

ĐỀ CƯƠNG HỌC KỲ II
MÔN TOÁN LỚP 10

PHẦN TƯ LUẬN

A. BÀI TẬP ĐẠI SỐ

Bài 1:

1. Giải các hệ bất phương trình sau:

$$a) \begin{cases} (3x+8)^2 - (x+4)^2 > 0 \\ \frac{4}{x-4} - \frac{1}{x} \geq \frac{3}{x-3} \\ \frac{x^3-5}{x^2-1} < 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x^2-3x-2}{x-1} \geq 2(x+1) \\ \frac{2x-5}{3x+2} < \frac{3x+2}{2x-5} \end{cases}$$

2. Tìm nghiệm nguyên của hệ:
$$\begin{cases} \frac{x^3+x-x^2-1}{x+8} \leq 0 \\ \frac{x^2-2x-3}{x^2-4x+3} \leq \frac{1}{1-x} \end{cases}$$

Bài 2:

1. Cho bất phương trình $mx - m + 1 \geq 0$ (1)

a) Giải và biện luận bất phương trình (1)

b) Tìm m để bất phương trình (1) nghiệm đúng với $\forall x \in [0; 2]$

2. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x^2 + 7x + 1 \leq (x-3)^2 \\ 2m - 5x \leq 8 \end{cases}$$

Bài 3:

1. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{(m^2-1)x^2 + 2(m+1)x + 5}$ có tập xác định là \mathbb{R}

2. Tìm m để $1 \leq \frac{3x^2 - mx + 5}{3x^2 - x + 1} < 6$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

3. Chứng minh: $\forall x, y \in \mathbb{R}, 3x^2 + 5y^2 + 4xy + 8x - 2y + 9 \geq 0$. Dấu “=” xảy ra khi nào?

Bài 4: Giải các phương trình sau:

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu
Hotline: 0902196677

a) $\frac{2}{x+2} + \frac{1}{2} = \frac{-4}{x^2+2x}$ b) $|x^2 - 2x - 3| = 3x - 1$ c) $|x+1| = x^2 + x - 5$
d) $\sqrt{1-3x} = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ e) $\sqrt{x^2 - 3x - 10} = x - 2$ f) $x^2 + \sqrt{x^2 + 11} = 31$
g) $\sqrt{3-x+x^2} - \sqrt{2+x-x^2} = 1$ h) $\sqrt{2+x} - \sqrt{2x-3} = \sqrt{3x-5}$
i) $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(6-x)(3+x)} = 3$ j) $\frac{\sqrt{2(x^2-16)}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} = \frac{7-x}{\sqrt{x-3}}$

Bài 5: Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{1}{3x-2-x^2} - \frac{1}{7x-4-3x^2} > 0$ b) $\frac{\sqrt{17-15x-2x^2}}{x+3} > 0$
c) $|x^2 - 2x - 3| \leq 3x - 1$ d) $|x^2 - 3x + 2| + x^2 > 2x$
e) $\frac{|x+2|-x}{x} \geq 2$ f) $\left| \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} \right| \leq 1$
g) $\sqrt{x^2-x-12} < 7-x$ h) $\sqrt{x^2-3x-10} \geq x-2$
i) $\frac{\sqrt{3-x}+1}{x} < 1$ j) $\sqrt{5x+1} - \sqrt{4x-1} \leq 3\sqrt{x}$
k) $\sqrt{x^2+2x+2} + x^2 \geq 4-2x$ l) $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}} + \sqrt{x+\sqrt{x^2-1}} \leq 2$
m) $(x^2-3x)\sqrt{2x^2-3x-2} \geq 0$ n) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} < 4x-9+2\sqrt{3x^2-5x+2}$

Bài 6: Cho $f(x) = (m-1)x^2 - 2mx + 3m - 2$

- a) Tìm m để $f(x) < 0$; $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$ với $x \in \mathbb{R}$
b) Tìm m để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm
c) Tìm m để phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm cùng dương

Bài 7: Cho bất phương trình: $x^2 + 6x - 7 - m \geq 0$

- a) Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
b) Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x > 0$

Bài 8: Tìm m để bất phương trình $\sqrt{(1+2x)(3-x)} > m+2x^2-5x+3$ đúng với mọi

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; 3\right]$$

B. BÀI TẬP LƯỢNG GIÁC

Bài 1: Xét dấu các biểu thức:

a) $\sin 50^\circ \cdot \cos(-300^\circ)$

b) $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, xét dấu của

$\sin(\alpha + 90^\circ)$

c) $\sin 215^\circ \cdot \tan \frac{21\pi}{17}$

d) $\cot \frac{3\pi}{5} \cdot \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

