 + 715 &= (5609 - 4508) + (715 - 915) \\ &= 1101 + (-200) = 901. \end{aligned}$$

● Khai thác bài toán

Với một tổng đại số đã cho, nếu đề bài không có yêu cầu nào khác ngoài việc tính toán, ta có thể chọn cách làm nhanh, hợp lí, tùy thuộc vào đề bài cụ thể. Chẳng hạn:

Tính tổng đại số:  $175 - 75 + 100 - 125$ .

Ta có thể làm một trong ba cách sau:

- Cách 1

$$\begin{aligned} & 175 - 75 + 100 - 125 \\ & = 100 + 100 - 125 = 200 - 125 = 75 \end{aligned}$$

- Cách 2

$$\begin{aligned} & 175 - 75 + 100 - 125 \\ & = (175 + 100) - (75 + 125) = 275 - 200 = 75. \end{aligned}$$

- Cách 3

$$\begin{aligned} & 175 - 75 + 100 - 125 \\ & = (175 - 125) + (100 - 75) = 50 + 25 = 75. \end{aligned}$$

Nhận thấy cách làm thứ hai hay thứ ba nhanh hơn cách thứ nhất.

Tất nhiên là còn cách làm khác nữa, bạn đọc hãy tự làm.

**Bài 14.** Tính nhanh:

a)  $-125 \cdot 150 \cdot (-8) \cdot (-6)$ ;

b)  $51 - 52 + 53 - 54 + 55 - 56 + \dots + 97 - 98 + 99$ .

● Tìm hiểu đề bài

Câu a là tìm tích của 4 thừa số, trong đó có 3 thừa số âm. Câu b là tìm tổng đại số của các số có dấu "+", dấu "-" đan xen nhau bắt đầu từ 51 đến 99.

● Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a, cần vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp của phép nhân để tính nhanh tích phải tìm.

Với câu b, nhận thấy  $51 - 52 = 53 - 54 = \dots = 97 - 98 = -1$ , như vậy là hiệu của 2 số liền nhau (bắt đầu từ 51) luôn bằng  $-1$ . Cần tính số các cặp số để tính tổng các số có dấu "+", dấu "-" đan xen nhau từ 51 đến 98. Ta thấy số các cặp số là  $\frac{(98-51)+1}{2} = 24$ .

Từ đó có thể tính nhanh được kết quả của tổng đại số đã cho.

● Cách giải

a)  $-125 \cdot 150 \cdot (-8) \cdot (-6)$

$$= [(-125)(-8)] \cdot [150 \cdot (-6)]$$

$$= 1000 \cdot (-900) = -900\,000$$

b)  $A = \underbrace{51 - 52} + \underbrace{53 - 54} + \underbrace{55 - 56} + \dots + \underbrace{97 - 98} + 99$   
 $= (-1) + (-1) + (-1) + \dots + (-1) + 99$

Dãy tính từ 51 đến 98 có  $\frac{(98-51)+1}{2} = 24$  cặp số, nên có

$$A = (-1) \cdot 24 + 99 = -24 + 99 = 75.$$

● Khai thác bài toán

- Ở câu a bài toán trên, số thừa số âm là 3, đây là một số lẻ, nên tích mang dấu trừ. Từ đó, ta thấy rằng, khi làm một dãy tính nhân, ta cứ nhân các giá trị tuyệt đối với nhau, rồi đặt ở tích dấu cộng nếu số thừa số âm là một số chẵn, còn đặt ở tích dấu trừ nếu số thừa số âm là một số lẻ.

Chẳng hạn:

$$(-4) \cdot (-5) \cdot 6 \cdot (-1) = -120$$

$$(-4) \cdot (-5) \cdot 6 \cdot 1 = 120.$$

- Nếu phải tính tổng đại số

$$A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 97 - 98 + 99 \text{ thì làm thế nào?}$$

Ta nhận thấy cách làm vẫn như trên, chỉ có khác nhau về số các cặp số của A. Số các cặp số ở đây là  $\frac{(98-1)+1}{2} = 49$ . Vậy

$$A = (-1) \cdot 49 + 99 = -49 + 99 = 50.$$

**Bài 15.** Tìm x biết:

a)  $x(x - 5) = 0$ ;      b)  $(x + 7)(x - 3) = 0$ ;

c)  $(x - 1)(x + 2)(x - 7) = 0$ .

● **Tìm hiểu đề bài**

Các đẳng thức mà đề bài đã cho, đều có vế phải bằng 0 còn vế trái là một tích của hai hay ba thừa số.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Ta đã biết:  $5.0 = 0.6 = 0.8.9 = 0$ , như vậy nếu tích của hai hay ba thừa số mà bằng không thì một trong các thừa số của tích phải bằng không. Do vậy, để tìm x, cần lần lượt xét các thừa số bằng 0 của tích đã cho.

● **Cách giải**

$$\text{a) } x(x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

Chú ý. Kí hiệu  $\begin{cases} A \\ B \end{cases}$  để chỉ A hoặc B.

$$\text{b) } (x + 7)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 7 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ x = 3. \end{cases}$$

$$\text{c) } (x - 1)(x + 2)(x - 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x + 2 = 0 \\ x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 7. \end{cases}$$

● **Khai thác bài toán**

Nhận thấy, với một đẳng thức có dạng như ở đề bài, nếu vế trái có bao nhiêu thừa số thì có bấy nhiêu giá trị tìm được của x. Chú ý rằng, với một trong các giá trị tìm được của x cũng đủ để cho vế trái bằng không, không phải là tất cả các giá trị tìm được của x mới làm cho vế trái bằng 0.

Thật vậy, ở câu b, ta có  $x = -7$  hoặc  $x = 3$ . Rõ ràng:

- Nếu  $x = -7$ , ta có  $(-7 + 7)(-7 - 3) = 0 \cdot (-7 - 3) = 0$

- Nếu  $x = 3$ , ta có  $(3 + 7)(3 - 3) = (3 + 7) \cdot 0 = 0$ .

