SỞ GD&ĐT THÁI NGUYÊN	**KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN I**
TRƯỜNG THPT CHUYÊN	**NĂM HỌC 2018 - 2019**
ĐỀ THI THAM KHẢO	**Môn thi: TOÁN**
(*Đề thi có 07 trang*)	*Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên học sinh: .... Lớp: ....

Số báo danh: ....

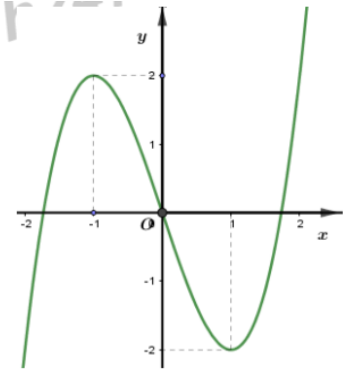
Câu 1. Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;1;3), B(-1;2;3)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(0;3;6)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $\left(0;\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $(2;-1;0)$.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 57. **B.** 55. **C.** 56. **D.** 54.

Câu 3. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 2x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = -x^3 - 2x$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$. Tìm khoảng nghịch biến của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

A. $(-\infty;0)$ và $(1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 5. Hàm số $y = -x^4 - x^2 + 1$ có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Cho $f(x) = 3^x.2^x$. Khi đó, đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

A. $f'(x) = 3^x.2^x.\ln 2.\ln 3$. **B.** $f'(x) = 6^x \ln 6$.

C. $f'(x) = 2^x \ln 2 - 3^x \ln x$. **D.** $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3^x.\ln x$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↘	-1	↗	0	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 2.

Câu 8. Với *a, b, c* là các số thực dương tùy ý khác 1 và $\log_a c = x, \log_b c = y$. Khi đó giá trị của $\log_c(ab)$ là

A. $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$. **B.** $\frac{xy}{x+y}$. **C.** $\frac{1}{xy}$. **D.** $x+y$.

Câu 9. Trong không gian, cho khối hộp chữ nhật $AB = 1m, AA' = 3m$ và $BC = 2cm$. Tính thể tích *V* của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $V = \sqrt{5}m^3$. **B.** $V = 6m^3$. **C.** $V = 3m^3$. **D.** $V = 3\sqrt{5}m^3$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+1$ là

A. $x^2 + x$. **B.** 2. **C.** C. **D.** $x^2 + x + C$.

Câu 11. Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $(-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 12. Tính diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$.

A. $\frac{32}{3}\pi$. **B.** 8π. **C.** 32π. **D.** 16π.

Câu 13. Xác định số thực *x* để dãy số $\log 2; \log 7; \log x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

A. $x = \frac{7}{2}$. **B.** $x = \frac{49}{2}$. **C.** $x = \frac{2}{49}$. **D.** $x = \frac{2}{7}$.

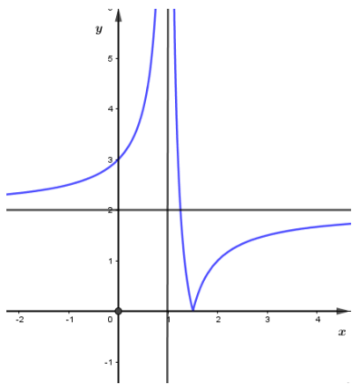
Câu 14. Hàm số $f(x) = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + ... + C_{2019}^{2019} x^{2019}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2018. **C.** 1. **D.** 2019.

Câu 15. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đường sinh *l*, bán kính đáy *r* là

A. $S_{xq} = 4\pi rl$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rl$. **D.** $S_{xq} = 3\pi rl$.

Câu 16. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số cho dưới đây



A. $y = \left|\frac{2x-3}{x-1}\right|$. **B.** $y = \frac{2x-3}{|x-1|}$.

C. $\frac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y = \frac{|2x-3|}{x-1}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = \frac{mx-4}{x+1}$ (với *m* là tham số thực) có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	
y	-2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Với $m=-2$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

B. Với $m=9$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

C. Với $m=3$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

D. Với $m=6$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 18. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2+1$

A. $y=x+1$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=-x-1$.

Câu 19. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x-4\sqrt{6-x}$ trên $[-3;6]$. Tổng $M+m$ có giá trị là

A. -12. **B.** -6. **C.** 18. **D.** -4.

Câu 20. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3 x+\log_3(x-6)=\log_3 7$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 21. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có cạnh đáy bằng *a*, $\angle BSA=60°$. Tính thể tích *V* của khối chóp *S.ABCD*?

