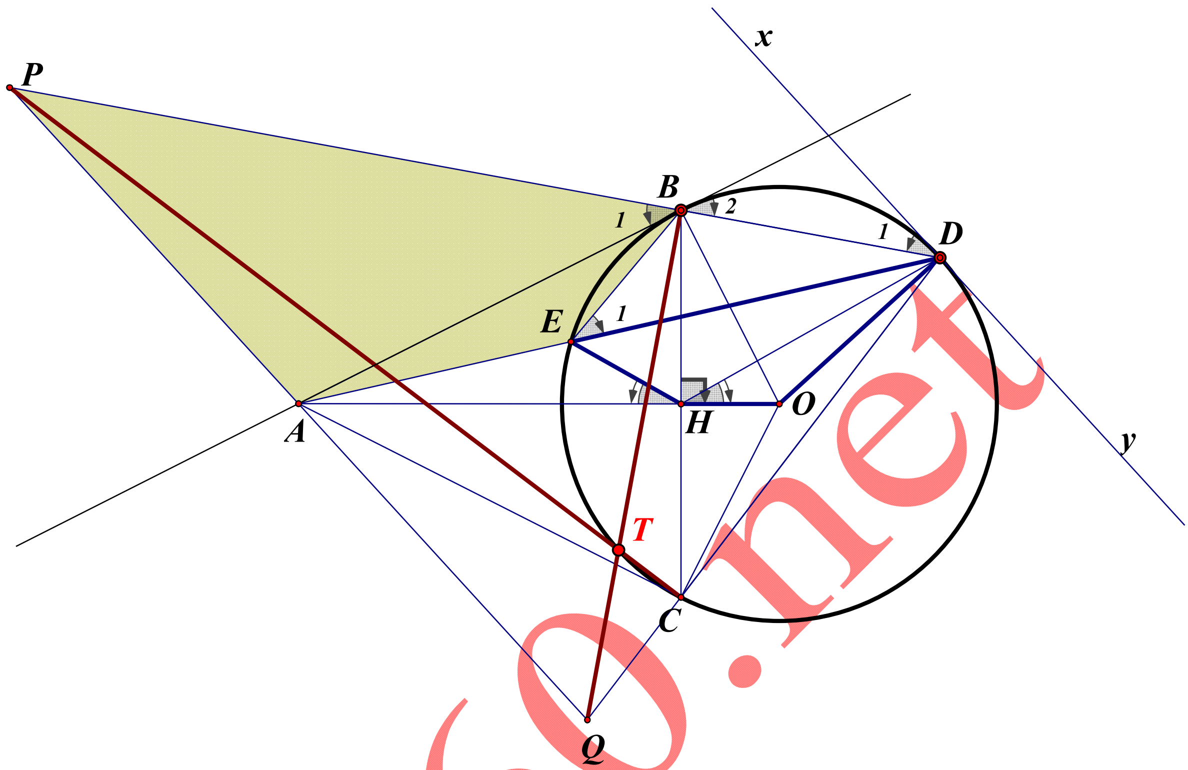

Câu 1) Chứng minh OA ⊥ BC và AB^2 = AE . AD

Ta có : $\begin{cases} AB = AC \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)} \\ OB = OC \text{ (B, C } \in \text{(O))} \end{cases}$

⇒ OA là đường trung trực của BC.

⇒OA ⊥ BC tại H.

Cm: ΔABD ∽ ΔAEB (g.g)

$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB}$

⇒AB^2 = AD . AE

Câu 2) Chứng minh tứ giác OHED nội tiếp và $\widehat{AHE} = \widehat{DHO}$.

Xét ΔABO vuông tại **B** có BH là đường cao.

⇒AB^2 = AH .AO(HTL trong tam giác vuông)

Mà AB^2 = AD . AE(cmt)

$\Rightarrow \frac{AE}{AO} = \frac{AH}{AD}$

Cm : ΔAHE ∽ ΔADO(c. g. c)

$\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{ADO}$ hay $\widehat{AHE} = \widehat{EDO}$ (1)

⇒ Tứ giác OHED nội tiếp (Góc ngoài bằng góc đối trong)

$\Rightarrow \widehat{DHO} = \widehat{DEO}$ (2)

Ta có OE = OD (E, D ∈(O))

⇒Δ OED cân tại O

$\Rightarrow \widehat{DEO} = \widehat{EDO}$ (3)

Từ 1, 2, 3 $\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{DHO}$

Câu 3) Chứng minh tứ giác AEBP nội tiếp và ΔABP cân

Ta có $\widehat{DEO} = \widehat{D_1}$ (PQ // xy, slt)

$\widehat{E_1} = \widehat{D_1}$ (góc tạo bởi tiếp tyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \widehat{APB} = \widehat{E_1}$

⇒ tứ giác AEBP nội tiếp(Góc ngoài bằng góc đối trong)

Ta có: $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$ (hai góc đối đỉnh)

$\widehat{E_1} = \widehat{B_2}$ (góc tạo bởi tiếp tyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD)

$\Rightarrow \widehat{B_1} = \widehat{E_1}$ mà $\widehat{APB} = \widehat{E_1} \Rightarrow \Delta ABP$ cân tại A.

Câu 4)Chứng minh trực tâm T của ΔDPQ thuộc đường tròn (O).

Cmtt : ΔACQ cân tại A ⇒ AC = AQ

ΔABP cân tại A ⇒ AB = AP

Mà AB = AC (cmt)

⇒ AB = AP = AC = AQ

$\Rightarrow$ Tứ giác BPQC nội tiếp đường tròn đường kính PQ

$\Rightarrow$QB $\perp$ PD và PC $\perp$ DQ

Gọi T là giao điểm PC và BQ

$\Rightarrow$T là trực tâm ΔDPQ

Xét tứ giác BDCH có $\widehat{HBD}+\widehat{HCD}=180^0$

$\Rightarrow$ tứ giác BDCH nội tiếp , mà B, C, D $\in$ (O).

$\Rightarrow$H $\in$ (O)

Câu 5) Chứng minh $\widehat{BDE}=\widehat{HDC}$ và $HD.HE=\dfrac{BC^2}{4}$:

Xét ΔDBC và ΔDQP

Có $\begin{cases} \widehat{DBC}=\widehat{DQP} \text{ (BCQP nội tiếp)} \\ \widehat{BDC}=\widehat{QDP} \text{ (góc chung)} \end{cases}$

$\Rightarrow\Delta$DBC $\backsim\Delta$DQP (g.g)

$\Rightarrow \dfrac{DC}{DP}=\dfrac{BC}{PQ}=\dfrac{2HC}{2AP}=\dfrac{HC}{AP}$

$\Rightarrow\Delta$HCD$\backsim$ ΔAPD (c.g.c)

$\Rightarrow \widehat{BDE}=\widehat{HDC}$

$\Rightarrow \begin{matrix} \widehat{BDE}+\widehat{EDH}=\widehat{HDC}+\widehat{EDH} \\ \widehat{BDH}=\widehat{EDC} \end{matrix}$

Mà $\widehat{EDC}=\widehat{EBC}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung EC)

$\Rightarrow \widehat{BDH}=\widehat{EBC}\ hay\ \widehat{BDH}=\widehat{EBH}$

$$\begin{cases} \widehat{AHE} + \widehat{EHB} = 90^0 \\ \widehat{DHO} + \widehat{BHD} = 90^0 \\ \widehat{AHE} = \widehat{DHO}\,(cmt) \end{cases}$$

Ta có $\Rightarrow \Delta BHE \backsim \Delta DHB (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{BH}{HD} = \frac{HE}{BH} \Rightarrow HD.HE = BH^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

Hay $HD.HE = \dfrac{BC^2}{4}$

Hết