

**BÀI TẬP
HÌNH HỌC
LỚP 9**

CHƯƠNG I:

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

BÀI TẬP Ở LỚP

Bài 1A: $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao.

Tìm độ dài các đoạn thẳng còn lại, biết:

- 1/ $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}.$
- 2/ $BC = 10\text{cm}, BH = 3,6\text{cm}.$
- 3/ $AB = 15\text{cm}, HB = 9\text{cm}.$
- 4/ $AC = 40\text{cm}, AH = 24\text{cm}.$
- 5/ $AH = 12\text{cm}, HB = 16\text{cm}.$
- 6/ $BH = 4\text{cm}, HC = 9\text{cm}.$
- 7/ $AH = 12\text{cm}$ và trung tuyến AM bằng 13cm.
- 8/ $AB = 6\text{cm}, HC = 5\text{cm}.$

Bài 2A: $\triangle DEF$ vuông tại D ($DE > DF$) DK đường cao

1/ **CM:** $\frac{DE^2}{DF^2} = \frac{EK}{FK}$

2/ Kẻ $KA \perp DE$ tại A. **CM:** $DA \cdot DE = KE \cdot KF$

3/ Kẻ $KB \perp DF$ tại B. **CM:** $DA \cdot DE = DB \cdot DF$

4/ **CM:** $KE \cdot KF = AD \cdot AE + BD \cdot BF$

5/ **CM:** $AB^3 = EF \cdot AE \cdot BF$

6/ **CM:** $\frac{AE}{BF} = \left(\frac{DE}{DF}\right)^3$

7/ Kẻ đường thẳng đi qua F và vuông góc với FD tại F, đường thẳng này cắt DK tại C. Chứng minh:

$FB \cdot FD = KD \cdot KC.$

8/ **CM:** $FK \cdot FE = DK \cdot DC$

Bài 3A: Không dùng máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần:

- 1/ $\sin 40^\circ, \cos 28^\circ, \sin 65^\circ, \cos 88^\circ, \cos 20^\circ$
- 2/ $\tan 32^\circ 48', \cot 28^\circ 36', \tan 56^\circ 32', \cot 67^\circ 18'$
- 3/ $\sin 24^\circ; \cos 35^\circ; \sin 54^\circ; \cos 70^\circ; \sin 78^\circ$
- 4/ $\sin 15^\circ; \cos 71^\circ; \sin 23^\circ; \cos 23^\circ$
- 5/ $\sin 25^\circ; \cos 35^\circ; \sin 50^\circ; \cos 70^\circ$
- 6/ $\sin 32^\circ; \cos 29^\circ; \sin 51^\circ; \cos 65^\circ; \sin 45^\circ$

Bài 4A: $\triangle ABC$ có $AB = 30\text{cm}, AC = 40\text{cm}, BC = 50\text{cm}$

- a/ Chứng minh: tam giác ABC là tam giác vuông.
- b/ Tính $\sin B, \tan C$ và tính số đo góc B, góc C.
- c/ Vẽ đường cao AH. Tính các độ dài AH, BH, HC.
- d/ Vẽ đường phân giác AD của $\triangle ABC$. Tính độ dài DB, DC và AD.
- e/ Đường thẳng vuông góc với AB tại B cắt AH tại E. Tính độ dài BE và diện tích của tứ giác ABEC.

(Số đo góc làm tròn đến phút, độ dài các đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài 5A: $\triangle DEF$ có $DE = 6\text{cm}, DF = 8\text{cm}, EF = 10\text{cm}.$

- 1/ Chứng minh: tam giác DEF là tam giác vuông.
- 2/ Vẽ đường cao DK. Tính DK, FK.

3/ Giải tam giác vuông EDK.

4/ Vẽ phân giác DM. Tính các độ dài ME, MF.

5/ Tính $\sin F$ trong hai tam giác vuông DFK và DEF. Từ đó suy ra $ED \cdot DF = DK \cdot EF$

(Kết quả về góc làm tròn đến phút, về đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

Bài 6A: $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH, $AB = 6\text{cm}$ và $BC = 10\text{cm}.$

- 1/ Tính BH, CH, AC, AH.
- 2/ Tính $\sin C, \tan B$ và số đo góc B, góc C (**góc làm tròn đến độ**)
- 3/ Gọi E và F là hình chiếu của H lần lượt lên AB, AC. Chứng minh: tứ giác AEHF là hình chữ nhật. Tính EF.

4/ Chứng minh:

- a) $AE \cdot AB = AF \cdot AC.$
- b) $AB \cdot AE = BH \cdot HC$
- c) $CA \cdot FA = BH \cdot HC$
- d) $HB \cdot HC = EA \cdot EB + FA \cdot FC$

5/ Tính $M = \cos^2 B + \cos^2 C - \tan B \cdot \tan C$

6/ Đường thẳng vuông góc với AB tại B cắt AH tại D. **CM:** $BE \cdot AB = HA \cdot HD$ và $AH \cdot AD = BH \cdot BC$

7/ Tính BD và diện tích tứ giác ABDC.

Bài 7A: $\triangle ABC$ vuông tại A có $AC = 8\text{cm}, BC = 10\text{cm}.$

- 1/ Vẽ đường cao AH. Tính các độ dài AH, BH, HC.
- 2/ Tính số đo của các góc B và C.
- 3/ Kẻ $HD \perp AB$ và $HE \perp AC$ ($D \in AB, E \in AC$). Chứng minh: $AD \cdot AB = AE \cdot AC.$
- 4/ Chứng minh: $AB \cos B + AC \cos C = BC$
- 5/ Chứng minh: $AB^3 \cdot EC = AC^3 \cdot BD$

(Kết quả về góc làm tròn đến phút, về đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

Bài 8A: $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 15\text{cm}$ và $AC = 20\text{cm}.$ Kẻ đường cao AH.

- 1/ Tính BC, AH, BH, CH và số đo của các góc B; C
- 2/ Kẻ $HD \perp AB$ tại D. **CM:** $AD \cdot AB = HB \cdot HC.$
- 3/ Kẻ đường thẳng đi qua B và vuông góc với BA tại B, đường thẳng này cắt tia AH tại K. Chứng minh: $AH \cdot AK = BH \cdot BC$
- 4/ Kẻ đường thẳng đi qua C và vuông góc với CA tại C, đường thẳng này cắt tia BK tại Q và cắt tia AK tại I. Chứng minh: $AH^2 = HK \cdot HI$
- 5/ Tính diện tích tam giác CKI.

(Kết quả về góc làm tròn đến độ, về đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài 9A: $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 30\text{cm}$ và $AC = 40\text{cm}$. Kẻ đường cao AH.
 1/ Tính BC, AH, BH và số đo của các góc B; C.
 2/ Kẻ HQ vuông góc với AB tại Q và HI vuông góc với AC tại I. **CM:** $AB \cdot AQ = AI \cdot AC$.

3/ **CM:** $\frac{BQ}{\cos B} + \frac{CI}{\cos C} = BC$.
 4/ Giả sử $BC = AH\sqrt{2}$. Chứng minh: Diện tích tứ giác BCIQ bằng diện tích tam giác AQL.

BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1B: $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao. Tìm độ dài các đoạn thẳng còn lại, biết:
 1/ $AC = 12\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$.
 2/ $BC = 8\text{cm}$, $CH = 6\text{cm}$.
 3/ $AC = 12\text{cm}$. $HC = 7,2\text{cm}$.
 4/ $AB = 15\text{cm}$, $AH = 12\text{cm}$.
 5/ $AH = 9,6\text{cm}$, $HC = 12,8\text{cm}$.
 6/ $BH = 9\text{cm}$, $HC = 25\text{cm}$.
 7/ $AH = 12\text{cm}$, $BC = 25\text{cm}$.
 8/ $AC = 12\text{cm}$, $HB = 7\text{cm}$.

Bài 2B: $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao.

- 1/ **CM:** $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH}$
 2/ Kẻ $HN \perp AC$ tại N. **CM:** $BH \cdot HC = AN \cdot AC$
 3/ Kẻ $HM \perp AB$ tại M. **CM:** $AM \cdot AB = AN \cdot AC$
 4/ **CM:** $HB \cdot HC = MA \cdot MB + NA \cdot NC$
 5/ **CM:** $MN^3 = BC \cdot BM \cdot CN$
 6/ **CM:** $\frac{MB}{NC} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^3$
 7/ Kẻ đường thẳng đi qua B và vuông góc với BA tại B, đường thẳng này cắt AH tại I. Chứng minh: $HA \cdot HI = BM \cdot BA$
 8/ **CM:** $BH \cdot BC = AH \cdot AI$

Bài 3B: $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc C.

Bài 4B: $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao và $AB = 13$, $BH = 5$. Tính $\sin B$, $\sin C$.

Bài 5B: $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao và $BH = 3$, $CH = 5$. Tính $\tan B$, $\cos C$.

Bài 6B: $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH, $AB = 9\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$.

- a/ Tính AH, BH, CH.
 b/ Tính các tỉ số lượng giác của góc C, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc B.

Bài 7B: $\triangle MNP$ vuông tại M có đường cao MH và $MN = 12\text{cm}$, $MP = 20\text{cm}$.

- a/ Tính MH, NH, PH.
 b/ Tính các tỉ số lượng giác của góc P.

Bài 8B: $\triangle DEF$ vuông tại D có đường cao DH và $DE = 20\text{cm}$, $DF = 24\text{cm}$.

- a/ Tính DH, EH, FH.
 b/ Tính các tỉ số lượng giác của E.

Bài 9B: Không dùng máy tính, hãy sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự giảm dần:

- 1/ $\sin 50^\circ$, $\cos 35^\circ$, $\sin 25^\circ$, $\cos 15^\circ$, $\sin 15^\circ$
 2/ $\cot 24^\circ 15'$, $\tan 16^\circ 21'$, $\cot 57^\circ 37'$, $\cot 30^\circ$, $\tan 80^\circ$
 3/ $\tan 15^\circ$; $\cot 37^\circ$; $\tan 34^\circ$; $\cot 81^\circ$; $\tan 89^\circ$
 4/ $\tan 34^\circ$; $\cot 65^\circ$; $\cot 12^\circ$; $\tan 40^\circ$
 5/ $\tan 25^\circ$; $\cot 35^\circ$; $\tan 50^\circ$; $\cot 70^\circ$
 6/ $\tan 32^\circ$; $\cot 28^\circ$; $\tan 41^\circ$; $\cot 25^\circ$; $\tan 75^\circ$

Bài 10B:

1/ Cho $0 < \alpha < 90^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. Hãy tính $\cos \alpha$,

$\tan \alpha$, $\cot \alpha$.

2/ Cho $0 < \alpha < 90^\circ$ và $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. Hãy tính $\sin \alpha$,

$\tan \alpha$, $\cot \alpha$.