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 22. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông cạnh *a*. Tam giác *SAB* cân tại *S* có $SA=SB=2a$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy *ABCD*. Gọi α là góc giữa *SD* và mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha=\sqrt{3}$. **B.** $\cot\alpha=\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\cot\alpha=2\sqrt{3}$.

Câu 23. Trong không gian, cho hình chóp *S.ABC* có *SA, AB, BC* đôi một vuông góc với nhau và $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$. Mặt cầu đi qua *S, A, B, C* có bán kính bằng

A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 24. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác vuông cân ở $B, AC=a\sqrt{2}, SA\perp mp(ABC), SA=a$. Gọi *G* là trọng tâm tam giác *SBC*, mặt phẳng (α) đi qua *AG* và song song với *BC* cắt *SB, SC* lần lượt tại *M, N*. Tính thể tích *V* của khối chóp *S.AMN*?

A. $V=\frac{a^3}{9}$. **B.** $V=\frac{2a^3}{27}$. **C.** $V=\frac{2a^2}{9}$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Câu 25. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $2cm$ và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8\pi cm^2$. **B.** $4\pi cm^2$. **C.** $32\pi cm^2$. **D.** $16\pi cm^2$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ và có bảng biến thiên trên $\left[-5;7\right)$ như sau:

x	$-\infty$	-5		1		7	$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	||	
y		6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9 ||	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=2$ và hàm số không đạt giá trị lớn nhất trên $\left[-5;7\right)$.

B. $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=6$ và $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=2$.

C. $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=9$ và $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=2$.

D. $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=9$ và $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=6$.

Câu 27. Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1}+2^{x+3}-4=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 28. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		||	$+$	||	$-$	
y		|| $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || 1	$\searrow$	0

Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 29. Số nghiệm của bất phương trình $2\log_{\frac{1}{2}}\left|x-1\right|<\log_{\frac{1}{2}}x-1$ là

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

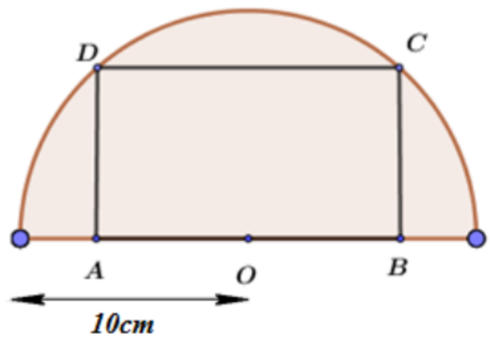
Câu 30. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 31. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong nửa đường tròn có bán kính $10cm$ (hình vẽ)



A. $160cm^2$.

B. $100cm^2$.

C. $80cm^2$.

D. $200cm^2$.

Câu 32. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{x^2}\left(x^3-4x\right)$. Hàm số $F\left(x^2+x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 33. Cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh $AB=6, AC=8$ và M là trung điểm của cạnh AC. Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quanh cạnh AB là

A. 86π. **B.** 106π. **C.** 96π. **D.** 98π.

Câu 34. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-m.2^x+2m+1=0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R}\setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{1-x}{x^2-2mx+4}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận?

A. $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\\ m\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m>2\\ m\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<-2\\ m>2\end{array}\right.$.

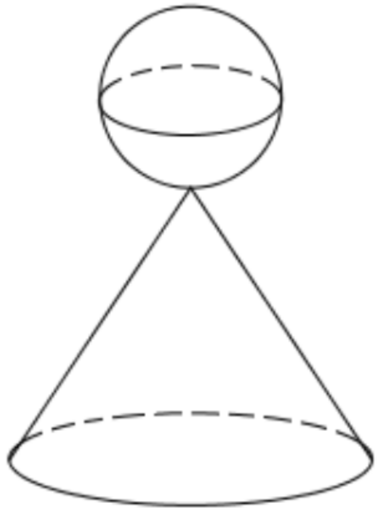
Câu 36. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số (không nhất thiết khác nhau) được lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Chọn ngẫu nhiên một số $\overline{abc}$ từ S. Tính xác suất để số được chọn thỏa mãn $a\le b\le c$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{11}{60}$. **C.** $\dfrac{13}{60}$. **D.** $\dfrac{9}{11}$.

