

Chương 2 HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

DẠNG 1: Các vấn đề liên quan đến hàm số

1. Tìm tập xác định của hàm số. $y = f(x)$

- Tìm ĐK để cho $f(x)$ có nghĩa
- Giải ĐK tìm giá trị của x , từ đó ghi tập xác định của hàm số

Chú ý : +) Tổng quát : Có căn thì căn tồn tại, Có mẫu thì mẫu khác 0

$$\begin{aligned} \text{+) Cụ thể } \quad \frac{a}{v(x)} \text{ có nghĩa } &\Leftrightarrow v(x) \neq 0 & \frac{a}{\sqrt{v(x)}} \text{ có nghĩa } &\Leftrightarrow v(x) > 0 \\ \sqrt{u(x)} \text{ có nghĩa } &\Leftrightarrow u(x) \geq 0 & \frac{\sqrt{u(x)}}{v(x)} \text{ có nghĩa } &\Leftrightarrow \begin{cases} u(x) \geq 0 \\ v(x) \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Ví dụ:

Bài 1: Tìm tập xác định của các hàm số sau :

1) $y = \frac{x-1}{x+3}$ Hd Hàm số có nghĩa khi : $x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$ Vậy TXD = $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

1) $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{(x^2 - 6x)(x - 1)}$	18) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 7}$	33) $y = \sqrt{(x+3)x^2} + \frac{1}{\sqrt{4-x}}$
2) $y = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$	19) $y = \sqrt{((2-x)(5+x))}$	34) $y = \frac{\sqrt{(6-2x)(x-2)^2 - 2}}{x-2}$
3) $y = \frac{1}{(x^2+1)(x^3-x^2+x-1)}$	20) $y = \sqrt{x^2-4} - \frac{1}{x+2}$	35) $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$
4) $y = \frac{3x+2}{x^2-3x} + \sqrt{2x^2}$	21) $y = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{7-2x}$	36) $y = \frac{x+3\sqrt{2x-3}}{x^2-3x+2}$
5) $y = \frac{x^2+3}{x^2-4x+3}$	22) $y = \sqrt{x^2-1} + \sqrt{6-x^2}$	37) $y = \frac{x+2}{\sqrt{-2x+5}}$
6) $y = \frac{x+2}{x^2+4x-5} + \frac{2}{x^2-1}$	23) $y = \sqrt{x^2-4x+3}$	38) $y = \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3-2x}}$
7) $y = \frac{4x-3}{2x+1} + \frac{x-2}{x^2}$	24) $y = \sqrt{4-x^2} + \sqrt[3]{x^2+6}$	39) $y = \frac{1}{x-2} + \sqrt{x+1}$
8) $y = \frac{2x-3}{x^2-5x+6}$	25) $y = \frac{\sqrt{-x+2}}{x^2-x-6}$	40) $y = \frac{1+\sqrt{x+1}}{x+2} + \frac{5-2x}{x^2+3x+10}$
9) $y = \frac{x(x^2+1)}{x}$	26) $y = \sqrt{5-x} + \frac{1}{x^2-4x}$	41) $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$
10) $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$	27) $y = \frac{x+1}{x^2+x+3} - \sqrt[3]{x-5}$	42) $y = \frac{\sqrt{4x-1}}{3x^2-5x-2}$
11) $y = \sqrt{2x-3}$	28) $y = \frac{7-x}{\sqrt{4x+3}}$	43) $y = \sqrt{7-x} + \frac{1}{x+1}$
12) $y = \sqrt{1-4x}$	29) $y = \frac{\sqrt{x+5}}{x^2-4}$	44) $y = \sqrt{\frac{x-8}{12-x}}$
13) $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{5-x}$	30) $y = \frac{\sqrt{x}}{(x-1)(x+2)}$	45) $y = \begin{cases} \sqrt{1-x-1} & \text{khi } x \neq 0 \\ x & \text{khi } x = 0 \end{cases}$
14) $y = \sqrt{2x-3} + \sqrt{2-x}$	31) $y = \frac{\sqrt{x+2}}{ x -1}$	46) $y = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x < 0 \\ x^2 & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$
15) $y = \sqrt{1-3x} + \sqrt{-x^2}$	32) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-4x+1}}$	
16) $y = \sqrt{3x-2} + \sqrt{3-x}$	$y = \sqrt{x+2} + \frac{1}{x^2-4}$	
17) $y = \sqrt{x^2+2}$		

Bt 2: Tùy theo m tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{1+x}{\sqrt{x^2+m}}$ b) $y = \frac{x^2+1}{x^2-2mx+4}$

BT3 Cho hs $y = f(x) = x^2 + \sqrt{x-3}$ a) Tìm TXĐ, b) Tính f(3), f(4), f(π)

c) Điểm nào thuộc đồ thị hàm số A(7; 51), B(4; 12), C(5; $25+\sqrt{2}$)

BT4: Cho $y = f(x) \begin{cases} \frac{2x+1}{x+2} & \text{khi } x \geq 0 \\ \frac{\sqrt[3]{2x+1}}{x-1} & \text{khi } -1 \leq x < 0 \end{cases}$ a) tìm TXĐ, b) Tính f(0), f(2), f(-3), f(-1)

Bài tập tổng hợp khó

1) Tìm TXĐ: $y = \frac{x-2}{|x|+4} + \sqrt{x-x^2}$ $y = \frac{\sqrt{x|x|+4}}{x}$ $y = \frac{|x|}{|x+3|+|x-3|}$

2)* Biện luận theo m **TXĐ** $y = \frac{x^2-1}{x^2-2mx+m^2-2m+3}$

3)* Tìm m để hàm số sau có TXĐ:

a) là R : $y = \frac{x+1}{x^2-m+6}$, $y = \frac{2x+1}{mx^2+4}$, $y = \frac{x^2-2}{x^2+2mx+4}$, $y = \frac{x^2-1}{mx^2+2mx+4}$

b) Là đoạn có độ dài là 1: $y = \sqrt{2x-m} + \sqrt{2m-1-x}$

c) Chứa [-1;1]: $y = \sqrt{m+2-x} + \frac{1}{x-2m+3}$

4)* Tìm m để hàm số sau

a) **xác định trên** [-1;0): $y = \frac{x+2m}{x-m+1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{x-m}} + \sqrt{-x+2m+6}$

b) **xác định** $\forall x \geq 2$: $y = \sqrt{x+m} + \sqrt{2x-m+1}$, $y = \sqrt{2x-3m+4} + \frac{x-m}{x+m-1}$

2. Xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng (a,b)

• $\forall x_1, x_2 \in (a,b)$ và $x_1 < x_2$

• Lập tỉ số $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ (1)

☞ Nếu $T > 0 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng (a; b)

☞ Nếu $T < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng (a; b)

Ví dụ:

Bài : Xét tính đơn điệu của các hàm số sau :

