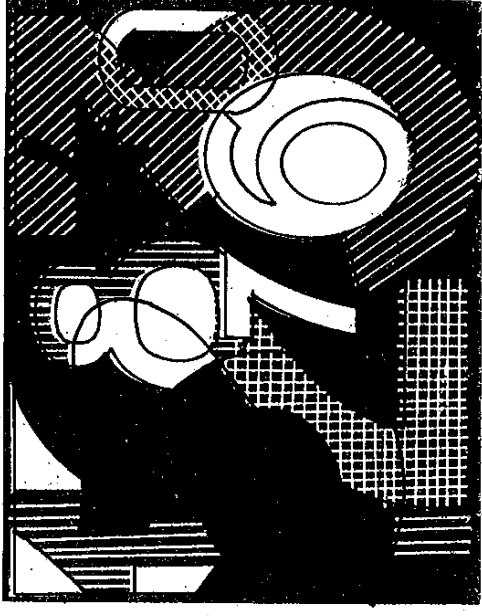


VŨ DƯƠNG THỤY - ĐỒ TRUNG HIỆU

# Các phương pháp giải toán ở tiểu học

TẬP HAI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



Ở ta khó vì lui & chước nước

VU DƯƠNG THUY - ĐỒ TRUNG HIẾU

Người ta khó vì yêu không đúng chỗ -

Mẹ se duyên mà miễn chàng nam ả

Có ngại vãng & đật chàng tuy nơi

Ở ta khó vì xin & gái chớ

Đường đống quá ai đi mà nhờ ngõ

Đàn khi hay gọi nhơn ả vào xường

CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

## Ở TIỂU HỌC

TẬP II

(Tái bản lần thứ sáu)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

*Phần thứ nhất*  
**GIỚI THIỆU CÁC PHƯƠNG PHÁP  
GIẢI TOÁN Ở TIỂU HỌC**

(Tiếp theo)

**§8. PHƯƠNG PHÁP KHỬ**

Trong một bài toán hợp thường có nhiều số cho trước (số đã biết). Bài toán có thể đòi hỏi phải tính giá trị của một đơn vị nào đó. Bởi vậy ta có thể biến đổi hai số cho trước của một đại lượng này sao cho chúng bằng nhau rồi nhờ cách so sánh hai số khác nhau của một đại lượng khác mà tính được giá trị một đơn vị cần tìm. Làm như thế này ta đã tạm "xóa bỏ" hai giá trị của một đại lượng bằng cách làm cho hai giá trị đó (hai số đã cho) bằng nhau rồi trừ hai số bằng nhau đó.

*Ví dụ 1.* Lần thứ nhất nhà trường mua 10 khóa loại một và 8 khóa loại hai hết cả thảy 64000 đồng. Lần thứ hai lại mua 7 khóa loại một và 8 khóa loại hai hết cả thảy 52000 đồng. Tính giá tiền mỗi cái khóa.

*Phân tích.* Ở bài toán đã cho hai số bằng nhau, đó là 8 khóa loại hai. Do đó ta chỉ cần so sánh lần thứ nhất mua hơn lần thứ hai mấy khóa loại một và do đó mua hơn bao nhiêu tiền? Từ hai hiệu đó ta tính được giá tiền một khóa loại hai. Cụ thể hóa điều đó bằng cách tóm tắt bài toán như sau :

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

NGÔ TRẦN ÁI  
VŨ DUONG THUY

*Biên tập :*

LÊ KIM THANH

*Biên tập tái bản :*

LƯƠNG BÍCH LƯU

*Trình bày bìa :*

THANH HUYỀN

51(083)

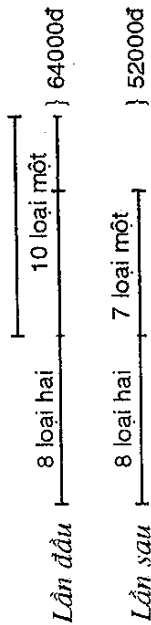
GD-425/259-00

Mã số : PTK22b0

10 khóa loại một    8 khóa loại hai    64000 đồng  
 7 khóa loại một    8 khóa loại hai    52000 đồng

Nhờ sự so sánh bằng phép trừ ta thấy ngay 3 khóa loại một giá là 12000 đồng. Từ đó tính được giá tiền 1 khóa loại một.

Giải.



Hình 1

Số khóa loại một lần trước hơn lần sau là

$$10 - 7 = 3 \text{ (cái)}$$

Số tiền mua khóa loại một lần trước hơn lần sau là :

$$64000 - 52000 = 12000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền một khóa loại một là :

$$12000 : 3 = 4000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua 10 khóa loại một là :  $4000 \times 10 = 40000 \text{ (đồng)}$

Số tiền mua 8 khóa loại hai là :  $64000 - 40000 = 24000 \text{ (đồng)}$

Giá tiền mua một khóa loại hai là :

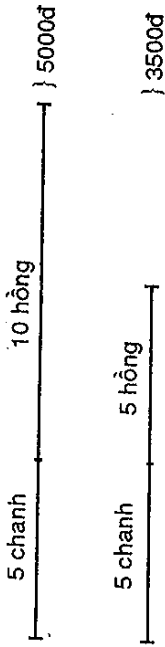
$$24000 : 8 = 3000 \text{ (đồng)}$$

Ví dụ 2. Một người mua 5 quả chanh và 10 quả hồng hết tất cả 5000 đồng. Hãy tính giá tiền 1 quả mỗi loại, biết rằng mua một quả chanh và một quả hồng hết 700 đồng.

Phân tích. Ở bài toán này đòi hỏi ta phải tính giá tiền 1 quả hồng (sau đó tính giá tiền 1 quả chanh). Muốn vậy ta phải làm cho hai số chỉ số lượng quả chanh bằng nhau, bằng cách sau đây : 5 quả chanh và 5 quả hồng mua hết là 35000 đồng.

