

$$e) \frac{\sqrt{4x+12}}{x+3} + x = \sqrt{-x-3} + 1. \quad f) \frac{x}{2\sqrt{x-4}} = \frac{1}{\sqrt{x-4}}.$$

Bài 2. Tìm tham số m để các cặp phương trình sau đây là tương đương nhau:

a) $x = 2$ và $mx^2 + 2m + 1 = (m + 1)x$. b) $2x - 1 = 0$ và $(m - 3)x + 2m = 1$.
 c) $(x + 1)^2 = 0$ và $mx^2 + m = (2m + 1)x$. d) $x^2 = 9$ và $2x^2 + (m - 5)x = 3(m + 1)$.
 e) $x + 2 = 0$ và $m(x^2 + 3x + 2) + nx + 2 = 0$. f) $3x - 2 = 0$ và $(m + 3)x = m - 4$.

§ 2. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

☆☆☆

<i>Giải và biện luận phương trình $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b$ (i)</i>	
Hệ số	Kết luận
$a \neq 0$	(i) có nghiệm duy nhất $x = -\frac{b}{a}$.
$a = 0$	$b \neq 0$ (i) vô nghiệm.
	$b = 0$ (i) nghiệm đúng với mọi x .
<i>Bài toán tìm tham số trong phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ (ii)</i>	
<ul style="list-style-type: none"> • Để phương trình (ii) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a \neq 0$. • Để phương trình (ii) có tập nghiệm là \mathbb{R} (vô số nghiệm) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$. • Để phương trình (ii) vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. • Để (ii) có nghiệm \Leftrightarrow có nghiệm duy nhất hoặc có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$. 	
<p>★ Lưu ý: Có nghiệm là trường hợp ngược lại của vô nghiệm. Do đó, tìm điều kiện để (ii) có nghiệm, thông thường ta tìm điều kiện để (ii) vô nghiệm, rồi lấy kết quả ngược lại.</p>	

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 3. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $mx = m + 1$. b) $(m + 1)x = 2m + 2$.
 c) $2mx = 2x + m + 4$. d) $m(x - 4) = 5x - 2$.
 e) $(3m - 1)x + m = 2x + 1$. f) $m(m - 2)x = m - 2$.

- g) $m(x + 3) = x - m$.
 i) $(m - 1)x = m^2 - 3m + 2$.
 k) $(m^2 - 2m - 8)x = 4 - m$.
 m) $m^2(x - 2) - 6m(x - 1) + 9m = 0$.
- h) $(m + 1)(x - 2) = 3m - 1$.
 j) $(2m - 3)x = m(2m - 5) + 3$.
 l) $m^2(x - 1) + 2m = m^2x - 3$.
 n) $m(m - 5)x = 4 - 6x - 2m$.

Bài 4. Giải và biện luận các phương trình sau:

- a) $m^2x - 3 = 9x + m$.
 c) $(m - 1)(x + 1) = m^2 - 1$.
 e) $m^2x + 4m - 3 = x + m^2$.
 g) $m(mx - 1) = (4m - 3)x - 3$.
 i) $(m^2 - 10)x - m^2 + 2m = -x - 3$.
 k) $(m^2 - 1)x = m^3 + 3m^2 + 2m$.
- b) $m^2(x - 1) = mx - 1$.
 d) $(m^2 + 2)x - 2m = x - 3$.
 f) $(4m^2 - 2)x = 1 + 2m - x$.
 h) $m^2x + m(5x - 2) = 6(1 - x)$.
 j) $m^2x + 4m - 3 = m^2 + 6mx - 5x$.
 l) $(m^3 - 1)x = 4m^3 - 3m^2 + 3m + 4$.

Bài 5. Giải và biện luận các phương trình sau:

- a) $\frac{(m - 2)x}{m - 1} = \frac{m^2 - 4}{m - 1}$.
 b) $\frac{m^2x}{m - 5} + \frac{2mx - m^2 + 1}{m - 5} = 1$.

Bài 6. Giải và biện luận các phương trình sau:

- a) $\frac{mx - 2m}{x - 2} = -2$.
 c) $\frac{(m + 1)x + m - 2}{x + 3} = m$.
 e) $\frac{3mx - 2}{x - 2} = m + \frac{5m}{x - 2}$.
 g) $\frac{2m - 3}{x + 3} - m + 4 = 0$.
 i) $\frac{m}{mx + 3} = 2$.
 k) $\frac{5x - m}{x - 2} - \frac{4x - 3}{x} = 1$.
- b) $\frac{mx - (m + 2)}{2x - 1} = -4$.
 d) $\frac{(m^2 + 1)x - 10}{x - 2} = m + 1$.
 f) $\frac{m^2x - m^2}{x - 1} = m$.
 h) $\frac{x + 2}{x - m} = \frac{x + 1}{x - 1}$.
 j) $\frac{x + m}{x + 1} + \frac{x - 2}{x} = 2$.
 l) $\frac{5m - 2}{mx - 1} = -3$.

Bài 7. Giải và biện luận các phương trình sau:

- a) $\frac{x + 1}{\sqrt{x}} = \frac{m}{\sqrt{x}}$.
 c) $\frac{x - m}{\sqrt{x - 1}} = \frac{1}{x - 1}$.
- b) $\frac{x - m}{\sqrt{x - 1}} = \frac{1}{\sqrt{x - 1}}$.
 d) $\frac{x - m}{\sqrt{2x - 1}} = \frac{m}{\sqrt{2x - 1}} + \sqrt{2x - 1}$.

$$\begin{array}{ll} \text{e)} \frac{3x - m - 1}{\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 1} = \frac{2x + 2m - 3}{\sqrt{x - 1}}. & \text{f)} \frac{x - m}{\sqrt{3x - 2}} + \sqrt{3x - 2} = \frac{mx}{\sqrt{3x - 2}}. \\ \text{g)} (m - 1)x = \sqrt{m - 1}. & \text{h)} x\sqrt{2m - 1} = 2m - 1. \\ \text{i)} (mx + 1)\sqrt{x - 1} = 0. & \text{j)} (x + 2m)\sqrt{x - 4} = 0. \end{array}$$

Bài 8. Giải và biện luận các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} |x - m| = |2x|. & \text{b)} |3x + m| = |x - m + 2|. \\ \text{c)} |2mx + 3| = 5. & \text{d)} |mx - 2| = |x + m|. \\ \text{e)} |x - 2m| = |x + 1|. & \text{f)} |mx + 1| = |2x + m - 3|. \end{array}$$

Bài 9. Tìm tham số m để các phương trình sau vô nghiệm.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (m + 1)x - m - 2 = 0. & \text{b)} m^2(x - 1) = 2(2x - m - 4). \\ \text{c)} (4m^2 - 2)x = 1 + 2m - x. & \text{d)} (m + 1)^2x - 2 = (4m + 9)x + m. \\ \text{e)} \frac{x - m}{x - 2} + \frac{x - 2}{x} = 2. & \text{f)} \frac{x - 2}{x - 3} = \frac{x}{x + m}. \\ \text{g)} \frac{x + m}{m + 1} - \frac{2}{x} = 1. & \text{h)} \frac{x + 1}{x - m + 1} = \frac{x}{x + m + 2}. \\ \text{i)} \frac{x + 1}{\sqrt{x}} = \frac{m - 1}{\sqrt{x}}. & \text{j)} \frac{x - m}{\sqrt{x - 1}} = \frac{m}{\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x - 1}. \end{array}$$

Bài 10. Tìm tham số m để các phương trình sau có nghiệm duy nhất.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} 2mx - 1 = x + m. & \text{b)} m(m - 1)x = m^2 - 1. \\ \text{c)} m(mx - 1) = (4m - 3)x - 3. & \text{d)} m^2(mx - 1) = 2m(2x + 1). \\ \text{e)} \frac{mx - m - 3}{x + 1} = 1. & \text{f)} \frac{x + 2}{x - m} = \frac{x + 1}{x - 1}. \\ \text{g)} \frac{x - m}{x - 2} + \frac{x - 2}{x} = 2. & \text{h)} \frac{m}{mx + 3} = 2. \\ \text{i)} |2x - m| = |x - 1|. & \text{j)} |mx - 2| = |x + 4|. \\ \text{k)} |2x + m| = |2x + 2m - 1|. & \text{l)} |3mx + 4| = |x + m|. \end{array}$$

Bài 11. Tìm tham số m để các phương trình sau có tập nghiệm là \mathbb{R} (câu hỏi tương tự là: tìm m để phương trình vô nghiệm hoặc nghiệm đúng với mọi số thực m).

$$\begin{array}{ll} \text{a)} (m - 2)x = m - 1. & \text{b)} 3mx - 1 = x - 9m^2. \\ \text{c)} m^2(x - 1) = 2(mx - 2). & \text{d)} (m^2 + 2m - 3)x = m - 1. \end{array}$$

e) $m^2(mx - 1) = 2m(2x + 1)$. f) $(mx + 2)(x + 1) = (mx + m^2)x$.

Bài 12. Tìm tham số m để các phương trình sau có nghiệm.

a) $m^2(x - 1) = x - m$. b) $m^2x = 4x + m^2 + m - 2$.
 c) $m^2(x - m) = x - m^2$. d) $(m^2 + 2)x - 2m = x - 3$.
 e) $m(x - m) = x + m - 2$. f) $m^2(x - 1) + m = x(3m - 2)$.
 g) $(m^2 - m)x = 2x + m^2 - 1$. h) $m^2(mx - 1) = 2m(2x + 1)$.
 i) $\frac{x + m}{x - 1} = \frac{x + 3}{x - 2}$. j) $\frac{x - m}{x - 1} + \frac{x - 1}{x - m} = 2$.
 k) $|x - 1| + 2x - 3 = m$. l) $2(|x| + m - 1) = |x| - m + 3$.
 m) $\frac{2mx - 1}{\sqrt{x - 1}} - 2\sqrt{x - 1} = \frac{m + 1}{\sqrt{x - 1}}$. n) $\frac{3x - m}{\sqrt{x + 1}} + \sqrt{x + 1} = \frac{2x + 5m + 3}{\sqrt{x + 1}}$.

Bài 13. Tìm tham số m nguyên để các phương trình sau có nghiệm nguyên.

a) $(m - 2)x = m - 1$. b) $(m - 1)x = 2x + m - 3$.
 c) $m(x - 1) = m + 3$. d) $m(x + 3) = x - m$.
 e) $(m + 1)(x - 2) = 3m - 1$. f) $(2m - 3)x = m(2m - 5) + 3$.

§ 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

☆☆☆

Dạng toán 1: Giải và biện luận phương trình bậc hai

Giải và biện luận phương trình bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ (i)

Phương pháp:

Bước 1. Biến đổi phương trình về đúng dạng $ax^2 + bx + c = 0$.