Bài 11B: Không dùng máy tính, hãy tính:

- 1/ $\sin^2 11^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 32^\circ + \sin^2 79^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 58^\circ$
 2/ $\sin^2 15^\circ - \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ - \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ$
 3/ $\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ + \tan 12^\circ - \cot 78^\circ - \frac{2 \cot 43^\circ}{\tan 47^\circ}$
 4/ $2 \cot 37^\circ \cdot \cot 53^\circ + \sin^2 28^\circ - \frac{3 \tan 54^\circ}{\cot 36^\circ} + \sin^2 62^\circ$
 5/ $\cos^2 64^\circ + \cos^2 26^\circ - 4 \cot 31^\circ \cdot \cot 59^\circ - \frac{2 \cos 48^\circ}{\sin 42^\circ}$
 6/ $\sin^2 25^\circ + \sin^2 25^\circ - \tan 35^\circ + \cot 55^\circ - \frac{\cot 32^\circ}{\tan 58^\circ}$
 7/ $\tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$

Bài 12B: Thu gọn:

- 1/ $\cos^2 \alpha - \sin \alpha + \cos(90^\circ - \alpha) + \sin^2 \alpha + \tan^2(90^\circ - \alpha) + 1 - \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
 2/ $\sin(90^\circ - \alpha) - \cos \alpha + \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha - \tan^2 \alpha$
 3/ $(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha + \sin \alpha)^2$
 4/ $\frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 - (\cos \alpha + \sin \alpha)^2}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}$
 5/ $(\tan 46^\circ + \cot 46^\circ)^2 - (\tan 46^\circ - \cot 46^\circ)^2$
 6/ $\sin x - \sin x \cos^2 x$ 7/ $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$
 8/ $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$

Bài 13B: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $A = \frac{\sin \alpha + 2 \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 4 \cos \alpha}$
và $B = \frac{2 \sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{4 \cos^2 \alpha - 5 \sin^2 \alpha}$

Bài 14B: Giải $\triangle ABC$ vuông tại A, biết:

- 1/ $AC = 10\text{cm}$, $\hat{C} = 30^\circ$
- 2/ $AB = 10\text{cm}$, $\hat{C} = 45^\circ$
- 3/ $BC = 20\text{cm}$, $\hat{B} = 35^\circ$
- 4/ $AB = 21\text{cm}$, $AC = 18\text{cm}$

Bài 15B: $\triangle ABC$ có $AB=6\text{cm}$, $AC=4,5\text{cm}$, $BC=7,5\text{cm}$

- 1/ **CM:** $\triangle ABC$ vuông tại A.
- 2/ Tính các góc B, C và đường cao AH.

Bài 16B: $\triangle ABC$ có $BC=16\text{cm}$, $AB=20\text{cm}$, $AC=12\text{cm}$

- 1/ Chứng minh: tam giác ABC là tam giác vuông.
- 2/ Tính $\sin A$, $\tan B$ và số đo góc B, góc A.
- 3/ Vẽ đường cao CH. Tính các độ dài CH, BH, HA.
- 4/ Vẽ đường phân giác CD của $\triangle ABC$. Tính độ dài DB, DA và CD.

5/ Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt tia CH tại K. Tính BK và diện tích của tứ giác ACBK.

Bài 17B: Cho tam giác ABC, biết $AB = 12\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$, $AC = 16\text{cm}$.

- 1/ Chứng minh: tam giác ABC là tam giác vuông.
- 2/ Vẽ đường cao AH. Tính AH, BH.
- 3/ Giải tam giác vuông ACH.
- 4/ Vẽ phân giác AD. Tính DB, DC.
- 5/ Tính $\cos B$ trong hai tam giác vuông HBA và ABC. Suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$

(Kết quả về góc làm tròn đến phút, về đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

Bài 18B: $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH, $AC = 3\text{cm}$ và $AB = 4\text{cm}$.

- 1/ Tính BH, CH, BC, AH.
- 2/ Tính $\cos B$, $\tan C$ và số đo góc B, góc C (**góc làm tròn đến độ**)
- 3/ Gọi D và E là hình chiếu của H lần lượt lên AB, AC. **CM:** tứ giác ADHE là hình chữ nhật. Tính ED.
- 4/ Chứng minh:
 - a) $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.
 - b) $BA \cdot DA = HB \cdot HC$
 - c) $EA \cdot CA = BH \cdot HC$
- 5/ Tính $M = \sin^2 B + \sin^2 C - \tan B \cdot \tan C$
- 6/ Đường thẳng vuông góc với AC tại B cắt AH tại F. **CM:** $HA \cdot HF = CE \cdot CA$ và $CH \cdot CB = AH \cdot AF$.
- 7/ Tính CF và diện tích tứ giác ABFC.

Bài 19B: $\triangle DEF$ vuông tại D có $EF=70\text{cm}$, $DF=30\text{cm}$

- 1/ Tìm số đo của các góc E và F.
- 2/ Vẽ đường cao DH. Tính các độ dài DH, HE, HF.
- 3/ Kẻ $HA \perp DE$ và $HB \perp DF$ ($A \in DE$, $B \in DF$).
Chứng minh: $DA \cdot DE = DB \cdot DF$.

4/ Chứng minh: $DH(\cot E + \cot F) = EF$

5/ Chứng minh: $DE^3 \cdot BF = DF^3 \cdot AE$

(Kết quả về góc làm tròn đến phút, về đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

Bài 20B: $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 12\text{cm}$ và $AC = 16\text{cm}$. Kẻ đường cao AH.

- 1/ Tính BC, AH, BH, CH và số đo các góc B, C.
- 2/ Kẻ $HE \perp AC$ tại E. **CM:** $AC \cdot AE = HB \cdot HC$.
- 3/ Kẻ đường thẳng đi qua C và vuông góc với CA tại C, đường thẳng này cắt tia AH tại I. Chứng minh: $AH \cdot AI = CH \cdot BC$
- 4/ Kẻ đường thẳng đi qua B và vuông góc với BA tại B, đường thẳng này cắt tia AI tại K và cắt tia CI tại Q. Chứng minh: $AH^2 = HK \cdot HI$
- 5/ Tính diện tích tam giác CKI.

(Kết quả về góc làm tròn đến độ, về đoạn thẳng làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Bài 21B: $\triangle ABC$ có ba góc nhọn, đường cao AH.

Từ chân đường cao H, kẻ HE vuông góc với AB (E thuộc đoạn AB), HF vuông góc với AC (F thuộc đoạn AC)

1/ Chứng minh: $\frac{AE}{BE} = \frac{AH^2}{BH^2}$

3/ Gọi D và E là hình chiếu của H trên AB và AC ($D \in AB$ và $E \in AC$). Chứng minh: $BD = BC \cos^3 B$; $CE = BC \cos^3 C$ và $DE^3 = BD \cdot CE \cdot BC$.

4/ Chứng minh: $\frac{BD}{CE} = \left(\frac{AB}{AC}\right)^3$

2/ Chứng minh: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.

3/ Cho $BH = 3\text{cm}$, $AH = 4\text{cm}$. Tính AE, BE.

4/ Cho $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Tính FC.

Bài 22B: $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH. Kẻ HM vuông góc với AB và HN vuông góc với AC.

a/ Chứng minh: $AM \cdot AB = AN \cdot AC$. Suy ra $\triangle AMN$ đồng dạng với $\triangle ACB$.

b/ Cho $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính diện tích tứ giác AMIN.

Bài 23B: Hình chữ nhật ABCD: $AD=8\text{cm}$, $DC=15\text{cm}$

- 1/ Tính AC.
- 2/ Đường thẳng đi qua D, vuông góc với AC tại M cắt AB ở điểm N và cắt tia CB ở điểm I. Tính DM.
- 3/ Chứng minh $MD^2 = MN \cdot MI$
- 4/ Tính số đo góc BMC.

Bài 24B: $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH, biết $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$.

1/ Giải $\triangle ABC$ và tính AH, BH, CH.

2/ Tính:

a) $X = 3 \sin^2 B + 2 \sin^2 C - 5 \tan B \cdot \tan C$

b) $Y = \cos^2(90^\circ - B) + \cos^2 B + 7 \cot B \cdot \cot C$

3/ Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. **CM:** $AE \cdot AB = AF \cdot AC$ và $AH^3 = BC \cdot BE \cdot CF$

4/ Tính diện tích tứ giác BEFC.

<p>Bài 25B: $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$) có đường cao AH.</p> <p>1/ Chứng minh: $\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH}{CH}$; $BH = BC \cos^2 B$ và $CH = BC \cos^2 C$.</p> <p>2/ Từ B vẽ đường thẳng vuông góc với trung tuyến AM cắt AH tại D, AM tại E và AC tại F. Chứng minh: D là trung điểm của BF và $BE \cdot BF = BH \cdot BC$.</p> <p>3/ Cho $AB = 120\text{cm}$; $AC = 160\text{cm}$. Tính AH, BH, CH, DE và AF.</p> <p>Bài 26B: $\triangle ABC$ nhọn có đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC.</p> <p>1/ Chứng minh: $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và $\frac{AN}{CN} = \frac{AH^2}{CH^2}$</p> <p>2/ Chứng minh: $MAH = MNH$.</p> <p>3/ CM: $AH = \frac{BC}{\cot B + \cot C}$ và $CH = \frac{BC \tan B}{\tan B + \tan C}$.</p>	<p>4/ Cho $AB = 15$, $BC = 14$, $CA = 13$. Tính số đo các góc của $\triangle ABC$.</p> <p>Bài 27B: $\triangle ABC$ có đường cao BH. Biết $AB = 40\text{cm}$, $AC = 58\text{cm}$, $BC = 42\text{cm}$.</p> <p>1/ $\triangle ABC$ có phải là tam giác vuông không? Vì sao?</p> <p>2/ Tính các tỉ số lượng giác của góc A.</p> <p>3/ Kẻ $HE \perp AB$ và $HF \perp BC$. Tính BH, BE, BF và diện tích của tứ giác EFCA.</p> <p>4/ Lấy M bất kì trên cạnh AC. Gọi hình chiếu của M trên AB và BC lần lượt là P và Q. Chứng minh: $PQ = BM$. Từ đó suy ra vị trí của M để PQ có độ dài nhỏ nhất.</p> <p>Bài 28B: $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$, đường cao AH và trung tuyến AM (H và M thuộc BC)</p> <p>1/ Tính độ dài các đoạn thẳng AC, BH, AH và HM.</p> <p>2/ Tính số đo các góc B, C và MAH.</p>
--	--

BÀI TOÁN THỰC TẾ

<p>Bài 1: Người thợ điện đứng ngắm nhìn đỉnh trụ điện cao 38m dưới một góc bằng 62°. Hãy tính khoảng cách từ chỗ đứng của người thợ điện đến chân trụ điện?</p> <p>Bài 2: Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một tháp trên mặt đất dài 86m. Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét)</p> <p>Bài 3: Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Hãy tính góc (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất.</p> <p>Bài 4: Một khúc sông rộng khoảng 250m. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng 320m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc bằng bao nhiêu độ?</p> <p>Bài 5: Một con thuyền với vận tốc 2km/h vượt qua một khúc sông mất 5 phút. Biết rằng đường đi của con thuyền tạo với bờ một góc 70°. Tính chiều rộng của khúc sông (làm tròn đến mét).</p> <p>Bài 6: Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 35° và bóng của một cây trên mặt đất dài 1,7m. Tính chiều cao của cây (làm tròn đến mét)</p> <p>Bài 7: Một chiếc máy bay bay lên với vận tốc 500km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 30°. Hỏi sau 1,2 phút máy bay lên cao được bao nhiêu kilômét theo phương thẳng đứng?</p> <p>Bài 8: Một cây trong sân trường cao 4m và bóng của nó trên mặt đất dài 6m. Tính số đo góc mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (làm tròn đến phút).</p> <p>Bài 9: Từ đỉnh một ngọn đèn biển cao 38m so với mặt nước biển, người ta nhìn thấy một hòn đảo dưới góc 30° so với đường nằm ngang chân đèn. Hỏi khoảng cách từ đảo đến chân đèn (ở mực nước biển)</p>	<p>bằng bao nhiêu?</p> <p>Bài 10: Để nhìn thấy đỉnh A của một vách đá dựng đứng, người ta đã đứng tại điểm P cách chân vách đá một khoảng 45m và nhìn lên một góc 25° so với đường nằm ngang. Tính độ cao của vách đá.</p> <p>Bài 11: Một cột cờ cao 3,5m có bóng trên mặt đất dài 4,8m. Hỏi góc giữa tia sáng mặt trời và bóng cột cờ là bao nhiêu ?</p> <p>Bài 12: Từ đỉnh một tòa nhà cao 60m, người ta nhìn thấy một chiếc ô tô đang đỗ dưới một góc 28° so với đường nằm ngang. Hỏi chiếc ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó bao nhiêu mét ?</p> <p>Bài 13: Làm dây kéo cờ : Tìm chiều dài của dây kéo cờ, biết bóng của cột cờ (chiếu bởi ánh sáng mặt trời) dài 11,6m và góc nhìn mặt trời là $36^\circ 50'$.</p> <p>Bài 14: Một con mèo ở trên cành cây cao 6,5m. Để bắt mèo xuống cần phải đặt thang sao cho đầu thang đạt độ cao đó, khi đó góc của thang với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 6,7m ?</p> <p>Bài 15: Đài quan sát ở Toronto, Ontario, Canada cao 533m. Ở một thời điểm nào đó vào ban ngày, mặt trời chiếu tạo thành bóng dài 1100m. Hỏi lúc đó góc tạo bởi tia sáng mặt trời và mặt đất là bao nhiêu ?</p> <p>Bài 16: Tàu ngầm đang ở trên mặt biển bỗng đột ngột lặn xuống theo phương tạo với mặt nước biển một góc 21°.</p> <p>a/ Nếu tàu chuyển động theo phương lặn xuống được 300m thì nó ở độ sâu bao nhiêu ? Khi đó khảng cách theo phương nằm ngang so với nơi xuất phát là bao nhiêu ?</p> <p>b/ Tàu phải chạy bao nhiêu mét để đạt đến độ sâu 1000m ?</p>
---	---

CHƯƠNG II: ĐƯỜNG TRÒN

Bài 1: Cho đường tròn (O) có đường kính $EF = 2R$.

