

- a) Cho a, b, c là ba số thực thỏa mãn $5a + 2b + 3c = 0$. Chứng minh rằng phương trình: $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm.
- b) Giải phương trình: $x^2 + |x| - 12 = 2x(x - 3)$.
- c) Giải phương trình: $(x^2 - 3x)\sqrt{4 - x - 3x^2} = 0$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1; -1), B(0; 1), C(4; -1), D(3; -3)$.

- a) Chứng minh tứ giác ABCD là hình chữ nhật.
- b) Tính chu vi và diện tích của hình chữ nhật đó.

Câu 5.

- a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 5 \\ x + y - 3z = 7 \\ 3x + y - 4z = 2 \end{cases}$$
 (không sử dụng máy tính cầm tay).

- b) Tìm giá trị lớn nhất của $y = \frac{\sqrt{x-9}}{2x}$ với $x \geq 9$.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $AB = 2, BC = 4, CA = 3$. Tính:

- a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ rồi suy ra $\cos A$?
- b) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tính: $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BC}$.

ĐỀ SỐ 51

Câu 1.

- a) Cho hàm số $y = \sqrt{2-x} - \sqrt{2x+5a}$. Tìm a để tập xác định của hàm số là đoạn có chiều dài bằng 1.
- b) Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+9} + 2\sqrt{x+8}$.

Câu 2.

- a) Xác định a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ và $B(2; -2)$.
- b) Xác định các hệ số a, b, c biết rằng parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ cắt trục tung tại điểm $A(0; -1)$ và đi qua hai điểm $B(1; 2), C(-2; 5)$.

Câu 3.

- a) Cho phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m+1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Với giá trị nguyên nào của m thì phương trình trên có hai nghiệm thỏa mãn $x_1 + x_2 - x_1x_2$ là số nguyên.
- b) Giải phương trình $||x-2|-3|=5$.
- c) Giải phương trình $\frac{2x}{x+1} = \frac{-x^2+x-8}{(x+1)(4-x)}$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(2; 3), B(-1; 1), \overrightarrow{OC} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$.

- a) Tìm tọa độ vector $\vec{x} = \vec{AB} - 2\vec{AC} - 2\vec{CB}$.
- b) Biểu thị vector \vec{OC} theo các vector \vec{OA}, \vec{OB} . Tìm tọa độ E sao cho C là trọng tâm tam giác ABE.

Câu 5.

- a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 1 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$
- b) Cho ba số thực a, b, c. Chứng minh rằng: $(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c)$.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH. Kẻ HD vuông góc với AB và HE vuông góc với AC.

- a) Chứng minh $\vec{AD} \cdot \vec{AB} = \vec{AH}^2$.
- b) Chứng minh tứ giác BDEC nội tiếp một đường tròn.

ĐỀ SỐ 52

Câu 1. Cho ba tập hợp $M = \{3; 6; 9\}$, $N = \{1; 5; 6; 9; 11\}$, $P = \{3k | k \in \mathbb{N}; k < 4\}$.

- a) Tính $M \cap N, M \cup N, M \setminus N$.
- b) Liệt kê các phần tử của P và tính $C_P M$.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^2 + (2m+1)x - m - 1$ có đồ thị (P_m) .

- a) Lập bảng biến thiên và vẽ parabol (P) của hàm số với $m = -1$.
- b) Tìm m để (P_m) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn:
 $x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 1$.

Câu 3.

- a) Giải phương trình: $\frac{x-2}{x+2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x(x+2)}$.
- b) Giải phương trình: $|2x-3| = |3x+5|$.
- c) Giải phương trình: $x^3 = 2\sqrt{x+2} + 4$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm $A(1;3), B(4;2)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D trên Ox cách đều hai điểm A và B.
- b) Tìm tọa độ điểm C để tứ giác OABC là hình bình hành. Chứng minh OABC là hình chữ nhật.

Câu 5.

- a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - xy + 3y^2 + 1 = 7x + 12y \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$
- b) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $y = \frac{\sqrt{x-2011}}{x+2} + \frac{\sqrt{x-2012}}{x}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC, lấy các điểm I, J sao cho $\vec{IA} = 2\vec{IB}, 3\vec{JA} + 2\vec{JC} = \vec{0}$.

Chứng minh rằng đường thẳng IJ đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

ĐỀ SỐ 53

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{3-x}$.

- Tìm tập xác định A của hàm số f(x).
- Giả sử $B = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x < 2\}$. Hãy xác định các tập hợp $A \cap B, A \setminus B$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2 - 4x + 6$ có đồ thị là parabol (P).

- Tìm tọa độ đỉnh và phương trình trục đối xứng của (P).
- Vẽ đồ thị của (P).
- Dựa vào đồ thị, hãy cho biết tập hợp các giá trị của x sao cho $y \geq 0$.

Câu 3.