Do đó ta có thể viết tóm tắt bài toán như sau :

5 quả chanh            10 quả hồng            5000 đồng  
 5 quả chanh            5 quả hồng            3500 đồng



Hình 2

Như vậy bài toán có dạng như bài toán ở ví dụ 1. Ta có thể trình bày bài giải như sau :

Giá tiền 1 quả hồng là :

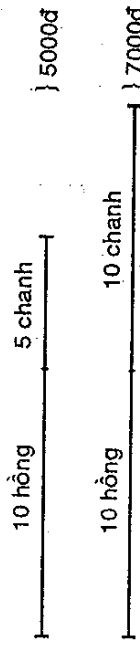
$$(5000 - 3500) : (10 - 5) = 300 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 quả chanh là :

$$700 - 300 = 400 \text{ (đồng)}$$

Tương tự như trên, ta có thể biến đổi bài toán đã cho thành bài toán tóm tắt như sau :

5 quả chanh            10 quả hồng            5000 đồng  
 10 quả chanh          10 quả hồng            7000 đồng



Hình 3

Dễ dàng thấy rằng 5 quả chanh giá 2000 đồng. Từ đó tính được giá tiền 1 quả chanh, 1 quả hồng.

Ví dụ 3. Một công ty lần đầu mua 24 cốc và 12 chén hết cả 62400 đồng. Lần sau mua 10 cốc và 8 chén như thế hết cả 29600 đồng. Hãy tính giá tiền 1 cái mỗi loại.

*Phân tích* : Để tính giá tiền 1 cốc ta có thể làm cho số chén mua hai lần đều nhau bằng cách sau đây :

- Gấp 8 lần số lượng mua lần đầu ta có :  
 $24 \times 8 = 192$  (cốc) và  $12 \times 8 = 96$  (chén)  
 hết  $62400 \times 8 = 499200$  (đồng)

- Gấp 12 lần số lượng mua lần sau ta có :  
 $10 \times 12 = 120$  (cốc) và  $8 \times 12 = 96$  (chén)  
 hết  $29600 \times 12 = 355200$  (đồng)

Tóm tắt bài toán :

192 cốc	96 chén	499200 đồng
120 cốc	96 chén	355200 đồng

Ta có thể trình bày lời giải như sau :

Giá tiền 1 cốc là :  
 $(499200 - 355200) : (192 - 120) = 2000$  (đồng)

Giá tiền 8 chén là :  
 $29600 - 2000 \times 10 = 9600$  (đồng)

Giá tiền 1 chén là :

$9600 : 8 = 1200$  (đồng)

*Chú ý* : Ta có thể làm cho số chén mua hai lần đều nhau (nhưng với các số bé hơn) bằng cách sau đây :

- Gấp 2 lần số lượng mua lần đầu ta có :  
 $24 \times 2 = 48$  (cốc) và  $12 \times 2 = 24$  (chén)  
 hết  $62400 \times 2 = 124800$  (đồng)

Gấp 3 lần số lượng mua lần sau ta có :  
 $10 \times 3 = 30$  (cốc) và  $8 \times 3 = 24$  (chén)  
 hết  $29600 \times 3 = 88800$  (đồng).

Tóm tắt bài toán :

48 cốc	24 chén	124800 đồng
30 cốc	24 chén	88800 đồng

## BÀI TẬP

64. Dương mua 5 ngòi bút máy và 3 quyển vở hết cả thảy 3800 đồng. Giang mua 3 ngòi bút và 3 quyển vở như thế hết cả thảy 3000 đồng. Tính giá tiền 1 cái mỗi loại.

65. An mua 15 tập giấy và 10 bút hết cả thảy 31600 đồng. Bình mua 1 tập giấy và 1 bút như thế hết 2640 đồng. Tính giá tiền 1 cái mỗi loại.

66. Hôm trước cô Ngân mua cho nhà trường 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ hết cả thảy 9200 đồng, hôm sau mua 2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ như thế hết cả thảy 8800 đồng. Tính giá tiền 1 lọ mực mỗi loại.

67. Cửa hàng thực phẩm buổi sáng bán 35 chai nước mắm loại một và 65 chai nước mắm loại hai thu được cả thảy 435000 đồng, buổi chiều bán gấp đôi số chai nước mắm loại một và gấp ba số chai nước mắm loại hai thu được cả thảy 1130000 đồng. Tính giá tiền một chai nước mắm mỗi loại.

68. Cửa hàng bách hóa lần đầu bán 12 áo và 5 quần thu được cả thảy 268000 đồng, lần sau bán 15 áo và 8 quần như thế thu được cả thảy 370000 đồng. Tính giá tiền 1 áo, 1 quần.

69. Nhà trường đã mua một số ghế, mỗi cái giá 25000 đồng và một số bàn, mỗi cái giá 4000 đồng, hết cả thảy 310000 đồng. Nếu nhà trường mua số bàn đúng bằng số ghế đã mua và số ghế đúng bằng số bàn đã mua thì phải trả thêm 30000 đồng nữa. Hỏi nhà trường đã mua mấy cái bàn và mấy cái ghế ?

70. Một người mua 10 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt hết cả thảy 9500 đồng. Tính giá tiền mỗi quả trứng, biết rằng số tiền mua 5 quả trứng gà nhiều hơn số tiền mua 2 quả trứng vịt là 1600 đồng.

71. Ba cán bộ được chia một số tiền thưởng như sau : số tiền của Bác Hiến và của cô Yên là 200000 đồng, số tiền của cô Yên và của cô Thuận là 150000 đồng, số tiền của cô Thuận

và của bác Hiền là 220000 đồng. Hỏi mỗi người được thưởng bao nhiêu tiền ?

72. Bốn khối lớp cùng thu nộp giấy vụn được tất cả 1325 kg. Khối Hai, khối Bốn và khối Ba thu được 425 kg, khối Năm, khối Bốn và khối Ba thu được 1225 kg, khối Hai và khối Bốn thu được 275 kg. Hỏi mỗi khối thu được bao nhiêu kg giấy vụn ?

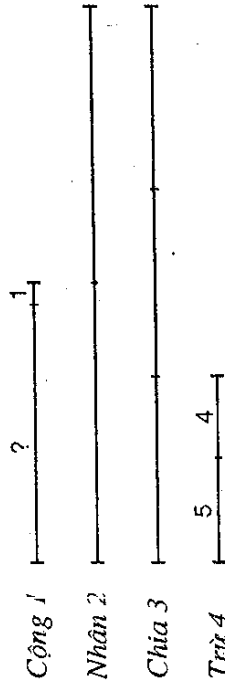
73. Một người đi du lịch rời thành phố đi bộ hết 6 giờ và đi ngựa hết 5 giờ thì cách xa thành phố 80 km. Lần sau vẫn đi với vận tốc như trước, nhưng người đó rời thành phố đi ngựa hết 11 giờ rồi đi bộ quay trở về thành phố hết 6 giờ thì lúc đó còn cách thành phố 64 km. Hãy tính vận tốc khi đi ngựa của người đó.

## § 9. PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGƯỢC TỪ CUỐI

Có một số bài toán mà ta có thể tìm số chưa biết bằng cách thực hiện liên tiếp các phép tính ngược với các phép tính đã cho trong bài toán. Khi giải bài toán theo phương pháp này thì kết quả của một phép tính sẽ trở thành một thành phần đã biết trong phép tính liên tiếp sau đó, cứ tiếp tục như thế cho đến khi tìm được số phải tìm. Ta nói rằng bài toán được giải theo phương pháp tính ngược từ cuối.

Ví dụ 1. Tìm một số biết rằng số đó lần lượt cộng với 1 rồi nhân với 2, được bao nhiêu đem chia cho 3 rồi trừ đi 4 thì được 5.

Phân tích. Ta hình dung như sau :



Hình 4

- Nếu số phải tìm chỉ cộng với 1, nhân với 2, chia cho 3 mà không trừ đi 4 thì kết quả là bao nhiêu ?  $(5 + 4)$

- Nếu số phải tìm chỉ cộng với 1, nhân với 2 mà không chia cho 3 thì kết quả là bao nhiêu ?  $((5 + 4) \times 3)$ .

- Nếu số phải tìm chỉ cộng với 1 mà không nhân với 2 thì có kết quả là bao nhiêu ?  $((5 + 4) \times 3 : 2)$ .

- Nếu số phải tìm không cộng với 1 thì có kết quả là bao nhiêu ?  $((5 + 4) \times 3 : 2 - 1)$ .

Giải. Trước khi trừ 4, ta có :  $5 + 4 = 9$

Trước khi chia cho 3, ta có :  $9 \times 3 = 27$

Trước khi cộng 1, ta có :  $27 : 2 = 13,5$

Vậy số phải tìm là :  $13,5 - 1 = 12,5$

Bài toán này có thể được giải theo cách sau đây :

Gọi  $x$  là số phải tìm. Theo đầu bài ta có :

$$(x + 1) \times 2 : 3 - 4 = 5.$$

Coi  $(x + 1) \times 2 : 3$  là số bị trừ thì ta có :

$$(x + 1) \times 2 : 3 = 5 + 4 = 9$$

Coi  $(x + 1) \times 2$  là số bị chia thì ta có :

$$(x + 1) \times 2 = 9 \times 3 = 27$$

Coi  $x + 1$  là số nhân thì ta có :

$$x + 1 = 27 : 2 = 13,5$$

Coi  $x$  là số hạng của tổng thì ta có :

$$x = 13,5 - 1 = 12,5$$

Vậy số phải tìm là 12,5.

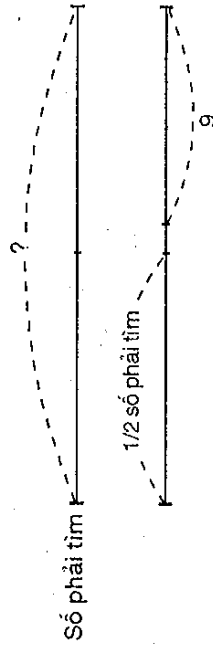
Còn có thể ứng dụng graph để giải bài toán này (xem §11).

Ví dụ 2. Hằng có một số tem thư, Hằng đã cho bạn  $\frac{1}{2}$  số tem đó và thêm 1 cái nữa thì còn lại 9 cái. Hỏi lúc đầu Hằng có bao nhiêu tem thư ?

Phân tích. Ta có thể hiểu bài toán này như sau : Tìm một số biết rằng số đó chia cho 2 rồi trừ 1 thì còn 9.

Nếu số phải tìm chỉ chia cho 2 mà không trừ đi 1 thì có kết quả là bao nhiêu ?

Nếu số phải tìm không chia cho 2 thì kết quả là bao nhiêu ?



Hình 5

*Giải.* Nếu không cho thêm một cái nữa thì số tem thư còn lại là :

$$9 + 1 = 10 \text{ (cái)}$$

Số 10 chính là  $\frac{1}{2}$  số tem, do đó số tem lúc đầu là :

$$10 \times 2 = 20 \text{ (cái)}$$

Vậy lúc đầu Hằng có 20 tem thư.