Lên lớp trên khi học về phương trình, đề bài 15 có thể gọi là: giải các phương trình. Người ta gọi các phương trình có dạng này là *phương trình tích*, mà cách giải cũng giống như đã giải ở trên.

**Bài 16.** Tìm số nguyên  $x$  biết:

a)  $x(x - 5) < 0$ ;                      b)  $x(x - 5) > 0$ ;

c)  $(x + 1)(x + 7) < 0$ ;              d)  $(x + 2)(x + 7) > 0$ .

● **Tim hiểu đề bài**

Đây là các bài toán về bất đẳng thức mà vế trái là tích của hai thừa số, còn vế phải cho biết hai thừa số này sẽ là số âm ( $< 0$ ) hay là số dương ( $> 0$ ). Đề bài đòi hỏi phải tìm các giá trị của  $x$  để vế trái luôn là số âm hay luôn là số dương.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a và câu c, vế trái là số âm nên hai thừa số ở vế trái phải khác dấu, cần phải xác định quan hệ lớn nhỏ giữa hai thừa số đó. Ta thấy  $x > x - 5$  và  $x + 7 > x + 1$  nên có thể xét  $x > 0$  và  $x + 7 > 0$ , đó là cơ sở đầu tiên để tiếp tục tìm số nguyên  $x$ .

Với câu b, câu d, có vế trái là số dương nên hai thừa số ở vế trái phải cùng dương hay cùng âm, từ đó suy ra số nguyên  $x$ .

● **Cách giải**

$$\text{a) } x(x - 5) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 5 \end{cases}$$

Do  $x \in \mathbf{Z}$  nên  $x \in \{1; 2; 3; 4\}$  hay  $x = 1$ ;  $x = 2$ ;  $x = 3$ ;  $x = 4$ .

$$\text{b) } x(x - 5) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$$

$$x(x - 5) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0$$

Vậy với các số nguyên  $x < 0$  hoặc  $x > 5$  thì  $x(x - 5) > 0$ .

$$c) (x + 1)(x + 7) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 < 0 \\ x + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > -7 \end{cases}$$

Do  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{-6; -5; -4; -3; -2\}$  hay  $x = -6; x = -5; x = -4; x = -3; x = -2$ .

$$d) (x + 2)(x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > -7 \end{cases} \Leftrightarrow x > -2$$

$$(x + 2)(x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 < 0 \\ x + 7 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x < -7 \end{cases} \Leftrightarrow x < -7$$

Vậy với các số nguyên  $x > -2$  hoặc  $x < -7$  thì  $(x + 2)(x + 7) > 0$ .

### • Khai thác bài toán

Nói chung, với một bất đẳng thức mà vế trái luôn âm:

- Nếu xác định được quan hệ lớn nhỏ giữa hai thừa số thì chỉ cần xét một trường hợp. Chẳng hạn, tìm số nguyên  $x$  sao cho:

$$x(x + 5) < 0.$$

Biết rằng, tích hai thừa số là âm nên hai thừa số đó phải khác dấu. Trong hai thừa số  $x$  và  $x + 5$  thì  $x < x + 5$ , do đó chỉ có thể

$$\begin{cases} x < 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > -5 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < x < 0$$

Do  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{-4; -3; -2; -1\}$

- Nếu không xác định được quan hệ lớn nhỏ giữa hai thừa số, ta phải xét hai trường hợp. Chẳng hạn, tìm số nguyên  $x$  sao cho:

$$(x + 3)(7 - x) < 0.$$

Ta phải có  $x + 3$  và  $7 - x$  là hai số khác dấu. Xét hai trường hợp:

$$a) \begin{cases} x + 3 < 0 \\ 7 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow x < -3$$

$$b) \begin{cases} x + 3 > 0 \\ 7 - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > 7 \end{cases} \Leftrightarrow x > 7$$

Vậy với các số nguyên  $x < -3$  hoặc  $x > 7$  thì  $(x + 3)(7 - x) < 0$ .

## Bài 17

- a) Tìm tập hợp các ước của 16 mà lớn hơn -4.  
b) Tìm số nguyên  $n$  biết rằng  $n - 3$  là ước của 5.

### • Tìm hiểu đề bài

Đề bài câu a đòi hỏi tìm các ước của 16, các ước này phải lớn hơn -4.

Câu b đòi hỏi tìm các số nguyên  $n$  mà  $n - 3$  lại là ước của 5.

### • Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a, cần xét xem 16 chia hết cho những số nguyên nào, sau đó loại bỏ các số nguyên âm nhỏ hơn và bằng -4.

Với câu b, trước hết hãy xét xem số 5 chia hết cho những số nguyên nào, sau đó lập mối quan hệ giữa mỗi số nguyên đó với  $n - 3$ , từ đó suy ra các số nguyên  $n$  cần tìm.

### • Cách giải

a) 16 chia hết cho  $\pm 1$ ;  $\pm 2$ ;  $\pm 4$ ;  $\pm 8$ ;  $\pm 16$ . Vậy tập hợp A các ước của 16 mà lớn hơn -4 là:

$$A = \{-1; -2; 1; 2; 4; 8; 16\}.$$

b) Các ước của 5 là  $\pm 1$  và  $\pm 5$ , mà mỗi ước này lại bằng  $n - 3$ , do đó có:

$$n - 3 = -1 \Rightarrow n = -1 + 3 = 2$$

$$n - 3 = 1 \Rightarrow n = 1 + 3 = 4$$

$$n - 3 = -5 \Rightarrow n = -5 + 3 = -2$$

$$n - 3 = 5 \Rightarrow n = 5 + 3 = 8.$$

Vậy các số nguyên  $n \in B$  mà  $n - 3$  là ước của 5 là

$$B = \{\pm 2; 4; 8\}.$$

### • Khai thác bài toán

- Câu a của đề bài đã cho là tìm tập hợp các ước của một hợp

số (số 16), có thể tìm tập hợp các ước của một số nguyên tố được không?

