

## BÀI TẬP XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ TRONG TAM GIÁC

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ ,  $\widehat{BAC} = 90^\circ$ . Biết điểm  $M(1; -1)$  là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C$ .

**Bài 2.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(1; 1)$ ,  $B(4; -3)$  và đỉnh  $C$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x - 2y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$  biết khoảng cách từ  $C$  đến đường thẳng  $AB$  bằng 6.

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  có các đỉnh  $A(-1; 0)$ ,  $B(4; 0)$ ,  $C(0; m)$ , với  $m \neq 0$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  theo  $m$ . Xác định  $m$  để tam giác  $GAB$  vuông tại  $G$ .

**Bài 4.** Cho hai điểm  $A(0; 2)$ ,  $B(-\sqrt{3}; -1)$ . Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác  $OAB$ , với  $O(0; 0)$  là gốc tọa độ.

**Bài 5.** Cho 3 đường thẳng  $d_1: x + y + 3 = 0$ ,  $d_2: x - y - 4 = 0$  và  $d_3: x - 2y = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên đường thẳng  $d_3$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $d_1$  bằng hai lần khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $d_2$ .

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(0; 2)$ ,  $B(-2; -2)$ ,  $C(4; -2)$ . Gọi  $H$  là chân đường cao kẻ từ đỉnh  $B$ ;  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $BC$ . Xác định tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $HMN$ .

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(2; 2)$ , đỉnh  $B$  thuộc đường thẳng  $d_1: x + y - 2 = 0$  và đỉnh  $C$  thuộc đường thẳng  $d_2: x + y - 8 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh  $B, C$ , biết tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ .

**Bài 8.** Cho tam giác  $ABC$  biết hình chiếu vuông góc của đỉnh  $C$  trên đường thẳng  $AB$  là điểm  $H(-1; -1)$ , đường phân giác trong của góc  $A$  có phương trình  $x - y + 2 = 0$  và đường cao kẻ từ đỉnh  $B$  có phương trình  $4x + 3y - 1 = 0$ . Xác định tọa độ đỉnh  $C$ .

**Bài 9.** Tìm tọa độ điểm  $A$  thuộc trục hoành và điểm  $B$  thuộc trục tung sao cho  $A$  và  $B$  đối xứng nhau qua đường thẳng  $d: x - 2y + 3 = 0$ .

**Bài 10.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A(-1; 4)$  và các đỉnh  $B, C$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x - y - 4 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh  $B$  và  $C$ , biết diện tích tam giác  $ABC$  bằng 18.

**Bài 11.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M(2; 0)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh  $A$  lần lượt có phương trình là  $7x - 2y - 3 = 0$  và  $6x - y - 4 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AC$ .

**Bài 12.** Cho tam giác  $ABC$  có  $C(-1; -2)$ , đường trung tuyến kẻ từ  $A$  và đường cao kẻ từ  $B$  có phương trình lần lượt là  $5x + y - 9 = 0$  và  $x + 3y - 5 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B$ .

**Bài 13.** Cho hai đường thẳng  $d_1: x - 2y - 3 = 0$  và  $d_2: x + y + 1 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $d_1$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến đường thẳng  $d_2$  bằng  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Bài 14.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có đỉnh  $C(-4; 1)$ , phân giác trong góc  $A$  có phương trình  $x + y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ , biết diện tích tam giác  $ABC$  bằng 24 và đỉnh  $A$  có hoành độ dương.

**Bài 15.** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $A(3; -7)$ , trực tâm là  $H(3; -1)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp là  $I(-2; 0)$ . Xác định tọa độ đỉnh  $C$ , biết  $C$  có hoành độ dương.

**Bài 16.** Cho điểm  $A(0; 2)$  và  $\Delta$  là đường thẳng đi qua gốc tọa độ  $O$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $\Delta$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$ , biết khoảng cách từ  $H$  đến trục hoành bằng  $AH$ .

**Bài 17.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A(6; 6)$ ; đường thẳng đi qua trung điểm của cạnh  $AB$  và  $AC$  có phương trình  $x + y - 4 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B$  và  $C$ , biết điểm  $E(1; -3)$  nằm trên đường cao đi qua đỉnh  $C$  của tam giác đã cho.

**Bài 18.** Cho hai đường thẳng  $\Delta_1: x - y - 4 = 0$  và  $\Delta_2: 2x - y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  thuộc đường thẳng  $\Delta_2$  sao cho đường thẳng  $ON$  cắt đường thẳng  $\Delta_1$  tại điểm  $M$  thỏa mãn  $OM \cdot ON = 8$ .

**Bài 19.** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $B\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . Đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  tiếp xúc với các cạnh  $BC, CA, AB$  tương ứng tại các điểm  $D, E, F$ . Biết  $D(3; 1)$  và đường thẳng  $EF$  có phương trình  $y - 3 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $A$ , biết  $A$  có tung độ dương.

