

**BÀI TẬP VỀ HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG
PHẦN BÀI TẬP CƠ BẢN**

Bài 1: Cho ΔABC vuông tại A. Biết $\frac{AB}{AC} = \frac{5}{7}$. Đường cao $AH = 15\text{cm}$. Tính HB, HC.

Bài 2: Cho ΔABC vuông tại A, $AB = 12\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$, phân giác AD, đường cao AH. Tính HD, HB, HC.

Bài 3: Cho ΔABC vuông tại A. Kẻ đường cao AH, tính chu vi ΔABC biết $AH = 14\text{cm}$, $\frac{HB}{HC} = \frac{1}{4}$.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông ở A, đường cao AH. Biết $AB = 20\text{cm}$, $HC = 9\text{cm}$. Tính độ dài AH.

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông tại A có BD là phân giác góc B. Biết rằng $AD = 1\text{cm}$, $BD = \sqrt{10}\text{cm}$. Tính độ dài cạnh BC.

Bài 6: Cho tam giác ABC, $\hat{B} = 60^\circ$, $BC = 8\text{cm}$; $AB + AC = 12\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AB.

Bài 7: Cho hình thang cân ABCD, đáy lớn $CD = 10\text{cm}$, đáy nhỏ bằng đường cao, đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính độ dài đường cao của hình thang cân đó.

Bài 8: a. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 60^\circ$, $\hat{C} = 50^\circ$, $AC = 35\text{cm}$. Tính diện tích tam giác ABC.

b. Cho tứ giác ABCD có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $\hat{C} = 40^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác.

c. Cho tứ giác ABCD có các đường chéo cắt nhau tại O. Cho biết $AC = 4$, $BD = 5$, $\widehat{AOB} = 50^\circ$. Tính diện tích tứ giác ABCD.

Bài 9: Cho ΔABC vuông tại A, kẻ đường cao AH, chu vi ΔAHB bằng 30cm, chu vi ΔACH bằng 4dm. Tính BH, CH và chu vi ΔABC .

Bài 10: Cho biết chu vi của một tam giác bằng 120cm. Độ dài các cạnh tỉ lệ với 8, 15, 17.

a) Chứng minh rằng tam giác đó là một tam giác vuông.

b) Tính khoảng cách từ giao điểm ba đường phân giác đến mỗi cạnh.

Bài 11: Cho tứ giác lồi ABCD có $AB = AC = AD = 10\text{cm}$, góc B bằng 60° và góc A là 90° .

a) Tính đường chéo BD. b) Tính các khoảng cách BH và DK từ B và D đến AC.

c) Tính HK. d) Vẽ $BE \perp DC$ kéo dài. Tính BE, CE và DC.

Bài 12: Cho ΔABC vuông tại A, $AB = a$, $AC = 3a$. Trên cạnh AC lấy các điểm D, E sao cho $AD = DE = EC$.

a) Chứng minh $\frac{DE}{DB} = \frac{DB}{DC}$.

b) Chứng minh ΔBDE đồng dạng ΔCDB .

c) Tính tổng $\widehat{AFB} + \widehat{BCD}$.

Bài 13: Chình thang ABCD có hai cạnh bên AD và BC bằng nhau, đường chéo AC vuông góc với cạnh bên BC. Biết $AD = 5a$, $AC = 12a$.

a) Tính $\frac{\sin B + \cos B}{\sin B - \cos B}$

b) Tính diện tích hình thang ABCD.

Bài 14: Cho đoạn thẳng $AB = 2a$. Từ trung điểm O của AB vẽ tia $Ox \perp AB$. Trên Ox lấy điểm D sao cho $OD = \frac{a}{2}$. Từ B kẻ BC vuông góc với đường thẳng AD .

a) Tính AD , AC và BC theo a .

b) Kéo dài DO một đoạn $OE = a$. Chứng minh bốn điểm A, B, C và E cùng nằm trên một đường tròn.

Bài 15: Cho tam giác nhọn ABC có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Trên HB và HC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\widehat{AMC} = \widehat{ANB} = 90^\circ$. Chứng minh: $AM = AN$.

Bài 16: Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $\frac{AB}{AC} = \frac{20}{21}$ và $AH = 420$. Tính chu vi tam giác ABC .

Bài 17: Cho hình thang $ABCD$ vuông góc tại A và D . Hai đường chéo vuông góc với nhau tại O . Biết $AB = 2\sqrt{13}$; $OA = 6$. Tính diện tích hình thang $ABCD$.