Câu trả lời là: được. Chẳng hạn: tìm tập hợp các ước của 17 mà lớn hơn -17.

Ta thấy 17 là số nguyên tố, 17 có các ước là  $\pm 1$  và  $\pm 17$ . Gọi M là tập hợp các ước của 17 mà lớn hơn -17, ta có:

$$M = \{\pm 1; 17\}$$

- Câu b của đề bài lại là tìm các ước của số nguyên tố, nếu thay 5 bằng 6 thì bài toán sẽ có lời giải dài hơn:

Biết các ước của 6 là  $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$ . Do đó có:

$$n - 3 = -1 \Rightarrow n = -1 + 3 = 2$$

$$n - 3 = 1 \Rightarrow n = 1 + 3 = 4$$

$$n - 3 = -2 \Rightarrow n = -2 + 3 = 1$$

$$n - 3 = 2 \Rightarrow n = 2 + 3 = 5$$

$$n - 3 = -3 \Rightarrow n = -3 + 3 = 0$$

$$n - 3 = 3 \Rightarrow n = 3 + 3 = 6$$

$$n - 3 = -6 \Rightarrow n = -6 + 3 = -3$$

$$n - 3 = 6 \Rightarrow n = 6 + 3 = 9.$$

Vậy các số nguyên n mà n - 3 là ước của 6 là

$$\{-3; 0; 1; 2; 4; 5; 6; 9\}.$$

### Bài 18

Tìm các số nguyên a và b sao cho:

a)  $(a + 3)(b + 1) = 3;$

b)  $(a - 1)(b + 1) = 2.$

#### • Tìm hiểu đề bài

Đề bài câu a đòi hỏi tìm số nguyên a và b để cho

$$(a + 3)(b + 1) = 3.$$



Câu b đòi hỏi tìm số nguyên a và b để cho

$$(a - 1)(b + 1) = 2.$$

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, ta thấy tích của hai tổng  $a + 3$  và  $b + 1$  bằng 3, như vậy là  $a + 3$  và  $b + 1$  đều là ước của 3, mà các ước của 3 là  $\pm 1; \pm 3$ .

Mặt khác, biết  $3 = 1 \cdot 3$  hay  $3 = (-1) \cdot (-3)$ , do đó cần xem xét các trường hợp sau:

- Nếu  $a + 3 = 1$  thì  $b + 1 = 3$
- Nếu  $a + 3 = 3$  thì  $b + 1 = 1$
- Nếu  $a + 3 = -1$  thì  $b + 1 = -3$
- Nếu  $a + 3 = -3$  thì  $b + 1 = -1$ .

Từ đó sẽ suy ra được các giá trị của số nguyên a, b.

Với câu b, làm tương tự như câu a.

● **Cách giải**

a) Vì  $a + 3$  và  $b + 1$  là ước của 3, mà 3 có các ước là  $\pm 1; \pm 3$ , do đó:

- Nếu  $a + 3 = 1$  thì  $b + 1 = 3$ , suy ra  $a = -2; b = 2$
- Nếu  $a + 3 = 3$  thì  $b + 1 = 1$ , suy ra  $a = 0; b = 0$
- Nếu  $a + 3 = -1$  thì  $b + 1 = -3$ , suy ra  $a = -4; b = -4$
- Nếu  $a + 3 = -3$  thì  $b + 1 = -1$ , suy ra  $a = -6; b = -2$ .

b) Vì  $a - 1$  và  $b + 1$  là ước của 2, mà 2 có các ước là  $\pm 1; \pm 2$ , do đó:

- Nếu  $a - 1 = 1$  thì  $b + 1 = 2$ , suy ra  $a = 2; b = 1$
- Nếu  $a - 1 = 2$  thì  $b + 1 = 1$ , suy ra  $a = 3; b = 0$
- Nếu  $a - 1 = -1$  thì  $b + 1 = -2$ , suy ra  $a = 0; b = -3$
- Nếu  $a - 1 = -2$  thì  $b + 1 = -1$ , suy ra  $a = -1; b = -2$ .

● Khai thác bài toán

- Có thể trình bày cách giải bài toán trên bằng cách lập bảng.

a) Vì  $a + 3$  và  $b + 1$  là các số nguyên có tích bằng 3 nên chúng là ước của 3, mà 3 có các ước là  $\pm 1; \pm 3$ . Có thể lập bảng sau:

$a + 3$	1	3	-1	-3
$b + 1$	3	1	-3	-1

 $\Rightarrow$ 

a	-2	0	-4	-6
b	2	0	-4	-2

b) Vì  $a - 1$  và  $b + 1$  là các số nguyên có tích bằng 2 nên chúng là ước của 2, mà 2 có các ước là  $\pm 1; \pm 2$ . Có thể lập bảng sau:

$a - 1$	1	2	-1	-2
$b + 1$	2	1	-2	-1

 $\Rightarrow$ 

a	2	3	0	-1
b	1	0	-3	-2

- Nếu có  $(a + 3)(b + 1) = 6$  thì có thể tìm được các số nguyên a và b không?

Hoàn toàn được, với chú ý:

$$6 = 1.6 = -1.(-6) = 2.3 = -2.(-3)$$

Ta có thể lập bảng để tính giá trị của a, b như sau:

$a + 3$	1	6	-1	-6	2	3	-2	-3
$b + 1$	6	1	-6	-1	3	2	-3	-2

 $\Rightarrow$ 

a	-2	3	-4	-9	-1	0	-5	-6
b	5	0	-7	-2	2	1	-4	-3

**Bài 19**

a) Tìm  $Ư(-30)$ ,  $Ư(60)$  và tìm  $Ư(-30) \cap Ư(60)$ .

b) Tìm  $Ư(-24)$ ,  $Ư(-16)$  và tìm  $Ư(-24) \cap Ư(-16)$ .

