

BÀI TẬP 16 Rút gọn biểu thức:

- 1) $A = \left(\frac{\sqrt{a+2}}{a+2\sqrt{a+1}} - \frac{\sqrt{a-2}}{a-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}} \quad (a > 0; a \neq 1)$
- 2) $B = \frac{9-x}{\sqrt{x+3}} - \frac{9-6\sqrt{x}+x}{\sqrt{x-3}} - 6 \quad (x \geq 0; x \neq 9)$
- 3) $C = \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} \right) : \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \quad (x > 1)$
- 4) $D = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}} \right) : \left(1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right) \quad (a > 1)$
- 5) $M = \sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+1}$
- 6) $N = \frac{(\sqrt{a}+1)(a-\sqrt{ab})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(a-b)(\sqrt{a^3+a})} \quad (a > 0; b > 0; a \neq b)$
- 7) $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left(\frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \quad (x > 0; x \neq 9)$
- 8) $E = \left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$
- 9) $F = \left(\frac{a\sqrt{a}-8}{\sqrt{a}-2} \right) \left(\frac{\sqrt{a}-2}{a-4} \right)^2 \quad (a \geq 0; a \neq 4)$

BÀI TẬP 17 Rút gọn biểu thức:

- 1) $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \right) \quad (x > 0; x \neq 4)$
- 2) $\left(\frac{x\sqrt{x}+27y\sqrt{y}}{3\sqrt{x}+9\sqrt{y}} \right) \left(\frac{3\sqrt{x}+9\sqrt{y}}{x-9y} \right) > 2\sqrt{2} \quad (x \geq 0; y \geq 0; x \neq 9y)$
- 3) $B = \frac{\sqrt{x+\sqrt{4(x-1)}} - \sqrt{x-\sqrt{4(x-1)}}}{\sqrt{x^2-4(x-1)}} \cdot \left(\sqrt{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) \quad (x > 1, x \neq 2)$
- 4) $D = \left(\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}} \right) : \frac{4\sqrt{a^4-a^2b^2}}{b^2} \quad (|a| > |b| > 0)$
- 5) **Chứng minh:** $\frac{\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}-x+\sqrt{x}} : \frac{1}{x^2+\sqrt{x}} = x-1$
- 6) a) $\frac{\sqrt{a}+1}{a\sqrt{a}+a+\sqrt{a}} : \frac{1}{a^2-\sqrt{a}}$ b) $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a+b+\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

BÀI TẬP 18 Rút gọn biểu thức:

4) $\sqrt{6+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+2\sqrt{6}}$

5) $\sqrt{9-2\sqrt{3}+2\sqrt{5}-2\sqrt{15}}$

6*) $\left(\sqrt{3-2\sqrt{3-1}} + \frac{\sqrt{3-1}}{\sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt{3-1}$

7*) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{9\sqrt{5}-19}} - \sqrt{7-\sqrt{5}}\right) : 2\sqrt{\sqrt{5}-2}$

8*) $\frac{\sqrt{10+6\sqrt{2}} - \sqrt{10-6\sqrt{2}}}{\sqrt{5-\sqrt{7}}} - \sqrt{9+2\sqrt{20}}$

9*) $\frac{\sqrt{5+\sqrt{3}} + \sqrt{5-\sqrt{3}}}{\sqrt{5+\sqrt{22}}} - \frac{\sqrt{6-\sqrt{24}}}{\sqrt{3+\sqrt{3}-\sqrt{3-\sqrt{3}}}}$

BÀI TẬP 22 Rút gọn biểu thức:

1) $\frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\sqrt{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}} + \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\sqrt{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}}$

2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{3\frac{2}{3}-2\sqrt{2}}} - \frac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{3\frac{2}{3}+2\sqrt{2}}}$

3) $\left(4\sqrt{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{3}{2}\sqrt{6}\right) : \left(\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

4) $\frac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

5**) $A = \sqrt{5+2\sqrt{14\sqrt{5}-26}} - \sqrt{4\sqrt{5}-1} + \sqrt{80-8\sqrt{5}}$

6) $A = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{2}} + 2\right) \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right) (24+8\sqrt{6}) \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\right)$

7) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{2}}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

8) $A = \frac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

9*) $\frac{\sqrt{11+\sqrt{5}} + \sqrt{11-\sqrt{5}}}{\sqrt{11+2\sqrt{29}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

BÀI TẬP 23 Rút gọn biểu thức:

1) $Q = \frac{2\sqrt{x}-4}{3\sqrt{x}-4} - \frac{4+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{x+13\sqrt{x}-20}{3x-10\sqrt{x}+8}$

2) $\frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{5-x}{x+2\sqrt{x}-3}$

3)

$\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-11\sqrt{x}-7}{x+\sqrt{x}-6}$

4) $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

($x \geq 0$; $x \neq 4$)

5) $\frac{7\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-7} - \frac{6\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-55\sqrt{x}}{x-6\sqrt{x}-7}$

6) $\frac{x\sqrt{x}+7x+13}{x+3\sqrt{x}-10} + \frac{\sqrt{x}+5}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+5}$

7) $\left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} - \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right)$

8) $\frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

9) $\frac{2\sqrt{x}-9}{x-3\sqrt{x}} - \frac{20\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} + \frac{2x\sqrt{x}-4x-17}{x-5\sqrt{x}+6}$

BÀI TẬP 24 Rút gọn biểu thức:

- 1) $\frac{3(x+\sqrt{x}-3)}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - 1 \right)$ 2) $\left(1 - \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right)$
- 3) $\left(\frac{2-\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \left(\frac{x\sqrt{x}+x-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \right)$ 4) $\left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1} \right)$
- 5) $\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x^3}+\sqrt{x}-x-1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right)$ 6) $\left(\frac{x^2-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} - \frac{x^2+8\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$
- 7) $\frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}} \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{x+\sqrt{x}} \right)$ 8) $\left(1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right)$
- 9) $\left(\frac{4x+5\sqrt{x}-1}{x\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} \right) : \frac{x+4+4\sqrt{x}}{x-1}$

BÀI TẬP 25 Rút gọn biểu thức:

- 1) Cho biểu thức $B = \frac{1+\sqrt{1-a}}{1-a+\sqrt{1-a}} + \frac{1-\sqrt{1+a}}{1+a-\sqrt{1+a}} + \frac{1}{\sqrt{1+a}}$
 * Rút gọn B * Chứng minh B luôn dương với mọi a.
- 2) $\left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{x-\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-\sqrt{x}-4}{x+\sqrt{x}-2} \right)$ (với $x \geq 0$; $x \neq 1$)
- 3) $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x-5\sqrt{x}+6}$ với $x > 0$; $x \neq 2$ và $x \neq 3$
- 4) $\left(\frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$ 5) $\left[\frac{x^2-8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(x+2\sqrt{x}+4)} - \frac{x-\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \right] : \frac{3-\sqrt{x}}{2-2x-3\sqrt{x}}$

LƯU Ý

CÁC BƯỚC THỰC HIỆN CÁC DẠNG BÀI TOÁN RÚT GỌN:

- ① Phân tích tử và mẫu thành nhân tử (rồi rút gọn nếu được)
- ② Tìm ĐKXĐ của biểu thức: là tìm TXĐ của từng phân thức rồi kết luận lại.
- ③ Quy đồng, gồm các bước:
 + Chọn mẫu chung : là tích các nhân tử chung và riêng, mỗi nhân tử lấy số mũ lớn nhất.
 + Tìm nhân tử phụ: lấy mẫu chung chia cho từng mẫu để được nhân tử phụ tương ứng.
 + Nhân nhân tử phụ với tử – Giữ nguyên mẫu chung.
- ④ Bỏ ngoặc: bằng cách nhân đa thức hoặc dùng hằng đẳng thức.
- ⑤ Thu gọn: là cộng trừ các hạng tử đồng dạng.
- ⑥ Phân tích tử thành nhân tử (mẫu giữ nguyên).
- ⑦ Rút gọn.

BÀI TẬP 26

- 1** Cho biểu thức : $A = \frac{x}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ với ($x > 0$ và $x \neq 1$)