1) $y = -5x + 2004$

2) $y = x^2 - 4x$ trên (2 ; $+\infty$)

3) $y = \frac{2x+1}{x-1}$ trên ($-\infty$; 1)

4) $y = \sqrt{x-2}$

5) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ trên (1;2)

Giải :

1) D = R

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \text{ và } x_1 \neq x_2 \text{ Ta có } T = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{-5x_1 + 2004 - (-5x_2 + 2004)}{x_1 - x_2} = -5 < 0$$

Vậy Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R}

2) $D = (2 ; +\infty)$

$$\forall x_1, x_2 \in (2 ; +\infty) \text{ và } x_1 \neq x_2$$

$$\text{Ta có } T = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{x_1^2 - 4x_1 - (x_2^2 - 4x_2)}{x_1 - x_2} = x_1 + x_2 - 4 \quad (1)$$

$$\forall x_1, x_2 \in (2; +\infty) \Rightarrow x_1 > 2 \text{ và } x_2 > 2 \Rightarrow x_1 + x_2 > 4 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 4 > 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) \Rightarrow hàm số đồng biến trên $(2 ; +\infty)$

3) $D = (-\infty ; 1)$

$$\forall x_1, x_2 \in (-\infty ; 1) \text{ và } x_1 > x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 > 0 \quad (1)$$

$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{2x_1 + 1}{x_1 - 1} - \frac{2x_2 + 1}{x_2 - 1} = \frac{(2x_1 + 1)(x_2 - 1) - (2x_2 + 1)(x_1 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{-3(x_1 - x_2)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$$

$$\text{Với } \forall x_1, x_2 \in (-\infty ; 1) \Rightarrow x_1 < 1 \Leftrightarrow x_1 - 1 < 0 \quad x_2 < 1 \Leftrightarrow x_2 - 1 < 0 \\ \Rightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(x_1) - f(x_2) < 0$. Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty ; 1)$

4) ĐK : $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$, TXĐ $D = [2 ; +\infty)$

$$\forall x_1, x_2 \in [2 ; +\infty) \text{ và } x_1 > x_2 \Leftrightarrow x_1 - x_2 > 0$$

$$T = f(x_1) - f(x_2) = \sqrt{x_1 - 2} - \sqrt{x_2 - 2} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1 - 2} + \sqrt{x_2 - 2}} > 0$$

Vậy hàm số đồng biến trên $[2 ; +\infty)$

5) Tương tự 4)

Bài 2: Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số :

1) $y = 5x + 2$

6) $y = x^2 + 6x - 1$ trên $(-3 ; +\infty)$

2) $y = x^2 - 4x + 1$ trên $(-\infty, 2)$

7) $y = x^3 + 5$ trên $(-\infty ; -1)$

3) $y = -x^2 + 6x + 5$ trên $(3, +\infty)$

8) $y = \sqrt{1 - x}$ trên $(-\infty ; 1)$

4) $y = \frac{2}{x - 1}$ trên $(1, +\infty)$

9) $y = \frac{1}{x^2}$ trên $(0 ; +\infty)$

5) $y = \sqrt{x - 2}$ trên $(2, +\infty)$

10) $y = \sqrt[3]{x - 5}$

Bài : Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số sau trên khoảng đã chỉ ra

a/ $y = -3x + 1$ trên \mathbb{R}

b/ $y = 2x^2$ trên $(0, +\infty)$

c/ $y = 3(x - 1) - x + 2$ trên \mathbb{R}

d/ $y = x^2 - 2x + 3$ trên $(2, +\infty)$.

Bài : Tìm khoảng đơn điệu của các hàm số sau;

a) $y = \frac{a}{x}$

b) $y = \sqrt{x + 2}$

c) $y = -x^2 + 4x / (0 ; +\infty)$

d) $y = x^2 - 6x + 9$

e) $y = 3x^2 + 4x + 5 / (-\infty ; -\frac{2}{3}) \cup (-\frac{2}{3} ; +\infty)$

f) $y = \frac{x}{x - 1}$

Bài 4:a) CMR: Hàm số $y = x^3 + 2x$ là hs đồng biến trên \mathbb{R} . Tổng quát $y = x^3 + ax$ ($a \geq 0$) là hs đb trên \mathbb{R}

b) CmR: Hàm số $y = x^3 - x$ không là hs đb trên \mathbb{R}

3) Xét tính chẵn ,lẻ của hàm số $y = f(x)$ trên tập D

- $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$
- Tính $f(-x)$
 - ☛ Nếu $f(-x) = f(x) \Rightarrow$ hàm số chẵn trên D
 - ☛ Nếu $f(-x) = -f(x) \Rightarrow$ hàm số lẻ trên D

Ghi chú: Đồ thị hàm số chẵn đối xứng qua trục Oy, đồ thị hàm số lẻ đối xứng qua gốc tọa độ

Ví dụ:

Bài 1: Xác định tính chẵn, lẻ các hàm số sau :

1). $y = \frac{|x|}{2x}$ 2) $y = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$ 3) $y = x^2 - 3x$ 4) $y = \frac{2x+3\sqrt{1-3x}}{x+4}$

Giải :

1) $y = \frac{|x|}{2x}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}, \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$\forall x \in D,$ Ta có $f(-x) = \frac{|-x|}{-2x} = -\frac{|x|}{2x} = -f(x)$. Vậy hàm số lẻ trên D

2) $y = \sqrt{x+3} + \sqrt{3-x}$

ĐK $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ 3 \geq x \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$

Vậy TXĐ $D = [-3; 3], \Rightarrow \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$\forall x \in D,$ Ta có $f(-x) = \sqrt{-x+3} + \sqrt{3+x} = f(x)$. Vậy hàm số chẵn trên D

3) $y = x^2 - 3x$

$D = \mathbb{R} \quad \forall x \in D \Rightarrow -x \in D$

$f(1) = -2, f(-1) = 4 \Rightarrow f(1) \neq f(-1)$. Vậy hàm số không chẵn, không lẻ

4) Hàm số xác định khi $\begin{cases} 1-3x \geq 0 \\ x+4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \neq -4 \end{cases} \Rightarrow$ TXĐ : $D = (-\infty; -4) \cup \left(-4; \frac{1}{3}\right)$

Ta có $x = -10 \in D, -x = 10 \notin D$ Vậy hàm số không là hàm số chẵn và cũng không là hàm số lẻ

Bài tập

Bài 1: CMR các hàm số sau là:

a) hàm số chẵn:

b) hàm số lẻ

$y = x^6 - 4x^2 + 1$ $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$ $y = \frac{ x }{x^2 + x + 1}$ $y = \sqrt{x^2 + x }$ $y = \frac{ x }{x^2 + 1}$ $y = \sqrt{1 - x^2}$ $y = \sqrt{x^2 + x } (x^6 - 2x^4 + 5)$	$y = x(x^2 - 2)$ $y = x^5 - 4x^3 - 7x$ $y = \frac{x^5 + 3x^3}{x^4 + x^2 - 1}$ $y = x^7 - \frac{x^5 - x^2}{\sqrt{x^2 + 4 x }}$
--	--

