

Bài 48. Tìm tham số m để phương trình: $\frac{x(x+3m)-1}{x+1} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 49. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (1) (m : tham số).

- a) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 4$.
 b) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt dương.

Bài 50. Cho phương trình: $x^2 - (m+5)x + m = 0$ (m : tham số).

- a) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm tham số m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1 + 2x_2 = 5$.

Bài 51. Cho phương trình $x^2 - (2m+2)x + m^2 + 4 = 0$ (m : tham số).

- a) Với những giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm?
 b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1 = 2x_2$.

Bài 52. Tìm m để phương trình $\frac{(x-3)(mx+3)}{\sqrt{x-1}-1} = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 53. Cho phương trình: $(m^2 - 5m + 6)x^2 - 2(m-3)x + 1 = 0$ (1) (m : tham số).

- a) Tìm tham số m để phương trình (1) có đúng 1 nghiệm và tìm nghiệm đó.
 b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ thức: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{2}$.

Bài 54. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-3)x + m - 6 = 0$ (*)

- a) Chứng tỏ rằng phương trình luôn có 1 nghiệm $x_1 = 1$ với mọi m . Tính nghiệm x_2 .
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Bài 55. Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (*)

- a) Định m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.
 b) Định m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1x_2 = 6 - 2\sqrt{x_1x_2}$.
 c) Định m để phương trình (*) có đúng 1 nghiệm dương.

Bài 56. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ (*)

- a) Định m để phương trình (*) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
 b) Định m để (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1^3 + x_2^3 - 2(x_1 + x_2) = 0$.

- c) Định m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm hệ thức giữa x_1, x_2 độc lập với tham số m .

Bài 57. Cho phương trình: $mx^2 - 2x + 1 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm cùng dương.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm đối nhau.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm là độ dài của 2 cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

Bài 58. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 = 0$ (*)

- a) Tìm m để (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 8$.
 b) Lập một hệ thức liên lạc giữa các nghiệm số của phương trình (*) sao cho hệ thức này không phụ thuộc vào giá trị của tham số m .
 c) Lập một phương trình bậc 2 theo X sao cho phương trình này có 2 nghiệm là $X_1 = 2x_1 + x_2$, $X_2 = x_1 + 2x_2$, trong đó x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*).

Bài 59. Cho phương trình: $x^2 + 2(m+1)x + 2m + 5 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm cùng âm.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm cùng dương.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là độ dài của 2 cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{42}$.
 d) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt sao cho tổng lập phương 2 nghiệm và tổng 2 nghiệm bằng nhau.

Bài 60. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có một nghiệm.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm. Lập một hệ thức liên lạc giữa các nghiệm số của phương trình (*) sao cho hệ thức này không phụ thuộc vào giá trị của m .
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương.
 e) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 , trong đó có một nghiệm nhỏ hơn 1 và nghiệm còn lại lớn hơn 1.
 f) Tìm tham số m để phương trình (*) có đúng 1 nghiệm âm.

Bài 61. Hai nghiệm của phương trình bậc 2 thỏa mãn đồng thời:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 0 \\ mx_1x_2 - x_1 - x_2 = 1 + 2m \end{cases}$$

- a) Hãy lập phương trình thỏa mãn điều kiện trên và ta gọi đây là phương trình (*).

- b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm là độ dài của 2 cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

Bài 62. Tìm tham số $m > 0$ để phương trình: $2x^2 - (m + 2)x + 7 - m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu nhau và có giá trị tuyệt đối là nghịch đảo của nhau.

Bài 63. Tìm tham số m nguyên nhỏ nhất sao cho phương trình: $x^2 - 2(m + 2)x + m + 12 = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

Bài 64. Tìm số nguyên dương m để phương trình $(m + 1)x^2 - 5mx + 4m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + \frac{1}{2}x_1x_2$ là số nguyên.

Bài 65. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 2m + 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó, hãy chứng minh rằng: $4x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 + x_2) + 5$.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 - 15 = 0$.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 1 nghiệm $x_1 = 2$ và $x_2 > 4$.

Bài 66. Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có nghiệm 2 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Bài 67. Cho phương trình: $2x^2 - (m + 2)x + 7 - m^2 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có nghiệm 2 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm m để (*) có 2 nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối là nghịch đảo của nhau.

