

DẠNG 9: NHIỆT

Ví dụ 1: Một quả cầu nhôm có khối lượng 0,105kg được đun nóng tới 142⁰C rồi thả vào chậu nước ở nhiệt độ 20⁰C. Sau một thời gian nhiệt độ của cả hệ thống là 42⁰C. Xem như nhiệt lượng chỉ trao đổi cho nhau. Xác định khối lượng của nước. Biết nhiệt dung riêng của nhôm là 880J/kg.K , của nước là 4200J/kg.K.

Giải

Nhiệt lượng quả cầu nhôm tỏa ra khi hạ nhiệt từ 142⁰C xuống 42⁰C.

$$Q_{\text{tỏa}} = m_1 c_1 (t_1 - t_2) = 0,105.880.(142-42) = 9240\text{J}$$

Nhiệt lượng nước thu vào để nó tăng nhiệt độ từ 20⁰C đến 42⁰C.

$$Q_2 = m_2. c_2 (t_2 - t_1) = m_2.4200(42 - 20) = 92400m_2$$

Theo phương trình cân bằng nhiệt : $Q_1 = Q_2$

$$\text{nên ta có } 9240 = 92400 m_2 \Rightarrow m_2 = 0,1\text{kg.}$$

Vậy khối lượng của nước là 0,1 kg

Ví dụ 2: Có 20kg nước 20⁰C, phải pha vào thêm bao nhiêu kg nước ở 100⁰C để được nước ở 50⁰C. Biết nhiệt dung riêng của nước là 4200J/kg.K.

Giải

Nhiệt lượng 20kg nước thu vào để tăng nhiệt độ từ 20⁰C đến 50⁰C

$$Q_1 = 20.4200.(50 - 20) = 2520000\text{J}$$

Nhiệt lượng do khối nước nóng tỏa ra khi hạ nhiệt từ 100⁰C xuống 50⁰C.

$$Q_2 = m_2.4200.(100 - 50) = m_2.210000$$

Theo phương trình cân bằng nhiệt , $Q_1 = Q_2$

$$\text{Do đó } 2520000\text{J} = m_2.210000\text{J} \Rightarrow m_2 = 12\text{kg.}$$

Vậy cần 12kg nước ở nhiệt độ 100⁰C.

Ví dụ 3: Vật A có khối lượng 0,1kg ở nhiệt độ 100⁰C được bỏ vào một nhiệt lượng kế B làm bằng đồng có khối lượng 0,1kg chứa 0,2kg nước có nhiệt độ ban đầu 20⁰C. Khi cân bằng , nhiệt độ cuối cùng của nhiệt lượng kế là 24⁰C. Tính nhiệt dung riêng của vật A. Biết nhiệt dung riêng của vật B là 380J/kg.K , của nước là 4200J/kg.K.

Giải

Nhiệt lượng của vật A tỏa ra: $Q_1 = 0,1c_1.(100 - 24) = 7,6c_1$

Nhiệt lượng vật B thu vào: $Q_2 = 0,1.380.(24 - 20) = 152\text{J}$

Nhiệt lượng nước thu vào: $Q_3 = 0,2.4200 (24 - 20) = 3360\text{J}$

Theo phương trình cân bằng nhiệt ta có: $Q_1 = Q_2 + Q_3$

$$\text{do đó } 7,6 c_1 = 152 + 3360. \text{ Tìm được } c_1 = 462\text{J/kg.K}$$

Vậy nhiệt dung riêng của vật A là 462 J/kg.K

Ví dụ 4: Người ta thả một miếng đồng có khối lượng 0,5kg vào 500g nước. Miếng đồng nguội đi từ 120⁰C xuống 60⁰C. Hỏi nước nhận một nhiệt lượng là bao nhiêu? Tìm nhiệt độ ban đầu của nước.

Giải

Gọi x là nhiệt độ ban đầu của nước (x>0)

Nhiệt lượng miếng đồng tỏa ra khi hạ nhiệt từ 120⁰C xuống 60⁰C là:

$$Q_1 = 0,5.380. (120 - 60) = 11400\text{J}$$

Nhiệt lượng mà nước hấp thụ từ nhiệt độ x⁰ đến 60⁰C là :

$$Q_2 = 0,5.4200.(60-x) = 2100 (60-x)$$

Theo phương trình cân bằng nhiệt : $Q_1 = Q_2$

Ta có phương trình $11400J = 2100(60-x) \Rightarrow x = 54,53^{\circ}C$

Vậy nước nhận thêm một nhiệt lượng $11400J$ và nhiệt độ ban đầu của nước là $54,53^{\circ}C$

Ví dụ 5: Người ta trộn $1500g$ nước ở $15^{\circ}C$ với $100g$ nước ở $37^{\circ}C$. Tính nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp.

Giải

Nhiệt lượng $1500g$ nước thu vào: $Q_1 = 1,5.4200.(t_2 - 15)$

Nhiệt lượng $100g$ nước tỏa ra: $Q_2 = 0,1.4200.(37 - t_2)$

Theo phương trình cân bằng nhiệt ta có: $Q_1 = Q_2$

Ta có phương trình $1,5.4200.(t_2 - 15) = 0,1.4200.(37 - t_2)$

$\Rightarrow t_2 = 16,375^{\circ}C$.

Vậy nhiệt độ cuối cùng của hỗn hợp là: $16,375^{\circ}C$.

Ví dụ 6: Một nhiệt lượng kế bằng đồng có khối lượng $0,1kg$ chứa $0,5kg$ nước ở $20^{\circ}C$. Người ta thả vào nhiệt lượng kế nói trên một thỏi đồng có khối lượng $0,2kg$ đã được đun nóng đến $200^{\circ}C$. Xác định nhiệt độ cuối cùng của hệ thống.

Giải

Nhiệt lượng mà nhiệt lượng kế thu vào: $Q_1 = 0,1.380(t_2 - 20) = 38(t_2 - 20)$

Nhiệt lượng nước thu vào: $Q_2 = 0,5.4200(t_2 - 20) = 2100(t_2 - 20)$.

Nhiệt lượng đồng tỏa ra: $Q_3 = 1,2.380.(200 - t_2) = 76(200 - t_2)$

Theo phương trình cân bằng nhiệt : $Q = Q_1 + Q_2$

Ta có phương trình $38t_2 - 760 + 2100t_2 - 4200 = 15200 - t_2$

$\Rightarrow t_2 = 26,1^{\circ}C$

Ví dụ 7: Để có $1,2 kg$ nước ở $36^{\circ}C$, người ta trộn một khối lượng m_1 nước ở $15^{\circ}C$ với khối lượng m_2 nước ở $90^{\circ}C$. Hỏi khối lượng nước mỗi loại. Biết nhiệt dung riêng của nước là $c_n = 4200J/kg.K$.

Giải

Nhiệt lượng của nước $15^{\circ}C$ thu vào $Q_1 = m_1 c_1 (t_2 - t_1) = 21 m_1$

Nhiệt lượng của nước $90^{\circ}C$ tỏa ra $Q_2 = m_2 . c_2 . (t_1 - t_2) = 54 m_2$

Phương trình cân bằng nhiệt ta có: $Q_1 = Q_2$

ta có pt: $21 m_1 = 54 m_2$ (1)

Mặt khác ta có pt: $m_1 + m_2 = 1,2$ (2)

Từ (1) và (2) giải hpt ta được $m_1 = 0,864kg$ và $m_2 = 0,336 kg$

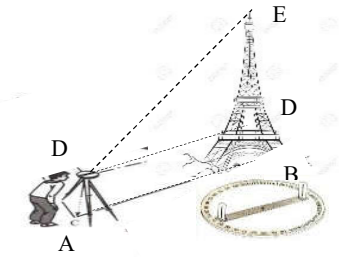
Bài 1. Người ta đổ $400g$ nước ở nhiệt độ $16^{\circ}C$ vào $200g$ nước ở nhiệt độ $70^{\circ}C$. Tính nhiệt độ sau cùng của nước khi có sự cân bằng nhiệt. Biết nhiệt dung riêng của nước là $4200 J/kg.K$. (đáp số: $t = 34^{\circ}$)

Bài 2. Người ta thả một thỏi đồng $0,6 kg$ ở nhiệt độ $85^{\circ}C$ vào $0,35kg$ nước ở nhiệt độ $20^{\circ}C$. Hãy xác định nhiệt độ khi có sự cân bằng nhiệt. Biết nhiệt dung riêng của đồng là $380 J/kg.K$ và nhiệt dung riêng của nước là $4200 J/kg.K$.

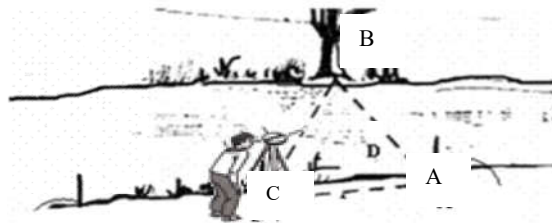
Bài 3. Thả một miếng đồng có khối lượng $420g$ ở nhiệt độ $115^{\circ}C$ vào ly nước $17^{\circ}C$. Sau khi trao đổi nhiệt thì nhiệt độ của đồng và nước là $55^{\circ}C$. Tính khối lượng của nước trong ly.

DẠNG 10: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG – TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC – TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG – ĐỊNH LÝ TA-LÉT VÀ HỆ QUẢ - ĐỊNH LÝ PYTHAGORE - CÁC HÌNH TỬ GIÁC - CHU VI – DIỆN TÍCH

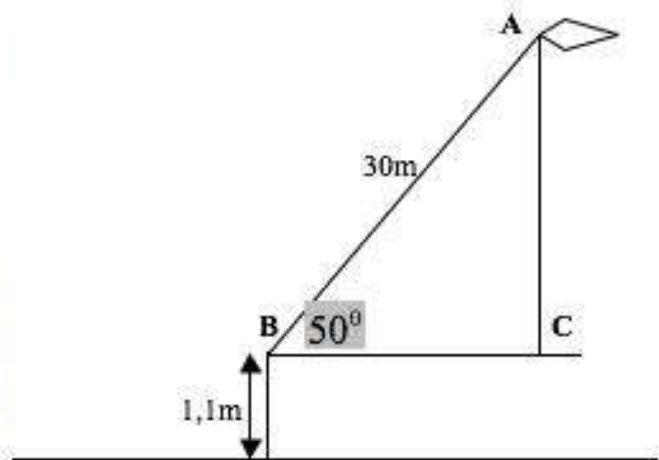
Bài 1. Một em học sinh đứng trên mặt đất dùng giác kế cao 1,2m nhìn thấy đỉnh ngọn tháp một góc xấp xỉ 37° , khoảng cách từ vị trí đo đến chân ngọn tháp là 4m. Tính chiều cao ngọn tháp?



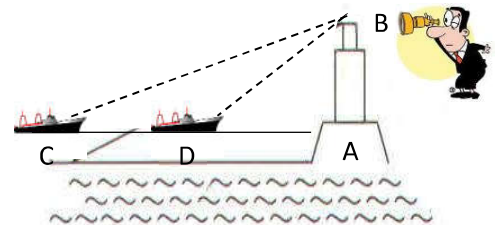
Bài 2. Để đo khoảng cách 2 bờ một con sông, người ta dùng giác kế và đứng ở vị trí điểm A sát bờ nhìn sang điểm B sát bờ bên kia sông, sau đó di chuyển theo hướng vuông góc được 4m rồi dùng giác kế nhắm vị trí điểm A và điểm B được góc 60° . Tính khoảng cách 2 bờ con sông?



Bài 3. Một người đang thả diều, biết rằng chiều dài dây diều là 30m, khoảng cách từ tay người xuống đất là 1,1m và dây diều đang tạo với phương ngang một góc 50° . Hỏi diều đang ở độ cao bao nhiêu so với mặt đất?



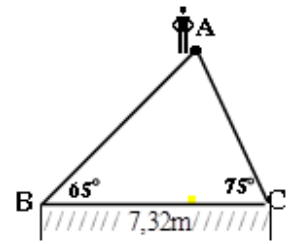
Bài 4. Từ đài quan sát cao 10m, An có thể nhìn thấy 2 chiếc thuyền dưới góc 45° và 30° so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền? (điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng)



Bài 5. Một tòa nhà chọc trời được xây dựng tại trung tâm Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh. Tòa nhà có 68 tầng (không tính 3 tầng hầm). Biết rằng, khi toà nhà có bóng in trên mặt đất dài 47,5 mét, thì cùng thời điểm đó có một cột cờ (được cắm thẳng đứng trên mặt đất) cao 12 mét có bóng in trên mặt đất dài 2,12 mét.

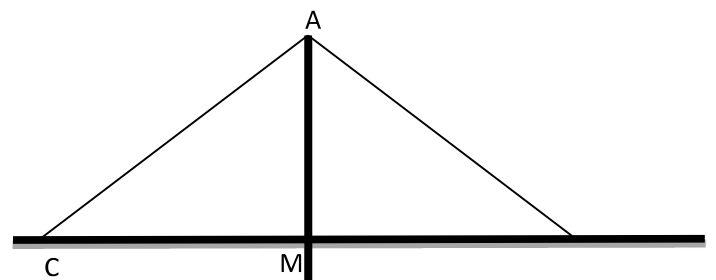
- a) Tính số đo góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất (đơn vị đo góc được làm tròn đến độ).
- b) Tính chiều cao của toà nhà, (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 6. Tìm chiều dài sợi dây dùng để kéo cờ của trường biết rằng bóng cột cờ (chiếu bởi tia sáng mặt trời) trên mặt đất dài 4m và góc tạo bởi tia sáng mặt trời với bóng của cột cờ là 70° . Cho biết chiều dài sợi dây gấp đôi chiều cao cột cờ.

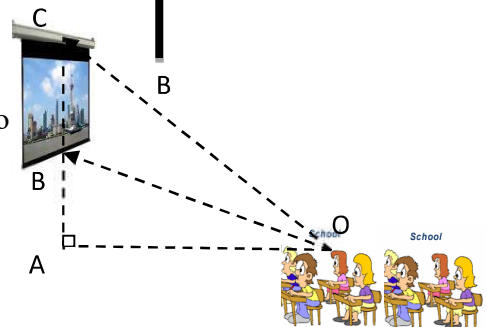


Bài 7. Một cầu thủ ở vị trí A và khung thành BC (xem hình bên). Biết khoảng cách BC là 7,32m, $\hat{B} = 65^\circ$; $\hat{C} = 75^\circ$. Hỏi khoảng cách từ cầu thủ đến khung thành là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài 8. Tính chiều cao AB từ đỉnh trụ cầu dây văng đến mặt sông của cầu Mỹ Thuận biết khoảng cách trên mặt cầu từ trụ cầu đến đầu dây cáp MC = 101m ; góc tạo bởi dây cáp và mặt cầu $\widehat{ACM} = 40^\circ$. Chiều cao từ mặt cầu đến bề mặt dòng sông MB=50,5m



Bài 9. Một màn chiếu hình chữ nhật cao 1,4m được đặt ở độ cao 1,8m so với tầm mắt (tính từ mép dưới màn hình). Để nhìn rõ nhất bạn An ngồi cách màn chiếu là 2,4m. Hỏi góc nhìn của bạn An là bao nhiêu?

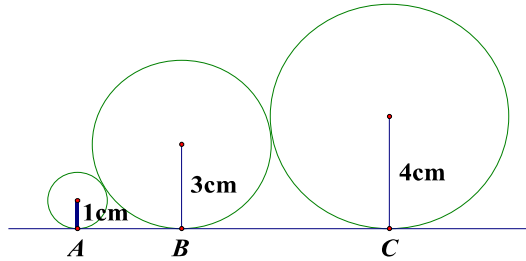


Bài 10. Một người đi xe máy lên dốc có độ nghiêng 4° so với phương ngang với vận tốc trung bình lên dốc là 9km/h. Hỏi người đó mất bao lâu để lên tới đỉnh dốc? Biết đỉnh dốc cao khoảng 15m.

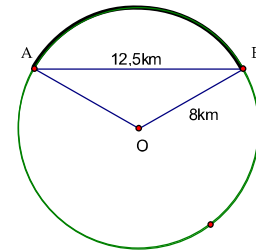


DẠNG 11: ĐƯỜNG TRÒN (CHƯƠNG II + III)

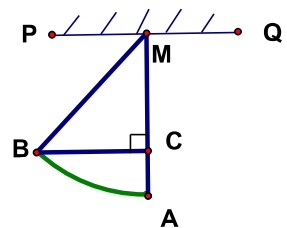
Bài 1. Cho hình vẽ biết: Các đường tròn có bán kính lần lượt là 1cm, 3cm, 4cm tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với một đường thẳng. Tính độ dài AC (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



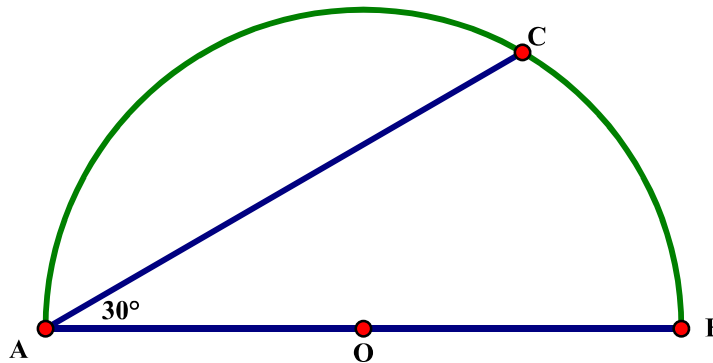
Bài 2. Người ta cần làm một đoạn đường sắt nối hai địa điểm A và B cách nhau 12,5km (tính theo đường chim bay). Do nền đất yếu vì đầm lầy nên đường sắt có cấu trúc một cung tròn nối AB thuộc đường tròn có bán kính 8km. Tính độ dài đoạn đường sắt cần làm.



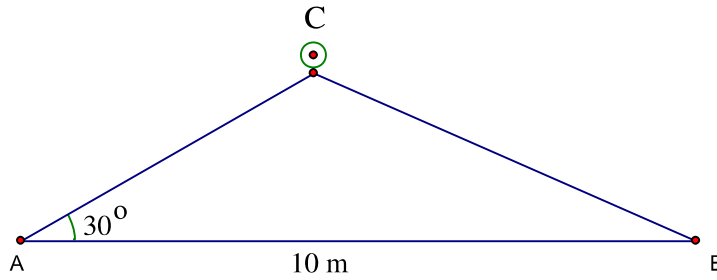
Bài 3. Một con lắc A được cột cố định vào điểm M trên xà gỗ PQ như hình vẽ. Con lắc chuyển động tới vị trí B mà hình chiếu C của B ở vị trí ban đầu MA thỏa $AC = 10\text{cm}$. Biết độ dài dây treo $AM = 1\text{m}$. Tính khoảng cách BC và độ lớn góc BMA? (Kết quả cạnh làm tròn một chữ số thập phân, góc làm tròn đến độ).



Bài 4. Cho hình vẽ sau, biết $AB = 10\text{cm}$. Tính diện tích phần mặt phẳng bị giới hạn bởi đoạn AB, đoạn AC và cung BC.

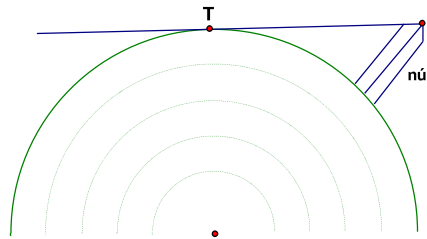


Bài 5. Một viên bi đặt ở vị trí C như hình vẽ.



Vận tốc khi viên bi lăn tự do từ vị C đến A (bỏ qua ma sát) là 0.5 m/s. Biết góc CAB là 30° , khoảng cách AB là 10m. Tính độ dài cạnh BC biết rằng thời gian viên bi di chuyển từ vị trí C đến vị trí A là 10 giây.

Bài 6. Ngồi trên một đỉnh núi cao 1km thì có thể nhìn thấy một địa điểm T trên mặt đất với khoảng cách tối đa là bao nhiêu? Biết rằng bán kính Trái đất gần bằng 6400km.



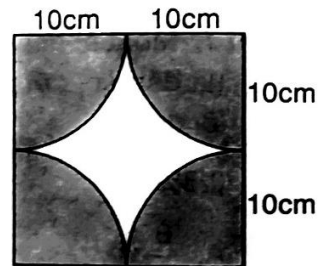
Bài 7. Bánh xe bé của một máy kéo có bán kính 0,5m. Bánh xe lớn của máy kéo đó có bán kính 1m.

- a) Tính chu vi bánh xe bé và bánh xe lớn của máy kéo. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)
- b) Nếu bánh xe bé lăn được 10 vòng thì bánh xe lớn lăn được mấy vòng ?

Bài 8. Người ta muốn may một chiếc khăn để phủ một chiếc bàn tròn có đường kính 76 cm sao cho khăn rủ khỏi mép bàn 10 cm. Người ta lại muốn ghép thêm riềm khăn rộng 2 cm. Tính diện tích vải cần dùng để may riềm khăn trải bàn trên với $\pi \approx 3,14$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 9. Cho hình vuông ABCD có AB = 20cm, tại các đỉnh A, B, C, D vẽ các cung tròn có bán kính = 10 cm (như hình vẽ). Tính

- a) Diện tích của phần đã tô đậm.
- b) Chu vi của phần không tô đậm.(lưu ý: $\pi \approx 3,14$)



Bài 10. Một sân cỏ hình tròn có đường kính 12m.

- a) Tính diện tích của sân cỏ
- b) Nếu người ta muốn xây một bồn hoa hình tròn ngay chính giữa sân có diện tích bằng nửa diện tích sân cỏ, tính đường kính của bồn hoa. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

DẠNG KHÁC

TOÁN LIÊN MÔN - TÍCH HỢP TOÁN LÝ

- 1) Một người đi xe máy lên dốc có độ nghiêng 12° so với phương nằm ngang với vận tốc trung bình 30km/h, biết đỉnh dốc cao khoảng 42m so với phương nằm ngang. Hỏi người đó phải mất bao lâu để lên đến đỉnh?
- 2) Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 400km/h, đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 1,5 phút máy bay ở độ cao bao nhiêu ?
- 3) Bạn An đi tàu trên biển với vận tốc 4km/h, bạn đứng trên mũi tàu nhìn thấy tia sáng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng một góc 2° so với phương ngang. Hỏi sau bao lâu thì tàu đến ngọn hải đăng? Biết ngọn hải đăng cao 14m
- 4) Tại ngã ba có ba chiếc xe hơi A, B, C cùng xuất phát từ O lần lượt đi theo 3 hướng khác nhau như trong hình vẽ. Biết ba xe có cùng vận tốc là 50km/h và sau 2 giờ xe A cách xe C 160km. Tính khoảng cách 2 xe?
- 5) Đòn bẩy là một trong các loại máy cơ đơn giản được sử dụng nhiều trong đời sống để biến đổi lực tác dụng lên vật theo hướng có lợi cho con người với quy tắc đòn bẩy: $F_1.l_1 = F_2.l_2$. Để nâng một vật nặng người ta sử dụng một thanh cây dài làm đòn bẩy với điểm tựa cách vật nặng 0,4m (điểm tựa trên mặt đất có độ cao là 0,3m).
 - a) Hỏi độ dài tay đòn từ điểm tựa đến vật nặng là bao nhiêu?
 - b) Giả sử vật nặng có trọng lượng là 600N và để đẩy vật lên người ta tác dụng 1 lực lên tay đòn là 200N. Hỏi người đó sử dụng thanh cây dài bao nhiêu?



CHỦ ĐỀ 5: HÌNH HỌC (DẠNG TRUYỀN THÔNG)

Bài 1. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn ($AB < AC$). Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC theo thứ tự E và F. Biết BF cắt CE tại H và AH cắt BC tại D.

- a) Chứng minh tứ giác BEFC, AEHF nội tiếp.
- b) Chứng minh: AH vuông góc với BC và $AE.AB = AF.AC$.
- c) Chứng minh: Tứ giác DEFO nội tiếp.

Bài 2. Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp đường tròn(O;R). Vẽ hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp được đường tròn.
- b) Chứng minh : $AE. AC = AF. AB$
- c) Vẽ phân giác góc BAC cắt BE và CF lần lượt tại I, K, cắt (O) tại M. Chứng minh tam giác HIK cân và OM vuông góc BC.

Bài 3. Từ điểm M ở ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O và hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O), ở đây A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D.

- a) Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.
- b) Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh rằng 5 điểm M, A, O, I, B cùng nằm trên một đường tròn.
- c) Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh tứ giác CHOD nội tiếp được đường tròn. Suy ra AB là phân giác của góc CHD.

Bài 4. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA và MB với đường tròn. Trên cung nhỏ AB lấy điểm C và kẻ $CD \perp AB$ (D thuộc AB), $CE \perp MA$ (E thuộc AM), $CF \perp MB$ (F thuộc BM)

- a) Chứng minh : tứ giác AECD nội tiếp.
- b) Chứng minh : $DC^2 = CE . CF$
- c) Kéo dài DC cắt AM tại Q . Chứng minh : CQ là phân giác $\angle ECF$.

Bài 5. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) kẻ 2 tiếp tuyến AB và AC (B ; C là 2 tiếp điểm). Gọi D là trung điểm của AC, BD cắt đường tròn (O) tại M khác B.

- a) Chứng minh tứ giác OBAC nội tiếp.
- b) Chứng minh : $AD.DC = DM.DB$
- c) Gọi H là giao điểm của BC và OA. Lấy E đối xứng với H qua D. BE cắt OA tại F. Chứng minh $FB = FE$.

Bài 6. Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh các tứ giác AFHE, BFEC nội tiếp đường tròn.
- b) Chứng minh $AB.CE = HC.BE$
- c) Chứng minh H là tâm đường tròn nội tiếp ΔDEF

Bài 7. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O;R), các đường cao BD và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H. AH cắt BC và DE lần lượt tại F và K.

- a) Chứng minh: ADHE là tứ giác nội tiếp được đường tròn và xác định tâm I của đường tròn này.
- b) Vẽ tia Cx là tiếp tuyến của (O), tia Cx thuộc nửa mặt phẳng bờ BC không chứa điểm A. Chứng minh: ADFB là tứ giác nội tiếp và $Cx \parallel DF$.
- c) Chứng minh: DH là tia phân giác của góc EDF và $AF.HK = AK.HF$.

- Bài 8.** Trên nửa đường tròn đường kính AB, lấy hai điểm M và E theo thứ tự A; M; E; B. Vẽ AM cắt BE tại C, AE cắt MB tại D.
- Chứng minh MCED là tứ giác nội tiếp.
 - Chứng minh $CM.MA = CE.CB$.
 - Gọi H là giao điểm của CD và AB. Chứng minh $BE \cdot BC = BH \cdot BA$
- Bài 9.** Cho ΔABC có 3 góc nhọn nội tiếp (O; R). 2 đường cao BE, CF cắt nhau tại H. AH cắt BC tại D. Gọi M, N là giao điểm của CF, BE với (O)
- Chứng minh : Tứ giác BCEF nội tiếp suy ra $EF \parallel MN$
 - Chứng minh : $OA \perp MN$
 - EF cắt (O) tại K, I (F nằm giữa K và E). Chứng minh : $AK^2 = AH \cdot AD$
- Bài 10.** Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp AB và AC (A, B là các tiếp điểm), kẻ cát tuyến AMN (M nằm giữa A và N).
- Chứng minh: tứ giác ABOC nội tiếp.
 - Chứng minh: $AC^2 = AM.AN$
 - Gọi I là giao điểm của AO và BC. Chứng minh: $\widehat{MHA} = \widehat{MNO}$
- Bài 11.** Cho ΔABC nhọn nội tiếp (O). Đường tròn (I) đường kính BC cắt AB, AC ở D và E. Đường thẳng xy là tiếp tuyến của (O) ở A.
- Chứng minh: $AD \cdot AB = AE \cdot AC$
 - Chứng minh: $DE \parallel xy$.
 - K là trung điểm của DE. Chứng minh: $IK \perp xy$
- Bài 12.** Từ điểm M ở bên ngoài đường tròn (O), vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến (O). Trên cung nhỏ AC, vẽ CD, CE, CF lần lượt vuông góc với AB, MA, MB.
- Chứng minh các tứ giác AECD, BFCD nội tiếp được.
 - Chứng minh $CD^2 = CE.CF$.
 - Gọi I là giao điểm của AC và DE, K là giao điểm của BC và DF. Chứng minh tứ giác ICKD nội tiếp được.
- Bài 13.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp (O;R) . Vẽ 3 đường cao AD, BE.CF cắt nhau tại H.Vẽ đường kính AK .
- Chứng minh tứ giác BEDC và tứ giác AEHD nội tiếp.
 - Chứng minh BHCK là hình bình hành .
 - Chứng minh OA vuông góc DE.
- Bài 14.** Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Vẽ dây $CD \perp AB$ tại H.Gọi I là trung điểm của BC.Tia OI cắt đường tròn (O) tại M.
- Chứng minh 4 điểm O,I,C,H cùng nằm trên một đường tròn.
 - Gọi E là giao điểm của AM và CD. Chứng minh : $AC^2 = AE.AM$.
 - Gọi K là giao điểm của AM và BC, F là giao điểm của DM với AB. Chứng minh : $KF \parallel CD$
- Bài 15.** Từ điểm A ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến AB ;AC đến (O) (B;C là hai tiếp điểm) vẽ cát tuyến ADE (D nằm giữa A và E)
- Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp và OA vuông góc BC tại H.
 - Chứng minh $AB^2 = AD.AE$
 - CHứng minh $AD.AE=AH.AO$.

Bài 16. Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) có 3 đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H . EF cắt AD, BC lần lượt tại I và K .

- a) Chứng minh: $\triangle AIF$ và $\triangle HIE$ đồng dạng.
- b) Chứng minh: $KB.KC = KF.KE$
- c) Gọi T là điểm đối xứng của H qua BC . Chứng minh: tứ giác $T \in (ABC)$.

Bài 17. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn tâm O , Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là hai tiếp điểm). Qua B kẻ đường thẳng song song với AC cắt đường tròn (O) tại D . AD cắt đường tròn (O) tại điểm E (E khác D). OA cắt BC tại H .

- a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp
- b) Chứng minh $AB^2 = AD.AE$
- c) Gọi K là trung điểm của DE . Chứng minh tứ giác $ABKO$ nội tiếp.

Bài 18. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn ($O;R$) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (A, B là tiếp điểm) của ($O; R$), OA cắt BC tại H .

- a) Chứng minh : Tứ giác $ABOC$ nội tiếp và OA vuông góc với BC .
- b) Qua A vẽ đường thẳng cắt ($O;R$) tại M và N (M nằm giữa A và N , MN không đi qua điểm O). Chứng minh : $AM.AN = OA^2 - R^2$
- c) Gọi K là trung điểm của MN , OK cắt BC tại P . Chứng minh bốn điểm A, C, O, K cùng thuộc một đường tròn và $\widehat{OBK} = \widehat{OCK}$.

Bài 19. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn ($O;R$) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (A, B là tiếp điểm) của ($O; R$), OA cắt BC tại H .

- a) Chứng minh : Tứ giác $ABOC$ nội tiếp và OA vuông góc với BC .
- b) Qua A vẽ đường thẳng cắt ($O;R$) tại M và N (M nằm giữa A và N , MN không đi qua điểm O). Chứng minh : $AM.AN = OA^2 - R^2$
- c) Gọi K là trung điểm của MN , OK cắt BC tại P . Chứng minh bốn điểm A, C, O, K cùng thuộc một đường tròn và $\widehat{OBK} = \widehat{OCK}$.

Bài 20. Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AC, AB lần lượt tại E, F . Gọi H là giao điểm của BE và CF .

- a) Chứng minh: $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$ và tứ giác $AEHF$ nội tiếp.
- b) Tia AH cắt BC tại D và cắt (O) tại 2 điểm M, N (M nằm giữa $A; H$). Chứng minh: $\triangle BDH$ và $\triangle BEC$ đồng dạng, từ đó suy ra $BH \cdot BE = BN^2$.
- c) Tiếp tuyến tại F của (O) cắt AH tại I . Chứng minh tứ giác $IEOD$ nội tiếp.

Bài 21. Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$), đường cao AH . Vẽ (O) đường kính AB cắt AC tại N . Gọi E là điểm đối xứng của H qua AC , EN cắt AB tại M và cắt (O) tại điểm thứ hai D .

- a) Chứng Minh: $AD = AE$
- b) Chứng Minh: HA là tia phân giác của góc MHN .
- c) Chứng Minh: A, E, C, H, M cùng thuộc 1 đường tròn tâm O_1 . Và ba đường thẳng CM, BN, AH đồng qui