Vẽ hai tiếp tuyến Em và Fn với đường tròn. Qua điểm A bất kì trên đường tròn (O) ($A \neq E, F$) vẽ tiếp tuyến thứ ba với đường tròn cắt Em, Fn lần lượt tại B, C.

a/ Tứ giác EFCB là hình gì? Vì sao?

b/ Chứng minh: Bốn điểm O, E, B, A cùng nằm trên một đường tròn.

c/ C/m: CO là đường trung trực của đoạn thẳng AF.

d/ Chứng minh: $\triangle BOC$ vuông.

e/ C/m: $AF \parallel OB$.

f/ Chứng minh: $BE + CF = BC$

g/ Chứng minh: $BE \cdot CF = R^2$.

h/ Đường thẳng EA cắt tia Fn tại D. Giả sử $AF = R$.

Tính EA, AD, ED, DF theo R.

i/ Đường thẳng BC cắt đường thẳng EF tại I.

Chứng minh: $CA \cdot BI = CI \cdot BA$

j/ Giả sử $EF = 20\text{cm}$, diện tích tứ giác BCFE là 160cm^2 . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OB và OC. Hãy tính diện tích tứ giác OMAN.

Bài 2: Qua điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến AM, AN với (O) (M, N là tiếp điểm)

a/ Chứng minh: AO là đường trung trực của MN.

b/ Gọi I là giao điểm của AO và MN.

Chứng minh: $AI \cdot IO = IM \cdot IN$.

c/ Vẽ đường kính ME của (O) và AE cắt (O) tại D.

Chứng minh: $AE \cdot AD = AI \cdot AO$.

d/ Đoạn thẳng AO cắt đường tròn (O) tại K. Chứng minh: K là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle AMN$.

Bài 3: Qua điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến MC, MD với (O) (C, D là tiếp điểm)

a/ Chứng minh: OM là đường trung trực của CD.

b/ Gọi H là giao điểm của MO và CD.

Chứng minh: $CH \cdot HD = OH \cdot HM$.

c/ Vẽ đường kính DE của (O) và ME cắt (O) tại F.

Chứng minh: $ME \cdot MF = MH \cdot MO$.

d/ Đường thẳng MO cắt đường tròn (O) tại A và B (A nằm giữa B và M). Chứng minh: $AH \cdot BM = BH \cdot AM$.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AH. Từ B và C kẻ các tiếp tuyến BD, CE với đường tròn (D, E là các tiếp điểm không nằm trên BC).

a/ Chứng minh: BC là tiếp tuyến của (A; AH)

b/ Chứng minh: $BD + CE = BC$.

c/ Chứng minh: $BD \cdot CE = AH^2$

d/ Chứng minh: Ba điểm D, A, E thẳng hàng.

e/ Tính số đo của góc DHE?

f/ C/m: DE tiếp xúc với đường tròn đường kính BC

Bài 5: Cho điểm A nằm ngoài (O; R) sao cho $OA = 2R$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC của (O) (B, C là hai tiếp điểm). Gọi E, F là giao điểm của đường thẳng OA với (O) (E nằm giữa O, A). C/m:

a/ Chứng minh: Bốn điểm A, D, B, H cùng nằm trên một đường tròn.

b/ Bốn điểm O, B, A, C cùng thuộc một đường tròn

c/ AO là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

d/ FB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OA.

e/ Kẻ đường kính CD của (O). C/m: $DE = BC$.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AH. Từ H vẽ dây cung $HE \perp AC$ tại K. Từ B vẽ tiếp tuyến BD của đường tròn (A) (D là tiếp điểm)

a/ C/m: CE là tiếp tuyến của đường tròn (A).

b/ Chứng minh: $BD + CE = BC$.

c/ Đường thẳng DC cắt đường tròn (A) tại F (F khác D). C/m: D, A, E thẳng hàng và

$CK \cdot CA = CF \cdot CD$.

d/ Đường tròn (O) đường kính BC cắt Đường tròn (A) tại M và N. Gọi I là trung điểm của AH. Chứng

minh: $OA \perp MN$ và ba điểm M, I, N thẳng hàng.

Bài 7: $\triangle ABC$ nội tiếp (O; R) và O là trung điểm AC

a/ Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông.

b/ Tiếp tuyến tại B của (O) cắt tia AC tại N. Vẽ dây $BD \perp AC$ tại H. C/m: ND là tiếp tuyến của (O).

c/ Chứng minh: BC là tia phân giác của góc NBD.

d/ Vẽ đường kính BE của (O), ED cắt tia BN tại K.

Chứng minh: N là trung điểm của BK.

e/ Vẽ $DM \perp BE$ tại M, NE cắt DM tại I. C/m: $ID = IM$

Bài 8: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ tiếp tuyến AB đến (O) (B là tiếp điểm). Kẻ dây BC vuông góc với OA tại H.

a/ Chứng minh: AC là tiếp tuyến của (O).

b/ Từ B kẻ $Bx \parallel OA$ cắt (O) tại D (D khác B).

Chứng minh: CD là đường kính của đường tròn (O)

c/ Kẻ $BI \perp CD$ tại I. C/m: $4HO \cdot HA = CI \cdot CD$.

d/ Gọi K là giao điểm của AD và BI. Chứng minh: K là trung điểm của BI.

Bài 9: Cho đường tròn (O; R) và dây AB bất kì không qua tâm. Vẽ tia $OH \perp AB$ tại H và cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) tại M.

a/ C/m: MB là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b/ Chứng minh: $AB^2 = 4HO \cdot HM$.

c/ Gọi C là giao điểm của tia OH với (O). Chứng minh: C là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MAB$.

d/ Gọi D là điểm đối xứng của C qua O. Chứng minh: $CH \cdot DM = DH \cdot CM$.

e/ Giả sử $\widehat{AOB} = 120^\circ$. C/m: $S_{AOBC} = S_{MACB}$.

Bài 10: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B và C là hai tiếp điểm). AO cắt BC tại H.

- a/ Chứng minh: AO là đường trung trực của BC.
 b/ Qua B kẻ đường thẳng song song với OA cắt (O) tại D. AD cắt (O) tại E. C/m: $AE \cdot AD = AH \cdot AO$.
 c/ Qua O kẻ $OK \perp EC$ tại K, OK cắt (O) tại I. Chứng minh: DI là tia phân giác của góc CDE.
 d/ Gọi F là giao điểm của AO và CE. Gọi N là giao điểm của DI và AC. Chứng minh: $AE = 2R$ khi ba điểm D, F, N thẳng hàng.

Bài 11 (NH 06-07) Cho (O; R) có đường kính AB và vẽ 2 tiếp tuyến Ax và By. Trên đường tròn lấy điểm C sao cho $BC = R$. Tiếp tuyến tại C với đường tròn cắt Ax, By và đường thẳng AB lần lượt tại E, F, K.

- a/ Chứng minh: $CB \perp AC$.
 b/ Chứng minh: $AE + BF = EF$ và $\widehat{EOF} = 90^\circ$.
 c/ Đường thẳng AC cắt By tại D. Tính $CD \cdot AD$ theo R
 d/ Chứng minh: $FC \cdot EK = EC \cdot FK$

Bài 12 (NH 05-06) Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$ và lấy một điểm C sao cho dây $BC = R$. Từ B vẽ tiếp tuyến với đường tròn, tiếp tuyến này cắt đường thẳng AC tại D.

- a/ C/m: $\triangle ACB$ vuông.
 b/ Tính theo R các đoạn thẳng AC và BD.
 c/ Vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác CDB, gọi O' là tâm đường tròn này. Chứng minh: O'C là tiếp tuyến của (O) và AB là tiếp tuyến của (O').
 d/ Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABD. Tính IO theo R.

Bài 13: Cho đường tròn (O) đường kính BC, A là một điểm trên đường tròn (A không trùng B và C) Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Kẻ đường tròn (I) đường kính AH, cắt AB, AC lần lượt tại M và N

- a/ C/m: Ba điểm M, I, N thẳng hàng.
 b/ C/m: OA vuông góc với NM.
 c/ Kẻ đường kính AOK của (O). Gọi E là trung điểm của HK. C/m: EI là đường trung trực của MN.
 d/ C/m: E là tâm của đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNC$

Bài 14: Cho đường tròn (O; R). Từ một điểm A ở ngoài đường tròn, kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của BC.

- a/ Chứng minh: Ba điểm A, H, O thẳng hàng và các điểm A, B, C, O cùng thuộc một đường tròn.
 b/ Kẻ đường kính BD của (O). Vẽ CK vuông góc với BD. Chứng minh: $AC \cdot CD = CK \cdot AO$.
 c/ Tia AO cắt đường tròn (O) tại M và N. Chứng minh: $MH \cdot NA = MA \cdot NH$.
 d/ AD cắt CK tại I. C/m: I là trung điểm của CK.

Bài 15: Cho đường tròn (O, R) có BC là đường kính. Lấy một điểm A trên (O) sao cho $BA = R$.

a/ Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông và tính số đo của góc ABC.

b/ Tia CA cắt tiếp tuyến qua B của (O) tại D. Chứng minh: $CA \cdot CD = 4R^2$.

c/ Gọi E là trung điểm của BD. Chứng minh: EA là tiếp tuyến của (O).

d/ Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Đoạn CE cắt AH tại K. Tia BK cắt tiếp tuyến qua C của (O) tại F. Chứng minh: K là trung điểm của AH và ba điểm E, A, F thẳng hàng.

Bài 16: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B và C là hai tiếp điểm)

- a/ Chứng minh: Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn và AO vuông góc với BC.
 b/ Trên cung nhỏ BC của (O) lấy điểm M bất kỳ (M không trùng B, C và M không thuộc AO). Tiếp tuyến tại M cắt AB, AC lần lượt tại D, E. Chứng minh: Chu vi tam giác ADE bằng $2AB$.
 c/ Đường thẳng vuông góc với AO tại O cắt AB, AC lần lượt tại P và Q. Chứng minh: $4PD \cdot QE = PQ^2$
 d/ DE cắt AO tại N và BC cắt OM tại K. Chứng minh: $AM \parallel NK$.

Bài 17: Từ điểm A nằm ngoài (O; R) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là tiếp điểm) và cát tuyến AEF

- a/ Chứng minh: Bốn điểm A, B, O, C nằm trên một đường tròn và $CD \parallel AO$.
 b/ Chứng minh: $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle AFB$. Suy ra: $BE \cdot CF = BF \cdot CE$.
 c/ Vẽ đường kính BD của (O; R). Tia AO cắt DE, DF lần lượt tại M và N. Chứng minh: $BN \parallel MD$.
 d/ Xác định vị trí của cát tuyến AEF để cát tuyến dài nhất khi AEF quay quanh A.

Bài 18: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm M trên nửa đường tròn sao cho $MB = R$. Tiếp tuyến tại M của đường tròn cắt các tiếp tuyến Ax và By lần lượt tại C và D. (Ax và By cùng thuộc nửa mặt phẳng có bờ AB chứa điểm M)

- a/ Chứng minh: $\triangle COD$ vuông và $AC + BD = CD$.
 b/ Tính OC theo R.
 c/ BC cắt đường tròn tại F (F khác B), đường thẳng qua O vuông góc với BC cắt By tại E. Chứng minh: EF là tiếp tuyến của đường tròn (O).
 d/ Gọi K là giao điểm của OE và BC. Chứng minh: $DM = DK$.

Bài 19: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với (O) tại B và C.

- a/ Chứng minh: OA vuông góc với BC tại H.
 b/ Vẽ đường kính CD của (O). Đoạn thẳng AD cắt (O) tại E (khác D). Chứng minh: $AB^2 = AE \cdot AD$.
 c/ Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh: Bốn điểm B, C, O, I cùng thuộc một đường tròn.
 d/ Chứng minh: $AE + AD > 2AB$.

Bài 20: Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm A, B. Lấy điểm M trên tia đối của tia BA kẻ tiếp tuyến MC với đường tròn (C là tiếp điểm, MC thuộc nửa mặt phẳng chứa A bờ OM) Gọi H là trung điểm của AB

- a/ Chứng minh: Các điểm M, C, O, H cùng nằm trên một đường tròn.
 b/ Vẽ dây CD vuông góc với OM. Chứng minh: MD là tiếp tuyến của (O).
 c/ Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh: I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MCD$.
 d/ Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích $\triangle MPQ$ nhỏ nhất.

Bài 21: Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Qua A và B vẽ hai tiếp tuyến của đường tròn (O). Trên đường tròn (O) lấy một điểm C bất kỳ (C khác A và B). Qua C vẽ tiếp tuyến của (O) cắt tiếp tuyến qua A tại M và tiếp tuyến qua B tại N.

- a/ Chứng minh: $MA \cdot NB = R^2$ và $\widehat{MON} = 90^\circ$.
 b/ ON cắt BC tại D và OM cắt AC tại E. Chứng minh: Tứ giác OECD là hình chữ nhật.
 c/ Cho $AC = R\sqrt{3}$. Tính độ dài của MN theo R.

Bài 22: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) có ba góc nhọn và hai đường cao BD và CE. Vẽ đường tròn tâm B bán kính BD cắt đoạn CE tại K. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt đường thẳng BA tại M và cắt đoạn thẳng EC tại I. BC cắt DI tại H.

- a/ Chứng minh: $BE \cdot BM = BH \cdot BC$
 b/ Chứng minh: $\widehat{BEK} = \widehat{BKM}$
 c/ Chứng minh: $CE \cdot IK = CK \cdot EK$

Bài 23: Cho M nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho $OM = 2R$. Qua M vẽ hai tiếp tuyến MB và MC với (O) (B và C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và BC.

- a/ Chứng minh: OM là đường trung trực của BC.
 b/ Gọi G là trọng tâm của $\triangle OMB$. Tính BG.
 c/ Từ B vẽ tia Bx song song với OM và cắt (O) tại K. Chứng minh: $BK = 2OH$.
 d/ Gọi D là giao điểm của MK và (O). Chứng minh: HB là tia phân giác của góc KHD.

Bài 24: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC đến (O) (B, C là tiếp điểm)

- a/ Chứng minh: OA vuông góc với BC tại H.
 b/ Vẽ đường thẳng vuông góc với OB tại O và cắt AC tại E. Chứng minh: $\triangle OAE$ là tam giác cân.
 c/ Trên tia đối của tia BC lấy điểm Q. Vẽ hai tiếp tuyến QM, QN đến (O) (M, N là tiếp điểm). Chứng minh: Ba điểm A, M, N thẳng hàng.

Bài 25: Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB và C là điểm thuộc (O) (C không trùng A và C không trùng B; $CA > CB$). Vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại B.

a/ Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông.

b/ Gọi M là trung điểm của AC. Vẽ CH vuông góc với AB tại H. C/m: O, M, C, H cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn này.

c/ Tia AC cắt d tại E. Chứng minh: $EC \cdot EA = EO^2 - R^2$

d/ Gọi N là trung điểm của CH, tia AN cắt d tại F. Chứng minh: FC là tiếp tuyến của đường tròn (I).

Bài 29: Cho đường tròn (O) và dây AB không qua O. Kẻ OH vuông góc với AB ($H \in AB$). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt OH kéo dài tại K.

- a/ C/m: KB là tiếp tuyến của đường tròn (O).
 b/ Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Chứng minh: $BD \parallel OK$.

c/ KD cắt đường tròn tại C (C không trùng D). Chứng minh: $KB^2 = KC \cdot KD$.

d/ Tiếp tuyến tại D của đường tròn cắt AB tại E. Chứng minh: OE vuông góc với KD.

Bài 30: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R), vẽ AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Kẻ dây BC vuông góc với OA tại H.

- a/ C/m: AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).
 b/ Kẻ đường kính CD của (O). C/m: $BD \parallel OA$.
 c/ Tính tích $OA \cdot OH$ theo R.

d/ Giả sử $OH < \frac{R}{2}$. Cho M là điểm di động trên

đoạn thẳng BC, qua A vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng OM tại N. Tìm giá trị nhỏ nhất của $(4OM + ON)$.

Bài 31: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R), vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Kẻ dây BD của (O) và $BD \parallel OA$.

- a/ Chứng minh: Bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
 b/ Chứng minh: OA vuông góc với BC.
 c/ Gọi E là giao điểm của AD với đường tròn (O) (E khác D), H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh: $\widehat{AHE} = \widehat{OED}$ rồi suy ra BC là đường phân giác của góc DHE.

Bài 32: Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm M thuộc nửa đường tròn (O). Tiếp tuyến tại M cắt hai tiếp tuyến tại A và B của nửa đường tròn (O) lần lượt tại C và D.

- a/ Chứng minh: $\widehat{COD} = 90^\circ$ và $CD = AC + BD$.
 b/ Tính tích $AC \cdot BD$ theo R.

c/ Gọi N là giao điểm của AD và BC. Chứng minh: MN vuông góc với AB.

d/ Tính độ dài MN và CD theo R trong trường hợp $64 \cdot MN^2 + CD^2 = 16R^2$.

Bài 33: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Vẽ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Vẽ dây cung BC vuông góc với AO tại N.

- a/ Chứng minh: $\widehat{OCA} = 90^\circ$, rồi suy ra AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

b/ Vẽ đường kính CD của (O). Vẽ BK vuông góc với CD tại K. Chứng minh: $BD^2 = DK \cdot DC$.

c/ Giả sử $OA = 2R$. Tính $\sin \angle BAO$ và chứng minh: Tam giác ABC đều.

d/ Gọi M là giao điểm của BK và AD. Chứng minh: $CK = 2MN$, rồi suy ra $MN < OB$.

Bài 34: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính CD của (O).

a/ Chứng minh: $OA \perp BC$ và $OA \parallel BD$.

b/ Gọi E là giao điểm của AD và đường tròn (O) (E khác D), H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh: $AE \cdot AD = AH \cdot AO$.

c/ Chứng minh: $\widehat{AHE} = \widehat{OED}$.

d/ Gọi r là bán kính của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Tính độ dài đoạn thẳng BD theo R và r.

Bài 35: Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ tiếp tuyến AB của đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Vẽ dây cung BC của (O) vuông góc với OA tại H.

a/ Chứng minh: H là trung điểm của đoạn thẳng BC

b/ Chứng minh: AC là tiếp tuyến của (O).

c/ Vẽ dây cung BD của (O) song song với OA. Chứng minh: Ba điểm D, O, C thẳng hàng.

d/ Đường thẳng AD cắt (O) tại M (M khác D). Hai tiếp tuyến của (O) tại D và M cắt nhau tại I. Chứng minh: Ba điểm I, B, C thẳng hàng.

Bài 36: Cho đường tròn (O; R) và một điểm A cách O một khoảng $2R$. Từ A vẽ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm)

a/ Chứng minh: OA là đường trung trực của BC.

b/ Gọi H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh: $HA \cdot HO = HB \cdot HC$.

c/ Chứng minh: $\triangle ABC$ đều. Tính cạnh AB theo R.

d/ OA cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh: I là tâm của đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Bài 37: Cho đường tròn (O; R). Từ điểm A ngoài kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC.

a/ Chứng minh: AO vuông góc với BC tại H.

b/ Kẻ đường kính BD của (O). C/m: $DC \parallel AO$.

c/ AO cắt (O) tại E (E \neq D). C/m: $AE \cdot AD = AH \cdot AO$

d/ Qua A, vẽ đường thẳng vuông góc AB. Đường thẳng này cắt OC tại F. C/m: $OA^2 = 2 \cdot OC \cdot OF$.

Bài 38: Từ điểm A ở ngoài (O; R) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính CD của (O), AD cắt (O) tại F (F khác D).

a/ Chứng minh: AO vuông góc với BC tại H và bốn điểm A, F, H, C cùng thuộc một đường tròn.

b/ Chứng minh: $2R^2 = BD \cdot OA$.

c/ AB cắt CD tại E. Chứng minh: $ED = EB \cdot \tan \angle EBD$

d/ BI vuông góc với CD tại I, AI cắt BC tại N, EN cắt AC tại M. C/m: MF là tiếp tuyến của (O).

Bài 39: Cho nửa đường tròn (O; R) đường kính AB. Lấy điểm M thuộc (O). Tiếp tuyến tại M của (O) cắt các tiếp tuyến tại A và B lần lượt tại C và D

a/ Chứng minh: $AC + BD = CD$.

b/ Chứng minh: $\widehat{COD} = 90^\circ$. Suy ra $AC \cdot BD = R^2$.

c/ Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại I. Chứng minh: MI vuông góc với AB tại K.

d/ AD cắt (O) tại N, AM cắt BN tại E, BM cắt AC tại F. Chứng minh: Ba điểm D, E, F thẳng hàng.

Bài 40: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$). Vẽ đường tròn tâm O đường kính AC cắt BC tại D. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AD và DC.

a/ Chứng minh: Tứ giác OHDK là hình chữ nhật.

b/ Tia OH cắt cạnh AB tại E. Chứng minh: DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c/ Tia OK cắt đường thẳng ED tại N và cắt (O) tại I. Chứng minh: DI là tia phân giác của góc NDC.

d/ Gọi S là giao điểm của OB với AD. Từ S vẽ đường thẳng vuông góc với AO cắt tia OH tại Q. Chứng minh: Ba điểm A, Q, N thẳng hàng.

Bài 41: Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A vẽ hai tiếp tuyến AB, AC của đường tròn (O) (B và C là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a/ Chứng minh: $HB = HC$ và bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b/ Từ B vẽ đường kính BD của (O), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D). C/m: $AE \cdot AD = AH \cdot AO$

c/ Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với CD và cắt đường thẳng BD tại F. Chứng minh: Tứ giác AOFB là hình thang cân.

d/ Vẽ tiếp tuyến tại D của (O) cắt BC tại G. Chứng minh: OG vuông góc với DE.

Bài 42: Cho đường tròn (O; R) đường kính AB và điểm C thuộc (O) ($CA < CB$). Kẻ CH vuông góc với AB tại H.

a/ Chứng minh: $\triangle ABC$ vuông tại C và $CH^2 = AC \cdot BC \cdot \sin A \cdot \sin B$.

b/ Tiếp tuyến tại A của (O) cắt tia BC tại D. Gọi I là trung điểm AD. C/m: IC là tiếp tuyến của (O).

c/ Tiếp tuyến tại B của (O) tia IC tại K. Chứng minh: $IA \cdot BK = R^2$.

d/ Chứng minh: OD vuông góc với AK.

Bài 43: Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O, bán kính R. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AM.

a/ Chứng minh: $\triangle ACM$ là tam giác vuông.

b/ Gọi I là trung điểm BC. C/m: $AH = 2 \cdot OI$

c/ Đường thẳng vuông góc với IH tại H cắt AB tại K và cắt AC tại Q. Chứng minh: $HK = HQ$.

d/ Chu vi $\triangle DEF$ bằng $AH \cdot \sin A + BH \cdot \sin B + CH \cdot \sin C$.

CHƯƠNG III: GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN

<p>Bài 1A: Cho tam giác KBC nội tiếp đường tròn (O,R), $KB < KC$, số đo $\widehat{BC} = 120^\circ$. Hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H (D thuộc KC, E thuộc KB).</p> <p>a/ Tính số đo góc BKC và góc BOC. b/ Chứng minh: KH vuông góc với BC tại I. c/ C/m: Các tứ giác KEHD và BEDC nội tiếp, xác định tâm của các đường tròn ngoại tiếp các tứ giác d/ Chứng minh: $KE.KB = KD.KC$ e/ Vẽ đường kính BF của (O). Chứng minh: $\triangle KBD$ đồng dạng $\triangle FBC$, rồi suy ra $BK.BC = 2R.BD$</p>	<p>Bài 1B: Cho tam giác DEF nội tiếp đường tròn (O,R), $EF < FD$, số đo $\widehat{DE} = 120^\circ$. Hai đường cao DB và EK cắt nhau tại H (B thuộc EF, K thuộc DF).</p> <p>a/ Tính số đo góc DFE và góc DOE. b/ Chứng minh: FH vuông góc với ED tại M. c/ C/m: Các tứ giác FBHK và EBKD nội tiếp, xác định tâm của các đường tròn ngoại tiếp các tứ giác d/ Chứng minh: $FK.FD = FB.FE$ e/ Vẽ đường kính DN của (O). Chứng minh: $\triangle EDB$ đồng dạng $\triangle NDF$, rồi suy ra $DE.DF = 2R.DB$</p>
<p>Bài 2A: Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ C/minh: Các tứ giác HECD, BFEC nội tiếp. Xác định tâm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác. b/ Kéo dài AD cắt (O) tại K. C/m: $\widehat{CAK} = \widehat{CBK}$. c/ Chứng minh: Tam giác BKH cân. d/ Chứng minh: $AE.AC = AF.AB$ e/ Vẽ tiếp tuyến xy tại A của (O). C/minh: $FE \perp OA$</p>	<p>Bài 2B: Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ C/minh: Các tứ giác AFHE, AEDB nội tiếp. Xác định tâm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác. b/ Kéo dài BE cắt (O) tại K. C/minh: $\widehat{KCA} = \widehat{ABK}$ c/ Chứng minh: Tam giác KCH cân. d/ Chứng minh: $BA.BF = BC.BD$ e/ Vẽ tiếp tuyến xy tại C của (O). C/m: $DE \perp OC$.</p>
<p>Bài 3A: Cho $\triangle MNP$ nhọn nội tiếp (O; R) với $MN < MP$. Hai đường cao NE và PF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: MH vuông góc với NP. b/ C/m: Tứ giác NFEP nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó. c/ NE và PF cắt (O; R) tại I và K. Chứng minh: $\widehat{NIK} = \widehat{NPK}$ và $EF \parallel IK$. d/ Chứng minh: $\widehat{EHP} = \widehat{NMP}$ e/ Vẽ đường kính DN của (O). Tứ giác MIDP là hình gì? Vì sao?</p>	<p>Bài 3B: Cho $\triangle DEF$ nhọn nội tiếp (O; R) với $ED < DF$. Hai đường cao DA và FK cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: EH vuông góc với DF. b/ C/m: Các tứ giác EKHA và DKAF nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp các tứ giác đó. c/ DA và FK cắt (O; R) tại M và I. Chứng minh: $\widehat{DMI} = \widehat{DFI}$ và $KA \parallel MI$. d/ Chứng minh: $\widehat{AHF} = \widehat{DEF}$ e/ Vẽ đường kính DN của (O). Tứ giác EFNH là hình gì? Vì sao?</p>
<p>Bài 4A: $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp (O; R) và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: Các tứ giác CDHE và ABDE nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác. b/ Vẽ BM là đường kính. Chứng minh: $\triangle ABM$ vuông và $2R.EB = CB.AB$. c/ Gọi N là trung điểm của AC. Chứng minh: N là trung điểm của HM. d/ Chứng minh: $CD.CB = CE.CA$ e/ Tia AD cắt (O) tại I và tia BE cắt (O) tại Q. Chứng minh: $DE \parallel QI$. f/ Tính tổng bình phương các cạnh của tứ giác ABIC theo R.</p>	<p>Bài 4B: $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp (O; R) và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BF và CE cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: Các tứ giác BDHE và ACDE nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác. b/ Vẽ BK là đường kính. Chứng minh: $\triangle BCK$ vuông và $2R.BF = CB.AB$. c/ Gọi I là trung điểm của AC. Chứng minh: I là trung điểm của HK. d/ Chứng minh: $BD.CB = BE.BA$ e/ Tia AD cắt (O) tại M và tia CE cắt (O) tại N. Chứng minh: $DE \parallel MN$. f/ Tính tổng bình phương các cạnh của tứ giác ABMC theo R.</p>
<p>Bài 5A: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Ba đường cao AD, BM và CN cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: Các tứ giác CDHM và ANDC nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác. b/ Chứng minh: $CD.CB = CN.CH$</p>	<p>Bài 5B: $\triangle DEF$ ($DE < DF$) nội tiếp đường tròn (O; R). Ba đường cao DA, EB và FC cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: Các tứ giác AHBF và ABDE nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác. b/ Chứng minh: $DA.DH = CD.DE$</p>

GIÁO VIÊN BIÊN SOẠN: ĐÀO THỊ THU HIỀN

<p>c/ Chứng minh: $MA.MC = MB.MH$</p> <p>d/ Chứng minh: NH là tia phân giác của góc MND.</p> <p>e/ Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của BC và AH. Chứng minh: Tứ giác $OIHJ$ là hình bình hành.</p> <p>f/ Hai đường thẳng BC và MN cắt nhau tại K. Chứng minh: $KB.KC = KD.KI$.</p>	<p>c/ Chứng minh: $CD.EC = CF.CH$</p> <p>d/ Chứng minh: BH là tia phân giác của góc ABC.</p> <p>e/ Gọi I và K theo thứ tự là trung điểm của FE và DH. Chứng minh: Tứ giác $OIHK$ là hình bình hành.</p> <p>f/ Hai đường thẳng BC và FE cắt nhau tại S. Chứng minh: $SE.SF = SI.SA$.</p>
<p>Bài 6A: $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: Các tứ giác $BDHF$ và $AEDB$ nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác.</p> <p>b/ Kẻ đường kính AK của (O). Chứng minh: $\triangle ACK$ vuông và $AB.AC = AD.2R$.</p> <p>c/ Đoạn HK cắt BC tại I. Chứng minh: Điểm I là trung điểm của HK.</p> <p>d/ Tia OI cắt (O) tại M. Đoạn AM cắt BE tại Q và cắt HC tại J. Tam giác HQJ là tam giác gì? C/m?</p>	<p>Bài 6B: $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: Các tứ giác $CDHE$ và $ACDF$ nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác.</p> <p>b/ Kẻ đường kính AK của (O). Chứng minh: $\triangle ABK$ vuông và $AB.AC = AD.2R$.</p> <p>c/ Đoạn HK cắt BC tại I. Chứng minh: Điểm I là trung điểm của BC.</p> <p>d/ Tia OI cắt (O) tại M. Đoạn AM cắt BE tại Q và cắt HC tại J. Tam giác HQJ là tam giác gì? C/m?</p>
<p>Bài 7A: $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: $BF.BA = BH.BE$</p> <p>b/ Chứng minh: Các tứ giác $DHFB$ và $ACDF$ nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác.</p> <p>c/ Chứng minh: OB vuông góc với DF.</p> <p>d/ Gọi H' là điểm đối xứng của H qua AC. Chứng minh: $H' \in (O)$.</p> <p>e/ Gọi I là giao điểm của EF và BC, K là giao điểm của IA và (O). Chứng minh: Năm điểm A, E, F, H, K cùng thuộc một đường tròn.</p>	<p>Bài 7B: $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AM, BN và CK cắt nhau tại H.</p> <p>a/ Chứng minh: $CH.CK = CN.CA$</p> <p>b/ Chứng minh: Các tứ giác $MHNC$ và $ANMB$ nội tiếp được. Xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác.</p> <p>c/ Chứng minh: OC vuông góc với MN.</p> <p>d/ Gọi I là điểm đối xứng của H qua AB. Chứng minh: $I \in (O)$.</p> <p>e/ Gọi P là giao điểm của MN và BA, Q là giao điểm của CP và (O). Chứng minh: Năm điểm C, M, N, H, Q cùng thuộc một đường tròn.</p>
<p>Bài 1: $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp $(O; R)$ và $AB < AC$. Hai đường cao AD và CE cắt nhau tại H.</p> <p>a/ C/m: các tứ giác $ACDE$ và $BEHD$ nội tiếp. Xác định tâm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác.</p> <p>b/ Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại K khác A. Chứng minh: $HD = KD$.</p> <p>c/ Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng OM cắt cung nhỏ BC tại N. Chứng minh: $\widehat{BCN} = \widehat{CAN}$.</p> <p>d/ Chứng minh: BO vuông góc với DE.</p> <p>Bài 2: Từ điểm I nằm ngoài đường tròn (O) vẽ hai tiếp tuyến IA, IB với (O) (A và B là tiếp điểm). Vẽ dây AD của (O) song song với IB và ID cắt (O) tại E. Tia AE cắt IB tại K. Chứng minh:</p> <p>a/ Tứ giác $IAOB$ nội tiếp đường tròn.</p> <p>b/ $\triangle ABD$ cân tại B.</p> <p>c/ $KB^2 = KA.KE$</p> <p>d/ K là trung điểm của IB.</p> <p>Bài 3: Từ điểm A nằm ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C tiếp điểm); cát tuyến AEF (E nằm giữa A, F)</p> <p>a/ C/minh: Tứ giác $OBAC$ nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.</p> <p>b/ Chứng minh: $AB^2 = AE.AF$</p> <p>c/ Gọi K là trung điểm của EF. C/minh: Năm điểm</p>	<p>A, B, O, K và C cùng nằm trên một đường tròn.</p> <p>d/ Đường thẳng qua E vuông góc OB cắt BC tại M và BF tại N. C/m: FM đi qua trung điểm của AB.</p> <p>Bài 4: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp $(O; R)$ và $AB < AC$. Hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H.</p> <p>a/ C/m: Tứ giác $BFEC$ nội tiếp. Xác định tâm I, bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác.</p> <p>b/ Vẽ đường kính AD. C/m: Tứ giác $BHCD$ là hình bình hành. Suy ra ba điểm H, I và D thẳng hàng.</p> <p>c/ AH kéo dài cắt BC tại K. C/m: $AK.AD = AB.AC$</p> <p>d/ Chứng minh: AD vuông góc với EF.</p> <p>e/ Cho số $\widehat{BC} = 120^\circ$. Tính độ dài AH theo R.</p> <p>Bài 5: Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$ và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BM và CN cắt nhau tại H. Gọi K là trung điểm của AH.</p> <p>a/ Chứng minh: tứ giác $BNMC$ nội tiếp và K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNH.</p> <p>b/ Chứng minh: $AM.AC = AN.AB$</p> <p>c/ Gọi L là điểm đối xứng của H qua BC. Chứng minh: L thuộc đường tròn (O).</p> <p>d/ Gọi I là giao điểm của AH và MN. C/minh: MB là tia phân giác của góc NMD và $IH.AD = AI.DH$.</p> <p>e/ Chứng minh: I là trực tâm tam giác BKC.</p>

Bài 6: Từ điểm A ngoài đường tròn (O;R), vẽ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B,C là 2 tiếp điểm)
 a/ Chứng minh: $OA \perp BC$ tại H.
 b/ Chứng minh: tứ giác OBAC nội tiếp đường tròn. Xác định tâm S của đường tròn này.
 c/ Từ A kẻ cát tuyến AEF (không qua O) cắt (O) tại E và F (E thuộc đoạn thẳng AF), cắt BC tại I và cắt (S) tại K. Chứng minh: $AE.AF = AI.AK$.
 d/ Chứng minh: tứ giác OHEF nội tiếp.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp (O, R), $AB < AC$. Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H.
 a/ Chứng minh: Tứ giác ABDE nội tiếp.
 b/ Vẽ đường kính AK của đường tròn (O). Chứng minh: $AB \cdot AC = AD \cdot AK$
 c/ Vẽ $CN \perp AK$ tại N. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh: $\widehat{MDN} = \widehat{OCA}$.
 d/ Chứng minh: $MN = MD$
 e/ Cho $DE = \frac{1}{2} AB$. Tính \widehat{ACB} .

Bài 8: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R) và $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.
 a/ Chứng minh: $EH \cdot BD = ED \cdot HF$
 b/ Chứng minh: OA vuông góc với EF.
 c/ Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) ở M và N (F nằm giữa E và M). Chứng minh: AM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác MDH.
 d/ Cho $EF = R$. Tính số đo góc BAC.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp (O) có đường kính BC. Vẽ đường cao AH của $\triangle ABC$. Đường tròn đường kính là AH có tâm là I cắt AB, AC và đường tròn (O) theo thứ tự tại D, E, F (F khác A). Hai đường thẳng AF và BC cắt nhau tại K.
 a/ Chứng minh: tứ giác AEHD là hình chữ nhật.
 b/ Chứng minh: $AB.AD = AE.AC$
 c/ Chứng minh: tứ giác BDEC nội tiếp
 d/ Chứng minh: OI vuông góc với AK và I là trực tâm của $\triangle AKO$.

Bài 10: Cho $\triangle MAB$ vuông cân tại A. Vẽ đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ cắt MB tại C. Tiếp tuyến tại C của đường tròn cắt AM tại S. Kẻ tiếp tuyến MD với đường tròn, DC cắt OM tại T và AD cắt OM tại H.
 a/ Chứng minh: $\widehat{ACS} = \widehat{TAD}$.
 b/ Chứng minh: Năm điểm A, S, T, C, O cùng nằm trên một đường tròn.
 c/ Chứng minh: T là trung điểm của đoạn thẳng MH.
 d/ Tính đoạn AC, AD và tích $MC.MB$ theo R.

Bài 11: Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R), kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O) (B, C

là tiếp điểm). AO cắt đường tròn (O) tại E.

a/ Chứng minh: AO là đường trung trực của BC.
 b/ Trên đường tròn (O; R), lấy một điểm D sao cho $BD = BE$ (D và E ở khác phía đối với OB). Gọi I là giao điểm của DB và CE. C/mình: $\widehat{BIE} = \widehat{BAC}$ rồi suy ra tứ giác BIAC nội tiếp.
 c/ C/mình: E là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Bài 12: Cho đường tròn (O; R), qua điểm K ở bên ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến KB, KD (B, D là các tiếp điểm), kẻ cát tuyến KAC (A nằm giữa K, C)
 a/ Chứng minh: $\triangle KDA$ đồng dạng $\triangle KCD$.
 b/ Chứng minh: $AB \cdot CD = AD \cdot BC$
 c/ Gọi I là trung điểm của BD. Chứng minh: Tứ giác AIOC nội tiếp.
 d/ Kẻ dây CN song song với BD. Chứng minh: Ba điểm A, I, N thẳng hàng.

Bài 13: Cho đường tròn (O) đường kính BC, điểm A ở bên ngoài đường tròn với $OA = 2R$. Vẽ hai tiếp tuyến AD, AE với đường tròn (D và E là hai tiếp điểm)

a/ Chứng minh: Tứ giác ADOE nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn này.
 b/ Chứng minh: Tam giác ADE đều.
 c/ Vẽ $DH \perp CE$ ($H \in CE$) và P là trung điểm DH; CP cắt (O) tại Q; AQ cắt (O) tại M. Chứng minh: $AQ \cdot AM = 3R^2$
 d/ Chứng minh: Đường thẳng AO là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADQ.

Bài 14: Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) vẽ cát tuyến MCD không đi tâm O và hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm và C nằm giữa M, D)
 a/ Chứng minh: $MA^2 = MC.MD$.
 b/ Gọi I là trung điểm của CD. Chứng minh: Năm điểm M, A, B, I, O cùng nằm trên một đường tròn.
 c/ Gọi H là giao điểm của AB và MO. Chứng minh: Tứ giác CHOD nội tiếp đường tròn. Suy ra AB là đường phân giác của góc CHD.
 d/ Gọi K là giao điểm của các tiếp tuyến tại C và D của đường tròn (O). Chứng minh: Ba điểm A, B, K thẳng hàng

Bài 15: Cho điểm A nằm ngoài (O; R). Vẽ các tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE (D nằm giữa A và E). Gọi H, M lần lượt là giao điểm của BC với OA, AE. Chứng minh:
 a/ Tứ giác ABOC nội tiếp.
 b/ $AB^2 = AD.AE = OA^2 - R^2$.
 c/ $AH.AO = AD.AE$.
 d/ Tứ giác OEDH nội tiếp.
 e/ $AE.MD = AD.ME$

Bài 16: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ các tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm) và cát tuyến ADE (D, E thuộc (O) và tia AE không qua O). Gọi K là trung điểm của DE.

- a/ Chứng minh: Năm điểm A, B, O, K, C cùng thuộc một đường tròn.
 b/ Gọi H là giao điểm của OA với BC. Chứng minh: Tứ giác DHOE nội tiếp.
 c/ Tia DH cắt đường tròn (O) tại F. C/m: EF // BC.
 d/ Qua K kẻ đường thẳng TQ của (O). TA cắt đường tròn (O) tại S. Gọi M là giao điểm của AE và BC. Chứng minh: Ba điểm S, M, Q thẳng hàng.

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R) và hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H (E thuộc AC và F thuộc AB).

- a/ Chứng minh: Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn có tâm là I. Xác định vị trí của I.
 b/ Tia AH cắt BC tại D. Chứng minh: EB là tia phân giác của góc DEF.
 c/ Vẽ tiếp tuyến xAy của đường tròn (O). Chứng minh: OA vuông góc với EF.
 d/ Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại N và M (điểm F nằm giữa N, E). Chứng minh: AN là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle NHD$.

Bài 18: Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) tại B và C. Vẽ cát tuyến AMN không đi qua tâm với (O) (M nằm giữa A và N). Gọi E là trung điểm của MN.

- a/ Chứng minh: Năm điểm A, B, E, O, C cùng thuộc một đường tròn.
 b/ Chứng minh: $AC^2 = AN.AM$
 c/ CE cắt (O) tại D. Chứng minh: BD // MN.
 d/ Gọi H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh: Tứ giác MNOH nội tiếp.

Bài 19: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD (không qua O) với đường tròn (O).

- a/ Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp.
 b/ Gọi I là trung điểm của DC. Chứng minh: IC là phân giác của góc AIB.
 c/ AI cắt đường tròn (O) tại E (khác A). $\triangle IEB$ là tam giác gì? Hãy chứng minh.
 d/ Chứng minh: $IC^2 = IA.IB$

Bài 20: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Vẽ $BD \perp AC$ tại D và $CE \perp AB$ tại E. BD và CE cắt nhau tại H, vẽ đường kính AK.

- a/ Chứng minh: Tứ giác BHCK là hình bình hành.
 b/ Chứng minh: Tứ giác BCDE nội tiếp đường tròn tâm I, xác định vị trí điểm I.
 c/ Chứng minh: DE vuông góc với AK.
 d/ Gọi F là giao điểm của AH và BC. Chứng minh: H là tâm của đường tròn nội tiếp $\triangle DEF$.

Bài 21: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- a/ Chứng minh: Tứ giác BFEC nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn.
 b/ Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại K. Chứng minh: $KF.KE = KB.KC$
 c/ AK cắt đường tròn (O) tại M. Chứng minh: Năm điểm A, M, F, H, E cùng nằm trên một đường tròn.
 d/ Chứng minh: Ba điểm M, H, I thẳng hàng.

Bài 22: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm). Vẽ dây AD của đường tròn (O) song song với MB; MD cắt (O) tại E (khác D). Tia AE cắt MB tại K. Chứng minh:

- a/ Tứ giác MAOB nội tiếp và $\triangle ABD$ cân tại B.
 b/ $KB^2 = KA.KE$
 c/ K là trung điểm của MB.
 d/ BM là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle AME$.

Bài 23: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Qua H kẻ một đường thẳng vuông góc với OB cắt (O) tại D (D thuộc cung nhỏ BC). AD cắt (O) tại E (E khác D). Gọi K là trung điểm của DE.

- a/ Chứng minh: Năm điểm A, B, O, K, C cùng nằm trên một đường tròn.
 b/ Chứng minh: Tứ giác KCDH nội tiếp.
 c/ Chứng minh: $AH.AO = AD.AE$ và $\triangle OKH$ là tam giác cân.
 d/ Kẻ OI vuông góc với CE tại I. Chứng minh: Ba điểm I, K, H thẳng hàng.

Bài 24: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm) và cát tuyến ADE (không đi qua O, D nằm giữa A và E). Gọi H là giao điểm của OA và BC. Gọi I là trung điểm của DE.

- a/ Chứng minh: OA vuông góc với BC tại H.
 b/ Chứng minh: Năm điểm O, I, B, A, C cùng thuộc một đường tròn.
 c/ Chứng minh: Tứ giác OHDE nội tiếp.
 d/ Đường thẳng qua D và vuông góc với OB cắt BC tại M, cắt BE tại N. Chứng minh: $MD = MN$.

Bài 25: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm) và cát tuyến ADE (D nằm giữa A và E). Gọi H là giao điểm của OA và BC.

- a/ Chứng minh: Tứ giác ABOC nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn này.
 b/ Chứng minh: $AB^2 = AD.AE = OA^2 - R^2$.
 c/ Chứng minh: $AH.AO = AD.AE$. Từ đó suy ra: Tứ giác OHDE nội tiếp.

d/ Tia AO cắt đường tròn (O) tại M và N (M nằm giữa O và A). Chứng minh: BM là tia phân giác của góc HBA. Suy ra: $HM.NA = MA.NH$.

Bài 26: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R), vẽ đường cao AD. Tia AD cắt (O) tại M (M khác A). Vẽ ME vuông góc với AC tại E. Đường thẳng ED cắt đường thẳng AB tại I.

a/ Chứng minh: Tứ giác MDEC nội tiếp.

b/ Chứng minh: MI vuông góc với AB.

c/ Chứng minh: $AB.AI = AE.AC$

d/ Gọi N là điểm đối xứng với M qua AB, F là điểm đối xứng với M qua AC. NF cắt AD tại H. Chứng minh: H là trực tâm của $\triangle ABC$.

Bài 27: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R) có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh: Tứ giác BCDE nội tiếp. Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp.

b/ Gọi F là giao điểm của AH và BC. Vẽ đường kính AK của (O). Chứng minh: $\widehat{AFB} = \widehat{ACK}$.

c/ Chứng minh: Tứ giác BHCK là hình bình hành. Suy ra: Ba điểm H, I, K thẳng hàng.

d/ Cho $BC = \frac{3}{4} AK$. Tính tổng $AB.CK + AC.BK$

theo R.

Bài 28: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R) có hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AD của đường tròn (O).

a/ C/minh: Tứ giác BFEC nội tiếp và $AH \perp BC$.

b/ Chứng minh: HD đi qua trung điểm của BC.

c/ Gọi K là giao điểm của EF và AD. Chứng minh: $\triangle AFK$ đồng dạng $\triangle ADB$.

d/ Gọi M, N lần lượt là giao điểm của EF với đường tròn (O). Chứng minh: $\triangle AMN$ cân.

e/ C/minh : $AH.BC + BH.AC + CH.AB = 4S_{\triangle ABC}$.

Bài 29: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R).

Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của MA. Đoạn thẳng IB cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D. Gọi H là giao điểm của OM và AB.

a/ Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp và OM vuông góc với AB.

b/ Chứng minh: $IA^2 = ID.IB$.

c/ C/minh: $\triangle IDM$ đồng dạng $\triangle IMB$ và $MD = 2DI$

d/ Vẽ dây cung DE đi qua H. Chứng minh: Tứ giác ODME nội tiếp. Suy ra, MO là tia phân giác của góc DME.

Bài 30: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R) có ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

Gọi K là điểm đối xứng của H qua BC.

a/ Chứng minh: Tứ giác ACKB nội tiếp.

b/ Kẻ đường kính AM của đường tròn (O). Chứng

minh: AM vuông góc với EF.

c/ Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh: Ba điểm H, I, M thẳng hàng.

d/ Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$. Chứng minh: $S_{\triangle AHG} = 2S_{\triangle AOG}$.

Bài 31: Cho đường tròn (O; R). Từ A điểm A nằm ngoài đường tròn ($OA > 2R$) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC. Gọi H là giao điểm của OA và BC.

a/ Chứng minh: OA vuông góc với BC tại H.

b/ Chứng minh: Tứ giác ABOC nội tiếp. Xác định tâm và bán kính của đường tròn.

c/ Vẽ cát tuyến ADE không qua O sao cho D nằm giữa A và E. C/m: $AD.AE = AB^2 = AH.AO$

d/ Chứng minh: $BE.DN + BD.EN = BN.DE$

Bài 32: $\triangle ABC$ ($AB < AC$). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại F và E. Gọi H là giao điểm của BE và CF. Tia AH cắt BC tại D.

a/ Chứng minh: Các tứ giác AEHF và DOEF nội tiếp.

b/ Gọi S là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF. Chứng minh: $OS.OD = OB^2$

c/ Gọi I là giao điểm của AD với đường tròn (O). Chứng minh: SI là tiếp tuyến của (O).

d/ Từ A kẻ tiếp tuyến AK đến đường tròn (O) (K là tiếp điểm). Chứng minh: Ba điểm S, H, K thẳng hàng.

Bài 33: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh: Tứ giác BCEF nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

b/ Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại M và cắt đường tròn (O) tại K, T (K nằm giữa M và T). Chứng minh: $MK.MT = ME.MF$

c/ Chứng minh: Tứ giác IDKT nội tiếp.

d/ Đường thẳng vuông góc với IH tại I cắt các đường thẳng AB, AC và AD lần lượt tại N, S và P. Chứng minh: P là trung điểm của đoạn thẳng NS.

Bài 34: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Hai đường cao BM và CN cắt nhau tại H. Tia AH cắt đường tròn (O) tại E. Kẻ đường kính AF.

a/ Chứng minh: Tứ giác BEFC là hình thang cân và H thuộc đường tròn ngoại tiếp $\triangle AMN$.

b/ Vẽ OI vuông góc với BC tại I. Chứng minh: Ba điểm H, I, F thẳng hàng và $AH = 2OI$.

c/ Vẽ đường tròn tâm H bán kính HA cắt AB và AC lần lượt tại D và K. Chứng minh: AO vuông góc với DK.

d/ Giả sử $\triangle AHO$ cân tại A. Tính $BH.BM + CH.CN$ theo R.

Bài 35: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O ; R) có hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H .

a/ Chứng minh: Tứ giác $BCEF$ nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

b/ Tia EF và CB cắt nhau tại K . Chứng minh: $KE.KF = KB.KC$

c/ Vẽ đường kính AQ của đường tròn (O), tia KH cắt AI tại M . C/m: Ba điểm Q, I, H thẳng hàng và bốn điểm E, F, H, M nằm trên một đường tròn.

d/ Trường hợp $BC = R\sqrt{3}$. Tính theo R bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác $EFHM$.

Bài 36: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O ; R) sao cho $OA = 2R$. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm).

a/ Chứng minh: $\triangle ABC$ đều. Tính độ dài các cạnh của $\triangle ABC$.

b/ Gọi H là giao điểm của OA và BC . Chứng minh: $OH.AH = BH.CH$.

c/ Vẽ đường kính BD của đường tròn (O). AD cắt đường tròn (O) tại E , cắt BC tại S . Gọi I là trung điểm của DE . C/m: Năm điểm A, B, C, O, I cùng nằm trên một đường tròn và $AO.AH = AI^2 - ID^2$.

d/ Đường thẳng BE cắt AC tại K và đường thẳng CE cắt AB tại Q . Chứng minh: $\frac{ES}{AS} + \frac{EK}{AK} + \frac{EQ}{CQ} = 1$

Bài 37: Cho điểm S nằm ngoài đường tròn (O ; R) sao cho $OS > 2R$. Từ S kẻ hai tiếp tuyến SA, SB với (O) (A, B là tiếp điểm). AB cắt OS tại H .

a/ Chứng minh: Bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm M của đường tròn.

b/ MB cắt đường tròn (O) tại C (C khác B). AC cắt SO tại D . Chứng minh: $DC.DA = DO.DM$.

c/ Gọi K là giao điểm của CH và đường tròn (O), E là giao điểm của BD và đường tròn (O). Chứng minh: Ba điểm K, E, S thẳng hàng.

d/ Gọi I là giao điểm của AB và SK . Qua I kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt BK và BD lần lượt tại T và Q . C/m: I là trung điểm của TQ .

Bài 38: $\triangle ABC$ có ba góc nhọn. Đường tròn (O ; R) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại F, E . BE cắt CF tại H .

a/ Chứng minh: Tứ giác $AFHE$ nội tiếp. Xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác và chứng minh: AH vuông góc với BC tại D .

b/ Chứng minh: IE là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c/ Trên đường trung trực của đoạn AH , lấy điểm O' sao cho $IO' = R$ và O' nằm trên cùng một nửa mặt phẳng chứa điểm C có bờ AH . Gọi M là điểm đối xứng với H qua O' . Chứng minh: Tứ giác $AMCB$ là hình bình hành. Suy ra: O' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AHC$.

d/ Đường tròn ngoại tiếp $\triangle AHC$ cắt đường tròn (O) tại K . Gọi N là giao điểm của AH và CK . Chứng minh: Ba điểm F, N, E thẳng hàng.

Bài 39: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O ; R). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là tiếp điểm) và cát tuyến ADE (D và E thuộc (O) và D nằm giữa A và E). Đường thẳng qua D vuông góc với OB cắt BC, BE lần lượt tại H và K . Vẽ OI vuông góc với AE tại I .

a/ C/m: Bốn điểm B, I, O, C thuộc một đường tròn.

b/ Chứng minh: IA là phân giác của góc BIC .

c/ C/m: $AC^2 = AD.AE$ và tứ giác $IHDG$ nội tiếp.

d/ Gọi S là giao điểm của BC và AD . Chứng minh: $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{2}{AS}$

Bài 40: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O ; R). Trên đường thẳng vuông góc với OM tại M lấy một điểm N bất kỳ. Từ N kẻ hai tiếp tuyến NA, NB đến đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm).

a/ Chứng minh: Năm điểm O, A, B, M, N cùng thuộc một đường tròn.

b/ Gọi I là giao điểm của AB với OM . Tính tích $OI.OM$ theo R .

c/ Từ I kẻ đường thẳng vuông góc với OM cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh: MK là tiếp tuyến của đường tròn (O).

d/ AM cắt đường tròn (O) tại C (C khác A). C/m: Bốn điểm O, A, I, C nằm trên một đường tròn.

Bài 41: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O ; R), hai điểm B và C cố định. Hai đường cao BE và CF cắt nhau tại H . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và AH .

a/ Chứng minh: Các tứ giác $AEHF$ và $BCEF$ nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn này.

b/ Từ B kẻ tiếp tuyến của đường tròn (O) cắt tia OI tại M . AM cắt đường tròn (O) tại D . Từ O kẻ OL vuông góc với AD tại L . Chứng minh: Năm điểm L, O, C, M, B thuộc một đường tròn.

c/ Qua D kẻ đường thẳng song song với BM cắt BC, AB lần lượt tại T và S . Chứng minh: $TD = TS$.

d/ Chứng minh: Hai đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác $BENP$ và $CQNF$ cùng đi qua một điểm cố định

Bài 42: $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) có AH là đường cao và M là điểm chính giữa cung nhỏ BC .

a/ Chứng minh: OM vuông góc với BC tại E và AM là phân giác của góc HAO .

b/ Vẽ dây MN song song với AB, CF vuông góc với MN tại F, MN cắt AC tại G . Chứng minh: Các tứ giác $MEFC$ và $AGNF$ nội tiếp.

c/ AM cắt BC tại D . C/m: $AD^2 = AB.AC - DB.DC$

d/ BN cắt AC tại I . C/m: $BI^2 = AI^2 + AI.AB$

Bài 43: Cho đường tròn (O; R) và dây BC cố định. Điểm A bất kỳ thuộc cung lớn BC sao cho $AB < AC$. Ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H (D, E, F thuộc các cạnh của tam giác). Tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại M.

- a/ Chứng minh: Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn tâm I và tứ giác BOCM nội tiếp tâm J. Tìm I và J.
 b/ Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với tia AO tại N, tia AO cắt đường tròn (O) tại K. C/mình: CN song song EF và CK là phân giác của góc NCM.
 c/ Chứng minh: $\triangle IDN$ cân.
 d/ Cho $OM = 2R$. Chứng minh: Trục tâm H của $\triangle ABC$ luôn thuộc một đường tròn cố định khi A chạy trên cung lớn BC. Tính bán kính đường tròn đó theo R.

Bài 44: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R), vẽ đường cao AH ($H \in BC$). Gọi I là điểm chính giữa cung nhỏ BC.

- a/ Chứng minh: OI vuông góc với BC và AI là tia phân giác của góc HAO.
 b/ Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC. C/mình: Các tứ giác ADHE và BDEC nội tiếp.
 c/ Vẽ đường kính AK. C/mình: $AK \cdot AH = AB \cdot AC$
 d/ Giả sử $AH = R\sqrt{2}$. Chứng minh: $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ADE}$
 e/ Vẽ đường tròn (A; AH) cắt đường tròn (O) tại M, N. C/mình: Bốn điểm M, D, E, N thẳng hàng.

Bài 45: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R). Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến MDC (D nằm giữa M và C) sao cho MCD cùng phía MA với bờ chứa MO. Gọi H là giao điểm của MO và AB. Gọi I là trung điểm của CD.

- a/ Chứng minh: $MB^2 = MC \cdot MD$.
 b/ Chứng minh: CD vuông góc với OI và năm điểm M, A, B, I, O cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm K của đường tròn này.
 c/ Chứng minh: Tứ giác DCOH nội tiếp.
 d/ Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với OA cắt AC tại E và cắt AB tại F. Chứng minh: F là trung điểm của ED.
 e/ CF cắt MA tại G. Chứng minh: KG không đổi khi cát tuyến MDC thay đổi.

Bài 46: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho $OM = 2R$. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là tiếp điểm) và cát tuyến MCD (C nằm giữa M và D).