Câu 37. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$. Điểm H thuộc cạnh AC với $HC=a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH=2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\dfrac{3a}{7}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $3a$.

Câu 38. Một khối pha lê gồm một hình cầu (H_1) bán kính R và một hình nón (H_2) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là *r, l* thỏa mãn $r=\frac{1}{2}l$ và $l=\frac{3}{2}R$ xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là $91cm^2$. Tính diện tích của khối cầu (H_1).



A. $\frac{104}{5}cm^2$. **B.** $16cm^2$.

C. $64cm^2$. **D.** $\frac{26}{5}cm^2$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)>0$ với $x\in\mathbb{R}, f(0)=1$ và $f(x)=\sqrt{x+1}.f'(x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(3)<2$. **B.** $2<f(3)<4$. **C.** $4<f(3)<6$. **D.** $f(3)>f(6)$.

Câu 40. Tìm các giá trị thực của tham số *m* để hàm số $f(x)=x^3+3x^2-(m^2-3m+2)x+5$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

A. $1<m<2$. **B.** $m<1, m>2$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $m\le 1, m\ge 2$.

Câu 41. Số giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để bất phương trình $\sqrt{3+x}+\sqrt{6-x}-\sqrt{18+3x-x^2}\le m^2-m+1$ nghiệm đúng $\forall x\in[-3;6]$ là

A. 28. **B.** 20. **C.** 4. **D.** 19.

Câu 42. Cho hình chóp đều *S.ABC* có đáy là tam giác đều cạnh *a*. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *SB, SC*. Biết $(AMN)\perp(SBC)$. Thể tích của khối chóp *S.ABC* bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{26}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{13}}{18}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=x^2-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị.

A. $\frac{5}{4}\le m\le 2$. **B.** $-\frac{5}{4}<m<2$. **C.** $-2<m<\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}<m<2$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=AC=a$. Biết góc giữa hai đường thẳng AC' và BA' bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 45. Tập hợp tất cả các số thực *x* không thỏa mãn bất phương trình $9^{x^2-4}+(x^2-4).2019^{x-2}\ge 1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A. 5. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 4.

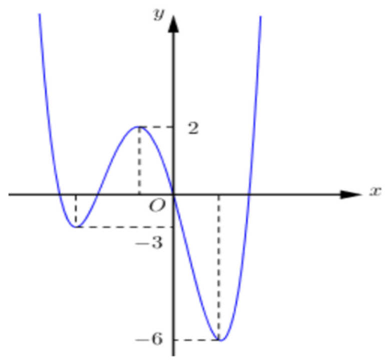
Câu 46. Một người vay ngân hàng số tiền 50 triệu đồng, mỗi tháng trả ngân hàng số tiền 4 triệu đồng và phải trả lãi suất cho số tiền còn nợ là 1,1% một tháng theo hình thức lãi kép. Giả sử sau n tháng người đó trả hết nợ. Khi đó n gần với số nào dưới đây?

A. 13. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 14.

Câu 47. Cho khối nón có độ lớn góc ở đỉnh là $\frac{\pi}{3}$. Một khối cầu (S_1) nội tiếp trong khối nón. Gọi S_2 là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_1; S_3 là khối tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón với S_2;...; S_n là khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của nón và với S_{n-1}. Gọi V_1, V_2, $V_3,...,V_{n-1},V_n$ lần lượt là thể tích của khối cầu $S_1,S_2,S_3,...,S_{n-1},S_n$ và V là thể tích của khối nón. Tính giá trị của biểu thức $T=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{V_1+V_2+...+V_n}{V}$

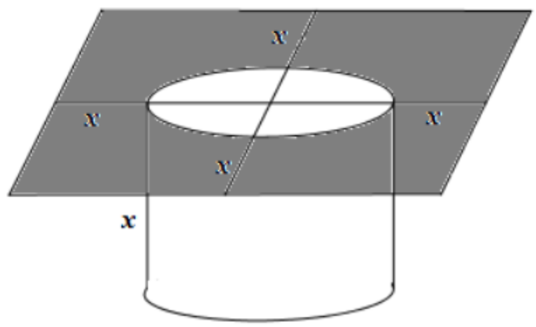
A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 48. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y=\left|f(x-2019)+m-2\right|$ có 5 điểm cực trị. Số các phần tử của S bằng



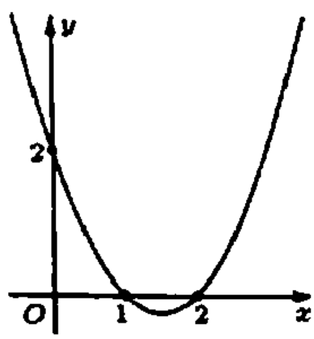
A. 3. **B.** 4.
C. 2. **D.** 5.

Câu 49. Trên một mảnh đất hình vuông có diện tích $81m^2$ người ta đào một cái ao nuôi cá hình trụ (như hình vẽ) sao cho tâm của hình tròn đáy trùng với tâm của mảnh đất. Ở giữa mép ao và mép mảnh đất người ta để lại một khoảng đất trống để đi lại, biết khoảng cách nhỏ nhất giữa mép ao và mép mảnh đất là $x(m)$. Giả sử chiều sâu của ao cũng là $x(m)$. Tính thể tích lớn nhất V của ao.



A. $V=13,5\pi\left(m^3\right)$. **B.** $V=27\pi\left(m^3\right)$.
C. $V=36\pi\left(m^3\right)$. **D.** $V=72\pi\left(m^3\right)$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hàm số $g(x)=f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

ĐÁP ÁN

1. B	**2. C**	**3. A**	**4. C**	**5. C**	**6. B**	**7. A**	**8. A**	**9. B**	**10. D**
11. C	**12. D**	**13. B**	**14. A**	**15. C**	**16. A**	**17. A**	**18. A**	**19. B**	**20. C**
21. D	**22. A**	**23. D**	**24. B**	**25. D**	**26. A**	**27. A**	**28. D**	**29. B**	**30. A**
31. B	**32. B**	**33. C**	**34. C**	**35. A**	**36. B**	**37. B**	**38. C**	**39. D**	**40. C**
41. D	**42. B**	**43. D**	**44. D**	**45. D**	**46. D**	**47. B**	**48. A**	**49. A**	**50. C**

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn đáp án C

Phương pháp

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A\right)$.

Cách giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(-1-1;2-1;3-3\right)=\left(-2;1;0\right)$.

Câu 2. Chọn đáp án C

Phương pháp

Cách 1: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[a;b\right]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y'=0$ tìm các nghiệm x_i.

+) Tính các giá trị $f\left(a\right),f\left(b\right),f\left(x_i\right)$ ($x_i\in\left[a;b\right]$). Khi đó:

$\min\limits_{[a;b]}f\left(x\right)=\min\left\{f\left(a\right);f\left(b\right);f\left(x_i\right)\right\},\max\limits_{[a;b]}f\left(x\right)=\max\left\{f\left(a\right);f\left(b\right);f\left(x_i\right)\right\}$.

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $\left[a;b\right]$.

Cách giải

Ta có: $y'=4x^3-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 4x^3-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[0;3\right]\\ x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\in\left[0;3\right]\\ x=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\notin\left[0;3\right]\end{array}\right.$

$$\Rightarrow\begin{cases}y\left(0\right)=2\\ y\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)=-\dfrac{1}{4}\\ y\left(3\right)=56\end{cases}\Rightarrow\underset{[0;3]}{Max}\,y=56\text{ khi }x=3.$$

Câu 3. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét chiều biến thiên, các điểm thuộc đồ thị hàm số và các điểm cực trị từ đó chọn công thức hàm số tương ứng.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy nét cuối của đồ thị đi lên nên $a>0\Rightarrow$ loại đáp án B và D.

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua $\left(-1;2\right)$ và $\left(1;-2\right)$.

+) Đáp án A: $\begin{cases}(-1)^3-3.(-1)=2\\1^3-3.1=-2\end{cases}\Rightarrow$ đáp án A có thể đúng.

+) Đáp án C: $\begin{cases}(-1)^3+3.(-1)=-4\neq 2\\1^3+3.1=4\neq -2\end{cases}\Rightarrow$ loại đáp án C.

Câu 4. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)\le 0\ \forall x\in(a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow f'(x)\le 0\Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)\le 0\Leftrightarrow x(x-2)\le 0\Leftrightarrow 0\le x\le 2$.

Dựa vào các đáp án ta thấy chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 5. Chọn đáp án C

Phương pháp

+) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x)=0$.

Cách giải

Ta có: $y'=-4x^3-2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow -4x^3-2x=0\Leftrightarrow -2x\left(x^2+1\right)=0\Leftrightarrow x=0$.

$\Rightarrow$ Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 6. Chọn đáp án B

Phương pháp

Sử dụng công thức: $a^m.b^m=(ab)^m$.

Sử dụng công thức đạo hàm cơ bản: $(uv)'=u'v+uv';\left(a^x\right)'=a^x\ln a$.

Cách giải

Ta có: $f'(x)=\left(3^x.2^x\right)'=\left(6^x\right)'=6^x\ln 6$.

Câu 7. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét các điểm cực trị và các khoảng biến thiên của hàm số và chọn đáp án đúng.

Cách giải

Dựa vào BBT ta có: hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 8. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\log_a b+\log_a c=\log_a bc;\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}$ (giả sử các biểu thức có nghĩa).

Cách giải

Ta có: $\log_c(ab)=\log_c a+\log_c b=\dfrac{1}{\log_a c}+\dfrac{1}{\log_b x}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$.

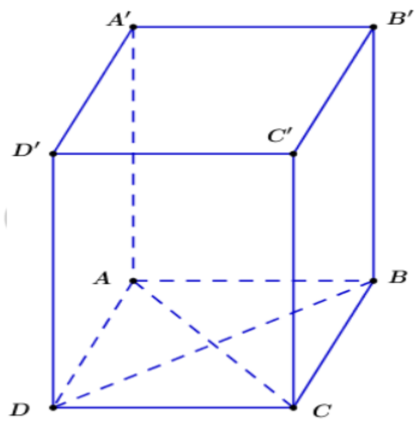
Câu 9. Chọn đáp án B

Phương pháp

Thể tích hình hộp chữ nhật có các kích thước a, b, c là $V = abc$.

Cách giải

Thể tích khối lăng trụ là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.BC = 3.1.2 = 6m^3$.



Câu 10. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản.

Cách giải

Ta có: $\int(2x+1)dx = 2.\frac{x^2}{2} + x + C = x^2 + x + C$.

Chú ý khi giải: Chú ý cần có hằng số C. Học sinh có thể quên hằng số C này và chọn đáp án A.

Câu 11. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}(ad \neq bc)$, hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số. Công thức tính nhanh đạo hàm của hàm số: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Cách giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{2.(-1)-1.1}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)} < 0\ \forall x \in D$.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Chú ý: Không kết luận hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 12. Chọn đáp án D

Phương pháp

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $R : S = 4\pi R^2$.

Cách giải

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2 : S = 4\pi.2^2 = 16\pi$.

Câu 13. Chọn đáp án B

Phương pháp

Cho ba số a, b, c lập thành CSC thì ta có: $2b = a + c$.

Cách giải

Điều kiện $x > 0$.

Ta có 3 số: $\log 2; \log 7; \log x$ theo thứ tự thành CSC

$\Rightarrow 2\log 7 = \log 2 + \log x \Leftrightarrow \log 7^2 = \log 2x$

$\Leftrightarrow 2x = 49 \Leftrightarrow x = \frac{49}{2}(tm)$.

Câu 14. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'\left(x\right)=0$.

+) Sử dụng công thức $C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^nx^n=\left(x+1\right)^n$.

Cách giải

Ta có: $f\left(x\right)=C_{2019}^0+C_{2019}^1x+C_{2019}^2x^2+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}=\left(x+1\right)^{2019}$.

$\Rightarrow f'\left(x\right)=\left[\left(x+1\right)^{2019}\right]'=2019\left(x+1\right)^{2018}$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2019\left(x+1\right)^{2018}=0\Leftrightarrow x=1$

Vì $x=1$ là nghiệm bội $2018\Rightarrow x=1$ không là điểm cực trị của hàm số đã cho.