Bài 68. Cho phương trình: $x^2 - (m + 5)x - m - 6 = 0$ (*)

- a) Tìm m để (*) có 2 nghiệm sao cho nghiệm này lớn hơn nghiệm kia 1 đơn vị.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa: $2x_1 + 3x_2 = 13$.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu sao cho nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

Bài 69. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 10 = 0$ (*)

- a) Tìm m để (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $P = 10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất.

- b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) \leq 5$.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $2x_2 - x_1 = 8$.

Bài 70. Cho phương trình: $x^2 - 2x + 3 - m = 0$ (*)

- a) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình (*).
 b) Biện luận theo m số nghiệm $x \in [-1; 2]$ của phương trình (*).
 c) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 - 15 = 0$.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có đúng 1 nghiệm lớn hơn 2.

§ 4. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HOẶC PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

☆☆☆

Dạng toán 1: Phương trình bậc ba, phương trình bậc bốn

Phương trình trùng phương: $ax^4 + bx^2 + c = 0, (a \neq 0)$ (*)

- Đặt $t = x^2 \geq 0$ thì (*) $\Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$ (**)
 – Để xác định số nghiệm của (*), dựa vào số nghiệm của (**) và dấu của chúng, cụ thể:

- Để (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} (**) \text{ vô nghiệm} \\ (**) \text{ có nghiệm kép âm.} \\ (**) \text{ có 2 nghiệm âm} \end{cases}$
- Để (*) có 1 nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} (**) \text{ có nghiệm kép } t_1 = t_2 = 0 \\ (**) \text{ có 1 nghiệm bằng 0, nghiệm còn lại âm} \end{cases}$
- Để (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} (**) \text{ có nghiệm kép dương} \\ (**) \text{ có 2 nghiệm trái dấu} \end{cases}$
- Để (*) có 3 nghiệm $\Leftrightarrow (**)$ có 1 nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương.
- Để (*) có 4 nghiệm $\Leftrightarrow (**)$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 71. Tìm tham số m để các phương trình sau có đúng 3 nghiệm phân biệt:

- a) $x^3 - 3x^2 - mx - m + 4 = 0$. b) $x^3 - (2m + 1)x^2 + mx + m = 0$.
 c) $x^3 - 2(m + 1)x^2 + (7m - 2)x + 4 = 6m$. d) $mx^3 - (m - 4)x^2 + (4 + m)x = m$.
 e) $x^3 + (1 - m)x^2 - 3mx + 2m^2 = 0$. f) $x^3 - 2mx^2 + (4 - 3m^2)x + 4m = 0$.
 g) $x^3 - 6x^2 + (9 - 3m)x = 0$. h) $x^3 - (2m + 1)x^2 + 2mx = 0$.

- i) $2x^3 - 3mx^2 + (m - 3)x = 0$. j) $x^3 - 3x^2 - mx + 2 + m = 0$.
 k) $x^3 - 3x^2 - mx + 2m + 4 = 0$. l) $x^3 - 5x^2 + (3 - m)x + 9 - m = 0$.
 m) $x^3 + (5 - m)x^2 + (6 - 5m)x = 6m$. n) $x^3 + (3 - m)x + 2m + 2 = 0$.

Bài 72. Cho phương trình: $x^3 - 2mx^2 + 2mx - 1 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có ít nhất 2 nghiệm.

Bài 73. Cho phương trình: $(1 - m)x^3 + 2mx^2 - mx - 1 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có ít nhất 2 nghiệm.

Bài 74. Cho phương trình: $(m - 1)x^4 - 2x^2 - 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 75. Cho phương trình: $(m - 1)x^4 - 2x^2 - 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 76. Cho phương trình: $mx^4 - 2(m + 1)x^2 + m - 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) vô nghiệm.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.
 e) Tìm tham số m để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 77. Tìm tham số m để phương trình $x^3 + 3mx^2 - 3x - 3m + 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho biểu thức: $P = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 78. Tìm m để phương trình: $(x^2 + 2x - m)(x^2 - 3x + 4m) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt ?

Dạng toán 2: Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối



Để giải phương trình chứa dấu trị tuyệt đối, ta tìm cách khử dấu trị tuyệt đối bằng cách: dùng

định nghĩa $|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$, hoặc bình phương 2 vế hoặc đặt ẩn phụ.

① **Loại 1:** $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$ hoặc sử dụng định nghĩa: $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \\ A < 0 \\ -A = B \end{cases}$.

② **Loại 2:** $|A| = |B| \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$.

③ **Loại 3:** $a|A| + b|B| = C$ dùng phương pháp chia khoảng để giải.