Bài 18: Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = 3\sqrt{5}$ cm. Hình vuông $ADEF$ cạnh bằng 2 cm có $D \in AB$, $E \in BC$, $F \in AC$. Biết $AB > AC$ và $S_{ADEF} = \frac{4}{9} S_{ABC}$. Tính AB ; AC .

Bài 19: Cho tam giác ABC vuông cân tại A , trung tuyến BD . Gọi I là hình chiếu của C trên BD , H là hình chiếu của I trên AC . Chứng minh: $AH = 3HI$.

Bài 20: Qua đỉnh A của hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a , vẽ đường thẳng cắt BC ở E và cắt đường thẳng DC ở F . Chứng minh: $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{a^2}$

Bài 21: Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ$. Hai đường chéo vuông góc với nhau tại H . Biết $AB = 3\sqrt{5}$ cm, $HA = 3$ cm. Chứng minh:

a) $HA : HB : HC : HD = 1 : 2 : 4 : 8$

b) $\frac{1}{AB^2} - \frac{1}{CD^2} = \frac{1}{HB^2} - \frac{1}{HC^2}$

Bài 22: Cho $\triangle ABC$ nhọn. đường cao AD và BE . Gọi $I \in AD$ và $Q \in BE$ sao cho $\widehat{BIC} = \widehat{AQC} = 90^\circ$.

a) Chứng minh: $CA \cdot CE = CD \cdot CB$

b) Chứng minh: $\triangle IQC$ là tam giác cân

c) BI cắt AQ tại K . Chứng minh: $CK \perp IQ$

Bài 23: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Đường cao AH . Biết $AC = 12$ cm, $BC = 15$ cm.

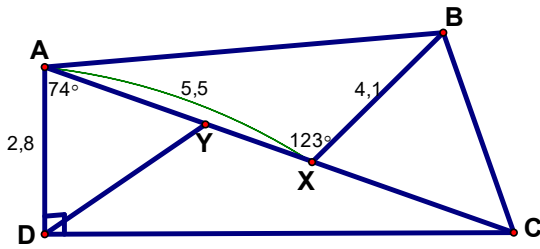
a) Tính HA , HB , HC .

b) Gọi E, F là hình chiếu vuông góc của H lần lượt lên AB, AC .

Chứng minh: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$

c) Chứng minh: $HE^2 + HF^2 = HB \cdot HC$

Bài 24: Cho hình vẽ:



a/ Tính AC

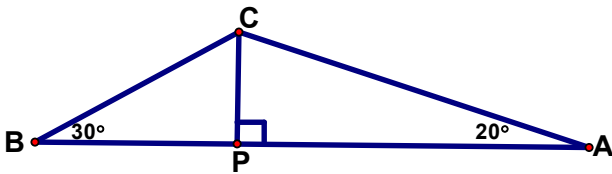
b/ Gọi Y là điểm trên AX sao cho DY // BX. Hãy tính XY.

c/ Tính diện tích tam giác BCX.

Bài 25: Cho hình vẽ dưới đây biết $BC = 60 \text{ cm}$. Đường vuông góc kẻ từ C đến AB cắt AB tại P. Tính:

a/ AP; BP

b/ CP và diện tích tam giác ABC.



Bài 26: Cho tam giác ABC có $AB = 24 \text{ cm}$; $AC = 18 \text{ cm}$; $BC = 30 \text{ cm}$

a/ Tính đường cao AH, số đo góc B và C.

b/ Phân giác của góc A cắt BC tại D. Tính BD, CD.

c/ Từ D kẻ DE và DF lần lượt vuông góc với AB và AC. Tứ giác AEDF là hình gì? Tính chu vi và diện tích tứ giác AEDF.

Bài 27: Tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$, $AC = 3a$. Trên AC lấy các điểm D và E sao cho $AD = DE = EC$.

a/ Chứng minh $\frac{DE}{DB} = \frac{DB}{DC}$

b/ Chứng minh $\triangle BDE$ đồng dạng với $\triangle CDB$.

c/ Tính tổng $\widehat{AEB} + \widehat{BCD}$.

Bài 28: Cho tam giác ABC vuông tại A, $\hat{C} = 30^\circ$; $BC = 10 \text{ cm}$.

a/ Tính AB, AC.

b/ Từ A kẻ AM, AN lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc. Chứng minh $MN // BC$ và $MN = AB$.

c/ Chứng minh hai tam giác MAB và ABC đồng dạng. Tìm tỉ số đồng dạng.