Câu 15. Chọn đáp án C

Phương pháp

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy *r*, chiều cao *h* và đường sinh *l*: $S_{xq}=\pi rl$.

Cách giải

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy *r*, chiều cao *h* và đường sinh *l*: $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 16. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số và các đáp án để chọn đáp án đúng.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có TXĐ là: $x=1$ và TCN là: $y=2$

Lại có đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục $Ox \Rightarrow$ đáp án A đúng.

Câu 17. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào BBT nhận xét các đường tiệm cận của đồ thị hàm số và chọn đáp án đúng.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có TXĐ là: $x=-1$ và TCN là: $y=-2$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{mx-4}{x+1}=m\Rightarrow y=m$ là TCN của đồ thị hàm số $\Rightarrow m=-2$.

Câu 18. Chọn đáp án A

Phương pháp

Giải phương trình $y'=0$ để xác định hoành độ giao điểm cực trị từ đó suy ra tọa độ hai điểm cực trị $A\left(x_A;y_A\right),B\left(x_B;y_B\right)$ của hàm số.

Phương trình đường thẳng $AB:\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$.

Cách giải

Ta có: $y'=-6x^2+6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow -6x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow A\left(0;1\right)\\x=1\Rightarrow B\left(1;2\right)\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A\left(0;1\right),B\left(1;2\right)$.

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng *AB*: $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2-1}\Leftrightarrow x=y-1\Leftrightarrow y=x+1$.

Câu 19. Chọn đáp án B

Phương pháp

Cách 1: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[a;b\right]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y'=0$ tìm các nghiệm x_i.

+) Tính các giá trị $f\left(a\right),f\left(b\right),f\left(x_i\right)\left(x_i\in\left[a;b\right]\right)$. Khi đó:

$\min\limits_{[a;b]} f\left(x\right)=\min\left\{f\left(a\right);f\left(b\right);f\left(x_i\right)\right\},\max\limits_{[a;b]} f\left(x\right)=\max\left\{f\left(a\right);f\left(b\right);f\left(x_i\right)\right\}$.

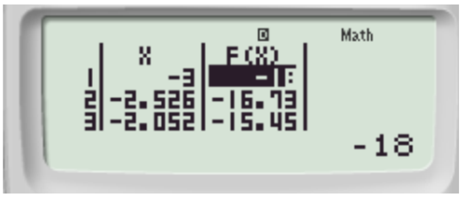
Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $\left[a;b\right]$.

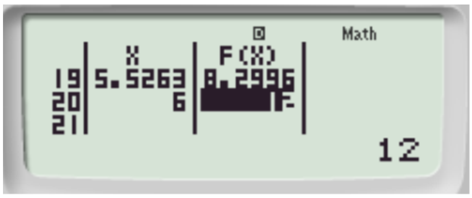
Cách giải

TXĐ: $D=\left(-\infty;6\right]$.

Nhập hàm số đã cho vào máy tính và sử dụng chức năng MODE 7 của máy tính để làm bài toán.

+) Nhập hàm số $f\left(x\right)=2x-4\sqrt{6-x};Start:-3;End:6;Step:\dfrac{6+3}{19}$

Khi đó ta có: 

và 

$\Rightarrow M=\underset{[-3;6]}{Max}\,y=12;m=\underset{[-3;6]}{Min}\,y=-18$.

$\Rightarrow M+m=12-18=-6$.

Câu 20. Chọn đáp án C

Phương pháp

Giải phương trình logarit: $\log_a f\left(x\right)=b\Leftrightarrow f\left(x\right)=a^b\left(0<a\ne1\right)$

Cách giải

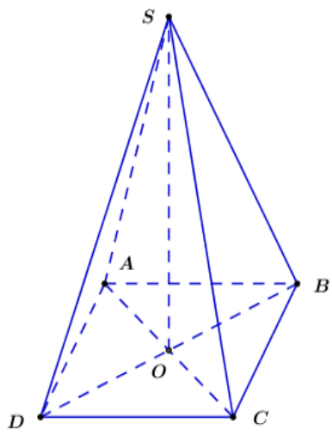
ĐKXĐ: $x>6$.