*Tương tự như ở ví dụ 1, có thể giải bài toán này theo cách sau đây :*

$$x : 2 - 1 = 9$$

$$x : 2 = 9 + 1 = 10 \text{ (tìm một số hạng trong tổng),}$$

$$x = 10 \times 2 = 20 \text{ (tìm số bị chia)}$$

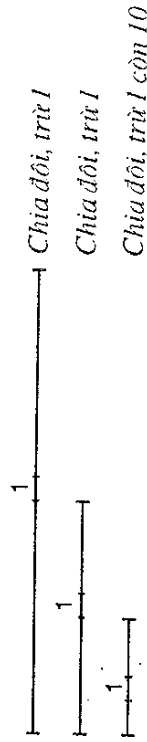
*Ví dụ 3 (Toán cổ).* Một người bán một số cam như sau : lần đầu bán  $\frac{1}{2}$  tổng số cam và thêm 1 quả, lần thứ hai bán

$\frac{1}{2}$  số cam còn lại và thêm 1 quả, lần thứ ba bán  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại sau lần thứ hai và thêm 1 quả, cuối cùng còn lại 10 quả. Hỏi người đó có tất cả bao nhiêu quả cam ?

*Phân tích.* Ta có thể hiểu bài toán này như sau : Tìm một số biết rằng lần lượt lấy số đó chia cho 2 rồi trừ đi 1, được

bao nhiêu lại chia cho 2 rồi trừ đi 1, cuối cùng lại chia cho 2 rồi trừ đi 1 thì còn lại 10.

Khi giải bài toán này ta thực hiện các phép toán từ cuối lên theo trình tự sau đây :



Hình 6

$$(10 + 1) \times 2 = 22$$

$$(22 + 1) \times 2 = 46$$

$$(46 + 1) \times 2 = 94$$

Bây giờ ta phân tích bài toán đã cho để tìm cách giải.

a) Tìm số cam còn lại sau khi bán lần thứ hai.

Lần thứ ba nếu chỉ bán  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại sau hai lần bán mà không thêm 1 quả thì số cam còn lại cuối cùng sẽ là :  $10 + 1 = 11$  (quả).

Số 11 chính là  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại sau 2 lần bán. Do đó số cam còn lại sau 2 lần bán là :  $11 \times 2 = 22$  (quả).

b) Tìm số cam còn lại sau lần bán thứ nhất



Hình 7

Lần thứ hai nếu chỉ bán  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại sau lần bán thứ

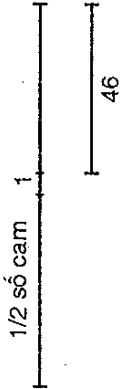
nhất mà không thêm 1 quả thì số cam còn lại sau lần bán thứ hai sẽ là :  $22 + 1 = 23$  (quả). Số 23 chính là  $\frac{1}{2}$  số cam



BÀI TẬP

còn lại sau lần bán thứ nhất. Do đó số cam còn lại sau lần bán thứ nhất sẽ là  $23 \times 2 = 46$  (quả).

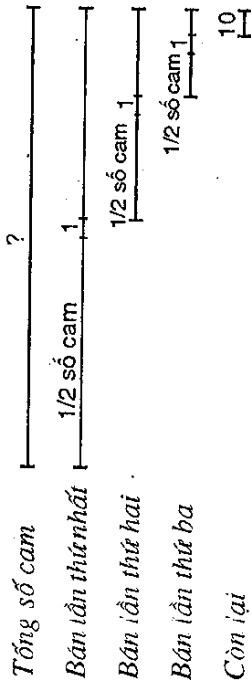
c) Tìm số cam trước lúc bán lần thứ nhất :



Hình 9

Lần thứ nhất nếu chỉ bán  $\frac{1}{2}$  tổng số cam mà không thêm 1 quả thì số cam còn lại sau lần bán thứ nhất sẽ là :  $46 + 1 = 47$  (quả). Số 47 chính là  $\frac{1}{2}$  tổng số cam lúc chưa bán. Do đó tổng số cam lúc chưa bán là :  $47 \times 2 = 94$  (quả).

Giải (xem hình 10)



Hình 10

$\frac{1}{2}$  số cam còn lại sau lần bán thứ hai là :  $10 + 1 = 11$  (quả). Do đó số cam còn lại sau lần bán thứ hai là :  $11 \times 2 = 22$  (quả).  $\frac{1}{2}$  số cam còn lại sau lần bán thứ nhất là :  $22 + 1 = 23$  (quả). Do đó số cam còn lại sau lần bán thứ nhất là :  $23 \times 2 = 46$  (quả).  $\frac{1}{2}$  số cam lúc chưa bán là :  $46 + 1 = 47$  (quả). Do đó tổng số cam là :  $47 \times 2 = 94$  (quả).

Trước đầu người bán cam có tất cả 94 quả cam.

74. Tìm số tự nhiên để khi nhân số đó với 12345679 thì được một số gồm toàn chữ số 9.

75. Tìm một số biết rằng số đó nhân với 4, được bao nhiêu đem cộng với 4 thì được kết quả là 7744.

76. Cho 3 số có tổng bằng 45. Nếu chuyển, 3 đơn vị từ số thứ ba sang số thứ hai và chuyển 2 đơn vị từ số thứ hai sang số thứ nhất thì được ba kết quả bằng nhau. Hãy tìm ba số đã cho.

77. Có ba kho gạo với tổng số gạo là 210 tấn. Nếu chuyển 20 tấn gạo từ kho A sang kho B, rồi lại chuyển 50 tấn gạo từ kho B sang kho C thì số gạo ở kho C sẽ gấp đôi số gạo ở kho B, số gạo ở kho B sẽ gấp đôi số gạo ở kho A. Hãy tính xem lúc đầu ở mỗi kho có bao nhiêu tấn gạo ?

78. Kiên và Hiền cùng chơi như sau : Nếu Kiên chuyển cho Hiền một số bị đúng bằng số bị mà Hiền đang có, rồi Hiền lại chuyển cho Kiên một số bị đúng bằng số bị còn lại của Kiên thì cuối cùng Hiền có 35 viên bi và Kiên có 30 viên bi. Hỏi lúc đầu mỗi bạn có bao nhiêu viên bi ?

79. Có ba đội Thiểu niên A, B, C với tổng số đội viên khoảng 40 đến 50 bạn. Để chuẩn bị tham gia lao động, nhà trường dự định chia số đội viên đó bằng cách : chuyển từ đội A sang đội B một số đội viên bằng số đội viên đang có của đội B, rồi chuyển từ đội B sang đội C một số đội viên bằng số đội viên của đội C. Cuối cùng chuyển từ đội C sang đội A một số đội viên bằng số đội viên còn lại của đội A. Sau ba lần chuyển như vậy thì số đội viên ở ba đội sẽ bằng nhau. Hãy tính số đội viên ở mỗi đội Thiểu niên lúc chưa chuyển.

80. Nhà bạn Hải nuôi được một số thỏ. Đợt một bán đi một phần ba số thỏ, đợt hai bán đi một phần ba số thỏ còn lại, đợt ba bán đi một phần ba số thỏ còn lại sau 2 đợt, cuối cùng còn lại 8 con thỏ. Hỏi nhà bạn Hải nuôi được bao nhiêu con thỏ ?

81. (Toán cổ) Một người đem bán một số gà. Lần đầu bán 2 con gà, lần thứ hai bán  $\frac{1}{2}$  số gà còn lại và  $\frac{1}{2}$  con gà, lần thứ ba bán  $\frac{1}{2}$  số gà còn lại sau hai lần và  $\frac{1}{2}$  con gà, lần cuối cùng bán  $\frac{1}{2}$  số gà còn lại sau ba lần và  $\frac{1}{2}$  con gà thì vừa hết số gà đem bán. Hỏi người đó đã bán tất cả mấy con gà ?

82. (Toán cổ) Người qua đường hỏi một cụ già đang cười ngựa : "Làm sao mà trông cụ buồn phiền vậy ?". Cụ già đáp lại : "Làm sao mà chẳng buồn phiền ? Một nửa đàn ngựa của tôi và thêm một con nữa bị lạc xuống phía nam, một nửa số ngựa còn lại thêm một nửa con nữa bị mất ở phía đông, một nửa số ngựa còn lại sau hai lần đó và thêm một nửa con nữa chạy qua phía tây, một nửa số ngựa còn lại cuối cùng và thêm một nửa con nữa tôi đã đem bán ở phía bắc. Bây giờ tôi chỉ còn lại một con ngựa mà tôi đang cưới đây". Hãy tính xem lúc đầu cụ già có tất cả bao nhiêu con ngựa ?

83. (Toán cổ) Một tên tham lam gặp con quý ở cạnh chiếc cầu. Tên này than phiền với con quý về nỗi nghèo khổ của mình. Con quý nói rằng "Tôi có thể giúp anh. Cứ mỗi lần anh đi qua cầu thì số tiền của anh sẽ được tăng gấp đôi, nhưng ngay sau đó anh phải trả lại cho tôi 24 xu. Bằng lòng chứ ?". Tên tham lam bằng lòng như thế. Sau khi hán đi qua cầu lần thứ ba thì thấy trong túi của mình không còn một xu nào. Hỏi lúc đầu tên tham lam có bao nhiêu tiền ?

## §10. PHƯƠNG PHÁP LỰA CHỌN

Có những bài toán mà khi giải bài toán đó ta phải nêu lên tất cả các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, trên cơ sở ấy ta kiểm tra xem có trường hợp nào đúng điều kiện của bài toán không ? Nếu có thì trường hợp đó

là đáp số của bài toán. Cách giải đó được gọi là theo phương pháp lựa chọn.

Giải bài toán theo phương pháp lựa chọn thường có hai bước : thống kê và kiểm tra. Để thống kê các trường hợp có thể xảy ra với một đối tượng nào đó, người ta thường dựa vào một số điều kiện nào đó của bài toán ; để kiểm tra các trường hợp này, người ta thường dựa vào các điều kiện còn lại của bài toán.

*Ví dụ 1.* Cho số có hai chữ số, trong đó chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục. Nếu lấy số đó cộng với 7 thì sẽ được số có hai chữ số giống nhau. Hãy tìm số đã cho.

*Phân tích.* a) Thống kê các trường hợp có thể xảy ra với các số đã cho. Dựa vào điều kiện của bài toán là "số có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục" ta lập được các số sau :

Chữ số hàng chục	Chữ số hàng đơn vị	Số có hai chữ số
1	2	12
2	4	24
3	6	36
4	8	48

b) Kiểm tra bốn số trên xem số nào đúng với điều kiện của bài toán là "số đã cho cộng với 7 thì được số có hai chữ số giống nhau" ?

Ta thấy :

$$12 + 7 = 19 \quad (\text{không đúng với đầu bài})$$

$$24 + 7 = 31 \quad (\text{không đúng với đầu bài})$$

$$36 + 7 = 43 \quad (\text{không đúng với đầu bài})$$

$$48 + 7 = 55 \quad (\text{đúng với đầu bài})$$

Vậy số đã cho là 48.

*Giải.* Nếu chữ số hàng chục là 1 thì chữ số hàng đơn vị là 2.

Ta có  $12 + 7 = 19$ . Nếu chữ số hàng chục là 2 thì chữ số hàng đơn vị là 4.

Ta có :  $24 + 7 = 31$ .

Nếu chữ số hàng chục là 3 thì chữ số hàng đơn vị là 6

Ta có :  $36 + 7 = 43$

Nếu chữ số hàng chục là 4 thì chữ số hàng đơn vị là 8

Ta có :  $48 + 7 = 55$

Vậy số đã cho là 48.

