

HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC HAI

I. CÁC BÀI TOÁN THIẾT LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Bài 1. Cho ba điểm $A(1; 1)$, $B(-2; -3)$, $C(2; -1)$

1. Lập phương trình các đường thẳng AB, BC, CA .
2. Lập phương trình đường trung tuyến từ đỉnh A .
3. Lập phương trình đường trung trực cạnh BC .
4. Lập phương trình các đường thẳng đi qua A và song song với BC .
5. Lập phương trình đường cao từ đỉnh B .
6. Lập phương trình đường phân giác trong góc A .

Bài 2. Trong mỗi trường hợp sau, tìm các giá trị của k sao cho đồ thị của hàm số $y = -2x + k(x + 1)$

1. Đi qua gốc tọa độ O .
2. Đi qua điểm $M(-2, 3)$.
3. Song song với đường thẳng $y = \sqrt{2}x$

Bài 3. Trong mỗi trường hợp sau, xác định a và b sao cho đường thẳng $y = ax + b$

1. Cắt đường thẳng $y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2 và cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 .
2. Song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ và $y = 3x + 5$.

Bài 4. Cho đường thẳng $d : 2x - y - 4 = 0$ và hai điểm $A(3; 1)$, $B(-1; 5)$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với d sao cho tổng bình phương các khoảng cách từ A và B đến Δ là nhỏ nhất.

Bài 5. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ đồ thị các hàm số sau và nhận xét về mối quan hệ giữa các đồ thị ấy:

- | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $d_1 : y = 2x - 5$ | 4. $d_4 : y = 2x + 1$ |
| 2. $d_2 : y = -\frac{1}{3}x + 5$ | 5. $d_5 : y = 2$ |
| 3. $d_3 : y = 3x$ | 6. $d_6 : y = -\frac{1}{2}x + 2010$ |

Bài 6. Vẽ đồ thị các hàm số sau:

1. $y = |x - 3|$
2. $y = |x - 3| + |x - 1|$
3. $y = 2|x - 3| - 3x + 1$

II. CÁC BÀI TOÁN VỀ HỌ ĐƯỜNG THẲNG

Bài 7. Cho họ đường thẳng $(d_m) : (m - 1)x + (2m - 3)y = m + 1$.

1. Chứng minh rằng mọi đường thẳng của họ (d_m) luôn đi qua một điểm cố định.
2. Tìm m để có $(d_m) // Ox$.
3. Tìm m để có $(d_m) // Oy$
4. Tìm m để có (d_m) vuông góc với đường thẳng $(\Delta) : 3x + 2y = 2009$.

Bài 8. Cho hai đường thẳng $(d_1) : (2m + 1)x + my = 3$ và $(d_2) : (2m - 1)x + (4 - m)y = m + 2$.
Tìm m để (d_1) vuông góc với (d_2) .

Bài 9.

1. Cho điểm $A(x_o, y_o)$, hãy xác định tọa độ của điểm B , biết rằng B đối xứng với A qua trục hoành
2. Chứng minh rằng hai đường thẳng $y = x - 2$ và $y = 2 - x$ đối xứng với nhau qua trục hoành.
3. Tìm biểu thức xác định hàm số $y = f(x)$, biết rằng đồ thị của nó là đường thẳng đối xứng với đường thẳng $y = -2x + 3$ qua trục hoành .

Bài 10. Cho 2 đường thẳng $\Delta_1 : y = (2m - 1)x + 4m - 5$; $\Delta_2 : y = (m - 2)x + m + 4$

1. Tìm 2 điểm cố định của 2 đường thẳng
2. Định m để đồ thị Δ_1 song song với Δ_2

Bài 11.

1. Tìm điểm A sao cho đường thẳng $y = 2mx - m + 1$ luôn đi qua A dù m lấy giá trị nào.
2. Tìm điểm B sao cho đường thẳng $y = mx - 3 - x$ luôn đi qua B dù m lấy giá trị nào.

Bài 12.

1. Tìm các giá trị của m sao cho ba đường thẳng $y = 2x$; $y = -x - 3$; $y = mx + 5$ phân biệt và đồng quy.
2. Tìm các giá trị của m sao cho ba đường thẳng $y = -5(x + 1)$; $y = mx + 3$; $y = m + 3x$ phân biệt và đồng quy.

III. CÁC BÀI TOÁN LẬP PHƯƠNG TRÌNH PARABOL

Bài 13. Xác định phương trình Parabol:

1. $y = ax^2 + bx + 2$ qua $A(1; 0)$ và trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$
2. $y = ax^2 + bx + 3$ qua $A(-1; 9)$ và trục đối xứng $x = -2$
3. $y = ax^2 + bx + c$ qua $A(0; 5)$ và đỉnh $I(3; -4)$
4. $y = ax^2 + bx + c$ qua $A(2; -3)$ và đỉnh $I(1; -4)$
5. $y = x^2 + bx + c$ biết rằng qua điểm $A(1; 0)$ và đỉnh I có tung độ đỉnh $y_I = -1$

Bài 14.

1. Lập phương trình parabol biết nó đi qua ba điểm $(1; 1)$, $(-1; 9)$, $(0; 3)$.
2. Lập phương trình parabol biết nó có đỉnh là $(1; 4)$ và đi qua $(-1; 1)$

Bài 15. Lập phương trình parabol biết nó tung độ đỉnh bằng 1 và đi qua hai điểm $(2; 0)$, $(-2; -8)$.

Bài 16.

1. Lập phương trình parabol biết nó đi qua ba điểm $(-1; 2)$, $(2; 0)$, $(3; 1)$.
2. Lập phương trình parabol biết nó có đỉnh là $(2; -1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

Bài 17. Cho họ parabol $y = mx^2 + (m - 1)x - 6m$. Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ thì parabol đã cho luôn đi qua hai điểm cố định.

Bài 18. Xác định hàm số bậc hai $y = 2x^2 + bx + c$ biết đồ thị của nó

1. Có trục đối xứng là $x = 1$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 4.
2. Có đỉnh là $(-1; -2)$
3. Có hoành độ đỉnh là 2 và đi qua điểm $(1; -2)$.

Bài 19. Cho hàm số $y = \frac{2}{3}x^2$ có đồ thị là parabol(P). Phải tịnh tiến (P) như thế nào để được đồ thị của hàm số

1. $y = 2x^2 + 7$
2. $y = 2x^2 - 5$
3. $y = 2(x + 3)^2$
4. $y = 2(x - 4)^2$
5. $y = 2(x - 2)^2 + 5$

Bài 20. Không vẽ đồ thị, tìm tọa độ đỉnh, phương trình trục đối xứng của mỗi parabol sau đây. Tìm giá trị nhỏ nhất hay lớn nhất của mỗi hàm số tương ứng

1. $y = 2(x + 3)^2 - 5$
2. $y = -(2x - 1)^2 + 4$
3. $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$

Bài 21. Vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x + 6$. Hãy sử dụng đồ thị để biện luận theo tham số m số điểm chung của parabol $y = -x^2 + 5x + 6$ và đường thẳng $y = m$

Bài 22. Một parabol có đỉnh là điểm $I(-2, -2)$ và đi qua gốc tọa độ

1. Hãy cho biết phương trình trục đối xứng của parabol, biết rằng nó song song với trục tung.
2. Tìm điểm đối xứng với gốc tọa độ qua trục đối xứng trong câu a).
3. Tìm hàm số có đồ thị là parabol đã cho.

Bài 23.

1. Kí hiệu (P) là parabol $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Chứng minh rằng nếu một đường thẳng song song với trục hoành, cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B thì trung điểm C của đoạn thẳng AB thuộc trục đối xứng của parabol (P) .
2. Một đường thẳng song song với trục hoành cắt đồ thị (P) của một hàm số bậc hai tại hai điểm $M(-3, 3)$ và $N(1, 3)$. Hãy cho biết phương trình trục đối xứng của parabol (P) .

Bài 24. Hàm số bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$ và nhận giá trị bằng 1 khi $x = 1$.

1. Xác định các hệ số a, b và c . Khảo sát sự biến thiên, vẽ đồ thị (P) của hàm số vừa nhận được.
2. Xét đường thẳng $(d) : y = mx$. Khi (d) cắt (P) tại hai điểm A và B phân biệt, hãy xác định tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB .

Bài 25. Tìm hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) , biết rằng đường thẳng $y = -2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y = 2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5. Vẽ parabol (P) cùng các đường thẳng $y = -2,5$ và $y = 2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

IV. TƯƠNG GIAO GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ PARABOL. TIẾP TUYẾN CỦA PARABOL

Bài 26. Tìm tọa độ giao điểm của các cặp đường thẳng và parabol sau:

1. $(P) : y = x^2 + x + 1$ và $(d) : y = 2x + 1$.
2. $(P) : y = -2x^2 + 3x - 1$ và $(d) : y = x - 1$.
3. $(P) : y = \frac{1}{2}x^2 + x + 3$ và $(d) : y = -2x + 3$.

Bài 27. Tìm các giá trị m để đường thẳng $(d) : y = x + m - 2$ và parabol $(P) : y = x^2 + x + 1$:

1. Không cắt nhau.
2. Cắt nhau tại đúng một điểm.
3. Cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Bài 28. Viết phương trình tiếp tuyến với parabol $y = x^2 - 5x + 6$, biết rằng tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = 3x + 1$.

Bài 29. Lập phương trình đường thẳng tiếp xúc với:

1. Parabol $(P) : y = \frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$ tại điểm M trên (P) có hoành độ là -2 .
2. Parabol $(P) : y = -x^2 + 3x - 1$ tại điểm N trên (P) có tung độ là -5 .
3. Parabol $(P) : y = x^2 + 3x + 5$, biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng 1 .

Bài 30. Chứng minh rằng với mọi giá trị m , parabol $(P) : y = 2x^2 - 4(2m - 1)x + 8m^2 - 3$ luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định. (Đáp số: $y = 4x - 3$)

Bài 31. Cho hai parabol $(P_1) : y = x^2 - 5x + 6$ và $(P_2) : y = -x^2 + 5x - 11$. Viết phương trình đường thẳng (d) tiếp xúc với cả hai parabol trên. (Đáp số: $y = 3x - 10, y = -3x + 5$)

Bài 32. Hãy xác định parabol nhận ba đường thẳng $y = x - 5, y = -3x + 3$ và $y = 3x - 12$ làm tiếp tuyến.

Bài 33. Tìm các giá trị m để đường thẳng $(d) : y = x - 2$ và parabol $(P) : y = -mx^2 + x$:

1. Không cắt nhau.
2. Cắt nhau tại đúng một điểm.
3. Cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Bài 34. Biện luận theo m số giao điểm của parabol $(P) : y = x^2 - 2x + 2m - 3$ với:

1. Trục hoành
2. Đường thẳng $(d) : y = x - 2$