Bài 29: Cho tam giác ABC cân, $AB = AC = 10 \text{ cm}$; $BC = 16 \text{ cm}$. Trên đường cao AH lấy điểm I sao cho $AI = \frac{1}{3} AH$. Vẽ tia Cx song song với AH, Cx cắt tia BI tại D.

a/ Tính các góc của tam giác ABC.

b/ Tính diện tích tứ giác ABCD.

Bài 30: Cho tam giác ABC vuông tại A. Qua A vẽ đường thẳng d vuông góc với trung tuyến AM. Các tia phân giác của các góc AMB; AMC cắt đường thẳng d lần lượt tại D và E. Chứng minh:

a) Tứ giác BCED là hình thang

b) $BD \cdot CE = \frac{BC^2}{4}$

c) Giả sử $AC = 2AB$, chứng minh $EC = BC$

Bài 31: Cho hình thang cân có đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính chu vi và diện tích hình thang cân đó biết đáy nhỏ bằng 14 cm, đáy lớn bằng 50 cm.

Bài 32: Cho tam giác ABC có $AB > AC$, kẻ trung tuyến AM và đường cao AH. Chứng minh:

a) $AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$

b) $AB^2 - AC^2 = 2BC \cdot MH$

Bài 33: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $AB = 3\text{cm}$; $CD = 14\text{cm}$; $AC = 15\text{cm}$; $BD = 8\text{cm}$.

a) Chứng minh AC vuông góc với BD.

b) Tính diện tích hình thang.

Bài 34: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D là điểm đối xứng với A qua điểm B. Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = 2HA$. Gọi I là hình chiếu của D trên HE.

a) Tính AB, AC, HC, biết $AH = 4\text{cm}$, $HB = 3\text{cm}$. b) Tính $\text{tg } \angle IED$ và $\text{tg } \angle HCE$.

c) Chứng minh $\widehat{IED} = \widehat{HCE}$ d) Chứng minh: $DE \perp EC$.

Bài 35: Cho tam giác ABC có ba đường cao AM, BN, CL. Chứng minh:

a) $\triangle ANL$ đồng dạng $\triangle ABC$

b) $AN \cdot BL \cdot CM = AB \cdot BC \cdot CA \cdot \cos A \cdot \cos B \cdot \cos C$

Bài 36: Giải tam giác ABC, biết:

a) $\hat{A} = 90^\circ$, $BC = 10$, $\hat{B} = 75^\circ$.

b) $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = AC = 6$.

c) Trung tuyến ứng với cạnh huyền $m_a = 5$, đường cao $AH = 4$.

d) Trung tuyến ứng với cạnh huyền $m_a = 5$, một góc nhọn bằng 47° .

Bài 37: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của H trên cạnh AB và AC.

a) Giải tam giác vuông ABC. b) Tính độ dài AH và chứng minh: $EF = AH$.

c) Tính: $EA \cdot EB + AF \cdot FC$.

Bài 38: Cho hình thoi ABCD, hai đường chéo cắt nhau ở O. Cho biết khoảng cách từ O đến mỗi cạnh hình thoi là h; $AC = m$; $BD = n$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4h^2}$.

Bài 39: Tam giác ABC vuông tại A, đường cao $AH = 33,6$. Biết $24 \cdot AB = 7 \cdot AC$. Tìm độ dài các cạnh và số đo các góc của tam giác.

Bài 40: Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD$), $AB = 2$, $CD = 6$ và chiều cao bằng 4. Tính số đo góc tạo bởi các đường thẳng chứa hai cạnh bên.

Bài 41: Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 40^\circ$, $\hat{C} = 60^\circ$, đường trung tuyến AM. Tính số đo góc AMC.

Bài 42: Cho tam giác ABC nhọn, $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Chứng minh rằng

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bccosA$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2accosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2abcosC$$

Bài 43: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\hat{C} = 30^\circ$, $\hat{D} = 60^\circ$, $AD = 2$, $CD = 6$.

- Tìm AD.
- Tính diện tích hình thang.

Bài 44: Cho tứ giác ABCD có $\hat{C} + \hat{D} = 90^\circ$. Chứng minh rằng: $AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$

Bài 45: Cho tam giác ABC cân tại A, $\hat{A} < 90^\circ$, $AB = AC = 2\sqrt{2} \text{ cm}$, $BC = \sqrt{2} \text{ cm}$. Kẻ đường cao BH. Chứng minh rằng: $AH = 7.HC$

----- HẾT -----