- a/ Chứng minh: Tứ giác MAOB nội tiếp và xác định tâm I của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
 b/ Chứng minh: $MC \cdot MD = 3R^2$.
 c/ OM cắt đường tròn (O) tại F sao cho O nằm giữa M và F. Chứng minh: $\triangle ABF$ đều.
 d/ Gọi E là giao điểm của FC và đường tròn (I).

Xác định vị trí của cát tuyến MCD để $S_{\triangle FBE}$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị đó theo R.

Bài 47: Cho đường tròn (O) đường kính AC. Trên đoạn OC lấy điểm B. Gọi M là trung điểm của AB. Dụng dây cung DE vuông góc với AB tại M. Từ B kẻ đường thẳng BF vuông góc với DC (F trên DC).

- a/ Chứng minh: Tứ giác BMDF nội tiếp.
 b/ Chứng minh: $CB \cdot CM = CF \cdot CD$
 c/ Chứng minh: Ba điểm B, E, F thẳng hàng.
 d/ Gọi S là giao điểm của BD và MF; CS lần lượt cắt DA, DE tại R và K. C/mình: $\frac{DA}{DR} + \frac{DB}{DS} = \frac{DE}{DK}$.

Bài 48: $\triangle ABC$ vuông tại A. Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB cắt BC tại điểm thứ hai D. Gọi E là trung điểm của OB. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với DE cắt AC tại F.

- a/ Chứng minh: Tứ giác AFDE nội tiếp.
 b/ Chứng minh: $\widehat{BDE} = \widehat{AEF}$.
 c/ Chứng minh: $\tan \angle EBD = 3 \tan \angle AEF$.
 d/ Vẽ dây AN song song với BD, tia BN cắt tia CA tại M. Chứng minh: Tứ giác MNDC nội tiếp.

Bài 49: Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) có các tia AB, DC cắt nhau tại M, các tia DA, CB cắt nhau tại N. Tia phân giác của góc BMC cắt BC tại E. Tia phân giác của góc ANB cắt AB, ME, MD lần lượt tại F, G, H. Trên đoạn thẳng MN lấy điểm S sao cho $\widehat{MBS} = \widehat{MNA}$.

- a/ Chứng minh: $MA \cdot MB = MS \cdot MN$
 b/ Chứng minh: $MA \cdot MB + NB \cdot NC = MN^2$.
 c/ Chứng minh: MG vuông góc với NG và HE song song với BD.
 d/ Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AC và BD. Chứng minh: Ba điểm K, G, L thẳng hàng.

Bài 50: Qua điểm S nằm ngoài đường tròn (O; R) kẻ hai tiếp tuyến SA, SD (A, D là tiếp điểm) và cát tuyến SBC (B nằm giữa S và C). Gọi M là trung điểm của BC.

- a/ Chứng minh: Năm điểm S, A, O, M, D cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác đó.
 b/ Đường thẳng DM cắt đường tròn (O) tại E. Chứng minh: AE song song với SB.
 c/ Gọi K, H, I lần lượt là hình chiếu của D trên AB, BC, CA. Chứng minh: Ba điểm K, H, I thẳng hàng.

- d/ Chứng minh: $\frac{AB}{DK} + \frac{AC}{DI} = \frac{BC}{DH}$. Từ đó, xác định vị trí của điểm D trên cung BC để tổng $\frac{AB}{DK} + \frac{BC}{DH} + \frac{AC}{DI}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 51: Cho đường tròn (O; R) đường kính BC, A là một điểm trên đường tròn sao cho $AB = R$, hạ AH vuông góc với BC. Đường tròn tâm I đường kính AH cắt AB, AC và (O) lần lượt tại D, E, F.
 a/ Chứng minh: Tứ giác ADHE là hình chữ nhật.
 b/ Chứng minh: Tứ giác BDEC nội tiếp.
 c/ Chứng minh: OA vuông góc với DE.
 d/ AF cắt đường thẳng BC tại S. Chứng minh: Ba điểm S, D, E thẳng hàng.

Bài 52: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) vuông tại A. Vẽ đường tròn (O) đường kính AB cắt BC tại H.
 a/ Chứng minh: AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $BH \cdot BC = 4OB^2$.
 b/ Gọi D là điểm chính giữa của cung AH, tiếp tuyến tại H với đường tròn (O) cắt AC tại M. Chứng minh: BD là phân giác của góc ABC và ba điểm O, D, M thẳng hàng.
 c/ Chứng minh: Tứ giác OAMH nội tiếp và $\widehat{CMH} = 2\widehat{HOM}$.
 d/ Tia BD cắt AC tại E, gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CDE$. Chứng minh: IO vuông góc HD.
 e/ Từ C vẽ tiếp tuyến Cx với đường tròn (O), từ O vẽ tia Oy vuông góc OC. Gọi K là giao điểm của Cx và Oy. Chứng minh: BK là tiếp tuyến của (O).

Bài 53: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H.
 a/ Chứng minh: Tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn và xác định tâm I của đường tròn này.
 b/ Vẽ đường kính AK của (O). Chứng minh: Tứ giác BHCK là hình bình hành và OC vuông góc với DE.
 c/ Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh: $\widehat{MDN} = \widehat{OCA}$ và $AB \cdot AC = AD \cdot AK$.
 d/ Vẽ CN vuông góc với AK tại N. Cho $BC = R\sqrt{3}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle AHE$ theo R và chứng minh: $MN = MD$.
 e/ Tia phân giác của góc BAC cắt BC tại F. Gọi Q và S theo thứ tự là hình chiếu của F trên AB và AC. Gọi T là giao điểm của CQ và BS. Gọi G là giao điểm của BS với đường tròn ngoại tiếp $\triangle AQT$. Chứng minh: FG vuông góc với BS.

Bài 54: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Các tiếp tuyến tại B, tại C của đường tròn (O) cắt nhau tại M.
 a/ Chứng minh: Tứ giác OBMC nội tiếp đường tròn và xác định tâm K của đường tròn này.
 b/ Gọi D là giao điểm của MA và đường tròn (O) (D khác A), H là giao điểm của OM và BC. Chứng minh: $MB^2 = MD \cdot MA$
 c/ Chứng minh: Tứ giác OADH nội tiếp và $\widehat{AHO} = \widehat{MHD}$.
 d/ Chứng minh: $\widehat{BAD} = \widehat{CAH}$.

Bài 55: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.
 a/ Chứng minh: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$
 b/ Chứng minh: Các tứ giác BFHD, ABDE nội tiếp đường tròn.
 c/ Vẽ tia Ax là tia tiếp tuyến của đường tròn (O), tia Ax nằm trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm C. Chứng minh: $Ax \parallel EF$. Từ đó, suy ra: $OA \perp EF$.
 d/ Gọi K là giao điểm của hai đường thẳng EF và BC. Đường thẳng đi qua F song song với AC cắt AK, AD lần lượt tại M, N. Chứng minh: $MF = NF$.

Bài 56: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O; R). Vẽ hai tiếp tuyến AB, AC (B và C là các tiếp điểm). Qua B kẻ dây BE song song với AC. Cát tuyến AE cắt đường tròn (O) tại D (D nằm giữa A và E). Gọi F là trung điểm của DE.
 a/ Chứng minh: Năm điểm A, B, F, O, C cùng thuộc một đường tròn.
 b/ Tia BD cắt AC tại I. Chứng minh: $IC^2 = ID \cdot IB$ và I là trung điểm của CA.
 c/ Tia BF cắt đường tròn (O) tại K (K khác B). Gọi T là giao điểm của OA với đường tròn (O) (T nằm giữa O và A), KT cắt BC tại H. Chứng minh: TC là tiếp tuyến đường tròn ngoại tiếp $\triangle CHK$.
 d/ Trên đoạn thẳng OA lấy điểm S sao cho $AS = 3OS$. Chứng minh: Tứ giác ABSI nội tiếp.

Bài 57: $\triangle ABC$ ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao CD của $\triangle ABC$ cắt đường tròn (O; R) tại E. Vẽ EF vuông góc với BC tại F.
 a/ Chứng minh: $DA \cdot DB = DC \cdot DE$
 b/ Chứng minh: Bốn điểm B, E, D, F cùng thuộc một đường tròn.
 c/ Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng DF và AC. Trên tia DC lấy điểm H sao cho $DH = DE$. Chứng minh: Bốn điểm A, D, E, M cùng thuộc một đường tròn và H là trực tâm của $\triangle ABC$.
 d/ Giả sử $AC = R\sqrt{2}$. Gọi N là giao điểm của EF và BD. Chứng minh: Tứ giác AHNE là hình vuông.

Bài 58: Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O; R) ($AB < AC$). Hai đường cao BE và CD cắt nhau tại H. Gọi F là trung điểm của AH.
 a/ Chứng minh: Tứ giác BDEC nội tiếp đường tròn tâm I, xác định I và IF vuông góc với DE.
 b/ Kẻ dây BK song song với CD. Chứng minh: Tứ giác BHCK là hình bình hành và $AH = 2OI$.
 c/ Qua A vẽ đường thẳng xy song song với DE. Chứng minh: xy là tiếp tuyến của đường tròn (O).
 d/ Cho điểm M nằm giữa B và C. Hãy xác định vị trí của A để tổng khoảng cách từ M đến AB và AC bằng khoảng cách từ B đến AC.

Bài 59: Cho đường tròn (O; R) có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB, M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C); BM cắt AC tại H. Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a/ Chứng minh: Tứ giác CBKH nội tiếp.

b/ Chứng minh: CA là tia phân giác của góc MCK.

c/ Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh: $\triangle ECM$ vuông cân tại C.

d/ Gọi (d) là tiếp tuyến của (O) tại A, cho I là điểm nằm trên (d) sao cho hai điểm I, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AI \cdot MB}{MA} = R$. Chứng

minh: Đường thẳng IB đi qua trung điểm của HK.

Bài 60: $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Ba đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H.

a/ Chứng minh: Các tứ giác AEHF và BCEF nội tiếp.

b/ Gọi M là trung điểm của BC và K là điểm đối xứng của H qua điểm M. Chứng minh: AK là đường kính của đường tròn (O; R)

c/ Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại I. Chứng minh: $IB \cdot IC = ID \cdot IM$.

d/ Cho góc BAC có số đo bằng 60° . Tính diện tích tam giác MEF theo R.

Bài 61: Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O). Kẻ các tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE với (O). Gọi H là trung điểm của DE, I là giao điểm của OA và BC, K là giao điểm của AE và BC.

a) Chứng minh: Tứ giác OIKH nội tiếp.

b) Chứng minh: Năm điểm A, B, O, H, C thuộc cùng một đường tròn.

c) Gọi F là giao điểm của CH và (O). Chứng minh: BF song song với AE.

Bài 62: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) vuông tại A, đường cao AH. Vẽ đường tròn (H; HA) cắt AB tại E và AC tại F.

a/ Chứng minh: Ba điểm E, H, F thẳng hàng.

b/ Gọi AM là trung tuyến của $\triangle ABC$. Chứng minh: $AB^2 + AC^2 \geq 4AH \cdot AM$

c/ Chứng minh: Tứ giác EBFC nội tiếp.

d/ Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác EBFC. Chứng minh: Tứ giác AHIM là hình bình hành.

Bài 63: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Kẻ đường phân giác AE của góc BAC cắt BC và đường tròn (O) lần lượt tại D và E.

a/ Chứng minh: OE vuông góc với BC.

b/ Chứng minh: $CD \cdot AB = BD \cdot AC$

c/ Trên AB và AC lần lượt lấy điểm M, N sao cho $BM = CN$. Gọi H là trung điểm của MN. Kẻ NK vuông góc với OE tại K. Chứng minh: $\triangle HKN$ luôn đi qua một điểm cố định khi A di chuyển trên cung BC cố định.

d/ Dựng đường trung trực của đoạn thẳng AE cắt AC tại I. Đường tròn (I, IA) cắt AB, AC lần lượt tại Q và P. Chứng minh: $BQ = CP$.