Bước 2. Nếu hệ số a chứa tham số, ta xét 2 trường hợp:

- Trường hợp 1: $a = 0$, ta giải và biện luận $ax + b = 0$.
- Trường hợp 2: $a \neq 0$. Ta lập $\Delta = b^2 - 4ac$. Khi đó:

◦ Nếu $\Delta > 0$ thì (i) có 2 nghiệm phân biệt $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

◦ Nếu $\Delta = 0$ thì (i) có 1 nghiệm (kép): $x = -\frac{b}{2a}$.

◦ Nếu $\Delta < 0$ thì (i) vô nghiệm.

Bước 3. Kết luận.

Lưu ý:

- Phương trình (i) có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$.
- Phương trình (i) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG**Bài 14.** Giải và biện luận các phương trình bậc hai sau:

- | | |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| a) $x^2 - x + 2m = 0.$ | b) $2x^2 + 12x - 15m = 0.$ |
| c) $2x^2 - 6x + 3m - 5 = 0.$ | d) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0.$ |
| e) $x^2 - (2m + 1)x + m = 0.$ | f) $x^2 - 2(m + 3)x + m^2 = 0.$ |
| g) $mx^2 + 2x + 1 = 0.$ | h) $mx^2 - 2(m - 1)x + m - 5 = 0.$ |
| i) $(m - 1)x^2 + 2x + 3 = 0.$ | j) $(m + 1)x^2 - (2m + 1)x + m - 2 = 0.$ |
| k) $(m^2 - 5m - 36)x^2 - 2(m + 4)x + 1 = 0.$ | l) $(m^2 + m - 2)x^2 + (m + 2)x + 1 = 0.$ |
| m) $(m - 2)x^2 + 2mx + m + 1 = 0.$ | n) $mx^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0.$ |
| o) $(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + m - 3 = 0.$ | p) $(m + 1)x^2 - (1 - 2m)x + m - 1 = 0.$ |
| q) $(x - 3)(2m - x) = 0.$ | r) $(mx - 3)[(m + 1)x - 3] = 0.$ |
| s) $(x - 3)(x^2 - mx + 1) = 0.$ | t) $(x - 2)[x^2 - 2(m - 1)x + m^2] = 0.$ |
| u) $(x - 1)(x^2 - 4x + 2m - 1) = 0.$ | v) $(x^2 - 4x + 1 - m)\sqrt{x - 1} = 0.$ |
| x) $x^3 - (m + 3)x + 3m - 18 = 0.$ | y) $(x^2 + 2x - m)(x^2 - 3x + 4m) = 0.$ |
| z) $\frac{(x - 2)(mx + 3)}{x - 1} = 0.$ | w) $\frac{(mx - 2)(x - 2)}{x + 1} = 0.$ |

Bài 15. Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt.

- | | |
|------------------------------------------|------------------------------------------|
| a) $2x^2 - x + m - 2 = 0.$ | b) $x^2 - 2mx + (m + 2)(m - 3) = 0.$ |
| c) $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 1 = 0.$ | d) $x^2 - 2(m - 3)x + m + 3 = 0.$ |
| e) $mx^2 - (1 - 2m)x + m - 2 = 0.$ | f) $mx^2 - (m + 2)x + m - 1 = 0.$ |
| g) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0.$ | h) $(m - 3)x^2 + 2(3 - m)x + m + 1 = 0.$ |
| i) $(m + 1)x^2 - 2mx + m - 3 = 0.$ | j) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0.$ |

Bài 16. Tìm tham số m để các phương trình sau có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.

- | | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| a) $x^2 - (2m + 3)x + m^2 = 0.$ | b) $(m - 1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0.$ |
|---------------------------------|------------------------------------|

- c) $(2 - m)x^2 - 2(m + 1)x + 4 - m = 0$. d) $mx^2 - 2(m - 1)x + m + 1 = 0$.
 e) $x^2 - 2(m + 1)x + m + 7 = 0$. f) $(m - 1)x^2 - 3(m - 1)x + 2m = 0$.
 g) $(m + 2)x^2 + 2(3m - 2)x + m + 2 = 0$. h) $(2m - 1)x^2 + (3 + 2m)x + m - 8 = 0$.

Bài 17. Tìm tham số m để các phương trình sau có duy nhất 1 nghiệm.

- a) $x^2 - (m - 1)x + 4 = 0$. b) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m + 4 = 0$.
 c) $(3 - m)x^2 + 2(m + 1)x + 5 - m = 0$. d) $(m + 2)x^2 - (4 + m)x + 6m + 2 = 0$.
 e) $(m - 1)x^2 + 2(m + 2)x + m - 1 = 0$. f) $(m - 2)x^2 - 2(m + 4)x + 5(m - 2) = 0$.
 g) $(m - 2)x^2 + 2(4 - 3m)x + 10m = 11$. h) $(x - 1)[(m + 1)x - 2] = 0$.
 i) $(mx - 2)(2mx - x + 1) = 0$. j) $(mx - 3)[(m + 1)x - 3] = 0$.
 k) $(m^2 - 5m - 36)x^2 + 1 = 2(m + 4)x$. l) $(x - 2)[(m - 1)x + 2] = 0$.

Bài 18. Tìm tham số m để các phương trình sau có nghiệm.

- a) $2x^2 - 6x + 3m - 5 = 0$. b) $2x^2 + 3x + m - 1 = 0$.
 c) $x^2 - (m + 2)x + m + 2 = 0$. d) $x^2 + 2(m + 1)x + m^2 - 4m + 1 = 0$.
 e) $(2 - m)x^2 + (m - 2)x + m + 1 = 0$. f) $(m + 1)x^2 - 2(m - 3)x + m + 6 = 0$.
 g) $(m + 1)x^2 - (2m + 1)x + m - 2 = 0$. h) $(m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + m - 5 = 0$.
 i) $(m - 1)x^2 - (2 - m)x - 1 = 0$. j) $mx^2 - 2(m + 3)x + m + 1 = 0$.

Bài 19. Biện luận theo số giao điểm của 2 parabol theo tham số m trong các trường hợp sau:

- a) $(P_1): y = x^2 - 2x + 3$. $(P_2): y = x^2 - m$.
 b) $(P_1): y = x^2 + mx + 8$. $(P_2): y = x^2 + x + m$.
 c) $(P_1): y = (m - 2)x^2 + 2(m - 3)x + m - 5$. $(P_2): y = x^2 - x + m$.

Dạng toán 2: Định lý Viét & Ứng dụng

☆☆☆

Định lý Viét

Nếu phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) có 2 nghiệm x_1, x_2 thì

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ P = x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Ngược lại, nếu hai số u và v có tổng $u + v = S$ và tích $uv = P$ thì u, v là 2 nghiệm của phương trình: $x^2 - Sx + P = 0$, ($S^2 - 4P \geq 0$).

Ứng dụng định lý Viét

① Tính giá trị các biểu thức đối xứng của 2 nghiệm phương trình bậc hai:

$$\bullet x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P, \quad (x_1 - x_2)^2 = S^2 - 4P, \quad x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3SP, \dots$$

$$\bullet |x_1 - x_2| = a > 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = a^2 \Leftrightarrow S^2 - 4P = a^2.$$

② **Dấu các nghiệm của phương trình bậc hai:**

$$\bullet \text{Phương trình có 2 nghiệm trái dấu: } x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow P < 0.$$

$$\bullet \text{Phương trình có 2 nghiệm dương: } 0 < x_1 \leq x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}.$$

$$\bullet \text{Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt: } 0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}.$$

$$\bullet \text{Phương trình có 2 nghiệm âm: } x_1 \leq x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}.$$

$$\bullet \text{Phương trình có 2 nghiệm âm phân biệt: } x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}.$$

$$\bullet \text{Phương trình có 2 nghiệm cùng dấu: } \begin{cases} x_1 \leq x_2 < 0 \\ 0 < x_1 \leq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ P > 0 \end{cases}.$$

Lưu ý: Nếu đề bài yêu cầu so sánh 2 nghiệm x_1, x_2 với số α , thường có 2 cách làm sau:

- Một là đặt ẩn phụ $t = x - \alpha$ để đưa về so sánh 2 nghiệm t_1, t_2 với số 0 như trên.

$$\begin{aligned} & x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow x_1 - \alpha < 0 < x_2 - \alpha \Leftrightarrow (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) < 0 \\ \text{○ Hai là biến đổi, chẳng hạn: } & a < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 > a \\ x_2 > a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - a > 0 \\ x_2 - a > 0 \end{cases} \begin{matrix} \text{nhân} \\ + \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - a)(x_2 - a) > 0 \\ x_1 + x_2 - 2a > 0 \end{cases} \end{aligned}$$

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 20. Tìm tham số m để các phương trình sau có 1 nghiệm cho trước. Tính nghiệm còn lại.

a) $x^2 - mx + 21 = 0, \quad x_1 = 7.$

b) $2x^2 - (m + 3)x + m - 1 = 0, \quad x_1 = 3.$

c) $mx^2 - (m + 2)x + m = 1, \quad x_1 = 2.$

d) $(m + 3)x^2 + 2(3m + 1)x = -m - 3, \quad x_1 = 2.$

e) $(4 - m)x^2 + mx + 1 - m = 0, \quad x_1 = 1.$

f) $(2m - 1)x^2 - 4x + 4m - 3 = 0,$ $x_1 = -1.$

g) $(m - 4)x^2 + x + m^2 - 4m + 1 = 0,$ $x_1 = -1.$

h) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0,$ $x_1 = 2.$

Nêu 2 phương pháp giải thường gặp:**Bài 21.** Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm trái dấu:

a) $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0.$

b) $2x^2 + 12x - 15m = 0.$

c) $mx^2 - 2(m - 2)x - 3 = 0.$

d) $(m - 1)x^2 + (2 - m)x - 1 = 0.$

e) $(m + 1)x^2 + 2(m + 4)x + m + 1 = 0.$

f) $x^2 - (2m - 3)x + m^2 - 4 = 0.$

g) $mx^2 + mx - m - 2 = 0.$

h) $mx^2 + 2x + m^2 - 2m = 0.$

i) $(m + 2)x^2 - mx + m - 2 = 0.$

j) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0.$

Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi:**Bài 22.** Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm dương phân biệt:

a) $x^2 - 3x + m - 1 = 0.$

b) $x^2 - 6x + m - 2 = 0.$

c) $x^2 - 2x + m - 1 = 0.$

d) $3x^2 - 10x - 3m + 1 = 0.$

e) $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0.$

f) $x^2 + (2m - 3)x + m^2 + 2 = 0.$

g) $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0.$

h) $mx^2 + (2 - 3m)x - 6 = 0.$

i) $mx^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0.$

j) $x^2 + (2m - 1)x - m = 0.$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt dương khi:**Bài 23.** Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm âm phân biệt:

a) $x^2 - 2(m + 1)x + m + 7 = 0.$

b) $x^2 + 5x + 3m - 1 = 0.$

c) $x^2 + 2x + m + 3 = 0.$

d) $mx^2 + 2(m + 3)x + m = 0.$

e) $(m - 2)x^2 - 2(m + 1)x + m = 0.$

f) $x^2 - 2(m - 1)x - 2m + 1 = 0.$

g) $(m - 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 2 = 0.$

h) $mx^2 - (4m + 1)x + 4m + 2 = 0.$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt đều âm khi:**Bài 24.** Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm cùng dấu:

a) $mx^2 + 2(m + 3)x + m = 0.$

b) $mx^2 - 2(m - 2)x + m - 3 = 0.$

c) $(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + m = 0.$

d) $(m - 1)x^2 + 2(m + 2)x + m - 1 = 0.$

e) $mx^2 + 2(m + 3)x + m = 0.$

f) $(m + 1)x^2 - 2mx + m - 3 = 0.$

Bài 32. Cho phương trình: $(x + 2) \cdot [mx^2 + (m + 3)x - m - 3] = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt và 2 nghiệm đó âm.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có ít nhất một nghiệm dương.