Bài 2: Xét tính chẵn lẻ của hàm số :

1) $y = 2x^4 - 3x^2 + 7$

6) $y = x^3 + 1$

13) $y = \frac{x+1}{x-1}$

2) $y = x^2 + 3|x| + 1$

7) $y = 7x^5 - 6x^3 - 2x$

14) $y = x^5 - 5x + 6$

3) $y = \frac{-5x}{x^2 + 1}$

8) $y = \frac{3x^{2004} + 1}{x^{2005} + x}$

15) $y = (x+1)^{2010} + (x-1)^{2010}$

4) $y = |x + 1| + |x - 1|$

9) $y = x\sqrt{x^2}$

16) $y = \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^3 - x}}$

5) $y = \sqrt{x + 2}$

10) $y = \frac{|2+x| - |2-x|}{|2+x| + |2-x|}$

17) $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$

Bài 3: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a) $y = 4x^3 + 3x$

b) $y = x^4 - 3x^2 - 1$

c) $y = -\frac{1}{x^2 + 3}$

d) $y = \sqrt{x-5}$

e) $y = |x| + 2x^2 + 2$

f) $y = x^3 - 3x + |x|$

g) $y = |2x - 1| + |2x + 1|$

h) $y = \frac{x^2}{|2x-1| - |2x+1|}$

i) $y = x^6 - 4x^2 + 5$

k) $y = 6x^3 - x$

n) $y = \frac{\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4}}{\sqrt{x^4 + 1}}$

m) $y = (2|x| + x^2)\sqrt{x^2 + 1}$

Bài 4 Xác định tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

a) $y = x^4 - 4x^2 + 1$

b) $y = x^3 - 2x$

c) $y = |x+10| + |x-10|$

d) $y = \sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2}$

e) $y = \frac{x}{x^2 - 3}$

g) $y = \frac{x^2 + 1}{\sqrt[3]{x^3 - x}}$

h) $y = \frac{a}{x}$

k) $y = \frac{3x^2 + 1}{x^{1993} + x}$

m) $y = \sqrt[3]{(2x-5)^2} + \sqrt[3]{(2x+5)^2}$

i) $y = \frac{|2+x| + |2-x|}{|2+x| - |2-x|}$

j) $y = \begin{cases} -1 & khix > 0 \\ 0 & khix = 0 \\ 1 & khix < 0 \end{cases}$

p) $y = x^3 - 4x^2 + 5$

q) $y = \sin x + \cos x$ **hd** tính $f(\frac{\pi}{4}), f(-\frac{\pi}{4})$

Bài 5: Giả sử hàm số $f(x)$ có tập xác định D đối xứng qua $x=0$. CMR : $f(x)$ có thể biểu diễn là tổng của một hàm số chẵn và một hàm số lẻ

HD: $h(x) = f(x) + f(-x)$ là hs chẵn, $g(x) = f(x) - f(-x)$ là hs lẻ và $f(x) = (h(x) + g(x)) / 2$

Tìm $h(x)$, $g(x)$ biết $f(x) = (x-1)/(x+1)$

Bài 6: Cho $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

Tìm $a; b; c; d; e$ để $f(x)$ là hàm lẻ ; $g(x)$ là hàm chẵn

Bài 7: Cho phương trình $a_{2002}x^{2002} + a_{2000}x^{2000} + \dots + a_4x^4 + a_2x^2 + 1 = 0$

Phương trình này có thể có đúng 1001 nghiệm hay không ?

Bài 8: Xét tính chẵn lẻ của hàm số $h(f(x))$ nếu $h(x)$ lẻ và $f(x)$ chẵn

Bài 9: Cho $f(x), g(x)$ đb trên $(a; b)$.

1) CMR: hàm số $f(x) + g(x)$ đb trên $(a; b)$

2) Tích $f(x).g(x)$ có là hàm đb trên $(a; b)$ không. Ví dụ? **hd:** $f(x)=g(x)=x$

Bài 10: Tìm m để hàm số sau là hàm số chẵn $y = \frac{1}{x^2 - (m+1)x + m}$

hd: Đk $x \neq 1$ và $x \neq m \Rightarrow$ TX Đ D là đối xứng $\Rightarrow m = 1$. Thử lại

Bài tập tổng hợp khó

* Xét tính chẵn lẻ: $y = |2x+1| - |2x-1|$, $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$, $y = \sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+1)}$,

$$y = \frac{x|x|}{|x-2| - |x+2|}, y = \begin{cases} 1-x & \text{khi } x > 0 \\ 1+x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

DANG 2: Hàm số $y = ax + b$

I. Kiến thức cơ bản:

1. Hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$:

- Tập xác định $D = R$.
- Hàm số $y = ax + b$ đồng biến trên $R \Leftrightarrow a > 0$
- Hàm số $y = ax + b$ nghịch biến trên $R \Leftrightarrow a < 0$
- Đồ thị là đường thẳng qua $A(0; b), B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$.

2. Hàm số hằng $y = b$:

- Tập xác định $D = R$.
- Đồ thị hàm số $y = b$ là đường thẳng song song với trục hoành Ox và đi qua $A(0; b)$.

3. Hàm số $y = |x|$:

- Tập xác định $D = R$.
- Hàm số $y = |x|$ là hàm số chẵn.
- Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

4. Định lý: Cho $(d): y = ax + b$ và $(d'): y = a'x + b'$

$$+) d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$$

$$+) d // d' \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$$

$$+) d_1 \text{ cắt } d_2 \Leftrightarrow a_1 \neq a_2$$

$$+) d \perp d' \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$$

$$+) d \text{ tạo với } d' \text{ một góc } \alpha : \tan \alpha = \left| \frac{a - a'}{1 + a \cdot a'} \right|$$

5. Đồ thị

Vẽ đồ thị của hàm số: đồ thị hàm số là một đường thẳng

- **Hàm số bất nhất:** Chọn 2 điểm thuộc đồ thị và vẽ (**chú ý**: tìm giao điểm với các trục tọa độ)
- **Hàm số xác định nhiều công thức:** Lập bảng biến thiên, chọn điểm thuộc đồ thị và vẽ
- **Hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối:** Bỏ dấu || đưa về hàm số xác định nhiều công thức