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài yêu cầu tìm tập hợp các ước của từng số đã cho sau đó là tìm tập hợp giao của hai tập hợp các ước đó.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, trước hết tìm các ước của -30 bằng cách xét xem -30 chia hết cho những số nào. Đối với số 60 cũng làm tương tự. Sau đó hãy tìm các số có mặt trong cả hai tập hợp ước trên, đó là tập hợp giao của hai tập hợp các ước của -30 và 60.

Với câu b, làm tương tự như câu a.

● **Cách giải**

a)  $Ư(-30) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 6; \pm 10; \pm 15; \pm 30\}$

$$Ư(60) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5; \pm 6; \pm 10; \pm 12; \pm 15; \pm 20; \pm 30; \pm 60\}.$$

$$Ư(-30) \cap Ư(60) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 5; \pm 6; \pm 10; \pm 15; \pm 30\}$$

b)  $Ư(-24) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24\}$

$$Ư(-16) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8; \pm 16\}.$$

$$Ư(-24) \cap Ư(-16) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}.$$

● **Khai thác bài toán**

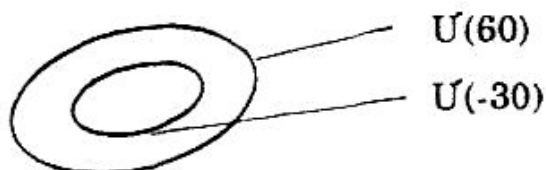
a) Có nhận xét gì về  $Ư(-30) \cap Ư(60)$ ?

Ta thấy -30 là ước của 60, nên

$$Ư(-30) \cap Ư(60) = Ư(-30)$$

b) Có thể dùng hình vẽ để minh họa  $Ư(-30) \cap Ư(60)$  được không?

Vì -30 là ước của 60 và  $Ư(-30) \cap Ư(60) = Ư(-30)$  nên  $Ư(-30) \subseteq Ư(60)$ , ta có hình vẽ sau:



c) Tìm  $U(-24) \cap U(-16) \cap U(-30)$ ?

Ta có:

$$U(-24) \cap U(-16) \cap U(-30) = \{\pm 1; \pm 2\}.$$

### Bài 20

Viết tập hợp các phân số bằng:

a)  $-\frac{15}{20}$ ;      b)  $\frac{6}{9}$ .

#### • Tìm hiểu đề bài

Đề bài yêu cầu viết tập hợp các phân số bằng phân số  $-\frac{15}{20}$  (câu

a), bằng phân số  $\frac{6}{9}$  (câu b).

#### • Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a, trước hết cần rút gọn phân số đã cho để có phân số tối giản. Biết rằng, theo tính chất cơ bản của phân số: giá trị của một phân số không thay đổi khi nhân tử và mẫu của phân số với cùng một số khác không. Chẳng hạn  $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \dots$  Từ đó suy ra kết quả của bài toán.

Với câu b, làm tương tự câu a.

#### • Cách giải

a) Trước hết, cần rút gọn phân số đã cho:

$$-\frac{15}{20} = -\frac{15:5}{20:5} = -\frac{3}{4}.$$

Với  $m \in \mathbf{Z}$  và  $m \neq 0$ , tập hợp A các phân số bằng phân số  $-\frac{15}{20}$  là:

$$A = \left\{ -\frac{3m}{4m} \mid m \in \mathbf{Z}, m \neq 0 \right\}.$$

b) Trước hết, cần rút gọn phân số đã cho:

$$\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$$

Với  $n \in \mathbf{Z}$ ,  $n \neq 0$ , tập hợp B các phân số bằng phân số  $\frac{6}{9}$  là:

$$B = \left\{ \frac{2n}{3n} \mid n \in \mathbf{Z}, n \neq 0 \right\}.$$

● **Khai thác bài toán**

Vấn đề đặt ra là tại sao cần rút gọn phân số trước khi tìm tập hợp các phân số bằng phân số đã cho?

Giả sử như không rút gọn phân số  $-\frac{15}{20}$  thì tập hợp C các phân số bằng nó sẽ là

$$C = \left\{ -\frac{15 \cdot m}{20 \cdot m} \mid m \in \mathbf{Z}, m \neq 0 \right\}$$

Làm như trên là bỏ sót nhiều phân số, chẳng hạn  $-\frac{3}{4}$ ,  $-\frac{6}{8}$ ,  $-\frac{12}{16}$ , ...

Từ đó, ta thấy rằng để viết tập hợp các phân số bằng phân số  $-\frac{15}{20}$  chẳng hạn (hay là viết dạng chung của các phân số bằng phân số  $-\frac{15}{20}$ ) cần thực hiện theo hai bước sau:

- *Bước 1:* Rút gọn phân số  $-\frac{15}{20}$  đến khi tử và mẫu không còn ước chung khác  $\pm 1$ , được phân số tối giản  $-\frac{3}{4}$ .

- *Bước 2:* Dựa vào tính chất cơ bản của phân số để viết tập hợp các phân số bằng phân số  $-\frac{15}{20}$  là  $\left\{ -\frac{3 \cdot m}{4 \cdot m} \mid m \in \mathbf{Z}, m \neq 0 \right\}$  (hay viết được dạng chung của các phân số bằng  $-\frac{15}{20}$  là  $-\frac{3 \cdot m}{4 \cdot m}$  với  $m$  là

số nguyên khác 0).

### Bài 20

a) Viết tập hợp các phân số bằng  $-\frac{16}{18}$ .

b) Viết dạng chung của các phân số bằng  $\frac{-107107}{214214}$ .

#### • Tìm hiểu đề bài

Đề bài câu a yêu cầu viết tập hợp các phân số bằng  $-\frac{16}{18}$ , câu b yêu cầu viết dạng chung của các phân số bằng  $\frac{-107107}{214214}$ .

#### • Hướng dẫn cách tìm lời giải

Làm theo các bước 1 và 2 như phần khai thác bài toán của bài 19.