Bài 33. Cho phương trình: $(x^2 - 4x + 1 - m)\sqrt{x - 1} = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 34. Tìm m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện cho trước:

- a) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 8$.
 b) $(m - 1)x^2 - 2(m + 2)x + m + 1 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 18$.
 c) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m + 4 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = 20$.
 d) $(m + 1)x^2 - 2(m - 1)x + m - 2 = 0$, $4(x_1 + x_2) = 7x_1x_2$.
 e) $x^2 + (2m + 1)x - m - 1 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 1$.
 f) $(m - 1)x^2 - (2m + 3)x + m + 10 = 0$, $(x_1 - x_2)^2 + 3x_1 + 3x_2 = 22$.
 g) $(m - 3)x^2 + (2m - 3)x + m + 2 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 - 3x_2 = 28$.
 h) $x^2 - (2m - 1)x + m^2 + 2m - 1 = 0$, $x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2 + 9 = 0$.
 i) $(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x + m + 3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 1$.
 j) $x^2 - (m + 1)x + 12 = 0$, $(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) = 10$.
 k) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3 = 0$, $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = 0$.
 l) $(m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m - 3 = 0$, $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18$.
 m) $(m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 2 = 0$, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$.
 n) $x^2 + 2(m + 3)x + m^2 + 4m + 5 = 0$, $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 6$.
 o) $(m - 1)x^2 + 2(m - 4)x + m - 5 = 0$, $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 3$.
 p) $x^2 - mx + 1 = 0$, $x_1 - x_2 = 1$.
 q) $(m + 1)x^2 - 2(m + 2)x + m - 3 = 0$, $|x_1| - |x_2| = 0$.
 r) $(3m - 1)x^2 + 2(m + 1)x - m + 2 = 0$, $|x_2 - x_1| = \sqrt{2}$.
 s) $x^2 - 3x + m^2 + 2m - 2 = 0$, $4(x_1^2 + x_2^2) = 17|x_1x_2|$.
 t) $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m + 4 = 0$, $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2\sqrt{2}$.

u) $x^2 - 4x + m + 1 = 0,$	$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6}.$
v) $x^2 - 2x + 2m + 1 = 0,$	$4 + \sqrt{x_1 \cdot x_2 + 7} = 3(x_1 + x_2).$
w) $x^2 - 4x + m - 1 = 0,$	$x_1^3 + x_2^3 = 40.$
x) $mx^2 - 2(m + 1)x + m + 3 = 0,$	$x_1^3 + x_2^3 = 2(x_1 + x_2).$
y) $x^2 + 2mx + 4 = 0,$	$x_1^4 + x_2^4 = 2x_1^2 x_2^2.$
z) $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + m - 1 = 0$	$(x_1 + \sqrt{x_1^2 + 1})(x_2 + \sqrt{x_2^2 + 1}) = 1.$
aa) $x^2 - x + m = 0$	$\sqrt{x_1^3 - mx_1 + m^2} + \sqrt{x_2^3 - mx_2 + m^2} = 5.$

Biểu thức có đặc điểm gì thì được gọi biểu thức đối xứng theo 2 biến x_1, x_2 :

.....

Bài toán liên quan đến biểu thức 2 nghiệm đối xứng của x_1, x_2 ta sẽ làm như thế nào ? ...

Bài 35. Tìm m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện cho trước:

a) $x^2 + 2x + m = 0,$	$x_1 - 3x_2 = 0.$
b) $x^2 - 4x + m + 3 = 0,$	$x_1 = 3x_2.$
c) $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 2m + 4 = 0,$	$x_1 = 2x_2.$
d) $x^2 - (2m - 1)x + m + 3 = 0$	$x_2 = 3x_1.$
e) $mx^2 + 2(m - 4)x + m + 7 = 0,$	$x_2 = 2x_1.$
f) $(m + 2)x^2 + 2(m - 1)x - m + 3 = 0,$	$x_1 - 11x_2 = 2.$
g) $x^2 + 2mx + 4 = 0,$	$x_1 = 4x_2 > 0.$
h) $(m - 1)x^2 - 2(m + 4)x + m + 3 = 0,$	$x_1 x_2 + 2x_1 + 1 = 0.$
i) $x^2 - 2(2m - 1)x + 1 - 4m = 0,$	$3x_1 + x_2 = 4.$
j) $x^2 - (3m + 2)x + m^2 = 0$	$x_1 = 9x_2.$
k) $3x^2 + 6mx + 4m^2 = 0,$	$x_1^2 = x_2, (x_1 < x_2).$
l) $x^2 - (m^2 - 3m)x + m^3 = 0,$	$x_1 = x_2^2.$
m) $x^2 - (2m + 1)x - (m^2 + 2) = 0,$	$x_1^2 = x_2^2.$
n) $x^2 - (m + 3)x + 2(m + 2) = 0,$	$2x_1 - x_2 = 0.$
o) $x^2 - (m + 2)x + m(m - 3) = 0,$	$x_1 + 2x_2 = 1.$
p) $3x^2 - 2(m + 1) + 3m - 5 = 0,$	$x_1 = 3x_2.$
q) $\frac{x^2 - 2(2m + 1)x + 3m^2 + 6m}{x - 2} = 0,$	$x_1 + 2x_2 = 16.$

Bài toán liên quan đến biểu thức 2 nghiệm không đối xứng x_1, x_2 ta làm như thế nào ?

.....

Bài 36. Tìm m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện cho trước:

- | | |
|-----------------------------------------------------|-------------------------|
| a) $x^2 + 2mx - m^2 = 0,$ | $x_1 < x_2 < -1.$ |
| b) $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0,$ | $2 < x_1 < x_2.$ |
| c) $x^2 - 2x - m^2 - 2m = 0,$ | $x_1 < 2 < x_2.$ |
| d) $mx^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0,$ | $x_1 < 1 < x_2.$ |
| e) $mx^2 + 2mx + m - 3 = 0,$ | $x_1 \leq x_2 \leq 4.$ |
| f) $(m-1)x^2 + 2mx + m = 0,$ | $-3 \leq x_1 \leq x_2.$ |
| g) $(m^2 - 2m)x^2 + 2(m^2 - m - 1)x + m^2 - 1 = 0,$ | $x_1 \leq -2 \leq x_2.$ |

Nêu 2 phương pháp giải thường gặp:

.....

Bài 37. Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 độc lập với tham số m ?

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------------|
| a) $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 4 = 0.$ | b) $mx^2 - (2m+3)x + m - 4 = 0.$ |
| c) $mx^2 - (2m-1)x + m + 2 = 0.$ | d) $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0.$ |
| e) $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 3 = 0.$ | f) $(m-4)x^2 - 2(m-2)x + m - 1 = 0.$ |
| g) $(m-1)x^2 + 2(m+2)x + m - 4 = 0.$ | h) $mx^2 - (2m-1)x + m + 2 = 0.$ |
| i) $(m+2)x^2 - 2(4m-1) - 2m + 5 = 0.$ | j) $(m+2)x^2 - (2m+1)x + \frac{3m}{4} = 0.$ |

Nêu phương pháp giải:

.....

Bài 38. Tìm tham số m để các phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt trái dấu mà nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương trong các trường hợp sau:

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| a) $(m-3)x^2 + 2(3-m)x + m + 1 = 0.$ | b) $(m+1)x^2 - 2mx + m - 3 = 0.$ |
| c) $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0.$ | d) $x^2 - (m+5)x - m - 6 = 0.$ |

Bài 39. Cho phương trình: $mx^2 - (2m+1)x + m + 3 = 0$ (1) (m : tham số).

- a) Định m để phương trình (1) có nghiệm.

b) Định m nguyên để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm đều nguyên.

Bài 40. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ (1) (m : tham số).

a) Tìm tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu.

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1 < 2 < x_2$.

Bài 41. Cho phương trình: $x^2 - 2(1-m)x + m^2 + 3 = 0$ (1) (m : tham số).

a) Định m để phương trình (1) có một nghiệm $x_1 = 6$. Tính nghiệm còn lại.

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó hãy xác định tham số m để biểu thức $A = 2(x_1 + x_2) - x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất?

Bài 42. Cho phương trình: $x^2 - 2x + 2 - m = 0$ (1) (m : tham số).

a) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu.

b) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó hãy xác định tham số m để biểu thức $A = x_1^2x_2^2 + 3(x_1^2 + x_2^2) - 4$ đạt giá trị nhỏ nhất?

Bài 43. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (1) (m : tham số). Tìm tham số m để phương trình có nghiệm x_1, x_2 (có thể trùng nhau) sao cho:

a) $A = x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) $B = \sqrt{2(x_1^2 + x_2^2) + 16} - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 44. Cho phương trình: $mx^2 - (2m+1)x + m - 5 = 0$ (1) (m : tham số).

a) Tìm tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 phân biệt.

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1x_2 + 16 = 0$.

Bài 45. Cho phương trình: $(2m-3)x^2 - 2(2m+3)x + 1 + 2m = 0$ (1) (m : tham số).

a) Tìm tham số m để phương trình (1) có 1 nghiệm là $x = -1$. Tính nghiệm còn lại.

b) Định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $(5x_1 + 1)(5x_2 + 1) - 13x_1x_2 = 1$.

Bài 46. Tìm tham số m để phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + 9 - 3m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $2(x_1 - x_2)^2 = x_1(2x_2 - 1) + x_2(2x_1 - 1)$.

