

Bài 3. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x = y^2 - 4y + 5 \\ 2y = x^2 - 4x + 5 \end{cases}$$

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho  $A(2;4)$ ,  $B(1;3)$ ,  $C(-3;4)$ . Chứng minh A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác và tìm tọa độ H là chân đường cao kẻ từ A trong tam giác ABC.

Bài 5. Cho tam giác ABC có  $AC = 6$ ,  $BC = 2\sqrt{13}$  và  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ . Tính độ dài cạnh AB, diện tích, bán kính đường tròn nội tiếp, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 6. Cho a, b, c không âm. Chứng minh:  $(a+b)(b+c)(1+ac) \geq 8abc$ . Khi nào dấu đẳng thức xảy ra?

Bài 7. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn:  $xyz = 1$ . Chứng minh:

$$\frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} + \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} + \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx} \geq 3\sqrt{3}. \text{ Khi nào dấu đẳng thức xảy ra?}$$

### ĐỀ SỐ 28

Bài 1. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: (P):  $y = x^2 - 2x + 1$ .

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{5x^2 - 2x - 14} = 2x - 1$

b)  $\sqrt{3x^2 + 11x - 7} = \sqrt{x + 1}$

c)  $x^2 - 5x + 2\sqrt{x(5-x)} + 1 = 2$ .

Bài 3. Tìm m để phương trình:  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa:  $x_1^2 + x_2^2 = 4$ .

Bài 4. Cho ba số dương a, b, c. Chứng minh rằng:  $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6$ .

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có  $A(-1;-1)$ ,  $B(3;1)$ ,  $C(6;0)$ .

a) Tìm tọa độ trung điểm E của đoạn thẳng AB. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

b) Xác định tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 6. Giải phương trình:  $\sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$ .

### ĐỀ SỐ 29

Bài 1. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số:  $y = f(x) = \frac{-2x|x^3|}{x^2 - 1}$ .

Bài 2. Cho phương trình:  $(m-1)x^2 + 3x - 1 = 0$  (1).

a) Định m để phương trình (1) có một nghiệm  $x_1 = 3$ . Tính nghiệm còn lại.

b) Định m để phương trình (1) có một nghiệm nhỏ hơn 1 và một nghiệm lớn hơn 1.

Bài 3. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 106 \\ xy = 45 \end{cases}$$

Bài 4. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:  $f(x) = \frac{(x+2)(x+8)}{x}$ .

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho  $A(1;5)$ ,  $B(2;0)$ ,  $C(-2;1)$ .

- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
- Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

Bài 6. Cho tam giác ABC có  $AB = 10$ ,  $AC = 16$ ,  $\hat{A} = 60^\circ$  và I là trung điểm AB.

- Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ .
- Tìm tập hợp điểm M sao cho:  $MA^2 - MB^2 = 40$ .

### ĐỀ SỐ 30

Bài 1. Viết phương trình Parabol (P):  $y = ax^2 + bx + c$  biết (P) có đỉnh là  $I(2;-1)$  và (P) cắt đường thẳng (D):  $y = x + 5$  tại điểm A có hoành độ bằng 5.

Bài 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) \quad x^4 - x^3 - 18x^2 - 6x + 36 = 0 \quad b) \quad \begin{cases} x + xy + y = 11 \\ x^2y + xy^2 + 30 \end{cases}$$

Bài 3. Tìm m để phương trình:  $x^2 - 2(m-3)x + m^2 - 4m + 5 = 0$  (m là tham số) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức:  $Q = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4. Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x + (m+1)y = 7 \\ mx + (m^2 - 1)y = 5m - 3 \end{cases}$

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất  $(x_0; y_0)$ . Suy ra tìm  $m \in \mathbb{Z}$  để  $x_0 \in \mathbb{Z}$ ,  $y_0 \in \mathbb{Z}$ .

Bài 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC với  $A(-4;3)$ ,  $B(1;4)$ ,  $C(1;-2)$ .

- Tìm tọa độ trực tâm H và tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng AC sao cho:  $T = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 4\overrightarrow{MC}|$  nhỏ nhất.

Bài 6. Cho tam giác ABC có  $AB = 2$ ,  $BC = 4$ ,  $AC = 2\sqrt{7}$ . Tính góc B, bán kính đường tròn ngoại tiếp và độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC.