Ghi chú: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng

II- Các dạng toán cơ bản

Dạng 1: Xét chiều biến thiên, vẽ đồ thị hàm số

PP: Dựa vào hệ số a

VD 1: Xét sự biến thiên (chiều biến thiên và bảng biến thiên)

a) $y = 2x - 2$ b) $y = -2x - 1$ c) $y = 2mx - 2$

$$d) y = \begin{cases} 2x - 1 & \text{với } x \geq 1 \\ \frac{1}{2}x + 1 & \text{với } x < 1 \end{cases}$$

$$e) y = \left| -\frac{3}{4}x + 1 \right|$$

$$f) y = -|2x| - 2x$$

$$g) y = |2x - 3|$$

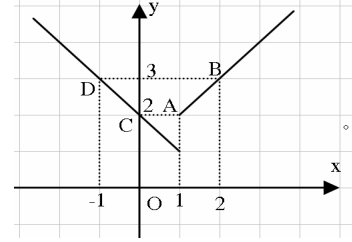
VD 2: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

- a) $y = 2x + 3$ b) $x + 2y = 5$ c) $y = 3x$ d) $y = -3$
 e) $y = f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{khi } x \geq 1 \\ 2-x, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ f) $y = \left| -\frac{3}{4}x + 6 \right|$ g) $y = -|3x| - 3x$

HD:

e) Vẽ đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{khi } x \geq 1 \\ 2-x, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

- Với $x \geq 1$ ta có $y = x + 1$ Với $x < 1$ ta có $y = 2 - x$
 Cho $x = 1 \Rightarrow y = 2, A(1; 2)$ cho $x = 0 \Rightarrow y = 2, C(0; 2)$
 Cho $x = 2 \Rightarrow y = 3, B(2; 3)$ cho $x = -1 \Rightarrow y = 3, D(-1; 3)$



VD 3: Tìm tập xác định, lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số sau

$$y = f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{neu } -2 \leq x \leq 0 \\ -2x & \text{neu } 0 < x \leq 1 \\ 2x + 1 & \text{neu } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

VD 4: Cho hàm số: $y = |x|$.

- a/ Vẽ đồ thị của hàm số.
 b/ Từ đó, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |x|$.

VD 5: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng sau (d): $y = \frac{1}{2}x - 4$ và (d'): $y = -3x + 10$

Hd: **C1:** Hoàn chỉnh độ giao điểm

C2: Tọa độ giao điểm của d và d' là nghiệm của hệ ds (4 ; -2)

VD 6: Với giá trị nào của m thì đường thẳng :

(d₁) : $y = (m - 1)x$; (d₂) : $y = 3x - 1$

- a) song song với nhau
 b) Cắt nhau
 c) Vuông góc với nhau

VD 7: Trong mặt phẳng tọa độ cho 2 đường thẳng (d₁) : $y = 2x - 7$ và (d₂): $y = -x - 1$

- a) Vẽ đường thẳng (d₁) và (d₂)
 b) Tìm tọa độ giao điểm của (d₁) và (d₂) bằng đồ thị. Rồi kiểm tra lại bằng phép tính

Bài 1 Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

$y = 2x + 1$ $y = \frac{1}{2}x + 3$ $y = -3x + 2$ $3x - 2y - 6 = 0$ $y = 4x$ $y = \frac{-3x}{2}$	$y = \begin{cases} 2 & \text{với } x \geq 0 \\ -x + 6 & \text{với } x < 0 \end{cases}$ $y = \begin{cases} x - 6, & \text{với } x \geq 0 \\ -x + 5, & \text{với } x < 0 \end{cases}$ $y = 2 - x $ $y = 2 x - 3$ $y = \left \frac{3}{2}x - 2 \right $	$y = 2 x - x - 1 $
---	--	----------------------

BTVN

Vẽ đồ thị của các hàm số

1. $y = \begin{cases} x+1, & \text{khi } x \geq 0 \\ -2x, & \text{khi } x < 0 \end{cases}$	5. $y = x-1 $	
2. $y = \begin{cases} 3x+1, & \text{khi } x \geq -1 \\ -x+1, & \text{khi } x < -1 \end{cases}$	6. $y = 2x-3 $	
3. $y = \begin{cases} 2x-4, & \text{khi } x \geq 2 \\ 4-2x, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$	7. $y = x +2 x+3 -1$	
4. $y = \begin{cases} -x+2, & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x-1, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$	8. $y = x-1 +2$	
	9. $y = x + x-1 + x-2 $	

2. Tìm m để các hàm số:

a) $y = (m-1)x + 3$ đồng biến trên R .

b) $y = (2m+3)x - 6$ nghịch biến trên R .

c) $y = (m-1)x + 3x - 2m$ tăng trên R .

d) $y = (2m-3)x + 2x - m$ giảm trên R .

3. Vẽ đồ thị ba hàm số sau trên cùng hệ trục tọa độ

$(d_1) : y = -x + 6$, $(d_2) : y = 2x$, $(d_3) : y = \frac{1}{2}x$

1) Tìm tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2)

2) Tìm tọa độ giao điểm B của (d_1) và (d_3)

3) Tìm tọa độ giao điểm M, N của (d_1) và hai trục tọa độ Ox và Oy. Chứng minh ΔOAB và ΔOMN có cùng trọng tâm

Dạng 2- Kiểm tra điểm thuộc đường

Bài toán: Cho (C) là đồ thị hàm số $y = f(x)$ và một điểm $A(x_A; y_A)$. Hỏi (C) có đi qua A không

PP:

Đồ thị (C) đi qua $A(x_A; y_A)$ khi và chỉ khi tọa độ của A nghiệm đúng phương trình của (C)

$$A \in (C) \Leftrightarrow y_A = f(x_A)$$

Do đó : Tính $f(x_A)$

- Nếu $f(x_A) = y_A$ thì (C) đi qua A

- Nếu $f(x_A) \neq y_A$ thì (C) không đi qua A

Vd1: Cho biết đường thẳng (d) đi qua điểm nào? Biết (d) có phương trình $y = 2x + 3$.

$A(0;1); B(0;3); C(-1;3); D(1;4)$

Vd 2: Cho hàm số $y = |-x-3| + |2x+1| + |x+1|$. Xét xem điểm nào trong các điểm sau đây thuộc đồ thị của nó $A(-1;3); B(0;6); C(5;-2); D(1;10)$

Dạng 3: Xác định hàm số

Bài toán 1 Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua 2 điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$

Cách giải:

- phương trình tổng quát của đường thẳng (d) là : $y = ax + b$

- (d) đi qua A và B nên ta có :
$$\begin{cases} y_A = ax_A + b \\ y_B = ax_B + b \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được a, b. Suy ra phương trình của (D)

Vd 1 : Tìm a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$

a) đi qua hai điểm $A(2;1)$ và $B(-1;3)$. Ds $y = -x + 3$.

b) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $\frac{1}{3}$.