Bài 47. Cho phương trình: $(m-1)x^2 + (2m-1)x + m - 2 = 0$ (1) (m : tham số).

a) Giải và biện luận phương trình (1).

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ thức: $3x_1 + 3x_2 - 4x_1x_2 = 1$.

Bài 48. Tìm tham số m để phương trình: $\frac{x(x+3m)-1}{x+1} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 49. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (1) (m : tham số).

a) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa: $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - 4$.

b) Định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt dương.

Bài 50. Cho phương trình: $x^2 - (m+5)x + m = 0$ (m : tham số).

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm tham số m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1 + 2x_2 = 5$.

Bài 51. Cho phương trình $x^2 - (2m+2)x + m^2 + 4 = 0$ (m : tham số).

a) Với những giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm ?

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1 = 2x_2$.

Bài 52. Tìm m để phương trình $\frac{(x-3)(mx+3)}{\sqrt{x-1}-1} = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Bài 53. Cho phương trình: $(m^2 - 5m + 6)x^2 - 2(m-3)x + 1 = 0$ (1) (m : tham số).

a) Tìm tham số m để phương trình (1) có đúng 1 nghiệm và tìm nghiệm đó.

b) Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa hệ thức: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{2}$.

Bài 54. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-3)x + m - 6 = 0$ (*)

a) Chứng tỏ rằng phương trình luôn có 1 nghiệm $x_1 = 1$ với mọi m . Tính nghiệm x_2 .

b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$.

c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Bài 55. Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (*)

a) Định m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.

b) Định m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1x_2 = 6 - 2\sqrt{x_1x_2}$.

c) Định m để phương trình (*) có đúng 1 nghiệm dương.

Bài 56. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ (*)

a) Định m để phương trình (*) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.

b) Định m để (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa: $x_1^3 + x_2^3 - 2(x_1 + x_2) = 0$.

- c) Định m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm hệ thức giữa x_1, x_2 độc lập với tham số m .

Bài 57. Cho phương trình: $mx^2 - 2x + 1 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm cùng dương.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm đối nhau.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm là độ dài của 2 cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

Bài 58. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 = 0$ (*)

- a) Tìm m để (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 8$.
 b) Lập một hệ thức liên lạc giữa các nghiệm số của phương trình (*) sao cho hệ thức này không phụ thuộc vào giá trị của tham số m .
 c) Lập một phương trình bậc 2 theo X sao cho phương trình này có 2 nghiệm là $X_1 = 2x_1 + x_2$, $X_2 = x_1 + 2x_2$, trong đó x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*).

Bài 59. Cho phương trình: $x^2 + 2(m+1)x + 2m + 5 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm cùng âm.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm cùng dương.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là độ dài của 2 cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{42}$.
 d) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt sao cho tổng lập phương 2 nghiệm và tổng 2 nghiệm bằng nhau.

Bài 60. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có một nghiệm.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm. Lập một hệ thức liên lạc giữa các nghiệm số của phương trình (*) sao cho hệ thức này không phụ thuộc vào giá trị của m .
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương.
 e) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 , trong đó có một nghiệm nhỏ hơn 1 và nghiệm còn lại lớn hơn 1.
 f) Tìm tham số m để phương trình (*) có đúng 1 nghiệm âm.

Bài 61. Hai nghiệm của phương trình bậc 2 thỏa mãn đồng thời:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 0 \\ mx_1x_2 - x_1 - x_2 = 1 + 2m \end{cases}$$

- a) Hãy lập phương trình thỏa mãn điều kiện trên và ta gọi đây là phương trình (*).

- b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm dương.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm là độ dài của 2 cạnh góc vuông trong một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

Bài 62. Tìm tham số $m > 0$ để phương trình: $2x^2 - (m + 2)x + 7 - m^2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt trái dấu nhau và có giá trị tuyệt đối là nghịch đảo của nhau.

Bài 63. Tìm tham số m nguyên nhỏ nhất sao cho phương trình: $x^2 - 2(m + 2)x + m + 12 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

Bài 64. Tìm số nguyên dương m để phương trình $(m + 1)x^2 - 5mx + 4m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + \frac{1}{2}x_1x_2$ là số nguyên.

Bài 65. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 2m + 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó, hãy chứng minh rằng: $4x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 + x_2) + 5$.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 - 15 = 0$.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 1 nghiệm $x_1 = 2$ và $x_2 > 4$.

Bài 66. Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có nghiệm 2 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối bằng nhau.

Bài 67. Cho phương trình: $2x^2 - (m + 2)x + 7 - m^2 = 0$ (*)

- a) Tìm m để phương trình (*) có nghiệm 2 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm m để (*) có 2 nghiệm trái dấu và có giá trị tuyệt đối là nghịch đảo của nhau.

Bài 68. Cho phương trình: $x^2 - (m + 5)x - m - 6 = 0$ (*)

- a) Tìm m để (*) có 2 nghiệm sao cho nghiệm này lớn hơn nghiệm kia 1 đơn vị.
 b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa: $2x_1 + 3x_2 = 13$.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm trái dấu sao cho nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương.

Bài 69. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 10 = 0$ (*)

- a) Tìm m để (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $P = 10x_1x_2 + x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất.

- b) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) \leq 5$.
 c) Tìm m để phương trình (*) có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $2x_2 - x_1 = 8$.

Bài 70. Cho phương trình: $x^2 - 2x + 3 - m = 0$ (*)

- a) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình (*).
 b) Biện luận theo m số nghiệm $x \in [-1; 2]$ của phương trình (*).
 c) Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện: $x_1^2 + x_2^2 - 15 = 0$.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có đúng 1 nghiệm lớn hơn 2.

§ 4. MỘT SỐ PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HOẶC PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

☆☆☆

Dạng toán 1: Phương trình bậc ba, phương trình bậc bốn

Phương trình trùng phương: $ax^4 + bx^2 + c = 0, (a \neq 0)$ (*)

- Đặt $t = x^2 \geq 0$ thì (*) $\Leftrightarrow at^2 + bt + c = 0$ (**)
 – Để xác định số nghiệm của (*), dựa vào số nghiệm của (**) và dấu của chúng, cụ thể:

- Để (*) vô nghiệm \Leftrightarrow
 - (**) vô nghiệm
 - (**) có nghiệm kép âm.
 - (**) có 2 nghiệm âm
- Để (*) có 1 nghiệm \Leftrightarrow
 - (**) có nghiệm kép $t_1 = t_2 = 0$
 - (**) có 1 nghiệm bằng 0, nghiệm còn lại âm
- Để (*) có 2 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow
 - (**) có nghiệm kép dương
 - (**) có 2 nghiệm trái dấu
- Để (*) có 3 nghiệm \Leftrightarrow (**) có 1 nghiệm bằng 0 và nghiệm còn lại dương.
- Để (*) có 4 nghiệm \Leftrightarrow (**) có 2 nghiệm dương phân biệt.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 71. Tìm tham số m để các phương trình sau có đúng 3 nghiệm phân biệt:

- a) $x^3 - 3x^2 - mx - m + 4 = 0$. b) $x^3 - (2m + 1)x^2 + mx + m = 0$.
 c) $x^3 - 2(m + 1)x^2 + (7m - 2)x + 4 = 6m$. d) $mx^3 - (m - 4)x^2 + (4 + m)x = m$.
 e) $x^3 + (1 - m)x^2 - 3mx + 2m^2 = 0$. f) $x^3 - 2mx^2 + (4 - 3m^2)x + 4m = 0$.
 g) $x^3 - 6x^2 + (9 - 3m)x = 0$. h) $x^3 - (2m + 1)x^2 + 2mx = 0$.

- i) $2x^3 - 3mx^2 + (m - 3)x = 0$. j) $x^3 - 3x^2 - mx + 2 + m = 0$.
 k) $x^3 - 3x^2 - mx + 2m + 4 = 0$. l) $x^3 - 5x^2 + (3 - m)x + 9 - m = 0$.
 m) $x^3 + (5 - m)x^2 + (6 - 5m)x = 6m$. n) $x^3 + (3 - m)x + 2m + 2 = 0$.

Bài 72. Cho phương trình: $x^3 - 2mx^2 + 2mx - 1 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có ít nhất 2 nghiệm.

Bài 73. Cho phương trình: $(1 - m)x^3 + 2mx^2 - mx - 1 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có ít nhất 2 nghiệm.

Bài 74. Cho phương trình: $(m - 1)x^4 - 2x^2 - 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 75. Cho phương trình: $(m - 1)x^4 - 2x^2 - 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 76. Cho phương trình: $mx^4 - 2(m + 1)x^2 + m - 2 = 0$ (*)

- a) Tìm tham số m để phương trình (*) vô nghiệm.
 b) Tìm tham số m để phương trình (*) có nghiệm duy nhất.
 c) Tìm tham số m để phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt.
 d) Tìm tham số m để phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt.
 e) Tìm tham số m để phương trình (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 77. Tìm tham số m để phương trình $x^3 + 3mx^2 - 3x - 3m + 2 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho biểu thức: $P = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 78. Tìm m để phương trình: $(x^2 + 2x - m)(x^2 - 3x + 4m) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt ?

Dạng toán 2: Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối



Để giải phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối, ta tìm cách khử dấu giá trị tuyệt đối bằng cách: dùng

định nghĩa $|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$, hoặc bình phương 2 vế hoặc đặt ẩn phụ.

① **Loại 1:** $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$ hoặc sử dụng định nghĩa: $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \\ A < 0 \\ -A = B \end{cases}$.

② **Loại 2:** $|A| = |B| \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$.

③ **Loại 3:** $a \cdot |A| + b \cdot |B| = C$ dùng phương pháp chia khoảng để giải.