Bài 7. Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của:

$$S = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{1}{\sqrt{b^2 + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 + a^2}}.$$

### ĐỀ SỐ 31

Bài 1. Tìm TXĐ của hàm số:  $y = f(x) = \frac{|x-2|}{(x-1)^3 \sqrt{x+5}}$ .

Bài 2. Xét tính chẵn, lẻ của hàm số:  $y = f(x) = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{3+x}}{|x|+2}$ .

Tính giá trị của  $f(2\sqrt{2})$ . Suy ra  $f(-2\sqrt{2})$ .

- Bài 3. Xác định hàm số bậc hai biết đồ thị là một Parabol (P) đi qua  $M(2;-9)$  và hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng  $-1$  tại  $x = 0$ . Lập bảng biến thiên của hàm số vừa tìm được.
- Bài 4. Cho phương trình:  $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 3 = 0$ . Định  $m$  để phương trình có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa điều kiện:  $|x_1| - |x_2| = 0$ .
- Bài 5. Định  $m$  để hệ phương trình: 
$$\begin{cases} mx + 2y = m^2 \\ 2x + my = 4 \end{cases}$$
 có nghiệm.
- Bài 6. Cho tam giác ABC có  $AB = 5$ ,  $BC = 7$  và  $\hat{B} = 120^\circ$ . Gọi I là trung điểm của AB. Gọi J là điểm thỏa:  $2\vec{JA} - 3\vec{JB} + 4\vec{JC} = \vec{0}$ .
- Tính  $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$  và độ dài cạnh AC.
  - Phân tích  $\vec{IJ}$  theo  $\vec{BA}$  và  $\vec{BC}$ .
- Bài 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho  $A(0;1)$ ,  $B(3;4)$ ,  $C(-2;6)$ .
- Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng và ABC là một tam giác cân.
  - Tìm sin góc A của tam giác ABC.

### ĐỀ SỐ 32

- Bài 1. Cho hàm số:  $y = x^2 + 2x$  có đồ thị (P).
- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P).
  - Từ đồ thị (P), hãy nêu cách vẽ và vẽ đồ thị  $(P_1)$  của hàm số  $y = x^2 + 2|x|$ .
- Bài 2. Giải và biện luận theo tham số  $m$  phương trình:  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x+m}{x+2}$ .
- Bài 3. Cho hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m + 1 \end{cases}$$
- Tìm  $m$  để phương trình có vô số nghiệm.
  - Viết tập hợp nghiệm của hệ phương trình trong câu 1.
- Bài 4. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. D và E là hai điểm xác định bởi:  $\vec{AD} = 2\vec{AB}$  và  $\vec{EA} = -\frac{2}{3}\vec{EC}$ .
- Chứng minh:  $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$ .
  - Chứng minh ba điểm D, G, E thẳng hàng.
- Bài 5. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho các điểm  $A(6;2)$ ,  $B(-2;-2)$ ,  $C(3;8)$ .
- Chứng minh tam giác ABC vuông cân tại A. Tính độ dài trung tuyến đi qua A của tam giác này.
  - Tìm điểm E để tứ giác ABEC là hình bình hành.
- Bài 6. Cho tam giác ABC cân tại A có  $AB = AC = a$  và  $\hat{A} = 120^\circ$ . Tính giá trị của biểu thức:  $T = \vec{AB} \cdot \vec{CB} + \vec{BC} \cdot \vec{CA} + \vec{AC} \cdot \vec{BA}$  theo a.

Bài 7. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:  $f(x) = x + \frac{1}{x+2}$  với  $x > -2$ .

**ĐỀ SỐ 33**

Bài 1. Cho hàm số  $y = x^2 - 4x + 3$  (P).

- Vẽ đồ thị (P).
- Định m để (P) và đường thẳng (d):  $y = mx - m^2 + 7$  cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ trái dấu.

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$\text{a) } |x-2| + \frac{2}{|x-2|+1} = 2. \quad \text{b) } \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 39 \\ 2x + xy + 2y + 24 = 0 \end{cases}$$

Bài 3. Định m nguyên để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất là số nguyên:

$$\begin{cases} 3x + (m-1)y = m+1 \\ (m+1)x + y = 3 \end{cases}$$

Bài 4. Cho 3 số dương a, b, c thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 4\sqrt{abc}$ . Chứng minh:  $a + b + c \geq \frac{9}{4}\sqrt{abc}$ .

Bài 5. Cho tam giác ABC có  $AB = 5$ ,  $BC = 7$ ,  $AC = 8$ .