**Bài 20.** Cho tam giác  $ABC$  có đỉnh  $B(-4; 1)$ , trọng tâm  $G(1; 1)$  và đường thẳng chứa phân giác trong của góc  $A$  có phương trình  $x - y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A$  và  $C$ .

**Bài 21.** Cho tam giác  $ABC$  có phương trình các cạnh là  $AB: x + 3y - 7 = 0; BC: 4x + 5y - 7 = 0; CA: 3x + 2y - 7 = 0$ . Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh  $A$  của tam giác  $ABC$ .

**Bài 22.** Cho tam giác  $ABC$ , các đường thẳng  $BC, BB', B'C'$  lần lượt có phương trình là  $y - 2 = 0, x - y + 2 = 0, x - 3y + 2 = 0$ ; với  $B', C'$  tương ứng là chân các đường cao kẻ từ  $B, C$  của tam giác  $ABC$ . Viết phương trình các đường thẳng  $AB, AC$ .

**Bài 23.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , phương trình đường thẳng  $BC: \sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$ , các đỉnh  $A$  và  $B$  thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .

**Bài 24.** Cho tam giác  $ABC$  có chân đường cao hạ từ đỉnh  $A$  là  $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ , chân đường phân giác trong của góc  $A$  là  $D(5; 3)$  và trung điểm của cạnh  $AB$  là  $M(0; 1)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .

**Bài 25.** Cho tam giác  $ABC$  có điểm  $M\left(-\frac{9}{2}; \frac{3}{2}\right)$  là trung điểm của cạnh  $AB$ , điểm  $H(-2; 4)$  và điểm  $I(-1; 1)$  lần lượt là chân đường cao kẻ từ  $B$  và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ điểm  $C$ .

# BÀI TẬP XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ TRONG TỨ GIÁC

**Bài 1.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có tâm  $I\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ , phương trình đường thẳng  $AB: x - 2y + 2 = 0$  và  $AB = 2AD$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C, D$  biết rằng đỉnh  $A$  có hoành độ âm.

**Bài 2.** Cho hình vuông  $ABCD$  có các đỉnh  $B, D$  thuộc trục hoành, đỉnh  $A$  thuộc đường thẳng  $d_1: x - y = 0$  và đỉnh  $C$  thuộc đường thẳng  $d_2: 2x + y - 1 = 0$ . Xác định tọa độ các đỉnh  $A, B, C, D$ .

**Bài 3.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có điểm  $I(6; 2)$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Điểm  $M(1; 5)$  thuộc đường thẳng  $AB$  và trung điểm  $E$  của cạnh  $CD$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x + y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

**Bài 4.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có phương trình các đường thẳng  $AC$  và  $AD$  lần lượt là  $x + 3y = 0$  và  $x - y + 4 = 0$ ; đường thẳng  $BD$  đi qua điểm  $M\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ .

**Bài 5.** Cho hình vuông  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là điểm trên cạnh  $CD$  sao cho  $CN = 2ND$ . Giả sử  $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$  và đường thẳng  $AN$  có phương trình  $2x - y - 3 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $A$ .

**Bài 6.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có điểm  $C$  thuộc đường thẳng  $d: 2x + y + 5 = 0$  và  $A(-4; 8)$ . Gọi  $M$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $C$ ,  $N$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên đường thẳng  $MD$ . Tìm tọa độ các điểm  $B$  và  $C$ , biết rằng  $N(5; -4)$ .

**Bài 7.** Cho hình thang cân  $ABCD$  có hai đường chéo vuông góc với nhau và  $AD = 3BC$ . Đường thẳng  $BD$  có phương trình  $x + 2y - 6 = 0$  và tam giác  $ABD$  có trực tâm  $H(-3; 2)$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $C$  và  $D$ .

**Bài 8.** Cho hình vuông  $ABCD$  có  $C(3; -3)$  và điểm  $A$  thuộc đường thẳng  $d: 3x + y - 2 = 0$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , đường thẳng  $DM$  có phương trình  $x - y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, D$ .

**Bài 9.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  biết phân giác trong của góc  $\widehat{ABC}$  đi qua trung điểm  $M$  của  $AD$ , đường thẳng  $BM$  có phương trình  $x - y + 2 = 0$ , điểm  $D$  thuộc đường thẳng  $d: x + y - 9 = 0$ , điểm  $E(-1; 2)$  thuộc cạnh  $AB$  và điểm  $B$  có hoành độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C, D$ .

**Bài 10.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(2; 1), B(-1; -3)$ ; điểm  $C$  thuộc đường thẳng  $d_1: x + y + 3 = 0$  và điểm  $D$  thuộc đường thẳng  $d_2: x - 5y - 16 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $C$  và  $D$ .