★ **Lưu ý:** Giải và biện luận phương trình $|ax + b| = |cx + d|$ ta làm như sau:

• Phương trình $|ax + b| = |cx + d| \Leftrightarrow \begin{cases} ax + b = cx + d & (1) \\ ax + b = -cx - d & (2) \end{cases}$

- Giải và biện luận từng phương trình (1) và (2).
- Xét trường hợp nghiệm của phương trình (1) trùng với nghiệm phương trình (2).
- Kết luận.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 79. Giải các phương trình sau:

- | | |
|--|--|
| a) $ 2x - 1 = x + 3.$ | b) $ 4x + 7 = 2x + 5.$ |
| c) $ 2x^2 - 3x - 5 = 5x + 5.$ | d) $ x^2 - 4x - 5 = 4x - 17.$ |
| e) $ x - 2 = 3x^2 - x - 2.$ | f) $ 4x + 1 = x^2 + 2x - 4.$ |
| g) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2x - 1 .$ | h) $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 3x - 2 .$ |
| i) $\sqrt{25x^2 - 10x + 1} = x + 6 .$ | j) $\sqrt{16x^2 - 8x + 1} = x - 3 .$ |
| k) $ 5x + 1 = 2x - 3.$ | l) $ 3x - 4 = x - 2 .$ |
| m) $ 3x^2 - 2x = 6 - x^2 .$ | n) $ x^2 - 2x = 2x^2 - x - 2 .$ |

Bài 80. Giải các phương trình sau:

- | | |
|--|--|
| a) $(x - 2) \cdot x - 4 = 1.$ | b) $(x + 3) \cdot x - 1 = 4x.$ |
| c) $x^2 - 5 x - 1 - 1 = 0.$ | d) $x^2 - 2x + x - 1 - 1 = 0.$ |
| e) $(x + 1) \cdot 7 - x - 12 = x^2 - 1.$ | f) $(x + 1) \cdot x - 3 = 4(x - 2).$ |

g) $x^3 + 1 = |2x - 1|(x + 1).$

i) $|x - 2| + |x - 3| = 4.$

k) $\frac{x - 1}{2x - 3} = \frac{1 - 3x}{|x + 1|}.$

m) $\frac{2x + 7}{|x - 1|} = 3x - 1.$

o) $\frac{4x^2 + 2x + |2x + 1|}{4x + 3} = 2x + 1.$

q) $|2x^2 - |x - 1|| = 3x + 1.$

h) $|1 - 2x| - |x + 1| = x + 2.$

j) $|x + 3| + |7 - x| = 10.$

l) $\frac{3x}{|x - 1|} = \frac{x - 2}{x}.$

n) $\frac{x^2 + 3}{|x - 2|} = 3x + 1.$

p) $\frac{x - 1}{x} - \frac{1}{|x + 1|} = \frac{2x - 1}{x^2 + x}.$

r) $|x^2 + |x - 1|| = x + 1.$

Bài 81. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 + 4x - 3|x + 2| + 4 = 0.$

c) $(x^2 - 3)^2 - 6|x^2 - 3| + 5 = 0.$

e) $\left| \frac{2x - 1}{x + 2} \right| - 2 \cdot \left| \frac{x + 2}{2x - 1} \right| = 1.$

g) $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 6 = 0.$

b) $(x + 2)^2 - 3|x + 2| - 4 = 0.$

d) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1} + \frac{|2x - 4|}{x - 1} = 3.$

f) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 10 = 2 \cdot \left| x - \frac{1}{x} \right|.$

h) $8x^2 + \frac{2}{x^2} - 9 \cdot \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 1 = 0.$

Bài 82. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{|3x - 1|}{x + 2} = |x - 3|.$

c) $\frac{3}{|x - 4| - 1} = |x + 3|.$

b) $\frac{|5x - 2|}{x + 3} = |x - 2|.$

d) $\frac{x^2 - 1 + |x + 1|}{|x|(x - 2)} = 2.$

Bài 83. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $|3mx - 1| = 5.$

c) $|3x + m| = 2x - 2m.$

e) $|2x + m| = |x - m + 2|.$

g) $|x - m| = |3x + 1|.$

i) $|2mx - 3| = |4x - m - 1|.$

k) $|2x - 1| = |mx + 2|.$

b) $|3mx - 1| = x - 2.$

d) $|3x + 2m| = x - m.$

f) $|3x + m| = |2x - 2m|.$

h) $|mx + 1| = |x - 1|.$

j) $|1 - mx| = |x + m|.$

l) $|mx + 2x - 1| = |x|.$