- Tính  $\overline{AB.AC}$ , rồi suy ra giá trị của góc A.
  - Tính  $\overline{CA.CB}$ .
  - Gọi D là điểm trên CA sao cho  $CD = 3$ . Tính  $\overline{CD.CB}$ .
- Bài 6. Cho tứ giác ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm tập hợp điểm M sao cho:  $\overline{MA.MB} + \overline{MC.MD} = \frac{1}{2}IJ^2$ .

**ĐỀ SỐ 34**

Bài 1. Cho hàm số  $y = mx^2 + x + m - 1$  có đồ thị (P). Tìm m để đồ thị (P) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x_1, x_2$  trái dấu.

Bài 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$\text{a) } x^2 - 3x - 13 = \sqrt{x^2 - 3x + 7} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y + xy = 9 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$$

Bài 3. Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} 3x + (m-1)y = m+1 \\ (m+1)x + y = 3 \end{cases}$  (I).

- Giải và biện luận theo tham số m hệ phương trình (I).
  - Trường hợp hệ (I) có nghiệm duy nhất, tìm m nguyên để nghiệm của hệ (I) là số nguyên.
- Bài 4. Cho 3 số dương a, b, c. Chứng minh bất đẳng thức:

$$\left(a^2 + \frac{1}{b^2}\right) + \left(b^2 + \frac{1}{c^2}\right) + \left(c^2 + \frac{1}{a^2}\right) \geq 6. \text{ Khi nào thì dấu đẳng thức xảy ra?}$$

Bài 5. Cho tam giác đều ABC cạnh a.

- a) Tính các tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ .
- b) Tìm tập hợp những điểm M sao cho:  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = BC^2 - MB^2 + MC^2$ .
- Bài 6. Cho tam giác ABC với ba trung tuyến AD, BE, CF. Chứng minh:  
 $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CF} = 0$ .

### ĐỀ SỐ 35

Bài 1. Cho hàm số:  $y = x^2 - 2x - 3$ .

- 1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.  
 2) Dựa vào đồ thị (P) hãy biện luận số nghiệm phương trình:  $x^2 - 2x - 3 = m$ .

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $(x+5)(2-x) = 3\sqrt{x^2+3x}$       b)  $\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 3 \\ x + xy + y = -3 \end{cases}$

Bài 3. Cho hệ phương trình:  $\begin{cases} (m-2)x + 2y = m \\ (2m-1)x - y = 2m+5 \end{cases}$ . Tìm m nguyên để hệ phương trình có nghiệm nguyên.

Bài 4. Cho hai số dương a, b. Chứng minh:  $\left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 + \left(1 + \frac{b}{a}\right)^2 \geq 8$ .

Bài 5. Cho  $\Delta ABC$ . Gọi D là điểm xác định bởi  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$  và M là trung điểm đoạn BD.

- a) Tính  $\overrightarrow{AM}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .  
 b) AM cắt BC tại I. Tính  $\frac{IB}{IC}$  và  $\frac{AM}{AI}$ .

Bài 6. Cho tứ giác ABCD; I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm tập hợp điểm M sao cho:  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}IJ^2$ .

### ĐỀ SỐ 36

Câu 1. Cho hai tập hợp  $P = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 3\}$ ,  $Q = \{x \in \mathbb{R} \mid |x+2| > 4\}$ .

- a) Viết các tập hợp P và Q dưới dạng khoảng, đoạn, nửa khoảng hay hợp của các khoảng, đoạn, nửa khoảng. Biểu diễn các tập hợp này trên trục số.  
 b) Chứng minh rằng  $C_R(P \cap Q) = C_R P \cup C_R Q$ .

Câu 2.

- a) Vẽ đồ thị  $y = -x^2 + 4x - 3$ .  
 b) Tìm m để phương trình  $x^2 - 4|x| + m = 0$  có ít nhất ba nghiệm.

Câu 3.

- a) Cho phương trình  $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$  (1). Tìm các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho tổng  $x_1 + x_2$  là các số nguyên.

b) Giải và biện luận phương trình  $\frac{x-m}{x-2} + \frac{x-3}{x} = 2$ .

Câu 4.

a) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có  $A(-2;1), B(1;3)$ , trọng tâm  $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ , M là trung điểm BC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt đường thẳng AM tại E. Tìm tọa độ điểm E.

b) Nhận dạng tam giác ABC thỏa mãn:  $\frac{\cos A}{a} + \frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{a}{bc}$  (\*).