- Tìm các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 8$.
- Giải phương trình: $\frac{x-1}{3-2x} = \frac{3x-1}{|x+1|}$.
- Giải phương trình: $x(x-1) - 2\sqrt{x^2 - x + 3} = 0$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm A(1;-2), B(-1;2) và C(2√3;√3).

- Cho biết hình dạng của tam giác ABC.
- Tính độ dài đường cao của tam giác ABC và tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 5.

- Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ (x-1)(y-1) = 18 \end{cases}$.
- Cho a, b, c, d là các số dương. Chứng minh rằng:
$$\frac{a+b+c}{d} + \frac{a+b+d}{c} + \frac{a+c+d}{b} + \frac{b+c+d}{a} \geq 12.$$

Câu 6. Cho hình bình hành ABCD có AB = 3a, AD = 5a và $\widehat{BAD} = 120^\circ$.

- Tính các tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.
- Tính độ dài đoạn BD và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

ĐỀ SỐ 54

Câu 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

- $y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}}$
- $y = \frac{2x-7}{-x^2+6x-5}$

Câu 2. Cho hai hàm số d: $y = -x + 4$ và (P): $y = x^2 - 2x + 2$.

- Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (P) và đường thẳng (d).
- Vẽ đồ thị của (P).
- Tim b, c biết parabol (P'): $y = 2x^2 + bx + c$ có trục đối xứng là $x = -1$ và đi qua điểm A(2;21).

Câu 3.

a) Giải phương trình: $(x+1)^4 + (x+3)^4 = 82$.

b) Giải phương trình: $\frac{4x^2 + 25}{-4x^2 + 25} + \frac{10}{2x+5} = \frac{5}{5-2x}$.

c) Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} + 2\sqrt{-x+5} = \sqrt{18x-47}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC có $A(2;2)$, $B(-1;4)$, $C(5;8)$.

a) Tìm tọa độ điểm I sao cho: $\vec{IA} + 2\vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0}$.

b) Tìm tập hợp những điểm M trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ thức:

$$|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}| = 3|\vec{MC} + \vec{MB}|.$$

Câu 5. Cho các số $a, b, c > \frac{25}{4}$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{a}{2\sqrt{b}-5} + \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + \frac{c}{2\sqrt{a}-5}.$$

Câu 6.

a) Cho tam giác ABC và điểm M thỏa mãn $\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$. Chứng minh ABCM là hình bình hành.

b) Cho bốn điểm A, B, C, D. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thỏa các điều kiện:

$\vec{AM} = k.\vec{AB}$, $\vec{AN} = k.\vec{AC}$, $\vec{AP} = k.\vec{AD}$ với $k \neq 0$. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng nếu và chỉ nếu B, C, D thẳng hàng.

ĐỀ SỐ 55

Câu 1.

a) Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{x-1}{x-2}} + \sqrt{4-x}$.

b) Tìm m để hàm số $y = \frac{m-2}{m+2}x + 2013$ đồng biến.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2 + (m+1)x + m + 2$ có đồ thị là (P_m) .

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số với $m = 1$.

b) Tìm m để (P_m) cắt trục Ox tại ít nhất một điểm có hoành độ dương.

Câu 3.

a) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $5x^2 - 7x + 1 = 0$. Lập phương trình bậc có các nghiệm là: $\frac{x_1}{x_2+1}$ và $\frac{x_2}{x_1+1}$.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + 1 + |\sqrt{x-1} - 1| = \frac{x+3}{2}$

c) Tìm m để phương trình $|mx-1| = |x+3|$ có nghiệm duy nhất.

Câu 4. Cho tam giác ABC có $A(-1;2)$, $B(2;0)$, $C(-3;1)$.

- Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Tìm điểm M nằm trong đoạn BC sao cho diện tích tam giác ABM bằng $\frac{1}{3}$ diện tích tam giác ABC.

Câu 5. Cho $a, b > 0$. Chứng minh: $\frac{a^4 + b^4}{(a+b)(a^2 + b^2)} \geq \frac{a+b}{4}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC. Gọi I là trung điểm AC, H là điểm đối xứng trọng tâm G của tam giác ABC qua B.

- Chứng minh: $\overrightarrow{HA} - 5\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
- Đặt $\overrightarrow{AG} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GH} = \vec{b}$. Hãy phân tích vector \overrightarrow{AC} theo hai vector \vec{a} và \vec{b} .

ĐỀ SỐ 56

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là parabol (P).

- Tìm các giá trị của a, b, c sao cho parabol (P) có đỉnh $I(-1;4)$ và cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 3.
- Với các giá trị a, b, c vừa tìm được ở câu 1) hãy:
 - Lập bảng biến thiên của hàm số và vẽ đồ thị (P).
 - Tìm các giá trị của m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt:

$$|ax^2 + bx + c| = 5 - m^2.$$

Câu 2. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx + y = 2 \\ x + my = 1 + m \end{cases}$, với m là tham số.

- Giải và biện luận hệ trên theo các giá trị của m .
- Tìm các số nguyên m để hệ có đúng một nghiệm $(x; y)$ và nghiệm này thỏa mãn điều kiện $(x + y)$ là số nguyên.

