

Đề số 1

Bài 1.

- a) Tìm m để phương trình $(x^2 + 2mx - m + 2)(x^2 - 3x + 2) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.
- b) Tìm m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+m}}{(x+1)(x-m-1)}$ xác định trên $[0; +\infty]$

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{x-3}(2x-5) = \sqrt{6x-15}$
- b) $x^2 - x + 2 - (x+2)\sqrt{x-1} = 0$

Bài 3.

- a) Giải và biện luận phương trình $(m^2 - 4m + 3)x - 9 + m^2 = 0$ (m là tham số)
- b) Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x + my = 3 \\ mx + (m-1)y = 2 \end{cases}$ (m là tham số). Tìm hệ thức biểu diễn mối liên hệ giữa x, y và không phụ thuộc m .

Bài 4. Tìm phương trình (P) biết (P) đi cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ 2, cắt trục tung tại điểm B có tung độ 4 và điểm cực tiểu có tung độ là $\frac{-1}{2}$

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(8;3), B(3;-2), C(-1;6)$

- a) Gọi D là chân đường cao hạ từ đỉnh A lên BC. Tìm tọa độ đỉnh D. Hãy tính diện tích tam giác ABC
- b) Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- c) Tìm điểm E sao cho $2\vec{EA} - \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$. Chứng minh BE vuông góc CA
- d) Tìm điểm M trên trục tung sao cho $\vec{MO} \cdot \vec{MA} + \vec{MB} \cdot \vec{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Với O là gốc tọa độ.

Bài 6. Rút gọn biểu thức: $A = \frac{1 + \cos 4x}{\cot x - \tan x} + \frac{(1 - \cos 4x)(1 - \tan^2 x)}{4 \tan x}$

Đề số 2

Bài 1.

- a) Cho phương trình $\frac{x^2 + x + 2m^2}{3x + 2} = m$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- b) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} ax + (b-1)y = a-1 \\ bx + (a-1)y = b-1 \end{cases}$. Tìm điều kiện của a, b để hệ phương trình có nghiệm.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a) $\frac{x + \sqrt{|2x-3|+1}}{x+1} = 2$
- b) $x^2 + 3x + 2 - (3x+1)\sqrt{x+1} = 0$

Bài 3.

- a) Rút gọn biểu thức:

$$A = \cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(x + \pi) + \cos\left(x + \frac{5\pi}{3}\right)$$

- b) Rút gọn biểu thức: $B = \frac{2(\sin 2x + 2\cos^2 x - 1)}{\cos x - \sin x - \cos 3x + \sin 3x}$

Bài 4. Tìm phương trình parabol (P) biết (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x = -1$ và tung độ của đỉnh là -5 và đi qua điểm $M(1;3)$.

Bài 5. Trên hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(1;-1), B(9;3), C(1;4)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D sao cho ACDB là hình bình hành. Biểu diễn \overrightarrow{AD} theo hai vectơ $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$.
- b) Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của C trên AB. Tính diện tích tam giác ABC.
- c) Tìm điểm M thuộc Ox sao cho $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$
- d) Tìm điểm N thuộc Oy sao cho $NA^2 + NB^2 + 2NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a$. M, N là các điểm thỏa

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{NA} = -2\overrightarrow{NC}$. Gọi Q là trung điểm MN. Tính độ dài AQ theo a.

Đề số 3

Bài 1.

- a) Tìm m để nghiệm của phương trình $\begin{cases} (m-1)x + (m+1)y = m \\ (3-m)x + 3y = 2 \end{cases}$ cũng là nghiệm của phương trình $2x + y = 1$
- b) Tìm m để phương trình $\frac{mx^2 - (m-1)x + 2}{x^2 - 3x + 2} = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$

Bài 2. Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

- a) $\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}$
- b) $\begin{cases} 2|x-1| + y = 3 \\ 3|x-1| - 2y = 4 \end{cases}$
- c) $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}$

Bài 3. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$.

- a) Tìm a, b, c biết (P) đi qua hai điểm $(0, -1), (4, -5)$ và giá trị cực đại bằng $5/4$.
- b) Vẽ đồ thị hàm số $y = |ax^2 + bx + c|$ với a, b, c tìm được ở câu a.

Bài 4. a) Chứng minh $\frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1} = 2 \cos x$

b) Tính $A = \sin^4 x + \cos^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có $A(8;3), B(3;-2), C(-1;6)$

- a) Gọi D là chân đường cao hạ từ đỉnh A lên BC. Tìm tọa độ đỉnh D. Hãy tính diện tích tam giác ABC
- b) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- c) Tìm tọa độ điểm E sao cho $2\vec{EA} - \vec{EB} + \vec{EC} = \vec{0}$. Chứng minh BE vuông góc CA
- d) Tìm điểm M trên trục tung sao cho $\vec{MO} \cdot \vec{MA} + \vec{MB} \cdot \vec{MC}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với O là gốc tọa độ.

Đề số 4

Bài 1.