Câu 5.

a) Giải phương trình  $\sqrt{4-3\sqrt{10-3x}} = x-2$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $y = x + \frac{1}{x-3}$  (với  $x > 3$ ).

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 3, AC = 4$  và trung tuyến AD. Tìm điểm  $E \in AC$  sao cho  $BE \perp AD$ .

### ĐỀ SỐ 37

Câu 1. Cho tập hợp  $S = \{1;2;3;4;5;6\}$ .

a) Tìm tập hợp con A, B của S sao cho  $A \cup B = \{1;2;3;4\}, A \cap B = \{1;2\}$ .

b) Tìm các tập hợp C sao cho  $C \cup (A \cap B) = A \cup B$ .

Câu 2.

a) Vẽ đồ thị  $y = 3x + 4$ .

b) Xác định a, c để đồ thị hàm số  $y = ax^2 - 4x + c$  đi qua hai điểm  $A(1;-3), B(2;5)$ .

c) Xác định giao điểm của hai đồ thị trên.

Câu 3.

a) Giải phương trình  $\sqrt{7-x^2+x\sqrt{x+5}} = \sqrt{3-2x-x^2}$ .

b) Giải và biện luận phương trình  $m^3x - m^2 - 4 = 4m(x-1)$ .

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, tìm điểm M biết:

a) MNPQ là hình bình hành với  $N(2;3), P(-6;-3), Q(1;8)$ .

b) M thuộc trục hoành và góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$  là  $135^\circ$  với các tọa độ của điểm  $A(4;-3), B(3;1)$ .

Câu 5.

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^3y(1+y) + x^2y^2(2+y) + xy^3 - 30 = 0 \\ x^2y + x(1+y+y^2) + y - 11 = 0 \end{cases}$$

b) Cho a, b là hai số dương. Chứng minh:  $a^2 + b^2 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ .

Câu 6. Cho tam giác ABC có  $\hat{A} = 120^\circ$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$  và  $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = -16$  (với M là trung điểm của BC). Tính độ dài các cạnh AB và AC.

**ĐỀ SỐ 38**

Câu 1. Cho tập hợp  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 5\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 9 \leq x^2 < 26\}$ . Xác định các tập hợp:

$$A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Câu 2.

a) Xác định các hệ số của parabol  $y = ax^2 + bx - 3$  biết rằng parabol đi qua điểm  $A(5; -8)$  và có trục đối xứng  $x = 2$ . Vẽ parabol vừa tìm được.

b) Cho parabol (P):  $y = x^2 - 4x + 3$ . Xác định m để (P) và đường thẳng  $d: y = mx - m^2 + 12$  cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ trái dấu.

Câu 3.

a) Giải phương trình  $\sqrt{3x^2 + x - 1} = 2\left(\frac{7}{2} - x\right) - 3x^2 + x$ .

b) Giải và biện luận phương trình  $\frac{4 + (m+2)x}{3 - 2x} = m - 1$ .

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có  $A(2;1), B(1;3), C(-1;0)$ .

a) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

b) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

Câu 5.

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x^2 + y^2 + x + y = 8 \end{cases}$$

b) Cho các số dương x, y, z thỏa mãn:  $x + y + z = 1$ . Chứng minh:

$$\sqrt{2x^2 + xy + 2y^2} + \sqrt{2y^2 + yz + 2z^2} + \sqrt{2z^2 + zx + 2x^2} \geq \sqrt{5}.$$

Câu 6. Cho hình bình hành ABCD. Gọi M là điểm tùy ý. Chứng minh:

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}.$$

**ĐỀ SỐ 39**

Câu 1. Cho số thực m. Xét các tập hợp  $A = (3m - 1; 3m + 7)$  và  $B = (-1; 1)$ .

a) Tìm m để  $B \subset A$

b) Tìm m để  $A \cap B = \emptyset$ .

Câu 2.

a) Xác định các hệ số a, b, c của Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  biết rằng parabol đi qua ba điểm  $A(0;1), B(-2;1), C(3;2)$ .

b) Vẽ đồ thị parabol (P) ứng với các giá trị a, b, c vừa tìm được.

Câu 3.

a) Giải phương trình:  $|3x^2 - 2x - 1| = x^2 - x$ .

b) Giải phương trình:  $2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0$ .