Có thể giải bài toán này theo cách khác.

*Phân tích.* a) Dựa vào điều kiện của bài toán là "số đã cho cộng với 7 thì được số có hai chữ số giống nhau" ta có các số sau : 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.

b) Dựa vào điều kiện của bài toán là "số đã cho có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục" để kiểm tra các số đã nêu ở trên. Ta thấy :

$11 - 7 = 4$	$55 - 7 = 48$ (đúng với bài toán)
$22 - 7 = 15$	$66 - 7 = 59$
$33 - 7 = 26$	$77 - 7 = 70$
$44 - 7 = 37$	$88 - 7 = 81$
	$99 - 7 = 92$

*Chú ý :* Có thể nêu lên những nhận xét sau đây để giám bớt số trường hợp được xét :

- Vì chữ số hàng đơn vị gấp đôi chữ số hàng chục nên số đã cho phải là số chẵn.

- Số chẵn cộng với 7 phải được một số lẻ.

Do đó chỉ cần nêu lên và kiểm tra với các số :

11, 33, 55, 77, 99.

*Ví dụ 2.* Nhà trẻ Chim non mua một loại chiếu to và một loại chiếu nhỏ. Loại chiếu to mua hết 105600 đồng. Số chiếu to mua nhiều hơn số chiếu nhỏ là 6 chiếc. Giá tiền 1 chiếu to đắt hơn 1 chiếu nhỏ là 10000 đồng. Hỏi nhà trẻ đã mua mấy chiếc chiếu to, biết rằng giá tiền một chiếu to là một số nguyên (tính theo trăm đồng) ?

*Phân tích.* a) Thống kê các trường hợp có thể xảy ra về số chiếu to :

- Vì số chiếu to nhiều hơn số chiếu nhỏ là 6 chiếc nên số chiếu to ít nhất là mấy chiếc ?

Do đó số chiếu to chỉ có thể là những số nào ?

b) Kiểm tra xem trong các số trên có số nào đúng với điều kiện của bài toán là "giá tiền 1 chiếu to là một số nguyên" ?

*Giải.* Vì số chiếu to nhiều hơn số chiếu nhỏ là 6 chiếc nên số chiếu to ít nhất là 7 chiếc. Vì giá tiền 1 chiếu to đắt hơn một chiếu nhỏ là 10000 đồng và tổng số tiền mua chiếu to là 105600 đồng nên số chiếu to nhiều nhất là 10 chiếc. Do đó số chiếu to đã mua có thể là 7, 8, 9 hoặc 10 chiếc.

Vì giá tiền 1 chiếu to là một số nguyên tính theo trăm đồng nên ta có :

$105600 : 7$  là phép chia có dư

$105600 : 8 = 13200$  (đồng)

$105600 : 9$  và  $105600 : 10$  đều là phép chia có dư theo điều kiện của đề bài. Vậy nhà trẻ đã mua 8 chiếu to.

*Ví dụ 3.* Trong 5 năm học ở tiểu học bạn Hải đã sưu tầm được 31 tấm ảnh về phong cảnh đẹp. Số ảnh của năm sau nhiều hơn số ảnh của năm trước, số ảnh của năm cuối cùng nhiều gấp 3 lần số ảnh của năm đầu tiên. Hỏi trong năm thứ tư bạn Hải đã sưu tầm được mấy tấm ảnh ?

*Phân tích.* a) Thống kê các trường hợp có thể xảy ra về số ảnh của năm đầu tiên. Muốn vậy, cần phải thử xem số ảnh của năm đầu tiên nhiều nhất chỉ có thể là mấy tấm. (Hãy thử với số 5 xem kết quả sẽ ra sao !).

b) Kiểm tra từng trường hợp về số ảnh của năm đầu tiên xem tổng số ảnh trong 5 năm có bằng 31 không ?

*Giải.* Nếu gọi số ảnh của năm đầu tiên là 1 phần thì số ảnh năm thứ năm là 3 phần như thế ; do đó, số ảnh của 5 năm ít nhất là :  $1 + 1 + 1 + 1 + 3 = 7$  phần như thế.

Vì  $31 : 7 = 4$  (dư 3) nên số ảnh của năm đầu tiên nhiều nhất chỉ là 4 tấm. Ta thử với trường hợp :

a) Nếu năm đầu tiên có 1 tám ảnh thì năm cuối cùng có 3 tám. Giữa số 1 và số 3 chỉ có 2 nên trường hợp này không đúng với đầu bài.

b) Nếu năm đầu tiên có 2 tám ảnh thì năm cuối cùng có 6 tám. Giữa số 2 và số 6 có ba số là 3, 4 và 5 nên ta có  $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ . Trường hợp này không đúng với đầu bài vì  $20 < 31$ .

c) Nếu năm đầu tiên có 3 tám ảnh thì năm cuối cùng có 9 tám. Giữa số 3 và số 9 có năm số là 4, 5, 6, 7 và 8. Vì  $31 - (3 + 9) = 19$  nên ta thấy có hai trường hợp là :

$$4 + 7 + 8 = 19 \text{ và } 5 + 6 + 8 = 19$$

Như vậy ta có :  $3 + 4 + 7 + 8 + 9 = 31$  và  $3 + 5 + 6 + 8 + 9 = 31$ . Trong hai tổng số này, số 8 biểu thị số ảnh của năm thứ tư. Vậy trong năm thứ tư bạn Hải đã sưu tầm được 8 tám ảnh.

*Có thể giải bài toán này theo cách khác*

Vì  $31 : 5 = 6$  (dư 1) nên có thể coi rằng trung bình mỗi năm có 6 tám ảnh. Số ảnh của năm cuối cùng phải là số nguyên lớn hơn 6 và chia hết cho 3, do đó số ảnh này có thể là 9, 12, 15 tám.