#### • Cách giải

a) Trước hết, cần rút gọn phân số

$$-\frac{16}{18} = -\frac{8}{9}$$

Theo tính chất cơ bản của phân số thì có thể viết tập hợp M các phân số bằng phân số  $-\frac{16}{18}$  là:

$$M = \left\{ -\frac{8m}{9m} \mid m \in \mathbf{Z}, m \neq 0 \right\}.$$

b) Trước hết cần rút gọn phân số:

$$\frac{-107107}{214214} = \frac{-1}{2}$$

Theo tính chất cơ bản của phân số thì có thể viết dạng chung của các phân số bằng  $\frac{-107107}{214214}$  là phân số  $\frac{-1m}{2m}$  với m là số nguyên khác 0.

- Khai thác bài toán

Khi cho phân số  $\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbf{Z}, b \neq 0$  thì tập hợp các phân số bằng  $\frac{a}{b}$  sẽ viết như thế nào?

Theo tính chất cơ bản của phân số, thì tập hợp P các phân số bằng  $\frac{a}{b}$  sẽ viết được như sau:

$$P = \left\{ \frac{am}{bm} \mid a, b, m \in \mathbf{Z}, (a, b) = 1, b \neq 0, m \neq 0 \right\}.$$

### Bài 21

a) Các phân số sau có bằng nhau không:

$$\frac{-2}{6} \text{ và } \frac{3}{-9}; \quad \frac{-3}{2} \text{ và } \frac{4}{-5}?$$

b) Rút gọn các phân số:

$$\frac{-14}{49}; \frac{63}{-90}; \frac{-180}{288}; \frac{55}{-165}$$

- Tìm hiểu đề bài

Câu a của đề bài là xem xét các cặp hai phân số đã cho có bằng nhau không?

Câu b là rút gọn các phân số đã cho để được các phân số tối giản.

- Hướng dẫn cách tìm lời giải

Với câu a, cần vận dụng điều đã biết  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$  để có câu trả lời.

Với câu b, vận dụng dấu hiệu chia hết để rút gọn dần các phân số.

- Cách giải

a) Ta thấy  $(-2) \cdot (-9) = 6 \cdot 3 = 18$  nên  $\frac{-2}{6} = \frac{3}{-9}$

Ta thấy  $(-3) \cdot (-5) = 15 \neq 2 \cdot 4 = 8$  nên  $\frac{-3}{2} \neq \frac{4}{-5}$ .

$$\text{b) } \frac{-14}{49} = \frac{-14:7}{49:7} = \frac{-2}{7}$$

$$\frac{63}{-90} = \frac{63:9}{-90:9} = \frac{7}{-10}$$

$$\frac{-180}{288} = \frac{-180:2}{288:2} = \frac{-90}{144} = \frac{-90:2}{144:2} = \frac{-45}{72} = \frac{-45:9}{72:9} = \frac{-5}{8}$$

$$\frac{55}{-165} = \frac{55:5}{-165:5} = \frac{11}{-33} = \frac{11:11}{-33:11} = \frac{1}{-3}$$

### • Khai thác bài toán

- Muốn xét xem hai phân số có bằng nhau hay không ta thường vận dụng điều đã biết  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$ ; cũng có thể sử dụng cách quy đồng mẫu.

$$\text{Chẳng hạn: } \frac{-3}{2} = \frac{-3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{-15}{10}; \quad \frac{4}{-5} = \frac{4 \cdot 2}{-5 \cdot 2} = \frac{8}{-10}$$

$$\text{Rõ ràng } \frac{-15}{10} \neq \frac{8}{-10} \text{ nên } \frac{-3}{2} \neq \frac{4}{-5}.$$

- Rút gọn phân số có thể vận dụng liên tiếp các dấu hiệu chia hết cho 2; cho 3; cho 5; ..., đối với tử và mẫu, cũng có thể tìm UCLN của tử và mẫu rồi lấy tử và mẫu chia cho UCLN đó. Chẳng hạn:

$$\frac{-180}{288} = \frac{-180:36}{288:36} = \frac{-5}{8} \text{ vì UCLN}(180, 288) = 36.$$

### Bài 22

Cho ba phân số  $\frac{1}{-5}$ ;  $\frac{7}{-3}$ ;  $\frac{3}{-4}$ .

a) Viết ba phân số lần lượt bằng ba phân số đã cho và có mẫu là số dương.



b) Viết ba phân số lần lượt bằng ba phân số đã cho và có mẫu là số dương bằng nhau.

● **Tim hiểu đề bài**

Câu a của đề bài yêu cầu viết ba phân số có mẫu là số dương, lần lượt bằng ba phân số  $\frac{1}{-5}$ ;  $\frac{7}{-3}$ ;  $\frac{3}{-4}$ .

Câu b yêu cầu viết ba phân số có mẫu là số dương bằng nhau và lần lượt bằng ba phân số  $\frac{1}{-5}$ ;  $\frac{7}{-3}$ ;  $\frac{3}{-4}$ .

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, để viết một phân số bằng phân số đã cho, có thể nhân tử và mẫu của phân số đó với cùng một số khác 0; nhưng để được một phân số bằng phân số đã cho và có mẫu là số dương thì cần nhân tử và mẫu của phân số đó với cùng một số âm.

Với câu b, trước hết viết các phân số đã cho có mẫu là số dương bằng cách nhân tử và mẫu của mỗi phân số đó với -1, sau đó quy đồng mẫu các phân số ta sẽ được các phân số có mẫu là số dương bằng nhau.