**Bài 11.** Cho hình thoi  $ABCD$  có tâm  $I(2; 1)$  và  $AC = 2BD$ . Điểm  $M\left(0; \frac{1}{3}\right)$  thuộc đường thẳng  $AB$ , điểm  $N(0; 7)$  thuộc đường thẳng  $CD$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B$ , biết  $B$  có hoành độ dương.

**Bài 12.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có diện tích bằng 22, biết các đường thẳng  $AB, BD$  lần lượt có phương trình là  $3x + 4y + 1 = 0$  và  $2x - y - 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $A, B, C, D$ .

**Bài 13.** Cho hình thoi  $ABCD$  có tâm  $I(3; 3)$  và  $AC = 2BD$ . Điểm  $M\left(2; \frac{4}{3}\right)$  nằm trên  $AB$ , điểm  $N\left(3; \frac{13}{3}\right)$  nằm trên  $CD$ . Viết phương trình đường chéo  $BD$ , biết  $B$  có hoành độ nhỏ hơn 3.

**Bài 14.** Cho hình vuông  $ABCD$  có đỉnh  $A(0; 5)$  và đường chéo  $BD$  có phương trình  $2x - y = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh  $B, C, D$ .

**Bài 15.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ , đáy lớn là  $CD$ . Đường thẳng  $AD$  có phương trình  $3x - y = 0$ , đường chéo  $BD$  có phương trình  $x - 2y = 0$  và góc tạo bởi hai đường thẳng  $BC, AB$  bằng  $45^\circ$ . Viết phương trình đường thẳng  $BC$ , biết diện tích hình thang bằng 24 và điểm  $B$  có hoành độ dương.

## BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

- Bài 1.** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$  và đường thẳng  $d: x-y-1=0$ . Viết phương trình đường tròn  $(C')$  đối xứng với đường tròn  $(C)$  qua đường thẳng  $d$ . Tìm tọa độ các giao điểm của  $(C)$  và  $(C')$ .
- Bài 2.** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$  và điểm  $M(-3;1)$ . Gọi  $T_1$  và  $T_2$  là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ  $M$  đến  $(C)$ . Viết phương trình đường thẳng  $T_1T_2$ .
- Bài 3.** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: x - y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên  $d$  sao cho đường tròn tâm  $M$ , có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn  $(C)$ , tiếp xúc ngoài với đường tròn  $(C)$ .
- Bài 4.** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$  và đường thẳng  $d: 3x - 4y + m = 0$ . Tìm  $m$  để trên  $d$  có duy nhất một điểm  $P$  mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến  $PA, PB$  tới  $(C)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm) sao cho tam giác  $PAB$  đều.
- Bài 5.** Cho đường tròn  $(C): (x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$  và hai đường thẳng  $\Delta_1: x - y = 0$ ,  $\Delta_2: x - 7y = 0$ . Xác định tọa độ tâm  $K$  và tính bán kính của đường tròn  $(C_1)$ ; biết đường tròn  $(C_1)$  tiếp xúc với các đường thẳng  $\Delta_1, \Delta_2$  và tâm  $K$  thuộc đường tròn  $(C)$ .
- Bài 6.** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + y^2 = 1$ . Gọi  $I$  là tâm của  $(C)$ . Xác định tọa độ điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho  $\widehat{IMO} = 30^\circ$ , với  $O(0;0)$  là gốc tọa độ.
- Bài 7.** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$  và đường thẳng  $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$ , với  $m$  là tham số thực. Gọi  $I$  là tâm của đường tròn  $(C)$ . Tìm  $m$  để  $\Delta$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất.
- Bài 8.** Cho hai đường thẳng  $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$  và  $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$ . Gọi  $(T)$  là đường tròn tiếp xúc với  $d_1$  tại  $A$ , cắt  $d_2$  tại hai điểm  $B$  và  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ . Viết phương trình của  $(T)$ , biết tam giác  $ABC$  có diện tích bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và điểm  $A$  có hoành độ dương.
- Bài 9.** Cho điểm  $A(1;0)$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $M$  và  $N$  sao cho tam giác  $AMN$  vuông cân tại  $A$ .
- Bài 10.** Cho đường thẳng  $\Delta: x + y + 2 = 0$  và đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ . Gọi  $I$  là tâm của  $(C)$ ,  $M$  là điểm thuộc  $\Delta$ . Qua  $M$  kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  đến  $(C)$  ( $A$  và  $B$  là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm  $M$ , biết tứ giác  $MAIB$  có diện tích bằng 10.
- Bài 11.** Cho đường tròn  $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ ,  $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$  và đường thẳng  $d: x - y - 4 = 0$ . Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc  $(C_2)$ , tiếp xúc với  $d$  và cắt  $(C_1)$  tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho  $AB$  vuông góc với  $d$ .
- Bài 12.** Cho đường thẳng  $d: 2x - y + 3 = 0$ . Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc  $d$ , cắt trục hoành tại  $A$  và  $B$ , cắt trục tung tại  $C$  và  $D$  sao cho  $AB = CD = 2$ .
- Bài 13.** Cho đường tròn  $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  và đường thẳng  $d: 4x - 3y + m = 0$ . Tìm  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $\widehat{AIB} = 120^\circ$ , với  $I$  là tâm của  $(C)$ .
- Bài 14.** Cho đường thẳng  $\Delta: x - y = 0$ . Đường tròn  $(C)$  có bán kính  $R = \sqrt{10}$  cắt  $\Delta$  tại hai điểm  $A$  và  $B$  sao cho  $AB = 4\sqrt{2}$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  và  $B$  cắt nhau tại một điểm thuộc tia  $Oy$ . Viết phương trình đường tròn  $(C)$ .
- Bài 15.** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$  và đường thẳng  $\Delta: y - 3 = 0$ . Tam giác  $MNP$  có trục tâm trùng với tâm của  $(C)$ , các đỉnh  $N$  và  $P$  thuộc  $\Delta$ , đỉnh  $M$  và trung điểm của cạnh  $MN$  thuộc  $(C)$ . Tìm tọa độ điểm  $P$ .