Nếu năm cuối cùng có 9 tám ảnh thì năm đầu tiên có 3 tám. Số ảnh của 3 năm còn lại là :

$$31 - (3 + 9) = 19 \text{ (tám).}$$

Ta thấy  $19 = 4 + 7 + 8$  và  $19 = 5 + 6 + 8$ . Như vậy năm thứ tư có 8 tám ảnh. Nếu năm cuối cùng có 12 tám ảnh thì năm đầu tiên có 4 tám. Như vậy ít nhất trong 5 năm có số ảnh là  $4 + 5 + 6 + 7 + 12 = 34$ . Vì  $34 > 31$  nên không còn trường hợp nào nữa đúng với đề bài.

## BÀI TẬP

84. Tìm số có hai chữ số, biết hiệu hai chữ số bằng 2 và tổng hai chữ số bằng 12.

85. Tìm số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số bằng 14 và hiệu hai chữ số đó bằng 0.

86. Tìm số có hai chữ số, biết rằng tổng hai chữ số bằng 9 và hiệu hai chữ số đó bằng 0.

87. Tìm số có hai chữ số, biết rằng hiệu hai chữ số bằng 5 và tích hai chữ số đó bằng 24.

88. Cho số có bốn chữ số xếp theo thứ tự là bốn số nguyên liên tiếp và tổng bốn chữ số đó bằng 22. Hãy tìm số đó.

89. Cho một số có ba chữ số, trong đó chữ số hàng trăm gấp đôi chữ số hàng chục. Nếu lấy tích của chữ số hàng trăm và hàng chục của số đó chia cho tổng của chúng thì được chữ số hàng đơn vị. Hãy tìm số đã cho.

90. Cho một số có hai chữ số mà tổng các chữ số bằng 13, hiệu của số đó và số viết theo thứ tự ngược lại bằng một số có tận cùng là 7. Hãy tìm số đã cho.

91. Cho một số có hai chữ số. Nếu viết thêm hai chữ số vào bên phải số đó thì được một số mới lớn hơn số đã cho 1995 đơn vị. Hãy tìm số đã cho và hai chữ số được viết thêm đó.

92. Bố nói với con : "10 năm trước đây tuổi bố gấp 10 lần tuổi con, 22 năm sau nữa thì tuổi của bố sẽ gấp đôi tuổi con". Hãy tính tuổi bố, tuổi con hiện nay.

93. Từ hai tỉnh A và tỉnh B cách nhau 396 km có hai người khởi hành cùng một lúc và đi ngược chiều về phía gặp nhau. Khi người thứ nhất đi được 216 km thì hai người gặp nhau, lúc đó họ đã đi hết một số ngày đúng bằng hiệu hai quãng đường mà hai người đi được trong một ngày. Hãy tính xem mỗi người đi được bao nhiêu km trong một ngày, biết rằng vận tốc của mỗi người không thay đổi trên đường đi.

## § 11. PHƯƠNG PHÁP ỨNG DỤNG GRAPH

Khái niệm Graph được sử dụng không những trong toán học mà cả trong kĩ thuật và trong cuộc sống dưới những tên gọi khác nhau như lược đồ, biểu đồ...

Trong một số bài toán có đề cập đến các đối tượng hoặc các loại đối tượng khác nhau mà giữa chúng có những mối quan hệ nào đấy. Trên hình vẽ, ta biểu diễn các đối tượng bằng các điểm và mối quan hệ giữa chúng bằng các đoạn thẳng hoặc các mũi tên. Hình biểu diễn như vậy gọi là Graph. Các điểm gọi là những đỉnh, các đoạn thẳng hoặc mũi tên gọi là cạnh của graph. Các graph có thể diễn tả trực quan các đối tượng và các quan hệ giữa chúng, tạo ra khả năng theo dõi được nhiều sự kiện có trong điều kiện của bài toán và xây dựng được mối liên hệ giữa chúng. Vì thế graph được ứng dụng có hiệu quả để giải các bài toán suy luận.

*Ví dụ 1.* Trong cuộc thi đấu bóng bàn ngày hội khỏe Phù Đổng các đấu thủ đều bắt tay nhau. Người ta đếm được tất cả 10 cái bắt tay. Hỏi có mấy đấu thủ dự thi ?

*Phân tích.* Ta đánh dấu hai điểm A, B và nối chúng với nhau bằng 1 đoạn thẳng. Mỗi điểm "đại diện" cho một đấu thủ, còn mỗi đoạn thẳng kí hiệu cho một cái bắt tay. Như vậy nếu có 2 đấu thủ thì đếm được 1 cái bắt tay, cũng như có hai điểm thì có 1 đoạn thẳng nối chúng với nhau.

Ta vẽ thêm điểm C và nối chúng với A, B thì ta được tất cả 3 đoạn thẳng (hình 11). Lấy thêm điểm D và nối chúng với A, B, C thì ta được tất cả 6 đoạn thẳng. Cuối cùng ta đánh dấu thêm điểm thứ năm E và nối E với A, B, C, D thì được tổng cộng 10 đoạn thẳng (hình 12).

Ta nhận thấy rằng, với 2 điểm thì có 1 đoạn thẳng. Thêm một điểm thứ ba thì có thêm 2 đoạn nữa nối với 2 điểm tức

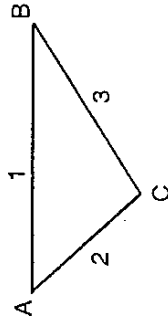
là  $1 + 2$  đoạn thẳng. Thêm điểm thứ tư thì có thêm ba đoạn thẳng nữa nối với 3 điểm đã cho, tức là  $1 + 2 + 3$  đoạn thẳng. Nếu thêm điểm thứ năm thì có thêm 4 đoạn thẳng nối với 4 điểm đã cho, tức là  $1 + 2 + 3 + 4$  đoạn thẳng. Từ đó có thể suy ra cách xác định số đoạn khi biết số điểm cho trước hoặc ngược lại, tính số điểm khi biết trước số đoạn thẳng (như bài toán 1 trên là một ví dụ cụ thể).