Bài 2: Với $k \in \mathbb{Z}$, tìm tất cả các giá trị của:

a) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right)$

b) $\sin\left(\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}\right)$

c) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + k\frac{2\pi}{3}\right)$

Bài 3: Cho A, B, C là ba góc trong một tam giác. Xác định dấu của:

a) $\sin A + \sin B + \sin C$

b) $\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2}$

Bài 4: Tính các giá trị lượng giác khác của α , biết:

a) $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

b) $\cos \alpha = -\frac{5}{12}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

c) $\tan \alpha = \frac{2}{3}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

d) $\cot \alpha = 2 + \sqrt{3}$

Bài 5:

a) Tính giá trị lượng giác của các góc 15° , $\frac{\pi}{12}$, 285°

b) Tính $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ biết $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \pi$

c) Cho $\cos a = \frac{1}{3}$ và $\sin b = \frac{1}{4}$. Tính $A = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$

Trung tâm Luyện thi Amax – 39 LK 6A Làng Việt Kiều Châu Âu
Hotline: 0902196677

d) Cho $0 < a < \frac{\pi}{2}$, $0 < b < \frac{\pi}{2}$; $a + b = \frac{\pi}{4}$ và $\tan b = 3 - 2\sqrt{2}$. Tính $\tan a + \tan b$

Tính $\tan a$, $\tan b$ từ đó suy ra a và b

Bài 6: Tính giá trị của biểu thức:

a) $\cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$

c) $C = \sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ$

b) $B = \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$

d) $D = \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \frac{4\pi}{3} + \cos \frac{6\pi}{3}$

Bài 7: Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \frac{\sin(-234^\circ) - \cos 216^\circ}{\sin 144^\circ - \cos 126^\circ} \cdot \tan 36^\circ$$

$$B = \frac{\sin(-4,8\pi) \cdot \sin(-5,7\pi)}{\cot(-5,2\pi)} + \frac{\cos(-6,7\pi) \cdot \cos(-5,8\pi)}{\tan(-6,2\pi)}$$

$$C = \sin 825^\circ \cdot \cos(-15^\circ) + \cos 75^\circ \cdot \sin(-555^\circ) + \tan 155^\circ \cdot \tan 245^\circ$$

$$D = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$$

$$E = \tan 18^\circ \tan 288^\circ + \sin 32^\circ \sin 148^\circ - \sin 302^\circ \sin 122^\circ$$

Bài 8: Đơn giản biểu thức:

$$A = \sin(x + \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$$

$$B = \cos(270^\circ - x) - 2\sin(x - 450^\circ) + \cos(x + 900^\circ) + 2\sin(720^\circ - x) + \cos(450^\circ - x)$$

Bài 9: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\cos(a + b) \cdot \cos(a - b) = \cos^2 b - \sin^2 a$

b) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + a\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - a\right) = \sqrt{2} \sin a$

c) $\tan x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \tan 3x$

d) $\cos^3 x \cdot \sin x - \sin^3 x \cdot \cos x = \frac{\sin 4x}{4}$

Bài 10: Cho A, B, C là ba góc trong một tam giác. Chứng minh:

a) $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$

b) $\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$

c) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$

d) $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2 + 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

e) $\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 1 - 2 \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

Bài 11: Biến đổi thành tổng các biểu thức sau:

$A = \sin(a + 30^\circ) \cdot \cos(a - 30^\circ)$

$C = 2 \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x$

$B = \sin \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{5}$

$D = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos 2x$

Bài 12: Biến đổi thành tích các biểu thức sau:

$A = \sin 70^\circ - \sin 20^\circ + \sin 50^\circ$

$B = \cos 46^\circ - \cos 22^\circ - 2 \cos 78^\circ$

$C = 1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x$

$D = 1 + \sin x - \cos 2x$

$E = \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x - 1$

$F = \sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 6x$

Bài 13: Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1$

b) $\frac{\cos 2x \cdot \tan x - \sin 2x}{\cos 2x \cdot \cot x + \sin 2x} = -\tan^2 x$

c) $\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}$

d) $\sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$

e) $\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1} = \frac{2}{3}$

f) $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$

Bài 14: Chứng minh rằng

a) ΔABC vuông nếu $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin^2 C = 2$

b) ΔABC cân nếu $2 \tan B + \tan C = \tan^2 B \cdot \tan C$