★ **Lưu ý:** Giải và biện luận phương trình $|ax + b| = |cx + d|$ ta làm như sau:

• Phương trình $|ax + b| = |cx + d| \Leftrightarrow \begin{cases} ax + b = cx + d & (1) \\ ax + b = -cx - d & (2) \end{cases}$

- Giải và biện luận từng phương trình (1) và (2).
- Xét trường hợp nghiệm của phương trình (1) trùng với nghiệm phương trình (2).
- Kết luận.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 79. Giải các phương trình sau:

- | | |
|----------------------------------------|----------------------------------------|
| a) $ 2x - 1 = x + 3.$ | b) $ 4x + 7 = 2x + 5.$ |
| c) $ 2x^2 - 3x - 5 = 5x + 5.$ | d) $ x^2 - 4x - 5 = 4x - 17.$ |
| e) $ x - 2 = 3x^2 - x - 2.$ | f) $ 4x + 1 = x^2 + 2x - 4.$ |
| g) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2x - 1 .$ | h) $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} = 3x - 2 .$ |
| i) $\sqrt{25x^2 - 10x + 1} = x + 6 .$ | j) $\sqrt{16x^2 - 8x + 1} = x - 3 .$ |
| k) $ 5x + 1 = 2x - 3.$ | l) $ 3x - 4 = x - 2 .$ |
| m) $ 3x^2 - 2x = 6 - x^2 .$ | n) $ x^2 - 2x = 2x^2 - x - 2 .$ |

Bài 80. Giải các phương trình sau:

- | | |
|--------------------------------------------|----------------------------------------|
| a) $(x - 2) \cdot x - 4 = 1.$ | b) $(x + 3) \cdot x - 1 = 4x.$ |
| c) $x^2 - 5 x - 1 - 1 = 0.$ | d) $x^2 - 2x + x - 1 - 1 = 0.$ |
| e) $(x + 1) \cdot 7 - x - 12 = x^2 - 1.$ | f) $(x + 1) \cdot x - 3 = 4(x - 2).$ |

g) $x^3 + 1 = |2x - 1|(x + 1).$

i) $|x - 2| + |x - 3| = 4.$

k) $\frac{x - 1}{2x - 3} = \frac{1 - 3x}{|x + 1|}.$

m) $\frac{2x + 7}{|x - 1|} = 3x - 1.$

o) $\frac{4x^2 + 2x + |2x + 1|}{4x + 3} = 2x + 1.$

q) $|2x^2 - |x - 1|| = 3x + 1.$

h) $|1 - 2x| - |x + 1| = x + 2.$

j) $|x + 3| + |7 - x| = 10.$

l) $\frac{3x}{|x - 1|} = \frac{x - 2}{x}.$

n) $\frac{x^2 + 3}{|x - 2|} = 3x + 1.$

p) $\frac{x - 1}{x} - \frac{1}{|x + 1|} = \frac{2x - 1}{x^2 + x}.$

r) $|x^2 + |x - 1|| = x + 1.$

Bài 81. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 + 4x - 3|x + 2| + 4 = 0.$

c) $(x^2 - 3)^2 - 6|x^2 - 3| + 5 = 0.$

e) $\left| \frac{2x - 1}{x + 2} \right| - 2 \cdot \left| \frac{x + 2}{2x - 1} \right| = 1.$

g) $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 6 = 0.$

b) $(x + 2)^2 - 3|x + 2| - 4 = 0.$

d) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 2x + 1} + \frac{|2x - 4|}{x - 1} = 3.$

f) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 10 = 2 \cdot \left| x - \frac{1}{x} \right|.$

h) $8x^2 + \frac{2}{x^2} - 9 \cdot \left| 2x - \frac{1}{x} \right| - 1 = 0.$

Bài 82. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{|3x - 1|}{x + 2} = |x - 3|.$

c) $\frac{3}{|x - 4| - 1} = |x + 3|.$

b) $\frac{|5x - 2|}{x + 3} = |x - 2|.$

d) $\frac{x^2 - 1 + |x + 1|}{|x|(x - 2)} = 2.$

Bài 83. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $|3mx - 1| = 5.$

c) $|3x + m| = 2x - 2m.$

e) $|2x + m| = |x - m + 2|.$

g) $|x - m| = |3x + 1|.$

i) $|2mx - 3| = |4x - m - 1|.$

k) $|2x - 1| = |mx + 2|.$

b) $|3mx - 1| = x - 2.$

d) $|3x + 2m| = x - m.$

f) $|3x + m| = |2x - 2m|.$

h) $|mx + 1| = |x - 1|.$

j) $|1 - mx| = |x + m|.$

l) $|mx + 2x - 1| = |x|.$

Bài 84. Tìm tham số m để các phương trình sau có nghiệm duy nhất:

a) $|2x - m| = |x - 1|.$

b) $|mx - 2| = |x + 4|.$

c) $|2x + m| = |2x + 2m - 1|.$

d) $|3mx + 4| = |x + m|.$

e) $|mx + x - 1| = |2x - 2|.$

f) $|x^2 + 2mx + 1| = x + 1.$

Bài 85. Tìm tham số m để các phương trình $|mx + 1| = |2x - m - 3|$ có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 86. Tìm m để các phương trình $x^2 - 2x - 2m|x - 1| + m - 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Bài 87. Giải và biện luận phương trình: $\left| \frac{mx + 1}{x - 1} \right| = m.$

Dạng toán 3: Phương trình chứa dấu căn thức



$$\textcircled{1} \quad \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}.$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}.$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{A} = |B| \Leftrightarrow A = B^2.$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt[3]{A} = B \Leftrightarrow A = B^3.$$

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 88. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x - 1} = |x - 1|.$

b) $\sqrt{3x^2 + 1} = |x + 1|.$

c) $\sqrt{x^2 - x + 2} = |3x - 4|.$

d) $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|.$

e) $\sqrt{x^2 - 3x - 2} = \sqrt{x - 3}.$

f) $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}.$

g) $\sqrt{x - 1} = 2\sqrt{2x + 5}.$

h) $3\sqrt{x - 1} = \sqrt{x^2 + 8x - 11}.$

i) $\sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}.$

j) $\sqrt{x^2 - 3x + 18} = \sqrt{14x + 2}.$

k) $\sqrt{x^2 - 5x + 2} = \sqrt{-x - 1}.$

l) $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{2x + 3} = \sqrt{x^2 + x - 1}.$

m) $\sqrt{x^2 + 6x + \sqrt{x - 2}} = \sqrt{x^3 + \sqrt{x - 2}}.$

n) $\sqrt{7 - x^2 + x\sqrt{x + 5}} = \sqrt{3 - 2x - x^2}.$

Bài 89. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 + x + 1} = 3 - x.$

b) $\sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1.$

c) $2\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + 1 = 3x.$

d) $3\sqrt{3x - 2} = x - 1.$

e) $\sqrt{x^2 - x} = x.$

f) $\sqrt{-x^2 + 4x} = 2x - 2.$

- g) $\sqrt{5 - 3x + x^2} = 1 - 2x$.
 h) $x + \sqrt{4 - x^2} = 2$.
 i) $\sqrt{-x^2 + 4x - 3} = 2x - 5$.
 j) $\sqrt{3x^2 + 5x + 1} + 1 = 4x$.
 k) $\sqrt{2x^2 + 7x - 2} = x$.
 l) $\sqrt{-x^2 + 6x - 5} - 2 = x$.
 m) $x - \sqrt{2x - 5} = 4$.
 n) $3 - \sqrt{x^2 + 3x - 3} = 2x$.
 o) $3\sqrt{18 - 25x + x^2} + 2(3x - 2) = 0$.
 p) $2\sqrt{1 - x^2} = x - 2$.
 q) $2x - \sqrt{2x - 1} = 7$.
 r) $x + \sqrt{4 - x^2} = 2$.
 s) $\sqrt{3x + 1} - x = 1$.
 t) $\sqrt{5x^2 - 21x + 8} = x - 2$.
 u) $9x + \sqrt{3x - 2} = 10$.
 v) $\sqrt{8x^2 - 6x + 1} = 4x - 1$.
 x) $2 + 3x + \sqrt{2x^2 - 3x + 2} = 0$.
 y) $\sqrt{2x^2 - 5x + 1} = x - 1$.
 z) $\sqrt{x^2 - 7x + 10} = 3x - 1$.
 w) $1 - \sqrt{5 - 3x + x^2} = 2x$.

Bài 90. Giải các phương trình sau:

- a) $10x + 15 = 2x^2 + \sqrt{x^2 - 5x - 6}$.
 b) $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$.
 c) $\sqrt{6x^2 - 12x + 7} - x(x - 2) = 0$.
 d) $6x^2 - 9x - 7\sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 3$.
 e) $x^2 - 3x + 3\sqrt{3x^2 - 9x + 7} - 1 = 0$.
 f) $x^2 + x + 2\sqrt{2x^2 + 2x - 3} - 4 = 0$.
 g) $x^2 + 5x + 4 - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 0$.
 h) $5\sqrt{x^2 + 2x - 7} = x^2 + 2x - 3$.
 i) $3x^2 - 12x + 12 = 5\sqrt{10 + 4x - x^2}$.
 j) $2x^2 - 5\sqrt{x^2 - 3x + 5} = 6x - 7$.
 k) $(x + 4)(x + 1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$.
 l) $x^2 + 3x + 3\sqrt{x^2 + 3x} = 10$.
 m) $\sqrt{5x^2 + 10x + 1} = 7 - x^2 - 2x$.
 n) $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = x^2 - 3x - 4$.
 o) $x^2 - 6x + 9 = 4\sqrt{x^2 - 6x + 6}$.
 p) $4\sqrt{x^2 + 7x + 1} = x^2 + 7x + 4$.
 q) $x^2 + x + \sqrt{-x^2 - x - 1} = 4$.
 r) $x^2 + 5x + 4 - 5\sqrt{x^2 + 5x + 28} = 0$.
 s) $(x - 2)(x + 3) + \sqrt{x^2 + x - 2} = 2$.
 t) $(x + 3)(1 - x) = -5\sqrt{x^2 + 2x - 7}$.
 u) $2x(x - 1) + 1 = \sqrt{x^2 - x + 1}$.
 v) $(x + 1)(x - 3)\sqrt{2x - x^2 + 3} = 2 - (x - 1)^2$.
 x) $x(x - 4)\sqrt{-x^2 + 4x} + (x - 2)^2 = 2$.
 y) $(x^2 + 1)^2 = 5 - x\sqrt{2x^2 + 4}$.

Bài 91. Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{x + 1} - \sqrt{x - 1} = 1$.
 b) $\sqrt{2x + 3} + \sqrt{2x + 2} = 1$.
 c) $\sqrt{6x + 1} - \sqrt{2x + 1} = 2$.
 d) $\sqrt{x^2 + 9} - \sqrt{x^2 + 7} = 2$.
 e) $\sqrt{x + 4} - \sqrt{2x - 6} = 1$.
 f) $\sqrt{3x + 7} - \sqrt{x + 1} = 2$.