Vd 2: Trong mặt phẳng tọa độ cho hai điểm $A(0; -1)$ và $B(1; 2)$

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B ds: $y = 3x - 1$

b) Điểm C(-1; -4) có nằm trên đường thẳng đó không

Vd 3: Ba điểm thẳng hàng

Bước 1 : Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm

Bước 2 : Xét điểm còn lại có thuộc đường thẳng không

a) CMR ba điểm sau thẳng hàng $A(-1; -5)B\left(\frac{1}{2}; -2\right)C(2; 1)$

b) Tìm m để ba điểm sau thẳng hàng $A(2; -2)B(1; 1)C(2m + 1; m - 3)$

Bài toán 2: Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(x_A; y_A)$ và có hệ số góc bằng k

Cách giải:

- Gọi phương trình tổng quát của đường thẳng (d) là: $y = ax + b$ (*)

+ Xác định a: Theo giả thiết ta có : $a = k \Rightarrow y = kx + b$

+ Xác định b : (d) đi qua $A(x_A; y_A) \Leftrightarrow y_A = kx_A + b \Rightarrow b = y_A - kx_A$

Thay $a = k$ và $b = y_A - kx_A$ vào (*) ta được phương trình của (d)

*) **Chú ý : Nếu có một tham số thì chỉ cần một điều kiện**

Vd 1 : Tìm a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua $C(5; -3)$ và song song (d') : $y = -2x + 8$

Ds $a = -2, b = 7$

Vd 2: Cho hàm số $y = (2m + 1)x + 3m - 2$ có đồ thị là (d) . Tìm m để (d)

1) Song song $(d_1)x - y = 4$

2) Cắt $(d_2)x + 2y = 2$

3) Vuông góc $(d_3)x - 2y = 5$

4) Trùng $(d_4)2x + y = 2$

Vd 3: Cho hai điểm $A(1; 1), B(2; -1)$.

1) Viết phương trình đường thẳng AB. Ds: $y = -2x + 3$.

2) Tìm m để đường thẳng $y = (m^2 - 3m)x + m^2 - 2m + 2$ // AB và đi qua điểm $C(0; 2)$. $m = 2$

Bài toán 3 Xác định hàm số nhờ quan hệ giao điểm

Vd 1: Cho hàm số $y = (2m + 1)x + 3m - 2$ có đồ thị là (d) . Tìm m để (d)

1. Đi qua điểm $(-2; 2)$

2. Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5

3. Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3

4. Cắt $(d_1)y = 2x + 3$ tại một điểm trên tung độ

5. Cắt $(d_2)x + 2y = 5$ tại một điểm trên hoành độ

6. Cắt $(d_3)y = 5x + 3$ tại một điểm có hoành độ bằng 3

7. Cắt $(d_4)x - 3y = 6$ tại một điểm tung hoành độ bằng -2

BTVN

1. Tìm a, b để đồ thị hàm số $y = ax + b$:

a) Đi qua hai điểm $A(1; -3)$ và $B(2; 3)$. c) Đi qua điểm $M(2; -1)$ và song song với $y = x + 3$

b) Đi qua gốc tọa độ và $A(2; 1)$. d) Đi qua gốc tọa độ và song song với $y = 2x + 2009$

2. Tìm m để:

a) Đồ thị hàm số $y = 3x + 5$ cắt đồ thị hàm số $y = (m + 2)x + 5$.

b) Đồ thị hàm số $y = 2x - 2$ song song với đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x + 2m$.

c) Đồ thị hàm số $y = x - 2$ trùng với đồ thị hàm số $y = m^2x - 2m$.

3. Tìm a, b của hàm số $y = ax + b$

1) Đi qua điểm $A(2; 3), B(-1; 4)$

2) Đi qua điểm $I(1; -2)$ và có hệ số góc là 0,5

- 3) Đi qua điểm M(1;2) và song song với đường thẳng $y = 2x - 3$
- 4) Đi qua điểm N(-1;3) và vuông góc với đường thẳng $y = -4x + 3$
- 5) Đi qua giao điểm của 2 đường thẳng $y = 2x + 1$ và $y = -x + 6$ và có hệ số góc bằng 10.

Dạng 4: Tìm điều kiện để 3 đường thẳng đồng qui.

Bước 1: Giải hệ phương trình gồm hai đường thẳng không chứa tham số để tìm (x;y).

Bước 2: Thay (x;y) vừa tìm được vào phương trình còn lại để tìm ra tham số .

Vd 1: Tìm m để 3 đường thẳng sau đồng qui : $(d_1) : y = 3x + 1$, $(d_2) : y = -x - 3$, $(d_3) : y = mx + 5$

Ds: (-1; -2) m = 7

Vd 2: Tìm giá trị của a để 3 đường thẳng : $(d_1): y = 2x - 5$; $(d_2) : y = x + 2$

$(d_3) : y = ax - 12$. Đồng quy tại 1 điểm Ds a= 3

V d 3 : Cho hàm số $y = (m - 2)x + m + 3$.

- 1) Tìm điều kiện của m để hàm số luôn nghịch biến.
- 2) Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
- 3) Tìm m để đồ thị của hàm số trên và các đồ thị của các hàm số $y = -x + 2$; $y = 2x - 1$ đồng quy.

BTVN

1. Tìm m để ba đường thẳng sau đồng quy :

a. $(d_1) : y = 3x + 1$, $(d_2) : y = -x - 3$, $(d_3) : y = mx + 5$

b. $(d_1): y = x + 2$, $(d_2): y = -x + 7$, $(d_3): y = mx - 4$

c) $y = 2x$ và $y = -x - 3$ và $y = mx + 1$

d) $y = x + 1$ và $y = 3 - x$ và $y = m^2x - 3m - 2$

e) $y = 2 - x$ và $y = x + m + 3$ và $y = (m + 2)x + 5$

2. Tìm giá trị của k để các đường thẳng sau :

$y = \frac{6-x}{4}$; $y = \frac{4x-5}{3}$ và $y = kx + k + 1$ cắt nhau tại một điểm.

Dạng 5 : Chứng minh đường thẳng luôn đi qua 1 điểm cố định (giả sử tham số là m).

+) Giả sử $A(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà đường thẳng luôn đi qua với mọi m, thay $x_0;y_0$ vào phương trình đường thẳng chuyển về phương trình ẩn m hệ số $x_0;y_0$ nghiệm đúng với mọi m.

+) Đồng nhất hệ số của phương trình trên với 0 giải hệ tìm ra $x_0;y_0$.

Vd 1 : Cho hàm số $y = (m - 1)x + m + 3$.

- 1) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số song song với đồ thị hàm số $y = -2x + 1$. ds m = -1
- 2) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm (1 ; -4). m = -3
- 3) Tìm điểm cố định mà đồ thị của hàm số luôn đi qua với mọi m. ds (1;2)

LG:

Vậy với mọi m thì đồ thị luôn đi qua điểm cố định.

Vd 2 : Cho hàm số $y = (2m - 1)x + m - 3$.

- 1) Tìm m để đồ thị của hàm số đi qua điểm (2; 5) ds m = 2
- 2) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi m. Tìm điểm cố định ấy.
- 3) Tìm m để đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = \sqrt{2} - 1$.