# LÝ THUYẾT HÌNH HỌC OXY

## 1. Tọa độ của điểm và của vector

- $\vec{a} = (x_1; y_1)$  và  $\vec{b} = (x_2; y_2)$ . Khi đó,  $\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2; y_1 \pm y_2)$ ,  $k\vec{a} = (kx_1; ky_1)$  và  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2$
- $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$ ,  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$ .
- $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương  $\Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \Leftrightarrow x_1y_2 = x_2y_1$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ,  $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$ .
- $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Khi đó,  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ ,  $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
- Trung điểm của  $AB$  là  $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ , Trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$ .

## 2. Phương trình đường thẳng

- Dạng tổng quát:  $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ , dạng có hệ số góc  $y = k(x - x_0) + y_0$ . Trong đó,  $\vec{n} = (a; b)$  là VTPT của đường thẳng,  $k$  là hệ số góc của đường thẳng,  $M(x_0; y_0)$  là điểm thuộc đường thẳng.
- Nếu VTCP của đường thẳng là  $\vec{u} = (a; b)$  thì VTPT của đường thẳng là  $\vec{n} = (b; -a)$ . ( $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ ).
- Hai đường thẳng  $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$  và  $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ : + Song song với nhau  $\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$   
+ Vuông góc với nhau  $\Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 = 0$
- Hai đường thẳng  $y = k_1x + b_1$  và  $y = k_2x + b_2$ : + Song song với nhau  $\Leftrightarrow \begin{cases} k_1 = k_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$   
+ Vuông góc với nhau  $\Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$ .
- Khoảng cách từ điểm  $M(x_M; y_M)$  đến đường thẳng  $\Delta: ax + by + c = 0$  là  $d(M, \Delta) = \frac{|ax_M + by_M + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .
- Góc giữa hai đường thẳng là  $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ .

## 3. Phương trình đường tròn

- $(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$  có tâm  $I(a; b)$ , bán kính  $R$
- $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$  có tâm  $I(-a; -b)$ , bán kính  $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$ .
- Vị trí tương đối của điểm  $M(x_M; y_M)$  và đường tròn  $(C)$ : +  $(x_M - a)^2 + (y_M - b)^2 = R^2 \Rightarrow M \in (C)$   
+  $(x_M - a)^2 + (y_M - b)^2 < R^2 \Rightarrow M$  nằm trong  $(C)$   
+  $(x_M - a)^2 + (y_M - b)^2 > R^2 \Rightarrow M$  nằm ngoài  $(C)$ .
- Vị trí tương đối của đường thẳng  $\Delta$  với đường tròn  $(C)$ : +  $d(I, \Delta) = R \Rightarrow \Delta$  là tiếp tuyến của  $(C)$   
+  $d(I, \Delta) < R \Rightarrow \Delta$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  
+  $d(I, \Delta) > R \Rightarrow \Delta$  không cắt  $(C)$ .
- Vị trí tương đối của hai đường tròn  $(C_1)$  và  $(C_2)$ : +  $I_1I_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  tiếp xúc ngoài.  
+  $I_1I_2 = |R_1 - R_2| \Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  tiếp xúc trong.  
+  $|R_1 - R_2| < I_1I_2 < R_1 + R_2 \Rightarrow (C_1)$  và  $(C_2)$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt.