

.....

d) $y = \frac{x}{3} + \frac{5}{2x-1}; x > \frac{1}{2}$

e) $y = \frac{x}{1-x} + \frac{5}{x}; 0 < x < 1$

f) $y = \frac{x^3+1}{x^2}; x > 0$

g) $y = \frac{x^2+4x+4}{x}; x > 0$

h) $y = x^2 + \frac{2}{x^3}; x > 0$

HD: a) $Min y = 6$ khi $x = 6$

b) $Min y = \frac{3}{2}$ khi $x = 3$

c) $Min y = \sqrt{6} - \frac{3}{2}$ khi $x = \frac{\sqrt{6}}{3} - 1$

d) $Min y = \frac{\sqrt{30}+1}{3}$ khi $x = \frac{\sqrt{30}+1}{2}$

e) $Min y = 2\sqrt{5} + 5$ khi $x = \frac{5-\sqrt{5}}{4}$

f) $Min y = \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$ khi $x = \sqrt[3]{2}$

g) $Min y = 8$ khi $x = 2$

h) $Min y = \frac{5}{\sqrt[5]{27}}$ khi $x = \sqrt[5]{3}$

Bài 6. Áp dụng BĐT Cô-si để tìm GTLN của các biểu thức sau:

a) $y = (x+3)(5-x); -3 \leq x \leq 5$

.....

b) $y = x(6 - x); 0 \leq x \leq 6$

c) $y = (x + 3)(5 - 2x); -3 \leq x \leq \frac{5}{2}$ d) $y = (2x + 5)(5 - x); -\frac{5}{2} \leq x \leq 5$

e) $y = (6x + 3)(5 - 2x); -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ f) $y = \frac{x}{x^2 + 2}; x > 0$

g) $y = \frac{x^2}{(x^2 + 2)^3}$

HD: a) $Maxy = 16$ khi $x = 1$

b) $Maxy = 9$ khi $x = 3$

c) $Maxy = \frac{121}{8}$ khi $x = -\frac{1}{4}$

d) $Maxy = \frac{625}{8}$ khi $x = \frac{5}{4}$

e) $Maxy = 9$ khi $x = 1$

f) $Maxy = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ khi $x = \sqrt{2}$ ($2 + x^2 \geq 2\sqrt{2}x$)

g) Ta có: $x^2 + 2 = x^2 + 1 + 1 \geq 3\sqrt[3]{x^2} \Leftrightarrow (x^2 + 2)^3 \geq 27x^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{(x^2 + 2)^3} \leq \frac{1}{27}$

$\Rightarrow Maxy = \frac{1}{27}$ khi $x = \pm 1$.

$$4) \begin{cases} 3x + 1 \geq 2x + 7 \\ 4x + 3 < 2x + 19 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} -2x + \frac{3}{5} > \frac{3(2x-7)}{2} \\ x - \frac{1}{2} < \frac{5(3x-1)}{2} \end{cases}$$

$$6) \sqrt{x+2} + 2x - 3 < x + \sqrt{x+2}$$

$$7) \sqrt{x-3} - x \leq 6 - 2x + \sqrt{x-3}$$

$$8) \begin{cases} -x + \frac{3}{5} > \frac{5(2x-7)}{2} \\ x - \frac{3}{2} < \frac{5(3x-1)}{3} \end{cases}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Giải các bất phương trình và hệ bất phương trình sau:

$$1) \begin{cases} \frac{2x+3}{x-1} > 1 \\ \frac{(x+2)(3-x)}{x-1} < 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} -2x + \frac{3}{5} > \frac{5(3x-7)}{2} \\ x - \frac{3}{2} < \frac{5(4x-1)}{3} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{3x+1}{2} - \frac{3-x}{3} \leq \frac{x+1}{4} - \frac{2x-1}{3} \\ 3 - \frac{2x+1}{5} > x + \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{3-x}{3} \leq \frac{3x+1}{4} - \frac{2x-1}{3} \\ 4 - \frac{2x+1}{4} > x + \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{x+1}{2} + \frac{3-2x}{3} \geq \frac{3x+1}{4} - \frac{4x-1}{3} \\ 1 - \frac{2x+1}{4} > x + \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{2x+1}{2} + \frac{3-x}{3} \geq \frac{x+1}{4} - \frac{x-1}{3} \\ 3 - \frac{2x+1}{4} > 2x + \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} -x + \frac{3}{5} > \frac{5(2x-7)}{2} \\ x - \frac{3}{2} < \frac{5(3x-1)}{3} \end{cases}$$

PHẦN HÌNH HỌC

CHƯƠNG I. VECTƠ

I. VECTƠ

1. Các định nghĩa

- Vectơ là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu vectơ có điểm đầu A, điểm cuối B là \overrightarrow{AB} .
 - **Giá** của vectơ là đường thẳng chứa vectơ đó.
 - **Độ dài** của vectơ là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ, kí hiệu $|\overrightarrow{AB}|$
- Như vậy: $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$

- Vector có độ dài bằng 1 gọi là **vector đơn vị**.
- **Vector – không** là vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, kí hiệu $\vec{0}$.
- Hai vector được gọi là **cùng phương** nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau.
- Hai vector cùng phương có thể **cùng hướng** hoặc **ngược hướng**.
- Hai vector được gọi là **bằng nhau** nếu chúng cùng hướng và có cùng độ dài.

Chú ý: + Ta còn sử dụng kí hiệu \vec{a}, \vec{b}, \dots để biểu diễn vector.

+ Qui ước:

- Vector $\vec{0}$ cùng phương, cùng hướng với mọi vector.
- $|\vec{0}| = 0$. Mọi vector $\vec{0}$ đều bằng nhau.
- $|\vec{AA}| = |\vec{BB}| = |\vec{CC}| = \dots = |\vec{0}|$ với mọi điểm A, B, C, \dots

2. Các phép toán trên vector

a) Tổng của hai vector

- Qui tắc ba điểm: Với ba điểm A, B, C tùy ý, ta có: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$.
- Qui tắc hình bình hành: Với ABCD là hình bình hành, ta có: $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.
- Tính chất: với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ tùy ý ta có: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$; $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$

b) Hiệu của hai vector

- **Vector đối** của \vec{a} là vector \vec{b} sao cho $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$. Kí hiệu vector đối của \vec{a} là $-\vec{a}$.
- Vector đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$.
- $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.
- Qui tắc ba điểm: Với ba điểm O, A, B tùy ý, ta có: $\vec{OB} - \vec{OA} = \vec{AB}$.

c) Tích của một vector với một số

- Cho vector \vec{a} và số $k \in \mathbb{R}$. $k\vec{a}$ là một vector được xác định như sau:
+ $k\vec{a}$ cùng hướng với \vec{a} nếu $k \geq 0$, $k\vec{a}$ ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$.
+ $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.
- Tính chất: $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$; $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$; $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$
 $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.
- **Điều kiện để hai vector cùng phương:** \vec{a} và \vec{b} ($\vec{a} \neq \vec{0}$) cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{b} = k\vec{a}$
- **Điều kiện ba điểm thẳng hàng:**

Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k (\neq 0) : \vec{AB} = k\vec{AC}$.

- **Biểu thị một vector theo hai vector không cùng phương:** Cho hai vector không cùng phương \vec{a}, \vec{b} và \vec{x} tùy ý. Khi đó \exists duy nhất cặp số $m, n \in \mathbb{R} : \vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

Chú ý:

- **Hệ thức trung điểm đoạn thẳng:**

M là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} = 2\vec{OM}$ (O tùy ý).

- **Hệ thức trọng tâm tam giác:**

G là trọng tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$ (O tùy ý).

VẤN ĐỀ 1: Khái niệm vector

Bài 3. Cho tứ giác ABCD. Có thể xác định được bao nhiêu vector (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?

Bài 4. Cho ΔABC có A', B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB .

a) Chứng minh: $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{A'B'}$.

b) Tìm các vectơ bằng $\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{C'A'}$.

Bài 5. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC . Chứng minh: $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{QN}$; $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{PN}$.

Bài 6. Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh:

$$\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AD}; \quad |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = AC.$$

Chú ý 1: Tính độ dài của một vectơ

Bài 7. Cho hai véc tơ \vec{a}, \vec{b} . Trong trường hợp nào thì đẳng thức sau đúng: $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$.

Bài 8. Cho ΔABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$; $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Bài 9. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

Bài 10. Cho ΔABC đều cạnh a , trực tâm H . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$.

Bài 11. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Bài 12. Cho ΔABC đều cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$; $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$.

Bài 13. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$.

Bài 14. Cho ΔABC đều cạnh a , trực tâm H . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HB}, \overrightarrow{HC}$.

Bài 15. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

VẤN ĐỀ 2: Chứng minh đẳng thức vectơ.

Phân tích vectơ

Để chứng minh một đẳng thức vectơ hoặc phân tích một vectơ theo hai vectơ không cùng phương, ta thường sử dụng:

- Quy tắc ba điểm để phân tích các vectơ.
- Các hệ thức thường dùng như: hệ thức trung điểm, hệ thức trọng tâm tam giác.
- Tính chất của các hình.
- Tính chất vectơ – Không

Bài 1. Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

.....

Bài 5. Cho tam giác ABC, có AM là trung tuyến. I là trung điểm của AM.

a) Chứng minh: $2\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Với điểm O bất kỳ, chứng minh: $2\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 4\vec{OI}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 6. Cho ΔABC có M là trung điểm của BC, G là trọng tâm, H là trực tâm, O là tâm đường tròn ngoại tiếp. Chứng minh:

a) $\vec{AH} = 2\vec{OM}$ b) $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = 2\vec{HO}$ c) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH}$.

Bài 7. Cho hai tam giác ABC và A'B'C' lần lượt có các trọng tâm là G và G'. Chứng minh $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = 3\vec{GG'}$.

Bài 8. Cho tam giác ABC. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho MB = 2MC. Chứng minh: $\vec{AM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Cho tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của AB, D là trung điểm của BC, N là điểm thuộc AC sao cho $\overline{CN} = 2\overline{NA}$. K là trung điểm của MN. Chứng minh:

a) $\overline{AK} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{6}\overline{AC}$

.....

b) $\overline{KD} = \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}$.

.....

Bài 10. Cho hình thang OABC. M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Chứng minh rằng:

$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{OB} - \overline{OA}$ b) $\overline{BN} = \frac{1}{2}\overline{OC} - \overline{OB}$ c) $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{OC} - \overline{OB})$.

Bài 11. Cho ΔABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Chứng minh rằng:

a) $\vec{AB} = -\frac{2}{3}\vec{CM} - \frac{4}{3}\vec{BN}$ c) $\vec{AC} = -\frac{4}{3}\vec{CM} - \frac{2}{3}\vec{BN}$ c) $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{BN} - \frac{1}{3}\vec{CM}$.

Bài 12. Cho ΔABC có trọng tâm G. Gọi H là điểm đối xứng của B qua G.

a) Chứng minh: $\vec{AH} = \frac{2}{3}\vec{AC} - \frac{1}{3}\vec{AB}$ và $\vec{CH} = -\frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh: $\vec{MH} = \frac{1}{6}\vec{AC} - \frac{5}{6}\vec{AB}$.

Chú ý 2 : Biểu diễn một vector theo hai vector không cùng phương

Bài 13. Cho hình bình hành ABCD, đặt $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$. Gọi I là trung điểm của CD, G là trọng tâm của tam giác BCI. Phân tích các vector \vec{BI} , \vec{AG} theo \vec{a} , \vec{b} .

.....

Bài 14. Cho lục giác đều ABCDEF. Phân tích các vector \vec{BC} và \vec{BD} theo các vector \vec{AB} và \vec{AF} .

Bài 15. Cho hình thang OABC, AM là trung tuyến của tam giác ABC. Hãy phân tích vector \vec{AM} theo các vector $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$.

Bài 16. Cho ΔABC . Trên các đường thẳng BC, AC, AB lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $\vec{MB} = 3\vec{MC}$, $\vec{NA} = 3\vec{CN}$, $\vec{PA} + \vec{PB} = \vec{0}$.

a) Tính \vec{PM}, \vec{PN} theo \vec{AB}, \vec{AC} b) Chứng minh: M, N, P thẳng hàng.

Bài 17. Cho ΔABC . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB.

a) Chứng minh: $\vec{AA_1} + \vec{BB_1} + \vec{CC_1} = \vec{0}$

b) Đặt $\vec{BB_1} = \vec{u}, \vec{CC_1} = \vec{v}$. Tính $\vec{BC}, \vec{CA}, \vec{AB}$ theo \vec{u} và \vec{v} .

Bài 18. Cho ΔABC . Gọi I là điểm trên cạnh BC sao cho $2CI = 3BI$. Gọi F là điểm trên cạnh BC kéo dài sao cho $5FB = 2FC$.

a) Tính \vec{AI}, \vec{AF} theo \vec{AB} và \vec{AC} .

b) Gọi G là trọng tâm ΔABC . Tính \overrightarrow{AG} theo \overrightarrow{AI} và \overrightarrow{AF} .

VẤN ĐỀ 3: Xác định điểm thoả mãn đẳng thức vector

Để xác định một điểm M ta cần phải chỉ rõ vị trí của điểm đó đối với hình vẽ. Thông thường ta biến đổi đẳng thức vector đã cho về dạng $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$, trong đó O và \vec{a} đã được xác định. Ta thường sử dụng các tính chất về:

- Điểm chia đoạn thẳng theo tỉ số k.
- Hình bình hành.
- Trung điểm của đoạn thẳng.
- Trọng tâm tam giác, ...

Bài 1. Cho ΔABC . Hãy xác định điểm M thoả mãn điều kiện: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 2. Cho đoạn thẳng AB có trung điểm I. M là điểm tuỳ ý không nằm trên đường thẳng AB. Trên MI kéo dài, lấy 1 điểm N sao cho $IN = MI$.

- a) Chứng minh: $\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{MB}$.
- b) Tìm các điểm D, C sao cho: $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NI} = \overrightarrow{ND}$; $\overrightarrow{NM} - \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{NC}$.

Bài 3. Cho hình bình hành ABCD.

a) Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Xác định điểm M thoả mãn điều kiện: $3\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Để chứng minh hai điểm M, N trùng nhau ta chứng minh chúng thoả mãn đẳng thức $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON}$, với O là một điểm nào đó hoặc $\overrightarrow{MN} = \vec{0}$.

Bài 1. Cho bốn điểm O, A, B, C sao cho : $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC} = \vec{0}$. Chứng tỏ rằng A, B, C thẳng hàng.

Bài 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên BC lấy điểm H , trên BD lấy điểm K sao cho:

$$\overrightarrow{BH} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{BD}. \text{ Chứng minh: } A, K, H \text{ thẳng hàng.}$$

$$\text{HD: } \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH} - \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{AK} - \overrightarrow{AB}.$$

Bài 3. Cho ΔABC với I, J, K lần lượt được xác định bởi: $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IC}, \overrightarrow{JC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{JA}, \overrightarrow{KA} = -\overrightarrow{KB}$.

a) Tính $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{IK}$ theo \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} . (HD: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} - \frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$)

b) Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng (HD: J là trọng tâm ΔAIB).

Bài 4. Cho tam giác ABC . Trên các đường thẳng BC, AC, AB lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{CN}, \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$.

a) Tính $\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{PN}$ theo $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

b) Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Trên các tia AD, AB lần lượt lấy các điểm F, E sao cho $AD = \frac{1}{2}AF, AB = \frac{1}{2}AE$. Chứng minh:

a) Ba điểm F, C, E thẳng hàng.

b) Các tứ giác $BDCF, DBEC$ là hình bình hành.

II. TỌA ĐỘ

1) Trục toạ độ:

- Trục toạ độ (trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm gốc O và một vectơ đơn vị \vec{e} . Kí hiệu $(O; \vec{e})$.

- Toạ độ của vectơ trên trục: $\vec{u} = (a) \Leftrightarrow \vec{u} = a.\vec{e}$.

- Toạ độ của điểm trên trục: $M(k) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = k.\vec{e}$.

- Độ dài đại số của vectơ trên trục: $\overline{AB} = a \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = a.\vec{e}$.

- Chú ý:**
- + Nếu \overrightarrow{AB} cùng hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = AB$.
 - + Nếu \overrightarrow{AB} ngược hướng với \vec{e} thì $\overline{AB} = -AB$.
 - + Nếu $A(a), B(b)$ thì $\overline{AB} = b - a$.
 - + Hệ thức Sa-lơ: Với A, B, C tùy ý trên trục, ta có: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$.

2. Hệ trục tọa độ:

- Hệ gồm hai trục tọa độ Ox, Oy vuông góc với nhau. Vectơ đơn vị trên Ox, Oy lần lượt là \vec{i}, \vec{j} . O là gốc tọa độ, Ox là trục hoành, Oy là trục tung.
- Tọa độ của vectơ đối với hệ trục tọa độ: $\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
- Tọa độ của điểm đối với hệ trục tọa độ: $M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.
- Tính chất: Cho $\vec{a} = (x; y), \vec{b} = (x'; y'), k \in \mathbb{R}, A(x_A; y_A), B(x_B; y_B), C(x_C; y_C)$:

○ $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases} \quad + \vec{a} \pm \vec{b} = (x \pm x'; y \pm y') \quad + k\vec{a} = (kx; ky)$

○ \vec{b} cùng phương với $\vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R}: x' = kx \text{ và } y' = ky$.

$$\Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} \Leftrightarrow x'.y - x.y' = 0$$

○ $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

○ Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB : $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$.

○ Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC : $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$.

○ Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k \neq -1$: $x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k}; y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k}$.

(M chia đoạn AB theo tỉ số $k \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$).

BÀI TẬP

Bài 1) Viết tọa độ các vec tơ sau:

- a. $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$; b. $\vec{b} = -5\vec{i} + 7\vec{j}$; c. $\vec{c} = 4\vec{i}$; d. $\vec{d} = -9\vec{j}$

.....

.....

.....

.....

Bài 2) Viết các vec tơ sau dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ biết:

- a. $\vec{u} = (3; 4)$ b. $\vec{u} = (-3; 7)$ c. $\vec{u} = (1; 0)$ d. $\vec{u} = (0; -5)$ e. $\vec{u} = (0; 0)$

.....

Bài 3) Cho hai vec tơ $\vec{u} = (3; 6)$; $\vec{v} = (-1; 5)$. Tính các vectơ sau:

- a) $\vec{u} + \vec{v}$; b) $\vec{u} - \vec{v}$ c) $2\vec{u}$ d) $-3\vec{v}$ e) $4\vec{u} + 5\vec{v}$ f) $7\vec{u} - 2\vec{v}$

.....

Bài 4) Cho ba vec tơ: $\vec{a} = (-2; 5)$, $\vec{b} = (1; -1)$, $\vec{c} = (0; 4)$.

- Tìm: a) $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$; b) $\vec{v} = -3\vec{a} + 4\vec{b} - 2\vec{c}$

.....

Bài 5) Cho ba vec tơ $\vec{a} = (2; 4)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (3; 0)$

- a. Tìm $\vec{u} = -2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$;

.....

.....
.....
.....
.....
.....

b. $\vec{u}(0;4), \vec{v}(x;-3)$

.....
.....
.....
.....
.....

c. $\vec{m}(x;-5), \vec{n}(-3;2x)$

.....
.....
.....
.....
.....

d. $\vec{p}(-4;0), \vec{q}(x;3)$

.....
.....
.....
.....
.....

Bài 8) Xét xem các cặp vectơ sau có cùng phương không, nếu có xét xem chúng cùng hướng hay ngược hướng

a. $\vec{a}(1;4)$ và $\vec{b}(-3;-12)$

.....
.....
.....

b. $\vec{c}(0;2)$ và $\vec{d}(0;5)$

.....
.....
.....

c. $\vec{e}(0;6); \vec{f}(-3;0)$