● **Cách giải**

a) Theo tính chất cơ bản của phân số ta có:

$$\frac{1}{-5} = \frac{1 \cdot (-2)}{(-5) \cdot (-2)} = \frac{-2}{10},$$

$$\frac{7}{-3} = \frac{7 \cdot (-3)}{(-3) \cdot (-3)} = \frac{-21}{9},$$

$$\frac{3}{-4} = \frac{3 \cdot (-5)}{(-4) \cdot (-5)} = \frac{-15}{20}.$$

b) Theo tính chất cơ bản của phân số ta có:

$$\frac{1}{-5} = \frac{1 \cdot (-1)}{(-5) \cdot (-1)} = \frac{-1}{5}; \quad \frac{7}{-3} = \frac{7 \cdot (-1)}{(-3) \cdot (-1)} = \frac{-7}{3};$$

$$\frac{3}{-4} = \frac{3 \cdot (-1)}{(-4) \cdot (-1)} = \frac{-3}{4}$$

Mẫu chung của 3 phân số trên là BCNN (5; 3; 4) = 60. Do đó:

$$\frac{-1}{5} = \frac{-1 \cdot 12}{5 \cdot 12} = \frac{-12}{60}; \quad \frac{-7}{3} = \frac{(-7) \cdot 20}{3 \cdot 20} = \frac{-140}{60}$$

$$\frac{-3}{4} = \frac{(-3) \cdot 15}{4 \cdot 15} = \frac{-45}{60}$$

### • Khai thác bài toán

Vì sao trong hướng dẫn tìm lời giải bài toán này với cùng một yêu cầu là viết các phân số đã cho có mẫu là số dương, mà ở câu a thì nói: nhân tử và mẫu của phân số đó với cùng một số âm, còn ở câu b thì nói: nhân tử và mẫu của phân số đó với -1?

Sở dĩ như vậy là vì:

- Với câu a, sau khi có mẫu là số dương, công việc đã kết thúc
- Với câu b, sau khi có mẫu là số dương, còn phải tìm mẫu chung của ba phân số đã cho, mà việc tìm mẫu chung của các mẫu thì nếu là của các số nhỏ sẽ thuận lợi hơn so với các số lớn.

Thật vậy, tìm mẫu chung của 3 phân số  $\frac{-1}{5}$ ;  $\frac{-7}{3}$  và  $\frac{-3}{4}$  sẽ đơn giản hơn, thuận lợi hơn khi tìm mẫu chung của 3 phân số  $\frac{-3}{15}$ ;

$$\frac{-49}{21} \text{ và } \frac{-18}{24} \text{ (vì } \frac{1}{-5} = \frac{1 \cdot (-3)}{(-5) \cdot (-3)} = \frac{-3}{15}; \quad \frac{7}{-3} = \frac{7 \cdot (-7)}{(-3) \cdot (-7)} = \frac{-49}{21};$$

$$\frac{3}{-4} = \frac{3 \cdot (-6)}{(-4) \cdot (-6)} = \frac{-18}{24} \text{)}$$

Nêu nhận xét này để lưu ý rằng, khi làm một bài toán ngoài việc tìm ra hướng giải, tìm quy tắc giải, còn rất cần chú ý đến lời giải ngắn gọn.

### Bài 23

a) Xét xem trong các phân số sau, các phân số nào biểu diễn

cùng một số hữu tỉ:

$$\frac{-39}{52}, \frac{-14}{21}, \frac{-33}{44}, \frac{-32}{48}, \frac{-38}{57}$$

b) Viết tập hợp các số nguyên  $z$  sao cho số hữu tỉ sau có giá trị là một số nguyên:

$$\text{a) } \frac{8}{z}; \quad \text{b) } \frac{z+6}{2}$$

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài câu a cho các phân số, cần xét xem những phân số nào biểu diễn cùng một số hữu tỉ.

Câu b là tìm các số nguyên  $z$  để số hữu tỉ đã cho có giá trị là một số nguyên.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, trước hết hãy rút gọn các phân số đã cho về dạng tối giản, rồi xét xem những phân số nào bằng nhau thì các phân số đó cùng biểu diễn một số hữu tỉ.

Với câu b ta thấy:  $\frac{8}{z}$  sẽ là số nguyên khi  $z$  là ước của 8, còn  $\frac{z+6}{2}$  sẽ là số nguyên khi  $z + 6$  chia hết cho 2; mà 6 luôn chia hết cho 2, nên  $z + 6$  chia hết cho 2 khi  $z \vdots 2$ .

● **Cách giải**

$$\text{a) Ta có: } \frac{-39}{52} = \frac{(-39):13}{52:13} = \frac{-3}{4}; \quad \frac{-14}{21} = \frac{(-14):7}{21:7} = \frac{-2}{3};$$

$$\frac{-33}{44} = \frac{(-33):11}{44:11} = \frac{-3}{4}; \quad \frac{-32}{48} = \frac{(-32):16}{48:16} = \frac{-2}{3};$$

$$\frac{-38}{57} = \frac{(-38):19}{57:19} = \frac{-2}{3}$$

Nhận thấy:

1)  $\frac{-39}{52} = \frac{-33}{44} (= \frac{-3}{4})$ , nên hai phân số  $\frac{-39}{52}$  và  $\frac{-33}{44}$  cùng biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-3}{4}$ .

2)  $\frac{-14}{21} = \frac{-32}{48} = \frac{-38}{57} (= \frac{-2}{3})$ , nên ba phân số  $\frac{-14}{21}$ ,  $\frac{-32}{48}$  và  $\frac{-38}{57}$  cùng biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{-2}{3}$ .

b) Phân số  $\frac{8}{z}$  là số nguyên khi  $z$  là ước của 8; 8 có các ước là  $\pm 1$ ;  $\pm 2$ ;  $\pm 4$ ;  $\pm 8$ .

Vậy tập hợp A các số nguyên  $z$  để phân số  $\frac{8}{z}$  là số nguyên là

$$A = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$$

Phân số  $\frac{z+6}{2}$  là số nguyên khi  $z + 6$  chia hết cho 2, mà 6 luôn chia hết cho 2, vậy  $z + 6$  sẽ chia hết cho 2 khi có  $z$  chia hết cho 2, tức là  $z$  thuộc tập hợp B:

$$B = \{z = 2k \mid k \in \mathbf{Z}\}.$$

#### • Khai thác bài toán

- Theo câu a, ta thấy có hai phân số hoặc có ba phân số cùng biểu diễn một số hữu tỉ. Vấn đề đặt ra là có phải mỗi điểm trên trục số hữu tỉ chỉ có thể viết là 2 hoặc 3 phân số không?