- g) $\sqrt{3x+4} - \sqrt{x-2} = 3.$ h) $\sqrt{2x+1} = 2 + \sqrt{x-3}.$
 i) $\sqrt{3x+1} = 8 - \sqrt{x+1}.$ j) $\sqrt{x+9} = 5 - \sqrt{2x+4}.$
 k) $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}.$ l) $2\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2\sqrt{2x-1}.$
 m) $\sqrt{4x^2 - 7x - 2} = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1.$ n) $\sqrt{5x-1} = \sqrt{3x-2} - \sqrt{2x-1}.$
 o) $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-4}.$ p) $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = \sqrt{3x-5}.$
 q) $\sqrt{3x-5} + \sqrt{2x+3} = \sqrt{x+2}.$ r) $\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+1} = \sqrt{x+3}.$
 s) $\sqrt{x-2} + \sqrt{x-1} = \sqrt{2x-3}.$ t) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = \sqrt{x+2}.$
 u) $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x+8}.$ v) $\sqrt{3x-3} - \sqrt{5-x} = \sqrt{2x-4}.$
 x) $\sqrt{x-1} = \sqrt{4x+1} - \sqrt{x+2}.$ y) $\sqrt{3x-4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}.$

Bài 92. Giải các phương trình sau:

- a) $3\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} = 2x + \frac{1}{2x} - 7.$ b) $5\sqrt{x} + \frac{5}{2\sqrt{x}} = 2x + \frac{1}{2x} + 4.$
 c) $\sqrt{2x^2 + 8x + 5} + \sqrt{2x^2 - 4x + 5} = 6\sqrt{x}.$ d) $x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} = 3\sqrt{x}.$
 e) $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1.$ f) $x^2 - 6x + x \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 6}{x}} - 6 = 0.$
 g) $\frac{3x^2}{3 + \sqrt{x}} + 6 + 2\sqrt{x} = 5x.$ h) $\frac{x^2}{4 - 3\sqrt{x}} + 8 = 3(x + 2\sqrt{x}).$

Bài 93. Giải các phương trình sau:

- a) $(x-3)\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 2x - 6.$ b) $(x-3)\sqrt{x^2 + 4} = x^2 - 9.$
 c) $(x+3)\sqrt{10 - x^2} = x^2 - x - 12.$ d) $(x-1)\sqrt{2x-3} = x^2 - 4x + 3.$
 e) $(2x-1)\sqrt{x-1} = -2x^2 + 7x - 3.$ f) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x^2 + x} = x.$
 g) $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} - \sqrt{x^2 + x} = 1.$ h) $\sqrt{x^2 - x - 2} - 2\sqrt{x-2} + 2 = \sqrt{x+1}.$

Bài 94. Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} = 3 + \sqrt{(3+x)(6-x)}.$ b) $\sqrt{x-2} - \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x^2 - 4} - 2x + 2.$
 c) $\sqrt{x+2} + \sqrt{5-x} + \sqrt{(x+2)(5-x)} = 4.$ d) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2 + 5x + 3} - 16.$
 e) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{4-x} = 3x + 6\sqrt{5x - 2x^2 + 12} - 23.$ f) $2(\sqrt{x+3} + \sqrt{10-x}) - \sqrt{30 + 7x - x^2} = 4.$
 g) $3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x.$ h) $\sqrt{5+2x} + \sqrt{5-2x} + 5 = 3\sqrt{25 - 4x^2}.$

$$\begin{array}{ll} \text{i)} & 3(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x-2x+11}) = 4\sqrt{2x^2+x}. \\ \text{k)} & \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9+2\sqrt{3x^2-5x+2}. \\ \text{m)} & \sqrt{2-x^2} + x = 2x\sqrt{2-x^2}. \\ \text{o)} & x + \sqrt{26-x^2} + x\sqrt{26-x^2} = 11. \\ \text{q)} & 3x + \sqrt{10-9x^2} = 5-x\sqrt{10-9x^2}. \\ \text{s)} & 2x^2 + x + \sqrt{x^2+3} + 2x\sqrt{x^2+3} = 9. \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{j)} & 3 + 2\sqrt{x-x^2} = 3(\sqrt{x} + \sqrt{1-x}). \\ \text{l)} & x + \sqrt{4-x^2} = 2 + 3x\sqrt{4-x^2}. \\ \text{n)} & x + \sqrt{5-x^2} = 5x\sqrt{5-x^2} - 7. \\ \text{p)} & 2x + \sqrt{5-4x^2} = x\sqrt{5-4x^2} + 2. \\ \text{r)} & x + \sqrt{17-x^2} + x\sqrt{17-x^2} = 9. \\ \text{t)} & x \cdot \sqrt[3]{35-x^3} \cdot (x + \sqrt[3]{35-x^3}) = 30. \end{array}$$

Bài 95. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & 5\sqrt{x+1} - 2\sqrt[3]{7x+6} = 4. \\ \text{c)} & 2\sqrt{6-5x} + 3\sqrt[3]{7-6x} = 5. \\ \text{e)} & \sqrt[3]{3-x} \cdot (\sqrt{x+2} + 1) = x+1. \\ \text{g)} & \sqrt[4]{3x-7} + \sqrt[4]{14x-25} = 3\sqrt[4]{x-2}. \\ \text{i)} & 4\sqrt[3]{(x+2)^2} + 3\sqrt[3]{(2-x)^2} = 7\sqrt[3]{4-x^2}. \\ \text{k)} & \sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} + 3\sqrt[3]{1-x^2} = 5. \\ \text{m)} & 2x^2 - 6x + 10 - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0. \\ \text{o)} & 2(x^2 - x + 6) = 5\sqrt{x^3+8}. \\ \text{q)} & 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 4. \\ \text{s)} & \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2. \\ \text{u)} & 2x^2 + 3x + 7 = (x+5)\sqrt{2x^2+1}. \\ \text{y)} & (4x-1)\sqrt{x^3+1} = 2x^3 + 2x + 1. \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & 2\sqrt{3x+7} - 5\sqrt[3]{x-6} = 4. \\ \text{d)} & \sqrt[3]{7-16x} + 2\sqrt{2x+8} = 5. \\ \text{f)} & \sqrt[4]{56-x} + \sqrt[4]{x+41} = 5. \\ \text{h)} & \sqrt[4]{9x+4} + \sqrt[4]{3x-2} = 2\sqrt[4]{1+6x}. \\ \text{j)} & 2\sqrt[4]{(1+x)^2} + \sqrt[4]{(1-x)^2} = 3\sqrt[4]{1-x^2}. \\ \text{l)} & \sqrt{(1+x)^3} - \sqrt{(1-x)^3} = 2 + \sqrt{1-x^2}. \\ \text{n)} & 3(x^2-1) + 4x = 4x\sqrt{4x-3}. \\ \text{p)} & 5x^2 + 11x - 2 = 2\sqrt{x^3-4x}. \\ \text{r)} & \sqrt{x-1+2\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-1-2\sqrt{x-2}} = 1. \\ \text{t)} & \sqrt{x+\sqrt{14x-49}} + \sqrt{x-\sqrt{14x-49}} = \sqrt{14}. \\ \text{x)} & x^2 - 4x + (x-3)\sqrt{x^2-x-1} - 1 = 0. \\ \text{z)} & x^3 + 6x^2 - 2x + 3 - (5x-1)\sqrt{x^3+3} = 0. \end{array}$$

Bài 96. Giải các phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \sqrt{x+1} + 1 = 4x^2 + \sqrt{3x}. \\ \text{c)} & \sqrt{2x^2+x+9} + \sqrt{2x^2-x+1} = x+4. \\ \text{e)} & \sqrt[3]{x^2-x-1} + x^2 + 2 = \sqrt[3]{2x-3} + 3x. \\ \text{g)} & \sqrt[3]{x-9} + 2x^2 + 3x = \sqrt{5x-1} + 1. \\ \text{i)} & \sqrt{x+1} - 2\sqrt{4-x} = \frac{5 \cdot (x-3)}{\sqrt{2x^2+18}}. \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{b)} & 3 \cdot (2 + \sqrt{x-2}) = 2x + \sqrt{x+6}. \\ \text{d)} & \sqrt{x^2+15} = 3x-2 + \sqrt{x^2+8}. \\ \text{f)} & \sqrt[3]{x+6} + \sqrt{x-1} = x^2-1. \\ \text{h)} & \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0. \\ \text{j)} & x^3 + 5x^2 + 6x = (x+2)(\sqrt{2x+2} + \sqrt{5-x}). \end{array}$$

§ 5. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN



HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

① **Định nghĩa:**

Hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn x và y là hệ có dạng (I):
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 & (1) \\ a_2x + b_2y = c_2 & (2) \end{cases}$$
 với:

$\begin{cases} a_1^2 + b_1^2 \neq 0 \\ a_2^2 + b_2^2 \neq 0 \end{cases}$. Cặp số $(x_0; y_0)$ đồng thời thỏa (1) và (2) được gọi là nghiệm của hệ.

② **Công thức nghiệm:** Quy tắc Crame.

Ký hiệu: $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$, $D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1b_2 - c_2b_1$, $D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1c_2 - a_2c_1$.

	Xét D	Kết quả
	$D \neq 0$	Hệ có nghiệm duy nhất: $x = \frac{D_x}{D}$; $y = \frac{D_y}{D}$.
$D = 0$	$D_x \neq 0$ hoặc $D_y \neq 0$	Hệ vô nghiệm.
	$D_x = D_y = 0$	Hệ có vô số nghiệm.

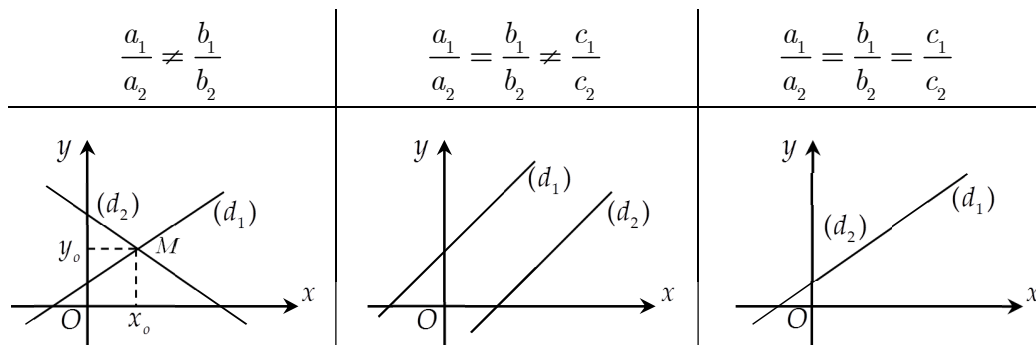
Để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta có thể dùng các cách giải đã biết như: phương pháp thế, phương pháp cộng đại số.

③ **Biểu diễn hình học của tập nghiệm:**

Nghiệm $(x; y)$ của hệ (I) là tọa độ điểm $M(x; y)$ thuộc cả 2 đường thẳng:

$(d_1): a_1x + b_1y = c_1$ và $(d_2): a_2x + b_2y = c_2$.