Hướng dẫn :

2) Gọi điểm cố định mà đồ thị luôn đi qua là $M(x_0;y_0)$. Ta có

$$y_0 = (2m - 1)x_0 + m - 3 \quad \forall m \Leftrightarrow (2x_0 + 1)m - x_0 - y_0 - 3 = 0 \quad \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{-1}{2} \\ y_0 = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

Vậy điểm cố định $(\frac{-1}{2}; \frac{-5}{2})$.

BTVN

1. Cho hàm số $y = m(x-1) + 2$

a) Chứng minh rằng đồ thị hàm số trên luôn đi qua một điểm cố định với mọi m .

b) Tìm $m \neq 0$ để đồ thị $y = m(x-1) + 2$ cắt Ox, Oy tại hai điểm A, B sao cho $\triangle OAB$ cân tại O .

2. CMR với mọi m , các đường thẳng sau luôn đi qua một điểm cố định

a) $2x + (m - 1)y = 1$

b) $(m + 2)x + (m - 3)y - m + 8 = 0$

c) $(2m + 3)x + (m + 5)y + (4m - 1) = 0$

d) $(m - 2)x + (m - 1)y = 1$

C .Hàm số bậc hai

Dạng 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

PP: Gồm các bước sau :

1/ Xác định a, b, c. Tính $x = \frac{-b}{2a}$, $\Delta = b^2 - 4ac$, $y = \frac{-\Delta}{4a} \Rightarrow$ Đỉnh $I(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a})$

Ghi chú : có tính y bằng cách thay $x = \frac{-b}{2a}$ vào hàm số

2/ Lập bảng biến thiên **a > 0**

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$\frac{-\Delta}{4a}$	$+\infty$

a < 0

x	$-\infty$	$\frac{-b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$\frac{-\Delta}{4a}$	$-\infty$

Kết luận đồng biến nghịch biến

3/ Vẽ trục đối xứng $x = \frac{-b}{2a}$

4/ Tìm giao điểm của đồ thị với các trục Ox, Oy (nếu có), xác định thêm một số điểm của đồ thị dựa vào tính đối xứng

Ghi chú: có thể lập bảng giá trị

5/ Dựa vào kết quả trên để vẽ parabol .

6/ Kết luận về đồ thị : Đồ thị là đường Parapol có đỉnh I, trục đối xứng $x = \frac{-b}{2a}$

Vdl: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$

Giải :

$y = -x^2 - 2x + 3$ ($a = -1, b = -2, c = 3$) Có $x = \frac{-b}{2a} = -1, \Delta = b^2 - 4ac = 16, y = \frac{-\Delta}{4a} = 4$

* Tọa độ đỉnh I (-1; 4)

* Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y	$-\infty$	4	$-\infty$

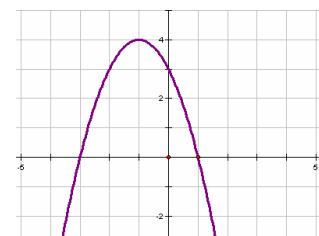
Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$, nghịch biến trên $(-1; +\infty)$

* Bảng giá trị :

x	-3	-2	-1	0	1
y	0	3	4	3	0

Đồ thị

Đồ thị hàm số là đường cong parabol có tọa độ đỉnh I(-1;4) và trục đối xứng có phương trình $x = -1$



Chú ý: Thông báo các dạng biến đổi đồ thị

Bài 1: Tính các giá trị : $f(-3), f(-1), f(0), f(2), f(\frac{1}{2}), f(\sqrt{3}), f(-\frac{3}{4})$ của các hàm số sau :

a) $y = f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ b) $y = f(x) = \frac{x+1}{2x-3}$ c) $y = f(x) = \begin{cases} 3x-4, & x > 1 \\ x^2+1, & x \leq 1 \end{cases}$

Bài 2: Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau :

$y = 2x^2 - 3$ $y = x^2 + 4x + 5$ $y = -x^2 + 2$ $y = -x^2 + 2x + 3$ $y = x^2 - 2x - 3$ $y = (3-x)^2$	$y = -x^2 + 4x + 3$ $y = x^2 - 2x + 1$ $y = x^2 + 1$ $y = x(1-x)$ $y = x^2 + 2x$ $y = (x+1)(3-x)$ $y = -x^2 + 5x - 4$	$y = \begin{cases} x^2 - 4x, & x > 0 \\ \frac{x}{2}, & x \leq 0 \end{cases}$ $y = \begin{cases} -x^2 + 6x - 5, & x \geq 2 \\ -x^2 + 7, & x < 2 \end{cases}$
--	---	--

Bài . Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau:

a) $y = x^2 - 4x + 3$ b) $y = |x^2 - 4x + 3|$ c) $y = x^2 - 4|x| + 3$
 d) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$ e) $|y| = x^2 - 4x + 3$

Bài Khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số sau :

a) $y = -\frac{3x^2}{2}$ b) $y = -\frac{3x^2}{2} + 2$ c) $y = -\frac{3}{2}(x-1)^2$
 d) $y = x^2 + 5x + 6$ e) $y = |x^2 + 5x + 6|$ g) $y = x^2 + 5|x| + 6$
 h) $|y| = x^2 + 5x + 6$ k) $y = -3x^2 + 4x - 5$ i) $y = x^2 + 2x + 7$
 j) $y = x^2 - 6x + 9$ m) $y = -x^2 + 4x - 4$ n) $y = -5x^2 + 3x + 1$

Bài : Vẽ đồ thị các hàm số sau :

a) $y = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khix} > 0 \\ x^2 + 4x & \text{khix} \leq 0 \end{cases}$ b) $y = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{khix} > 1 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{khix} \leq 1 \end{cases}$
 c) $y = \begin{cases} -2x + 5 & \text{khix} < -2 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{khix} \in [-2; 2] \\ 2x + 5 & \text{khix} > 2 \end{cases}$ d) $y = |x+1| + |1-x^2|$

Bài Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số:

a) $y = x^2 - 5x + 7$ trên $[-2; 5]$ b) $y = -2x^2 + x - 3$ trên $[1; 3]$
 c) $y = -3x^2 - x + 4$ trên $[-2; 3]$ d) $y = x^2 + 3x - 5$ trên $[-4; -1]$
 e) $f(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 10x - 3$ trên $[-1; 4]$ f) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ trên $[0; 1]$
 g) $f(x) = x^2 - 3x + 3$ trên $[-2; 1]$

Bài Tìm m để các bất phương trình sau đúng với mọi giá trị của m:

a) $x^2 - 3x + 1 > m$ b) $-x^2 + 2x - 1 > 4m$ c) $2x^2 + x - 1 \leq 2m - 1$
 d) $-3x^2 - x + 3 \leq 3m$ e) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) \geq m$ f) $x^2 - 2x + 1 \leq m^2 - m$
 g) $(x-3)(x+5)(x-2)(x+4) \leq 3m - 1$

