

## CHỦ ĐỀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

### 1. Bất phương trình hữu tỉ

**Phương pháp giải:** Chuyển toàn bộ các số hạng sang một vế > quy đồng > xét dấu.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1} < 1 & \text{b) } \frac{x^2-x+2}{x-2} \geq 2x-1 & \text{c) } \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} > \frac{3}{x+3} \\ \text{d) } \frac{6x^2-28x+24}{x^2-5x+6} \leq x & \text{e) } \frac{1}{3x-2-x^2} > \frac{3}{7x-4-3x^2} & \text{f) } \frac{2-x}{x^3+x^2} > \frac{1-2x}{x^3-4x^2} \end{array}$$

### 2. Một số bất phương trình có ẩn trong dấu trị tuyệt đối

**Phương pháp giải:** Dùng tính chất của trị tuyệt đối để khử dấu |.|

**Một số dạng đặc biệt:**  $|f| \leq g \Leftrightarrow \begin{cases} f \leq g \\ -f \leq g \end{cases}$  ;  $|f| \geq g \Leftrightarrow \begin{cases} f \geq g \\ -f \geq g \end{cases}$  ;  $|f| \leq |g| \Leftrightarrow f^2 \leq g^2$

$$\begin{array}{lll} \text{a) } |2x-1|-x \leq 2 & \text{b) } |x^2-2x|+x^2-4 > 0 & \text{c) } |x-6| < x^2-5x+9 \\ \text{d) } |x^2-2x-8|-2x > 0 & \text{e) } |x^3-7x-3| < x^3+x^2+3 & \text{f) } \left| 1 - \frac{|x|}{1+|x|} \right| \geq \frac{1}{2} \end{array}$$

Xét dấu rồi khử dấu |.| để giải các bất phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{g) } |x| \geq 2|x-4|+x-1 & \text{h) } |x|+|x-1| \geq x-2 & \text{i) } |x-1|+|2x-4| \leq |x+2| \end{array}$$

### 3. Tìm điều kiện tham số để bất phương trình $ax+b < 0$ vô nghiệm / tập nghiệm bằng $\mathbb{R}$

Phương pháp giải:  $ax+b < 0$  vô nghiệm khi  $\begin{cases} a=0 \\ b \geq 0 \end{cases}$  ; có tập nghiệm bằng  $\mathbb{R}$  khi  $\begin{cases} a=0 \\ b < 0 \end{cases}$

a) Tìm  $m$  để bất phương trình có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ :  $(m-2)x - m^2 + 3m + 4 > 0$

b) Tìm  $m$  để bất phương trình có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ :  $(m^2-m)x + m \leq 2x + 1$

c) Cho bất phương trình  $(3-m)x + m^2 - 5m + 6 > 0$ . Hãy tìm điều kiện  $m$  để bất phương trình

- Có tập nghiệm bằng  $\mathbb{R}$ .      - Có tập nghiệm là  $(-1; +\infty)$       - Đúng với mọi  $x < 0$

d). Tìm  $m$  để bất phương trình vô nghiệm:  $(a^2-4)x + ab^2 - ab + 4 < 0$

### 4. Tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$

**Định lý về dấu cần ghi nhớ:**

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta < 0 \rightarrow a.f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ \Delta = 0 \rightarrow a.f(x) > 0 \quad \forall x \neq \frac{-b}{2a} \\ \Delta > 0 \rightarrow a.f(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty) \\ \rightarrow a.f(x) < 0 \quad \forall x \in (x_1; x_2) \end{array} \right.$$

Giải các bất phương trình sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{3x-2-x^2} > \frac{3}{7x-4-3x^2} & \text{b) } \frac{2x^2+18x-4}{x^2+9x+8} > 2 & \text{c) } \frac{x^3+3x^2-5x-15}{x^2+x-6} < 0 \\ \text{d) } \frac{4x^3-4x^2-7x-2}{x^4+1} < 0 & \text{e) } \frac{x^3-3x^2-2x+6}{x^2-3x} < 1 & \text{f) } x^2+x < \frac{42}{x^2+x+1} \end{array}$$

**5. Hệ bất phương trình bậc hai**  $\begin{cases} ax^2 + bx + c > 0 & \rightarrow S_1 \\ a'x^2 + b'x + c' > 0 & \rightarrow S_2 \end{cases} \rightarrow S = S_1 \cap S_2$

Giải các hệ bất phương trình sau:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} 2x^2 + 9x + 7 > 0 \\ x^2 + x - 6 \leq 0 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 2x^2 + 2x < 5x \\ x^2 \geq x \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} \frac{x^2 + x - 4}{x} < 1 \\ x^2 < 64 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} \frac{x+3}{3-x} < 2 \\ x^2 < 16x \\ 4 > x^2 \end{cases} \end{array}$$

**6. Tìm điều kiện để bất phương trình bậc hai**  $ax^2 + bx + c > 0$  **vô nghiệm / tập nghiệm bằng**  $\mathbb{R}$   
**Kiến thức nền cần ghi nhớ:** Cho tam thức  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Khi đó ta có:

$$\boxed{f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}} ; \boxed{f(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}}$$

Hãy tìm  $m$  để các bất phương trình sau nghiệm đúng với mọi  $x$

$$\begin{array}{lll} \text{a)} x^2 + 2(m+2)x + 2m^2 + 3m + 4 > 0 & \text{b)} mx^2 - 2(m-1)x + 4m < 0 & \text{c)} (1-3m)x^2 - 2mx + 1 - m \geq 0 \\ \text{d)} \frac{x^2 - x + 10}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0 & \text{e)} mx^2 - (2m-1)x + m + 1 \leq 0 & \text{f)} m(m+2)x^2 + 2mx + 2 \geq 0 \end{array}$$

Hãy tìm  $m$  để các bất phương trình sau vô nghiệm:

$$\text{g)} x^2 - x - m \leq 0 \qquad \text{h)} mx^2 - 10x - 2 \geq 0 \qquad \text{i)} (m^2 + 2m - 8)x^2 + 2(m+2)x + 2 < 0$$

j) Tìm  $m$  để bất phương trình  $(m-1)x^2 - 2mx - 3m > 0$  có nghiệm.

k) Tìm  $m$  để mọi  $x \in [-1; 1]$  là nghiệm của bất phương trình  $x^2 - (m^2 + m - 1)x + m^3 - m^2 \leq 0$

l) Tìm  $m$  để mọi  $x \in [2; 5]$  đều là nghiệm của bất phương trình  $x^2 - (m^2 + m + 2)x + m^3 + 2m \leq 0$

**7. Cho phương trình**  $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ . **Tìm điều kiện  $m$  để**

- Phương trình vô nghiệm
- Phương trình chỉ có nghiệm âm.
- Phương trình chỉ có nghiệm dương.

**8. Với giá trị nào của  $a$  thì phương trình có 2 nghiệm trái dấu:**

$$(a^2 - a - 2)x^2 + 2ax + a^3 - 27 = 0$$

Name:..... class: .....