

# HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC



**Bài 1:** Cho tam giác ABC biết  $\widehat{B} = 60^\circ$ ,  $AC = 2\sqrt{7}$ ;  $AB = 4$ . Tính cạnh BC, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác và diện tích của  $\Delta ABC$ .

**Bài 2:** Cho tam giác ABC có  $\widehat{A} = 60^\circ$ ;  $b = 8$ ;  $c = 5$ . Tính chiều cao AH và trung tuyến AM của tam giác ABC.

**Bài 3:** Cho tam giác ABC có  $a = 13$ ;  $b = 14$ ;  $c = 15$ . Tính diện tích của  $\Delta ABC$  và trung tuyến BN.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC có  $a = 21$ ;  $b = 17$ ;  $c = 10$ . Tính diện tích tam giác ABC và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

**Bài 5:** Cho tam giác ABC có  $\cos A = \frac{3}{5}$ ;  $b = 7$ ;  $c = 5$ . Tính  $h_a$  và bán kính R.

**Bài 6:** Cho tam giác ABC có  $a = 13$ ;  $b = 14$ ;  $c = 15$ . Tính  $h_a$  và  $m_a$ .

**Bài 7:** Cho tam giác ABC có  $AB = 8$ ;  $AC = 9$ ;  $BC = 10$ . Lấy M nằm trên cạnh BC có  $CM = 7$ . Tính AM và diện tích tam giác AMB.

**Bài 8:** Cho hình bình hành ABCD có  $AB = 5$ ;  $AD = 8$ ;  $\widehat{A} = 60^\circ$ . Tính độ dài hai đường chéo và diện tích hình bình hành.

**Bài 9:** Cho tam giác ABC có  $a = 21$ ;  $b = 17$ ;  $c = 10$ . Tính  $S_{\Delta ABC}$ ;  $h_a$ ;  $r$ ;  $m_a$ .

**Bài 10:** Cho tam giác ABC, tính độ dài cạnh AC biết:

a)  $AB = 8$ ;  $BC = 5$ ;  $\widehat{B} = 60^\circ$ .

b)  $AB = 8$ ;  $BC = 13$ ;  $\widehat{A} = 60^\circ$ .

c)  $AB = 6$ ;  $BC = 10$ ;  $\widehat{A} = 60^\circ$ .

**Bài 11:** Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC biết  $AB = 2$ ;  $AC = 3$ ;  $BC = 4$ .

**Bài 12:** Cho tam giác ABC có  $S_{ABC} = 3\sqrt{3}$ ;  $AB = 3$ ;  $AC = 4$ . Tính BC.

**Bài 13:** Giải tam giác ABC, biết:

a)  $c = 14$ ;  $\widehat{A} = 60^\circ$ ;  $\widehat{B} = 40^\circ$ .

b)  $b = 4,5$ ;  $\widehat{A} = 30^\circ$ ;  $\widehat{B} = 75^\circ$ .

c)  $c = 7$ ;  $\widehat{A} = 40^\circ$ ;  $\widehat{C} = 120^\circ$ .

**Bài 14:** Chứng minh rằng: Mọi tam giác ABC đều có:

a)  $a = b \cos C + c \cos B$

b)  $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$

c)  $h_a = 2R \sin B \sin C$

d)  $b^2 - c^2 = a(b \cos C - c \cos B)$

e)  $(b^2 - c^2) \cos A = a(c \cos C - b \cos B)$

f)  $bc \cdot \cos A + ac \cdot \cos B + ab \cdot \cos C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$

g)\*  $abc(\cos A + \cos B + \cos C) = a^2(p - a) + b^2(p - b) + c^2(p - c)$

**Bài 15:** Cho tam giác ABC. Chứng minh rằng :

a) Nếu  $b + c = 2a$  thì  $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$ .

b) Nếu  $bc = a^2$  thì  $\sin B \cdot \sin C = \sin^2 A$  và  $h_b \cdot h_c = (h_a)^2$ .

**Bài 16:** Chứng minh rằng :  $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$ .

**Bài 17:** Chứng minh rằng :  $\Delta ABC$  vuông tại A  $\Leftrightarrow m_b^2 + m_c^2 = 5m_a^2$ .

**Bài 18:** Chứng minh rằng:

a)  $S = 2R^2 \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$

b)  $S = Rr(\sin A + \sin B + \sin C)$

c)  $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$

d)  $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$

e)  $\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{c^2 + b^2 - a^2}$

**Bài 19:** Tính góc A của tam giác ABC trong các trường hợp sau:

a)  $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$  với  $b \neq c$

b)  $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$

c)  $\cos B = \frac{(a+b)(b+c-a)(c+a-b)}{2abc}$

d)  $a^4 - 2(b^2 + c^2)a^2 + b^4 + b^2c^2 + c^4 = 0$

**Bài 20:** Cho tam giác ABC có  $\frac{c}{b} = \frac{m_b}{m_c} \neq 1$ . Chứng minh rằng:

a)  $2a^2 = b^2 + c^2$

b)  $2 \cot A = \cot B + \cot C$ .

**Bài 21:** Cho hình bình hành ABCD có  $AB = 4; BC = 5; DB = 7$ . Tính độ dài đoạn AC.

**Bài 22:** Cho tam giác ABC vuông tại B, kéo dài AC về phía C một đoạn  $CD = AB = 1$ . Biết  $\widehat{CBD} = 30^\circ$ . Tính độ dài AC.

**Bài 23:** Cho tam giác ABC có  $AB = 3; AC = 5; BC = 7$ . Tính độ dài các đường phân giác trong và ngoài của góc A.

**Bài 24:** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = 3, AC = 4$  và diện tích  $S = 3\sqrt{3}$ . Tính cạnh BC.

**Bài 25:** Cho tam giác ABC có  $m_b = 4; m_c = 2$  và  $a = 3$ . Tính độ dài cạnh AB, AC.