Dạng 2 Sự tương giao của parabol và đường thẳng

PP : Xét phương trình hoành độ giao điểm . Số nghiệm của pt là số giao điểm

Bài Tìm tọa độ giao điểm của các hàm số sau:

a) $y = x - 1$ và $y = x^2 - 2x - 1$ b) $y = -x + 3$ và $y = -x^2 - 4x + 1$
 c) $y = 2x - 5$ và $y = x^2 - 4x + 4$ d) $y = 2x + 1$ và $y = x^2 - x - 2$

e) $y = 3x - 2$ và $y = -x^2 - 3x + 1$ f) $y = -\frac{1}{4}x + 3$ và $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$

Bài Tìm tọa độ giao điểm của các đồ thị sau và vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ :

- 1) $y = x - 1$ và $y = x^2 - 2x - 1$
- 2) $y = -x + 3$ và $y = -x^2 - 4x + 1$
- 3) $y = 2x - 1$ và $y = x^2 - 3x + 5$
- 4) $y = x - 2$ và $y = x^2 - 5x + 2$

Bài Tìm tọa độ giao điểm của các hàm số sau:

- a) $y = 2x^2 + 3x + 2$ và $y = -x^2 + x - 1$ b) $y = 4x^2 - 8x + 4$ và $y = -2x^2 + 4x - 2$
 c) $y = 3x^2 + 10x + 7$ và $y = -4x^2 + 3x + 1$ d) $y = x^2 - 6x + 8$ và $y = 4x^2 - 5x + 3$
 e) $y = -x^2 + 6x - 9$ và $y = -x^2 + 2x + 3$ f) $y = x^2 - 4$ và $y = -x^2 + 4$

Bài Biện luận số giao điểm của đường thẳng (d) với parabol (P)

- a) (d): $y = m - 1$ và (P): $y = x^2 - 3x + 2$
- b) (d): $y = x - 3m + 2$ và (P): $y = x^2 - x$
- c) (d): $y = (m - 1)x + 3$ và (P): $y = -x^2 + 2x + 3$
- d) (d): $y = 5x + 2m + 5$ và (P): $y = 5x^2 + 3x - 7$

Bài Cho họ $(P_m) y = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$. Chứng minh rằng với mọi m đồ thị (P_m) luôn cắt đường thẳng $y = x$ tại hai điểm phân biệt và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng hằng số.

Dạng 3 ứng dụng của đồ thị trong giải phương trình, bpt

Bài Biện luận theo m số nghiệm của phương trình:

- a) $x^2 + 2x + 1 = m$ b) $x^2 - 3x + 2 + 5m = 0$ c) $-x^2 + 5x - 6 - 3m = 0$

Bài Biện luận theo m số nghiệm của phương trình:

- a) $|x^2 - 5x + 6| = 3m - 1$ b) $x^2 - 4|x| + 3 = -2m + 3$ c) $2x^2 + |x| + 4m - 3 = 0$

Bài Biện luận theo m số nghiệm của phương trình :

- a) $x^2 - 5x + 6 = m$
- b) $x^2 - 5|x| + 2 - 3m = 0$
- c) $|x^2 - 5x + 6| - 2m + 1 = 0$
- d) $|x^2 - 5x + 6| - 2m + 1 \geq 0$
- e) $x^2 - 5|x| + 6 - m < 0$

Bài Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất: $(x^2 + 2x)^2 - 4(x^2 + 2x) + 5 = m$

Bài Tìm m để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $|x^2 - x - 2| = 4m - 3$

Bài Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt:

- a) $-x^2 + |x| + 2 = 5 - 2m$ b) $f(x) = m$ với $f(x) = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 0 \\ -x^2 + 2x & \text{khi } x > 0 \end{cases}$

Bài Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của $y = f(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 10x - 3$ trên đoạn $[-1; 4]$

Bài Cho x, y, z thay đổi thoả mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm GTLN, GTNN $P = x + y + z + xy + yz + zx$

Bài Tìm m để bất đẳng thức $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ thoả mãn với mọi x thuộc đoạn $[1; 2]$.

Dạng 4 Lập phương trình của parabol khi biết các yếu tố của nó

PP: Sử dụng các tính chất parapol

Vd: Tìm Parabol (P) biết (P) qua điểm M(0;8) và có đỉnh S(3; -1)

Giải : Gọi (P) : $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Vì (P) qua điểm M ta có $c = 8$

$$\text{Và đỉnh S ta có } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 3 \\ \frac{-\Delta}{4a} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \\ b^2 - 4ac = 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \\ 36a^2 - 36a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0(\text{loại}) \\ a=1 \\ b=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=6 \end{cases}$$

Vậy (P): $y = x^2 - 6x + 8$

. Tìm Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng Parabol đó:

1/ Đi qua hai điểm M(1;5) và N(-2; 8).

(KQ: $y = 2x^2 + x + 2$)

2/ Đi qua hai điểm M(-2;3) và N(4;- 4).

(KQ: $y = -\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x + 2$)

3/ Đi qua điểm A(-3; -6) và có trục đối xứng $x = -\frac{3}{4}$.

(KQ: $y = -\frac{16}{9}x^2 - \frac{8}{3}x + 2$)

4/ Có đỉnh I(1;- 4).

(KQ: $y = 6x^2 - 12x + 2$)

4/ Đi qua điểm B(-2; 6), đỉnh có tung độ là $-\frac{1}{4}$.

(KQ: $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ và $y = 4x^2 + 6x + 2$)

Bài Xác định phương trình các parabol:

a) $y = x^2 + ax + b$ đi qua S(0; 1)

b) $y = ax^2 + x + b$ đi qua S(1; -1)

c) $y = ax^2 + bx - 2$ đi qua S(1; 2)

Bài Xác định parapol $y = ax^2 + bx + c$ biết:

a) qua ba điểm A(1; -1), B(2; 3), C(-1; -3)

b) cắt trục hoành tại $x_1 = 2$ và $x_2 = 3$, cắt trục tung tại: $y = 6$

c) qua hai điểm m(2; -7), N(-5; 0) và có trục đối xứng $x = -2$

d) đạt cực tiểu bằng -6 tại $x = -3$ và qua điểm E(1; -2)

e) đạt cực đại bằng 7 tại $x = 2$ và qua điểm F(-1; -2)

f) qua S(-2; 4) và A(0; 6)

g) qua 3 điểm A(0, -1), B(1, -1), C(-1, 1).

h) qua M(0, 1) và có đỉnh I(-2, 5).

i) qua 2 điểm A(1, 5), B(-2, 8)

j) Cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$.

k) qua 3 điểm : A(-1 ; 8), B(1 ; 0), C(4 ; 3).

l) đỉnh S(-2 ; -2) và qua điểm M(-4 ; 6).

m) qua A(4 ; -6), cắt trục ox tại 2 điểm có hoành độ là 1 và 3.