Câu 3. Cho hình thoi ABCD cạnh a , $\widehat{BCD} = 60^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, K là trung điểm của AD. Cho điểm I, J thỏa mãn hệ thức: $\overrightarrow{IK} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$, $5\overrightarrow{JB} - 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

- Biểu diễn vector \overrightarrow{BG} theo vector \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AD} . Tính độ dài đoạn thẳng CI.
- Chứng minh BG vuông góc IJ.
- Xác định vị trí của điểm P trên đường thẳng BD sao cho biểu thức $PK^2 + 2PB^2$ là nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo a .
- Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $\frac{1}{3}\overrightarrow{MB}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) - \frac{a^2}{2} = \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}^2$.

Câu 4. Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn hệ thức $3a + 3b + c = 12$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{3}{c} \geq 4$.

ĐỀ SỐ 57

Câu 1.

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (P): $y = x^2 - 2x - 3$.
- b) Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d: $y = 2x + m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 2. Tìm các giá trị của m để phương trình $x^2 - mx + 2m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = 3$.

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 7} - 1 = x$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2;1), B(3;-2), G(1;-1)$ là trọng tâm của tam giác ABC.

- a) Tìm tọa độ của điểm C.
- b) Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABDG là hình bình hành.

Câu 5. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi J là trung điểm của AB, I là điểm thỏa mãn:

$$\vec{IA} + \vec{IB} + 2\vec{IC} = \vec{0}.$$

- a) Chứng minh I là trung điểm của CJ.
- b) Tính biểu thức: $S = \vec{IA} \cdot \vec{IB} + \vec{IB} \cdot \vec{IC} + \vec{IC} \cdot \vec{IA}$ theo a.

ĐỀ SỐ 58

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + \sqrt{x^2 - x + 3} = x + 9$.

b)
$$\begin{cases} 4|x-2| + 3(y^2 - 5y) = -8 \\ 3|x-2| - 4(y^2 - 5y) = 19 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$$

Câu 2. Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $\frac{3x - m - 1}{\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 1} = \frac{2x + 2m - 3}{\sqrt{x - 1}}$.

Câu 3. Tìm m để bất phương trình sau có tập nghiệm R: $(m^2 - m)x < 2x + 1$.

Câu 4. Cho $a, b, c \geq 0$. Chứng minh rằng: $a(1 + b) + b(1 + 4c) + c(1 + 9a) \geq 12\sqrt{abc}$.

Câu 5. Cho hình bình hành ABCD có $AB = 3a, AD = 5a, \widehat{BAD} = 120^\circ$.

- a) Tính các tích vô hướng sau: $\vec{AB} \cdot \vec{AD}, \vec{AC} \cdot \vec{BD}$.
- b) Tính độ dài đoạn BD và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

ĐỀ SỐ 59

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số: $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 + 3x - 4}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ (1).

- a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số (1).
- b) Tìm m để đường thẳng d: $y = -2x + m$ cắt (P) tại 2 điểm phân biệt/

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(3;6), B(-2;1), C(8;1)$.

- a) Chứng minh A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác vuông.
- b) Tìm M thuộc trục hoành để 3 điểm A, B, M thẳng hàng.
- c) Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt trục tung tại hai điểm D_1, D_2 . Tìm tọa độ các điểm D_1, D_2 .

Câu 4. Giải phương trình và hệ phương trình:

a) $\sqrt{5x+6} = x - 6$

b)
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases}$$

Câu 5.

- a) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $m^2x + 1 = x - m$ có vô số nghiệm
- b) Cho $x > 2$. Chứng minh rằng: $4x + \frac{9}{x-2} \geq 20$.

ĐỀ SỐ 60

Câu 1. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}, 1 < x + 1 \leq 5\}$.

- a) Liệt kê các phần tử của tập A, B.
- b) Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$.

Câu 2. Cho hàm số $y = x^2 + 4x + 3$ (1)

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số (1).
- b) Tìm giao điểm của (P) với đường thẳng $d: y = x + 13$.

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{15x+16} = 2x + 3$

b) $\frac{3x-7}{x^2-1} + \frac{2}{x-1} = 3$.

Câu 4. Cho tam giác ABC. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của AB và BC. Hãy phân tích \vec{AC} theo hai vector \vec{AP} và \vec{CM} .

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1;3), B(4;2)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D trên Ox cách đều hai điểm A và B.
- b) Tìm tọa độ điểm E để tứ giác OABE là hình bình hành. Chứng minh OABE là hình chữ nhật.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(1;0), B(0;3)$ và $C(-3;2)$.

- a) Tính góc \widehat{BAC} của tam giác ABC.
- b) Tìm tọa độ điểm D để tứ giác ABCD là hình bình hành. Chứng minh ABCD là hình vuông.

Câu 7. Giải phương trình: $(x-3)(x+2) - 2\sqrt{x^2 - x + 4} + 10 = 0$.