*Giải.* Ta đánh dấu trên hình vẽ mỗi đấu thủ là một điểm và mỗi cái bắt tay giữa các cầu thủ là một đoạn thẳng nối hai điểm. Với 2 điểm kẻ được một đoạn thẳng, với 3 điểm kẻ được 3 đoạn thẳng, với 4 điểm kẻ được 6 đoạn thẳng. Với 5 điểm kẻ được 10 đoạn thẳng.

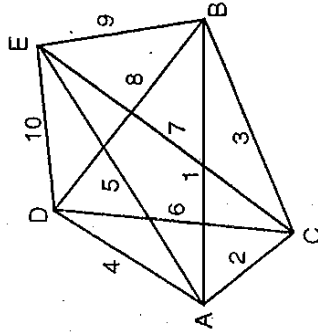
Vậy có 5 đối thủ dự thi.

*Ví dụ 2.* Trong một buổi học nữ công, ba bạn Cúc, Đào, Hồng làm ba bông hoa cúc, đào, hồng. Bạn làm hoa hồng nói với Cúc : "Thế là trong chúng ta chẳng có ai làm loại hoa trùng với tên mình cả!". Hỏi ai đã làm hoa nào ?

*Phân tích.* Bài toán này đã được giải bằng phương pháp suy luận logic (xem §6). Ở đây ta trình bày cách giải bằng phương pháp ứng dụng graph.



Hình 11



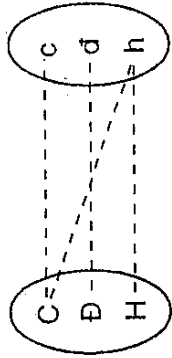
Hình 12

Ở bài toán này, ta có hai nhóm đối tượng : một là tên các bạn, hai là tên các bông hoa. Ta phải tìm sự tương ứng giữa các nhóm đối tượng của hai nhóm này để xem bạn nào đã làm hoa gì. Muốn vậy, ta xây dựng graph như sau :



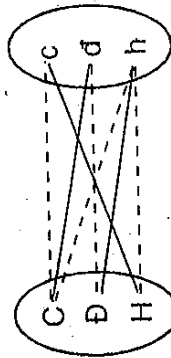
Hình 13

Nhóm thứ nhất, ta vẽ ba chấm C, Đ, H để ký hiệu ba bạn Cúc, Đào, Hồng. Còn nhóm thứ hai ta vẽ ba chấm c, đ, h thay cho ba bông hoa cúc, đào, hồng mà các bạn đã làm. Ta sẽ nối hai chấm của hai nhóm này với nhau bằng nét đứt nếu giữa chúng không có sự tương ứng còn nếu giữa chúng có sự tương ứng bằng những nét liền.



Hình 14

Từ giả thiết đầu tiên của bài toán là "bạn làm hoa hồng nói với bạn Cúc" suy ra bạn Cúc không làm hoa hồng, ta nối C - h bằng nét đứt (hình 13). Mặt khác, từ câu nói với Cúc ở đề bài, ta nhận thấy rằng, lúc đầu, tên hoa không trùng với tên người, do đó ta lại nối C - c, Đ - đ, H - h bằng nét đứt (Hình 14). Đây là giả thiết đã cho của bài toán. Nhìn trên hình 14, ta thấy ngay rằng C - c, C - h nói bằng nét đứt thì C - đ phải bằng nét liền, đồng thời h - C, h - H nói bằng nét đứt thì h - Đ phải bằng nét liền (hình 15). Từ đó có kết



Hình 16

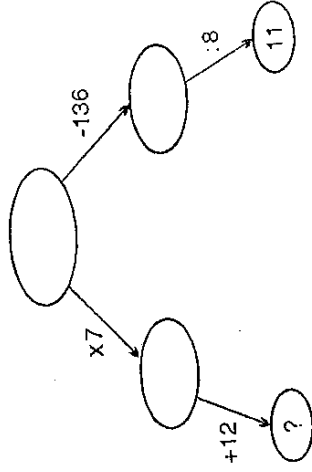
quả là C - đ, Đ - h, H - c hay Cúc làm hoa đào, Đào làm hoa hồng, còn Hồng làm hoa cúc.

Ngoài cách trình bày như ở §6 còn có thể trình bày lời giải theo hình 16. Trong một số bài toán, việc diễn tả các điều kiện của bài toán bằng graph có thể giúp việc tìm các bước giải được nhanh chóng.

Chẳng hạn ta xét bài toán sau :

Ví dụ 3. Kiên nghĩ ra một số. Nếu đem số đó cộng với 12 rồi tăng tổng tìm được lên 7 lần, sau đó bớt ở tích này đi 136, cuối cùng đem chia cho 8 được kết quả là 11. Hãy tìm số mà Kiên đã nghĩ ra.

Phân tích. Trước hết, ta vẽ graph theo điều kiện của bài toán như hình 17.



Hình 17

Từ mối liên hệ giữa phép cộng và phép trừ, phép nhân và phép chia, ta thấy ngay rằng, để giải bài toán này, ta có thể tính được từ dưới lên, bằng cách thay phép cộng bằng phép trừ và ngược lại, thay phép nhân bằng phép chia và ngược lại như ghi ở trên (hình 18). Bài này còn có thể bằng phương pháp tính ngược từ cuối.

Giải. Ta có :

$$11 \times 8 = 88, \quad 88 + 136 = 224.$$

$$224 : 7 = 32, \quad 32 - 12 = 20.$$

Vậy bạn Kiên đã nghĩ ra số 20.