- Hệ (I) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (d_1)$ và (d_2) cắt nhau.
- Hệ (I) vô nghiệm $\Leftrightarrow (d_1)$ và (d_2) song song với nhau.
- Hệ (I) có vô số nghiệm $\Leftrightarrow (d_1)$ và (d_2) trùng nhau. 0



Nghiem duy nhất	Vô nghiệm	Vô số nghiệm
-----------------	-----------	--------------

BÀI TẬP VẬN DỤNG**Bài 97.** Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{8}{y} = 18 \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = 51 \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{10}{x-1} + \frac{1}{y+2} = 1 \\ \frac{25}{x-1} + \frac{3}{y+2} = 2 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{27}{2x-y} + \frac{32}{x+3y} = 7 \\ \frac{45}{2x-y} - \frac{48}{x+3y} = -1 \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y-1} = 3 \\ \frac{2}{x} - \frac{2}{y-1} = 4 \end{cases}.$$

$$\text{e) } \begin{cases} \frac{3x-6}{y+1} + \frac{x}{y-2} = 1 \\ \frac{x-2}{y+1} + \frac{3x}{y-2} = 7 \end{cases}.$$

$$\text{f) } \begin{cases} 3(x+y) + 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) = 6 \\ 3(x-y) + 2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 4 \end{cases}.$$

$$\text{g) } \begin{cases} 2|x-6| + 3|y+1| = 5 \\ 5|x-6| - 4|y+1| = 1 \end{cases}.$$

$$\text{h) } \begin{cases} 2|x+y| - |x-y| = 9 \\ 3|x+y| + 2|x-y| = 17 \end{cases}.$$

$$\text{i) } \begin{cases} 8x^2 + 3y^2 = 7 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}.$$

$$\text{j) } \begin{cases} \sqrt{5x^2 + y^2} - 6 = 0 \\ x^2 - \sqrt{5y^2} = -6 \end{cases}.$$

Bài 98. Giải và biện luận các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = m \end{cases}.$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + my = -3 \\ mx - 4y = m + 4 \end{cases}.$$

$$\text{c) } \begin{cases} mx - y + 1 = 0 \\ x + my + 2 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{d) } \begin{cases} (m-1)x - y = m + 2 \\ (m+1)x + 2y = m - 5 \end{cases}.$$

$$\text{e) } \begin{cases} 2x + my = m^2 \\ x + y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{f) } \begin{cases} mx + my = m - 1 \\ (m-1)x + 2my = m + 1 \end{cases}.$$

$$\text{g) } \begin{cases} mx + (m-1)y = m + 1 \\ 2x + my = 2 \end{cases}.$$

$$\text{h) } \begin{cases} mx + (m-2)y = 5 \\ (m+2)x + (m+1)y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{i) } \begin{cases} (m-1)x + 2y = 3m - 1 \\ (m+2)x - y = 1 - m \end{cases}.$$

$$\text{j) } \begin{cases} (m+4)x - (m+2)y = 4 \\ (2m-1)x + (m-4)y = m \end{cases}.$$

k)
$$\begin{cases} (m+1)x - 2y = m - 1 \\ m^2x - y = m^2 + 2m \end{cases}$$

l)
$$\begin{cases} mx + 2y = m + 1 \\ 2x + my = 2m + 5 \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$$

n)
$$\begin{cases} 2m^2x + 3(m+1)y = 3 \\ m(x+y) - 2y = 2 \end{cases}$$

o)
$$\begin{cases} ax + by = a^2 + b^2 \\ bx + ay = 2ab \end{cases}$$

p)
$$\begin{cases} ax - by = a^2 - b \\ bx - b^2y = 4b \end{cases}$$

r)
$$\begin{cases} m(m-1)x + m(m+1)y = m^3 + 2 \\ (m^2-1)x + (m^3+1)y = m^4 - 1 \end{cases}$$

s)
$$\begin{cases} mx - 2y = m - 2 \\ (m-1)^2x - y = m^2 - 1 \end{cases}$$

Hãy viết biểu thức của các định thức:

Bài 99. Tìm tham số m để các hệ phương trình sau đây có nghiệm duy nhất $(x; y)$. Khi đó hãy tìm hệ thức liên hệ giữa x và y độc lập với tham số m .

a)
$$\begin{cases} mx + y = 3 \\ x + my = 2m + 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ x + 4(m+1)y = 4m \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} mx + y = 2m \\ x + my = m + 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} mx - y + 1 = 0 \\ x + my + 2 = 0 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} mx + (m+2)y = 2 \\ x + my = m \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 4x - my = 4 \\ mx + 4y = 2m + 2 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 6mx + (2-m)y = 3 \\ (m-1)x - my = 2 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} mx + 2(m-1)y = 2 \\ 2x + my = m \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} mx - (m-1)y = 0 \\ (m-1)x - my = 2m - 3 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} m^2x + (2-m)y = 4 + m \\ mx + (2m-1)y = m - 2 \end{cases}$$

Hệ phương trình bậc nhất có nghiệm duy nhất khi nào ?

Nêu phương pháp tìm hệ thức độc lập:

Bài 100. Tìm tham số m để các phương trình sau có vô số nghiệm.

a)
$$\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m + 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + my = 3m \\ mx + y = 2m + 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} mx + 4y = 2m + 3 \\ (m + 1)x = 6y \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 4y = m + 1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} my - 4x = m + 1 \\ (m + 6)x + 2y = 3 + m \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} mx + 2y = m^2 \\ 2x + my = 4 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 2x + my = m + 2 \\ (m + 1)x + 2my = 2m + 4 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} ax + y = a + b \\ x + 2y = a \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} a^2x - by = a^2 - b \\ bx - b^2y = 2 + 4b \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} (a^2 + b^2)x + (a^2 - b^2)y = a^2 \\ (a + b)x + (a - b)y = a + 1 \end{cases}$$

Hệ phương trình bậc nhất có vô số nghiệm khi:.....

Bài 101. Tìm tham số m để các hệ phương trình sau vô nghiệm.

a)
$$\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m + 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ 2x + y = m - 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = -1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m + 3 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} (m + 1)x + my = 2m \\ (3m + 3)x + (m - 1)y = 3m - 1 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} mx + 4y = 2m + 3 \\ (m + 1)x = 6y \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} 3x + 2my = 1 \\ 3(m - 1)x - my = 1 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} 2m^2 + 3(m - 1)y = y \\ m(x + y) - 2y = 2 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} m^2x + (2 - m)y = 4 + m^3 \\ mx + (2m - 1)y = m^5 - 2 \end{cases}$$

Hệ phương trình bậc nhất có vô số nghiệm khi:.....

Bài 102. Tìm tham số m để các hệ phương trình sau có nghiệm.

a)
$$\begin{cases} 3x - my = 1 \\ -mx + 3y = m - 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} (m + 2)x + 3y = 3m + 9 \\ x + (m + 4)y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} mx + 2y = m \\ (m - 1)x + (m - 1)y = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} (2m - 1)x - y = 1 \\ x + (m + 1)y = -1 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} (m+1)x + 2my - 2 = 0 \\ 2mx + (m+1)y = 2m \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} mx + my = m - 1 \\ (m-1)x + 2my = m + 1 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} (m+1)x - y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} x - my = 0 \\ mx - y = m + 1 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} (m+3)x + (m-3)y = 2m \\ (m^2+9)x + (m^2-9)y = 2m^2 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} m(m-1)x + m(m+1)y = m^3 + 2 \\ (m^2-1)x + (m^3+1)y = m^4 - 1 \end{cases}$$

Hệ phương trình bậc nhất có vô số nghiệm khi:.....

Bài 103. Tìm tham số m nguyên để các hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất $(x; y)$ nguyên.

a)
$$\begin{cases} 2mx + 3y = m \\ x + y = m + 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} mx + y = 2m \\ x + my = m + 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} mx + 2y = m \\ (m-1)x + (m-1)y = 1 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + my = 1 \\ x + y = m \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} mx + 2y = m \\ (m-1)x + (m-1)y = 1 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} mx + 2y + 3 = 0 \\ 3mx + y = 4m \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} mx - y = 1 \\ x + 4(m+1)y = 4m \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} mx + y = 6 \\ x + my - 2m + 1 = 0 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} 2x + (m+1)y = 7 \\ mx + (m^2-1)y = 5m - 3 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} (m+1)x + y = 2m + 2 \\ x + (m+1)y = m + 2 \end{cases}$$

Nêu phương pháp tìm nghiệm nguyên:

Bài 104. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (m+1)x - my = 3m + 2 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases}$$
 (m là tham số).

a) Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$.

b) Tìm m để x_0, y_0 thỏa mãn điều kiện: $|2x_0 - y_0| = 3$.

Bài 105. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 3m + 1 \\ x - my = 2 - m - m^2 \end{cases}$$
. Chứng tỏ hệ có nghiệm duy nhất $(x_0; y_0)$ với mọi giá trị của m . Tìm m để x_0, y_0 thỏa mãn điều kiện: $y_0^2 = 2x_0$.

Bài 106. Định tham số m để hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + (3m - 2)y = 7 \\ 2x + (m + 1)y = 5m + 9 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện: $x + y = 41$.

Bài 107. Cho hệ:
$$\begin{cases} (m + 1)x + y = 3 - m \\ x + (m + 1)y = 3m + 1 \end{cases}$$
. Tìm m thì hệ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ để $x \leq y$.

Bài 108. Tìm m để hệ phương trình
$$\begin{cases} x + (m + 2)y = 2m + 2 \\ mx + 2y = m^2 + 2 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất thỏa $x \geq y$.

Bài 109. Tìm m để các hệ phương trình sau có nghiệm $(x; y)$ sao cho biểu thức $P = x^2 + y^2$ có giá trị nhỏ nhất?

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ -x + 2y = m \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x - 2y = 4 - m \\ 2x + y = 3m + 3 \end{cases}$$

Bài 110. Tìm tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm nguyên dương:

a)
$$\begin{cases} mx + y - 3 = 0 \\ x + my - 2m - 1 = 0 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} (m + 1)x - 2y = m - 1 \\ m^2x - y = m^2 + 2m \end{cases}$$

Bài 111. Tìm tham số m để hệ phương trình
$$\begin{cases} m|x| + (m - 1)(y - 2) = m - 1 \\ (m - 3)|x| + 2(y - 2) = 2m - 4 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất. Khi đó hãy tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức:

a) $A = (x - 2y + 1)^2 + (2x + my + 5)^2$. b) $B = |2x + y - 3| + |x + my + 1|$.

§ 6. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI HAI ẨN SỐ

☆☆☆

HỆ GỒM 1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT VÀ 1 PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI	
<ul style="list-style-type: none"> • Dạng tổng quát: $\begin{cases} ax + by = c & (1) \\ dx^2 + exy + fy^2 + gx + hy = i & (2) \end{cases}$ • Phương pháp giải: Từ phương trình bậc nhất (1), rút x theo y (hoặc y theo x) và thế vào phương trình còn lại (2) để giải tìm x (hoặc tìm y). 	
HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI I	
<ul style="list-style-type: none"> • Dấu hiệu nhận dạng: Khi thay đổi vị trí x và y cho nhau thì hệ không thay đổi và trật tự các phương trình cũng không thay đổi. • Phương pháp giải: Biến đổi về dạng tổng và tích 2 biến. Đặt $S = x + y$, $P = xy$. 	

Giải hệ với ẩn S, P với điều kiện có nghiệm $(x; y)$ là $S^2 \geq 4P$.

Tìm nghiệm $(x; y)$ bằng cách thế vào phương trình $X^2 - SX + P = 0$.

★ Một số biến đổi để đưa về dạng tổng – tích thường gặp:

- $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$.
- $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$.
- $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$.
- $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$.
- $x^4 + y^4 + x^2y^2 = (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) = \dots\dots\dots$

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI II

- **Dấu hiệu nhận dạng:** Thay đổi vị trí x và y cho nhau thì hệ phương trình không thay đổi và trật tự các phương trình thay đổi (phương trình này trở thành phương trình kia).
- **Phương pháp giải:** Lấy vế trừ vế và phân tích thành nhân tử, lúc nào cũng đưa được về dạng $(x - y) \cdot f(x) = 0$, tức luôn có $x = y$.
- ★ **Lưu ý:** Đối với hệ đối xứng loại II chứa căn thức, sau khi trừ ta thường liên hợp.

HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI

- **Dạng tổng quát:**
$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2 \end{cases} \quad (i)$$
- **Phương pháp giải:** $(i) \Leftrightarrow \begin{cases} d_2(a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2) = d_1 \cdot d_2 & (1) \\ d_1(a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2) = d_1 \cdot d_2 & (2) \end{cases}$

Lấy (1) - (2) $\Rightarrow (a_1d_2 - a_2d_1) \cdot x^2 + (b_1d_2 - b_2d_1) \cdot xy + (c_1d_2 - c_2d_1) \cdot y^2 = 0$. Đây là phương trình đẳng cấp bậc hai nên sẽ tìm được mối liên hệ x, y .

BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 112. Giải các hệ phương trình sau:

- | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) $\begin{cases} 4x^2 - 3xy + y^2 = 1 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$</p> | <p>b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}$</p> |
| <p>c) $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - x - y = 6 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$</p> | <p>d) $\begin{cases} 3x - 4y + 1 = 0 \\ xy = 3(x + y) - 9 \end{cases}$</p> |
| <p>e) $\begin{cases} \sqrt{2x - y + 3} = 2 \\ x^2 + y^2 - xy = 19 \end{cases}$</p> | <p>f) $\begin{cases} 2x^2 - 6x + 2\sqrt{y - 1} = -1 \\ x(3 - x)\sqrt{y - 1} = 3 \end{cases}$</p> |

$$\begin{array}{ll} \text{g)} \begin{cases} 4x^2 - 3xy + y^2 = 1 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0 \\ x + y + 8 = 0 \end{cases} \\ \text{i)} \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x^2 + 2y^2 - 2xy = 5 \end{cases} & \text{j)} \begin{cases} 2x^2 - xy + 3y^2 = 7x + 12y - 1 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \\ \text{k)} \begin{cases} x^2 - xy + 3y^2 + 2x - 5y = 4 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases} & \text{l)} \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases} \\ \text{m)} \begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ y^2 - x^2 + 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases} & \text{n)} \begin{cases} 4x + 9y = 6 \\ 3x^2 + 6xy + 3y - x = 0 \end{cases} \\ \text{o)} \begin{cases} 9x^2 + 4y^2 + 6xy + 42x + 135 = 40y \\ 3x - 2y + 9 = 0 \end{cases} & \text{p)} \begin{cases} 7x^2 + 9y^2 + 5x + 3y + 5 = 12xy \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \\ \text{q)} \begin{cases} (2x + 3y - 2)(x - 5y - 3) = 0 \\ x - 3y - 1 = 0 \end{cases} & \text{r)} \begin{cases} (x + 2y + 1)(x + 2y + 2) = 0 \\ xy + y^2 + 3y + 1 = 0 \end{cases} \\ \text{s)} \begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{y+2} = 1 \\ x + y = 10 \end{cases} & \text{t)} \begin{cases} x + \sqrt{y+3} = 4 \\ y + \sqrt{x+2} = 3 \end{cases} \\ \text{u)} \begin{cases} \sqrt{x-4} + \sqrt{y-1} = 4 \\ x + y = 15 \end{cases} & \text{x)} \begin{cases} 2x + \sqrt{y-2} + 4 = 0 \\ 2y + \sqrt{x+2} = 4 \end{cases} \\ \text{y)} \begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{2x+y+2} = 7 \\ 3x + 2y = 23 \end{cases} & \text{z)} \begin{cases} \sqrt{2x+y+1} - \sqrt{x+y} = 1 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \end{array}$$

Bài 113. Giải các hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + x + y = 8 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x + xy + y = 11 \\ x^2 + y^2 - xy - 2(x + y) = -31 \end{cases} \\ \text{c)} \begin{cases} xy + x + y = 3 \\ x^2 + y^2 + x + y = 12 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + y + xy = 3 \\ x^2y + y^2x = 2 \end{cases} \\ \text{e)} \begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ x + y + xy = 11 \end{cases} & \text{f)} \begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ x + y + 2xy = 2 \end{cases} \\ \text{g)} \begin{cases} x^3 + x^3y^3 + y^3 = 17 \\ x + xy + y = 5 \end{cases} & \text{h)} \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 2 \\ x^3 + y^3 + x^2y^2 + xy = 1 \end{cases} \end{array}$$

$$i) \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 13 \\ x^4 + y^4 + x^2y^2 = 91 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 7 \\ x^4 + y^4 + x^2y^2 = 21 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} x + xy + y = 17 \\ x^3 + y^3 - 10xy = 33 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 4 \\ x(x + y + 1) + y(y + 1) = 2 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ x + y - \sqrt{xy} = 4 \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \\ x + y - \sqrt{xy} = 1 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6 \\ x^2y + y^2x = 20 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{y-1} = 3 \\ x + y = 5 + \sqrt{(x-1)(y-1)} \end{cases}$$

$$q) \begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} 2(x + y) = 3(\sqrt[3]{x^2y} + \sqrt[3]{xy^2}) \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 6 \end{cases}$$

$$s) \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{2xy} = 8\sqrt{2} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2 + xy} + 3\sqrt{xy} = 4\sqrt{3} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$u) \begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 35 \end{cases}$$

$$x) \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{7}{\sqrt{xy}} + 1 \\ x\sqrt{xy} + y\sqrt{xy} = 78 \end{cases}$$

$$y) \begin{cases} xy(x - y) = -2 \\ x^3 - y^3 = 2 \end{cases}$$

$$z) \begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Bài 114. Giải các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} x^2 = 3x + 2y \\ y^2 = 3y + 2x \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 2x + y \\ y^2 - 2x^2 = 2y + x \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x^2 = 13x + 4y \\ y^2 = 13y + 4x \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} xy + x^2 = 1 + y \\ xy + y^2 = 1 + x \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 3x - 2 \\ 2y^2 - x^2 = 3y - 2 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 2x = y^2 - 4y + 5 \\ 2y = x^2 - 5x + 5 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} xy + x^2 = 1 + y \\ xy + y^2 = 1 + x \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} (4x + 2)^2 = 2y + 15 \\ (4y + 2)^2 = 2x + 15 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} x + y^2 = y^3 \\ y + x^2 = x^3 \end{cases}$$

j)
$$\begin{cases} x^3 = 2x + y \\ y^3 = 2y + x \end{cases}$$

k)
$$\begin{cases} 2x^3 + x^2y = 3 \\ 2y^3 + xy^2 = 3 \end{cases}$$

l)
$$\begin{cases} x^3 + 2x = y \\ y^3 + 2y = x \end{cases}$$

m)
$$\begin{cases} x - 3y = \frac{4y}{x} \\ y - 3x = \frac{4x}{y} \end{cases}$$

n)
$$\begin{cases} 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \\ 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \end{cases}$$

o)
$$\begin{cases} 2x^2 = y + \frac{1}{y} \\ 2y^2 = x + \frac{1}{x} \end{cases}$$

p)
$$\begin{cases} \frac{2x}{y^2 + 1} + 3xy = 4 \\ \frac{2y}{x^2 + 1} + 3xy = 4 \end{cases}$$

q)
$$\begin{cases} (5x - 4y)(3x + 2y) = 7y - 2x \\ (5y - 4x)(3y + 2x) = 7x - 2y \end{cases}$$

r)
$$\begin{cases} (6x + 4y)(x^2 + y^2 - 1) = 5y(x^2 + 1) \\ (6y + 4x)(x^2 + y^2 - 1) = 5x(y^2 + 1) \end{cases}$$

s)
$$\begin{cases} (x - 1)(y^2 + 6) = y(x^2 + 1) \\ (y - 1)(x^2 + 6) = x(y^2 + 1) \end{cases}$$

t)
$$\begin{cases} x^4 + y^2 - xy^3 - \frac{9}{8}x = 0 \\ y^4 + x^2 - yx^3 - \frac{9}{8}y = 0 \end{cases}$$

u)
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{7-y} = 4 \\ \sqrt{y+1} + \sqrt{7-x} = 4 \end{cases}$$

x)
$$\begin{cases} x^2 + \sqrt{x} = 2y \\ y^2 + \sqrt{y} = 2x \end{cases}$$

y)
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2\sqrt{x} = 3 + \sqrt{y} \\ \sqrt{y^2 + 3} + 2\sqrt{y} = 3 + \sqrt{x} \end{cases}$$

z)
$$\begin{cases} x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2} = 2 \\ x\sqrt{1+x^2} + y\sqrt{1+y^2} = 2 \end{cases}$$

Bài 115. Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2x^2 - 4xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 + 2xy + 2y^2 = 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y^2 - 3xy = 4 \\ x^2 - 4xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x^2 + 5xy - 4y^2 = 38 \\ 5x^2 - 9xy - 3y^2 = 15 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + 3y^2 = 9 \\ x^2 - 4xy + 5y^2 = 5 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 3x^2 - 8xy + 4y^2 = 0 \\ 5x^2 - 7xy - 6y^2 = 0 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$$

g)
$$\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 17 \end{cases}$$

h)
$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + 2y^2 - 4 = 0 \\ x^2 + 5xy - 3y^2 + 1 = 0 \end{cases}$$

i)
$$\begin{cases} x^3 - 8x = y^3 + 2y \\ x^2 - 3y^2 = 6 \end{cases}.$$

k)
$$\begin{cases} 5x^2 - 3y = x - 3xy \\ x^3 - x^2 = y^2 - 3y^3 \end{cases}.$$

j)
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2 \end{cases}.$$

l)
$$\begin{cases} 2x^3 - 9y^3 = (x - y)(2xy + 3) \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}.$$