Bài Tìm Parabol $y = ax^2 - 4x + c$, biết rằng Parabol đó:

a/ Đi qua hai điểm A(1; -2) và B(2; 3)

b/ Có đỉnh I(-2; -2)

c/ Có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm P(-2; 1)

d/ Có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm (3; 0)

Bài . Tìm parabol $y = ax^2 + bx + 1$, biết parabol đó:

a) Đi qua 2 điểm M(1 ; 5) và N(-2 ; -1)

b) Đi qua A(1 ; -3) và có trục đối xứng $x = \frac{5}{2}$

c) Có đỉnh I(2 ; -3)

d) Đi qua B(-1 ; 6), đỉnh có tung độ là -3.

Bài Tìm parabol $y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó:

a) Đi qua hai điểm A(1; 5) và B(-2; 8)

b) Cắt trục hoành tại $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$

- c) Đi qua điểm C(1; -1) và có trục đối xứng $x = 2$ d) Đạt cực tiểu bằng $3/2$ tại $x = -1$
 e) Đạt cực đại bằng 3 tại $x = 1$

Bài Tìm parabol $y = ax^2 + 6x + c$ biết rằng parabol đó

- a) Đi qua hai điểm A(1; -2) và B(-1; -10) b) Cắt trục hoành tại $x_1 = -2$ và $x_2 = -4$
 c) Đi qua điểm C(2; 5) và có trục đối xứng $x = 1$ d) Đạt cực tiểu bằng -1 tại $x = -1$
 e) Đạt cực đại bằng 2 tại $x = 3$

Bài Lập phương trình của (P) $y = ax^2 + bx + c$ biết (P) đi qua A(-1;0) và tiếp xúc với đường thẳng (d) $y = 5x + 1$ tại điểm M có hoành độ $x = 1$

Bài Tìm Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ biết :

- 1) Parabol qua A(1;2) và B(-1;0)
- 2) Parabol qua M(2;-4) và có trục đối xứng $x = \frac{-5}{2}$
- 3) Tọa đỉnh của Parabol I(-3;0)
- 4) Parabol tiếp xúc với trục hoành tại $x = -1$
- 5) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại bằng 12 tại $x = 3$

Bài Tìm Parabol (P) : $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) biết :

- 1) (P) qua ba điểm A(1;0) , B(-1;6) , C(3;2)
- 2) (P) qua A(2;3) có đỉnh S(1;7/2)
- 3) (P) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ là -1, 2 và cắt trục tung tại điểm có tung độ - 4 .
- 4) (P) qua hai điểm M(2; -5) , N(-1; 16) và có trục đối xứng $x = 4$
- 5) (P) cắt trục tung tại D(0;4) và tiếp xúc trục hoành tại $x = 2$

Bài Xác định giá trị a , b , c của hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$

- a) $f(x)$ nhận giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = -1$ và đi qua điểm M(-4; 2)
- b) Đi qua hai điểm A(2 ; 5) ; B(-1; 7) và nhận đường thẳng $x = -3/2$ làm trục đối xứng
- c) Khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số với các giá trị a, b ,c vừa tìm

Dạng 5 Điểm đặc biệt của Parabol. Quĩ tích đỉnh

Bài Tìm điểm cố định của $(P_m): y = mx^2 + 2(m-2)x - 3m + 1$.

Bài Tìm điểm cố định của $(P_m): y = (m+1)x^2 - 3(m+1)x - 2m - 1$

Bài Tìm điểm cố định của $(P_m): y = (m^2 - 1)x^2 - 3(m+1)x - m^2 - 3m + 2$

Bài Tìm quĩ tích đỉnh của $(P_m) y = x^2 - mx + m$

Bài Tìm quĩ tích đỉnh của $(P_m) y = x^2 - (2m+1)x + m - 1$



Dạng 6 Phương trình tiếp tuyến của Parabol

Bài 1. Cho họ $(P_m) y = mx^2 + 2(m-1)x + 3(m-1)$ với $m \neq 0$. Hãy viết phương trình của parabol thuộc họ (P_m) tiếp xúc với Ox.

Bài 2. Viết phương trình tiếp tuyến của (P) $y = x^2 - 2x + 4$ biết tiếp tuyến:

- a) Tiếp điểm là M(2;4) b) Tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d_1) y = -2x + 1$
- c) Tiếp tuyến đi qua điểm A(1;2) d) Tiếp tuyến vuông góc với $(d_2) y = 3x + 2$

Bài 3. Viết phương trình tiếp tuyến của (P) $y = -2x^2 + 3x - 1$ biết tiếp tuyến:

- a) Tiếp điểm là M(-1;3) b) Tiếp tuyến song song với đường thẳng $(d_1) y = 3x - 2$
- c) Tiếp tuyến đi qua điểm A(-3;2) d) Tiếp tuyến vuông góc với $(d_2) y = -3x - 1$

Bài 4. Cho (P) $y = x^2$

- a) Tìm quĩ tích các điểm mà từ đó có thể kẻ được đúng hai tiếp tuyến tới (P).
- b) Tìm quĩ tích tất cả các điểm mà từ đó ta có thể kẻ được hai tiếp tuyến tới (P) và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

Dạng 7. Khoảng cách giữa hai điểm liên quan đến parabol

Bài 1. Cho (P) $y = -\frac{x^2}{4}$ và điểm M(0;-2). Gọi (d) là đường thẳng qua M có hệ số góc k

- a) Chứng tỏ với mọi m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Tìm k để AB ngắn nhất.

Bài 2 Cho (P) $y = x^2$, lấy hai điểm thuộc (P) là A(-1;1) và B(3;9) và M là một điểm thuộc cung AB. Tìm tọa độ của M để diện tích tam giác AMB là lớn nhất.

Bài 3 Cho hàm số $y = x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1$ có đồ thị (P).

a) Chứng minh rằng với mọi m, đồ thị (P) luôn cắt đường thẳng $y = x$ tại hai điểm phân biệt và khoảng cách giữa hai điểm này không đổi.

b) Chứng minh rằng với mọi m, (P) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định. Tìm phương trình đường thẳng đó.

Bài 4. Cho (P) $y = 2x^2 + x - 3$. Gọi A và B là hai điểm di động trên (P) sao cho $AB=4$. Tìm quỹ tích trung điểm I của AB.

Bài 5. Cho hàm số $y = x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1$ (P)

a) CMR $\forall m$ đồ thị (P) luôn cắt đường thẳng $y = x$ tại 2 điểm phân biệt có khoảng cách không đổi

b) CMR $\forall m$ đồ thị (P) luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định

c) Tìm điểm thuộc mặt phẳng mà (P) không thể đi qua

Bài 6 : CMR (P) $y = mx^2 + (2m - 1)x + m + 2$ luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định tại một điểm cố định

Bài 7 : CMR mọi đường thẳng $d_m : y = 2mx - m^2 + 2m + 2$ luôn tiếp xúc với một parabol cố định