Không phải, mỗi điểm trên trục số có thể được viết bởi vô số các phân số có cùng một giá trị.

Chẳng hạn, điểm biểu diễn số hữu tỉ  $\frac{3}{5}$  trên trục số có thể viết bằng vô số các phân số như sau:

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \dots = \frac{600}{1000} = \dots$$

- Ở câu b, phân số  $\frac{z+6}{2}$  là số nguyên với  $z = 2k$ ,  $k \in \mathbf{Z}$  tức là  $z$

là một số nguyên chẵn. nên tập hợp B kể trên có thể viết cách khác như sau:

$$B = \{0; \pm 2; \pm 4; \pm 6; \dots\}$$

Thật vậy khi  $z = 0$  thì  $\frac{z+6}{2} = 3$

Khi  $z = -2$  thì  $\frac{z+6}{2} = 2$

Khi  $z = 2$  thì  $\frac{z+6}{2} = 4, \dots$

**Bài 24.** Thực hiện phép tính sau một cách hợp lí:

a)  $\frac{1}{42} + \frac{1}{12} - (-\frac{5}{9}) - (+\frac{7}{45}) + \frac{2}{3} - (-\frac{1}{4}) + \frac{3}{5}$ ;

b)  $\frac{1}{2} - (-\frac{16}{17}) + \frac{4}{5} - (-\frac{4}{9}) - \frac{11}{45} + \frac{19}{34} + \frac{17}{105}$ .

● **Tìm hiểu đề bài**

Câu a, câu b của đề bài là một dãy phép cộng và trừ các số hữu tỉ.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a, trước hết viết dãy tính đã cho thành một tổng đại số, sau đó vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp để có thể tiến hành việc quy đồng mẫu một cách thuận tiện, giúp thực hiện phép tính được nhanh chóng.

Với câu b, làm tương tự như câu a.

● **Cách giải**

a) 
$$\begin{aligned} & \frac{1}{42} + \frac{1}{12} - (-\frac{5}{9}) - (+\frac{7}{45}) + \frac{2}{3} - (-\frac{1}{4}) + \frac{3}{5} \\ &= \frac{1}{42} + \frac{1}{12} + \frac{5}{9} - \frac{7}{45} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \\ &= (\frac{1}{12} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}) + (\frac{5}{9} + \frac{3}{5} - \frac{7}{45}) + \frac{1}{42} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1+8+3}{12} + \frac{25+27-7}{45} + \frac{1}{42} \\
 &= \frac{12}{12} + \frac{45}{45} + \frac{1}{42} = 1 + 1 + \frac{1}{42} = 2\frac{1}{42}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } &\frac{1}{2} - \left(-\frac{16}{17}\right) + \frac{4}{5} - \left(-\frac{4}{9}\right) - \frac{11}{45} + \frac{19}{34} + \frac{17}{105} \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{16}{17} + \frac{4}{5} + \frac{4}{9} - \frac{11}{45} + \frac{19}{34} + \frac{17}{105} \\
 &= \left(\frac{1}{2} + \frac{16}{17} + \frac{19}{34}\right) + \left(\frac{4}{5} + \frac{4}{9} - \frac{11}{45}\right) + \frac{17}{105} \\
 &= \frac{17+32+19}{34} + \frac{36+20-11}{45} + \frac{17}{105} \\
 &= \frac{68}{34} + \frac{45}{45} + \frac{17}{105} = 2 + 1 + \frac{17}{105} = 3\frac{17}{105}.
 \end{aligned}$$

• *Khai thác bài toán*

Có thể giải bài toán trên bằng cách khác để thấy rõ hơn cách giải trình bày ở trên là hợp lí.

Chẳng hạn với câu a, sau khi viết dãy tính đã cho về một tổng đại số, ta thấy 45 chia hết cho 9 và 5; 12 chia hết cho 3 và 4 nên chỉ cần tìm mẫu chung của các phân số có mẫu là 42; 45 và 12, tức là tìm BCNN(42; 45; 12).

Ta có  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ ;  $45 = 3^2 \cdot 5$ ;  $12 = 2^2 \cdot 3$ , nên  $\text{BCNN}(42; 45; 12) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$ . Do đó có:

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{42} + \frac{1}{12} + \frac{5}{9} - \frac{7}{45} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \\
 &= \frac{30 + 105 + 700 - 196 + 840 + 315 + 756}{1260} \\
 &= \frac{2550}{1260} = \frac{255}{126} = 2\frac{3}{126} = 2\frac{1}{42}.
 \end{aligned}$$

Nếu chỉ quan tâm đến mẫu là 45 và 12 thì BCNN(45; 12) =  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$ . Do đó có:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{42} + \frac{1}{12} + \frac{5}{9} - \frac{7}{45} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \\ &= \frac{1}{42} + \frac{15 + 100 - 28 + 120 + 45 + 108}{180} \\ &= \frac{1}{42} + \frac{360}{180} = \frac{1}{42} + 2 = 2\frac{1}{42}. \end{aligned}$$

Rõ ràng qua các cách giải khác của bài này như trình bày ở trên, ta thấy cách giải như đã làm là hợp lý nhất. Do vậy, khi được giao làm một bài toán, cần có ý thức tìm cách giải hợp lý nhất. Cũng có thể cứ giải bài toán theo cách thông thường, từ đó sẽ tìm thấy được cách giải khác hợp lý hơn.