- a) Tìm m để phương trình $\frac{(x-m)(4x^2+2(m^2+1)x+m^2)}{(x-3)}=0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- b) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} mx+(m-1)y=3 \\ (m-1)x+my=2 \end{cases}$ có hai nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ thỏa $x^2+y^2=13$.

Bài 2. Cho (P): $y = x^2 + ax + b$. Tìm a, b biết tọa độ đỉnh của (P) là $I(-2; -1)$.

Bài 3. Giải các phương trình sau:

- a) $2|x-1|-1=\sqrt{2x-3}$
- b) $\sqrt{x-2}-\sqrt{x+2}=2\sqrt{x^2-4}-2x+2$

Bài 4. Chứng minh rằng giá trị biểu thức sau không phụ thuộc và giá trị của x :

- a) $A = \frac{\cos^3 x - \cos 3x}{\cos x} + \frac{\sin^3 x + \sin 3x}{\sin x}$
- b) $E = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{3} - 2x\right) + \frac{1}{2} \cos 2x - \cos x \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

Bài 5. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;-1), B(-2;4), C(6;8)$

- a) Giả sử $\overline{AC} = x.\overline{OA} + y.\overline{OB}$. Tìm x, y .
- b) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC.
- c) Tìm tọa độ điểm M trên Ox sao cho ABCM là hình thang ($AM//BC$) và tính diện tích hình thang ABCM.
- d) Tìm điểm P thuộc Ox sao cho $\overline{PC}.\overline{PB} - \overline{PA}^2 = 30$

Bài 6. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 3$ và $BC = \sqrt{13}$. Tính độ dài cạnh AC.

Đề số 5

Bài 1. Giải phương trình và hệ phương trình sau.

- a) $(3x+2)\sqrt{2x^2-1} = 9x^2 - 4$
 b) $2x\sqrt{x^2+x} = x^2 + 3x - 1$
 c) $|2x-3|\sqrt{x^2+x-3} = |6-x|\sqrt{4x^2-12x+9}$

Bài 2.

a) Giải và biện luận hệ phương trình theo a

$$\begin{cases} (a+1)x - y = a+1 \\ x + (a-1)y = 2 \end{cases}$$

b) Tìm m để phương trình sau có nghiệm

$$\frac{(2x-1)[mx^2 - (2m-1)x + m-1]}{\sqrt{x-1}} = 0$$

c) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x \cdot |x-3|$

Bài 3. Cho hình vuông ABCD; E, F là các điểm xác định bởi $\overline{BE} = \frac{1}{3}\overline{BC}, \overline{CF} = -\frac{1}{2}\overline{CD}$.

Đường thẳng AE cắt BF tại I.

- a) Chứng minh $\overline{AE} = \overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AD}; \overline{AI} = \frac{6}{5}\overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{AD}$
 b) Chứng minh $\sphericalangle AIC = 90^\circ$.
 c) Tìm G thuộc đường thẳng EF sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất

Bài 4. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-4;4), B(0;-4), C(5;1)$

- a) Tìm tọa độ điểm D đối xứng với B qua trung điểm của AC.
 b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.
 c) Tìm M trên trục tung sao cho $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MC} \cdot \overline{MD}$.
 d) Tìm N thuộc Ox sao cho $|2\overline{NA} - 3\overline{NB} + 2\overline{NC}|$ nhỏ nhất.

Bài 5.

- a) Rút gọn $A = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos^2 x)} + \sin^2 \frac{x}{2}$
 b) Chứng minh giá trị biểu thức sau không phụ thuộc vào x:
 $A = (\cot^2 2x + 1)(\tan^2 x - \sin^2 x)(\cot^2 x - \cos^2 x)$

ĐỀ SỐ 6

Bài 1.

- a) Tìm m để nghiệm của phương trình $\begin{cases} (m-1)x + (m+1)y = m \\ (3-m)x + 3y = 2 \end{cases}$ cũng là nghiệm của phương trình $x + 3y = 2$.
- b) Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + 3$ (1). Tìm a, b biết rằng (P) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3 và tung độ của điểm cực đại bằng 4 .

Bài 2. Giải phương trình

- a) $\sqrt{x^2} + \sqrt{x(x-3)} = \sqrt{x(2x+1)}$
- b) $\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x^2} = 2$

Bài 3. Cho phương trình $\frac{x^2 - 4x}{1-x} = 3x + m$

- a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- b) Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của , tìm m để $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 4. Chứng minh: $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x}{2(1 - \cos^2 x)} = \cos^2 \frac{x}{2}$

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(-1; -1), B(6; -1), H(3; 1)$

- a) Xác định điểm C sao cho H là trực tâm tam giác ABC.
- b) Tìm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
- c) Tìm điểm M thuộc Ox sao cho tam giác MAC cân tại M.
- d) Tìm N sao cho tam giác NAB vuông và có diện tích lớn nhất

Bài 6. Cho tam giác ABC có $AB = 22, BC = 19, CA = 13$.

- a) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Chứng minh rằng $AG^2 + CG^2 = BG^2$.
- b) Tìm tập hợp những điểm M sao cho $AM^2 + CM^2 = BM^2$