**Bài 25.** Tìm x biết:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{-4}{15} - x &= \frac{-7}{10}; & \text{b) } \frac{17}{20} + \left(\frac{4}{5} + x\right) &= \frac{5}{6}; \\ \text{c) } x + \frac{3}{4} &= \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right); & \text{d) } \left|x + \frac{1}{4}\right| &= \frac{11}{12}. \end{aligned}$$

● **Tim hiểu đề bài**

Câu a là tìm x khi x là số trừ. Câu b là tìm biểu thức chứa x. Câu c có dạng tìm x khi x là một trong hai số hạng của tổng. Câu d là tìm x nằm trong một biểu thức có dấu giá trị tuyệt đối.

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Với câu a vận dụng cách tìm ST = SBT - H.

Với câu b, trước hết vận dụng cách tìm số hạng thứ hai bằng cách lấy tổng trừ đi số hạng thứ nhất, sau đó lại làm tiếp một lần nữa như trên.

Với câu c, trước hết thực hiện phép trừ ở bên phải dấu bằng, rồi áp dụng cách giải tương tự câu b.

Với câu d, cần xét hai trường hợp:  $x + \frac{1}{4} > 0$  và  $x + \frac{1}{4} < 0$ .

• Cách giải

$$\text{a) } \frac{-4}{15} - x = \frac{-7}{10}$$

$$x = \frac{-4}{15} - \frac{-7}{10} = \frac{-8+21}{30} = \frac{13}{30}$$

$$\text{b) } \frac{17}{20} + \left(\frac{4}{5} + x\right) = \frac{5}{6}$$

$$\frac{4}{5} + x = \frac{5}{6} - \frac{17}{20} = \frac{50-51}{60} = \frac{-1}{60}$$

$$x = \frac{-1}{60} - \frac{4}{5} = \frac{-1-48}{60} = -\frac{49}{60}$$

$$\text{c) } x + \frac{3}{4} = \frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$x + \frac{3}{4} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4+1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$x = \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{1}{12}$$

d) Xét hai trường hợp

\* Khi  $x + \frac{1}{4} > 0$ , ta có:

$$x + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}; x = \frac{11}{12} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

\* Khi  $x + \frac{1}{4} < 0$ , ta có:

$$x + \frac{1}{4} = -\frac{11}{12}; x = -\frac{11}{12} - \frac{1}{4} = \frac{-14}{12} = -\frac{7}{6} = -1\frac{1}{6}$$

• Khai thác bài toán

Với loại toán tìm x này, sau khi tìm được giá trị của x cần thử lại, sau đó mới trả lời.



Chẳng hạn, thử lại với câu a bài toán này.

Thay  $x = \frac{13}{30}$  vào bên trái dấu bằng của đề bài, ta có:

$$-\frac{4}{15} - x = \frac{-4}{15} - \frac{13}{30} = \frac{-8-13}{30} = \frac{-21}{30} = \frac{-7}{10}. \text{ Vế trái bằng vế}$$

phải, nên giá trị  $x = \frac{13}{30}$  là đúng.

Bạn đọc hãy tự thử lại các câu b, c, d của bài toán này.

**Bài 26.** Tìm các số nguyên  $x, y$  biết rằng:

$$\frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}.$$

● **Tìm hiểu đề bài**

Đề bài yêu cầu tìm các số  $x, y$  nguyên thỏa mãn đẳng thức

$$\frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4}.$$

● **Hướng dẫn cách tìm lời giải**

Cần xem lại bài số 18 để có gợi ý về cách giải bài này. Trước hết cho  $y$  phụ thuộc  $x$  bằng cách biến đổi như sau  $\frac{1}{y} = \frac{x}{8} - \frac{1}{4} = \frac{x-2}{8}$ . Sau đó áp dụng điều đã biết là: nếu có  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì có  $ad = bc$ , từ đó suy ra  $y(x-2) = 8$ . Như vậy  $y$  và  $x-2$  là ước của 8. Biết các ước của 8 là  $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8$ . Vận dụng từng trường hợp đối với mỗi ước của 8 sẽ suy ra  $x, y$ .

● **Cách giải**

$$\text{Từ } \frac{x}{8} - \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \text{ suy ra } \frac{1}{y} = \frac{x}{8} - \frac{1}{4}$$

$$\text{Quy đồng mẫu ở vế phải, có } \frac{1}{y} = \frac{x-2}{8}.$$

Biết rằng, nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì suy ra  $ad = bc$ . Áp dụng điều này vào bài toán đang giải có:

$$y(x - 2) = 8.$$

Dạng thức trên chứng tỏ rằng  $y$  và  $x - 2$  là ước của 8. Mà 8 có các ước là  $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8$ .

Bằng cách lập bảng để suy ra các số nguyên  $x, y$  cần tìm

$y$	1	-1	2	-2	4	-4	8	-8
$x - 2$	8	-8	4	-4	2	-2	1	-1
$x$	10	-6	6	-2	4	0	3	1

● Khai thác bài toán

Đề bài đã ra có  $x$  và  $y$  là tử và mẫu của hai số hữu tỉ  $\frac{x}{8}$  và  $\frac{1}{y}$  trong mối quan hệ của hiệu hai số hữu tỉ ấy.

Vấn đề được đặt ra là hai số hữu tỉ có liên quan đến các số nguyên  $x, y$  trong mối quan hệ của tổng hai số hữu tỉ, chẳng hạn như cho  $\frac{1}{y} + \frac{x}{6} = \frac{1}{2}$ , có thể tìm được các số nguyên  $x, y$  không?

Được, có thể làm như sau:

$$\frac{1}{y} + \frac{x}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{2} - \frac{x}{6} = \frac{3-x}{6}.$$

Từ  $\frac{1}{y} = \frac{3-x}{6}$  suy ra  $y(3-x) = 6$ . Các ước của 6 là  $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$ . Lập bảng để tìm  $x, y$ :

$y$	1	-1	2	-2	3	-3	6	-6
$3-x$	6	-6	3	-3	2	-2	1	-1
$x$	-3	9	0	6	1	5	2	4