$\log_3 x+\log_3\left(x-6\right)=\log_3 7\Leftrightarrow\log_3\left[x\left(x-6\right)\right]=\log_3 7$

$\Leftrightarrow x^2-6x=7\Leftrightarrow x^2-6x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\left(ktm\right)\\x=7\left(tm\right)\end{array}\right.$

Câu 21. Chọn đáp án D

Phương pháp



+) Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V=\dfrac{1}{3}Sh$.

Cách giải

Gọi $AC\cap BD=\left\{O\right\}\Rightarrow SO\perp\left(ABCD\right)$.

Ta có: $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA=SB\Rightarrow\Delta SAB$ cân tại S.

Lại có $\angle ASB=60^\circ\left(gt\right)\Rightarrow\Delta SAB$ là tam giác đều $\Rightarrow SA=SB=AB=a$.

Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$ (định lý Pitago) $\Rightarrow AO=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow V_{SABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

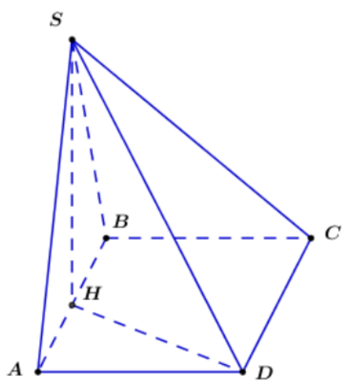
Câu 22. Chọn đáp án A

Phương pháp

Xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và d' là hình chiếu của nó trên (P).

Sử dụng định lý Py-ta-go tính các cạnh và công thức lượng giác: $\tan\alpha=\frac{canh\ doi}{canh\ ke}$.

Cách giải



Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow SH\perp AB$.

Ta có: $(SAB)\perp(ABCD), SH\perp AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

$\Rightarrow\angle(SD,(ABCD))=\angle(SD,HD)=\angle SDH=\alpha$.

Áp dụng định lý Pytago với các tam giác vuông *SAH, ADH* ta có:

$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

$DH=\sqrt{AH^2+AD^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\Rightarrow\tan\alpha=\frac{SH}{DH}=\frac{a\sqrt{15}}{2}:\frac{a\sqrt{5}}{2}=\sqrt{3}$.

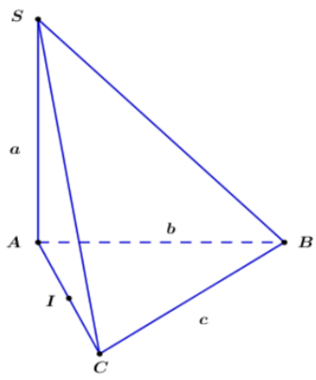
Câu 23. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy:

$R=\sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2+r^2}$ với h là độ dài cạnh bên vuông góc với mặt đáy và r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Cách giải



Ta có: SA, AB, BC đôi một vuông góc

$\Rightarrow SA\perp(ABC)$ và ΔABC vuông tại *B*.

Gọi I là trung điểm của $AC\Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Khi đó bán kính đường tròn tâm I ngoại tiếp ΔABC: $r=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{b^2+a^2}$.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp *SABC* là:

$R=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+r^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2+c^2}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 24. Chọn đáp án B

Phương pháp

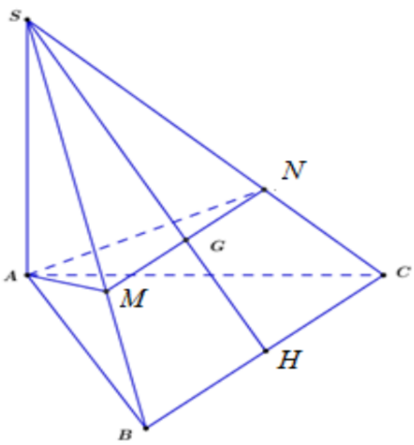
+) Xác định các điểm *M, N*.

+) Sử dụng định lý Ta-lét tính các số $\dfrac{SM}{SB},\dfrac{SN}{SC}$.

+) Sử dụng công thức tính tỉ lệ thể tích: Cho các điểm $M\in SA, N\in SB, P\in SC$ ta có: $\dfrac{V_{SMNP}}{V_{SABC}}=\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SP}{SC}$.

+) Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V=\dfrac{1}{3}Sh$.

Cách giải



Qua G, kẻ đường thẳng song song với BC, cắt SB tại M và cắt SC tại N.

Gọi H là trung điểm của BC.

$\Rightarrow \dfrac{SG}{SH}=\dfrac{2}{3}$ (tính chất đường trung tuyến).

Ta có: $MN//BC\Rightarrow \dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SG}{SH}=\dfrac{2}{3}$ (định lý Ta-lét)

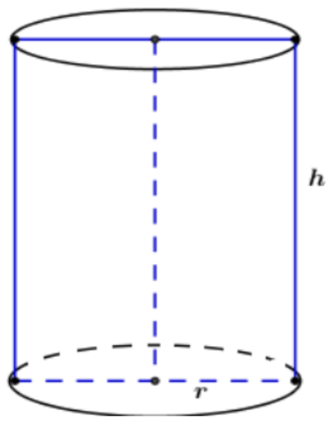
Ta có: $AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=a$ (ΔABC cân tại B)

Có: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}SA.\dfrac{1}{2}AB^2=\dfrac{1}{3}.a.\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{1}{6}a^3$.

Theo công thức tỉ lệ thể tích ta có: $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{9}\Rightarrow V_{SAMN}=\dfrac{4}{9}V_{SABC}=\dfrac{4}{9}.\dfrac{1}{6}a^3=\dfrac{2}{27}a^3$.

Câu 25. Chọn đáp án D

Phương pháp



Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao $h: S_{xq}=2\pi rh$.

Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao $h: V=\pi R^2h$.

Cách giải

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có: $h=2r=4cm$.

$\Rightarrow S_{xq}=2\pi rh=2\pi.2.4=16\pi cm^2$

Câu 26. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét các GTLN và GTNN của hàm số trên khoảng cần xét.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy: $\min\limits_{[-5;7)} f(x)=2$ khi $x=1$ và hàm số không tồn tại GTLN trên $[-5;7)$.

Câu 27. Chọn đáp án A

Phương pháp

Giải phương trình mũ: $a^x=b\Leftrightarrow x=\log_a b\,(0<a\neq 1)$.

Cách giải

Ta có:

$4^{x-1}+2^{x+3}-4=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}.2^{2x}+8.2^{x}-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x}=-16+4\sqrt{17}\,(tm) \\ 2^{x}=-16-4\sqrt{17}\,(ktm) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\log_2\left(4\sqrt{17}-16\right).$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 28. Chọn đáp án D

Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

+) Đường thẳng $x=a$ được gọi là TCĐ của đồ thị hàm số $y=f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$

+) Đường thẳng $y=b$ được gọi là TCN của đồ thị hàm số $y=f(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=b$.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có hai đường TCĐ là: $x=-2, x=0$ và 1 đường TCN là: $y=0$.

Câu 29. Chọn đáp án B

Phương pháp

+ Giải bất phương trình $\log_a f(x)<\log_a g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a>1 \\ 0<f(x)<g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} 0<a<1 \\ f(x)>g(x)>0 \end{cases} \end{array}\right.$

Cách giải

ĐKXĐ: $x>0, x\neq 1$.

$2\log_{\frac{1}{2}}|x-1|<\log_{\frac{1}{2}} x-1 \Leftrightarrow -2\log_2|x-1|<-\log_2 x-1$

$\Leftrightarrow 2\log_2|x-1|>\log_2 x+1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2>\log_2 x+\log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2>\log_2(2x) \Leftrightarrow (x-1)^2>2x$ (Do $2>1$)

$\Leftrightarrow x^2-2x+1-2x>0 \Leftrightarrow x^2-4x+1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2+\sqrt{3} \\ x<2-\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow$ Bất phương trình vô nghiệm $\begin{cases} x\in\mathbb{Z} \\ x\in\left(0;2-\sqrt{3}\right)\cup\left(2+\sqrt{3};+\infty\right) \end{cases} \Rightarrow x\in\{4;5;...\}$

Vậy bất phương trình có vô số nghiệm thỏa mãn bài toán.

Câu 30. Chọn đáp án A

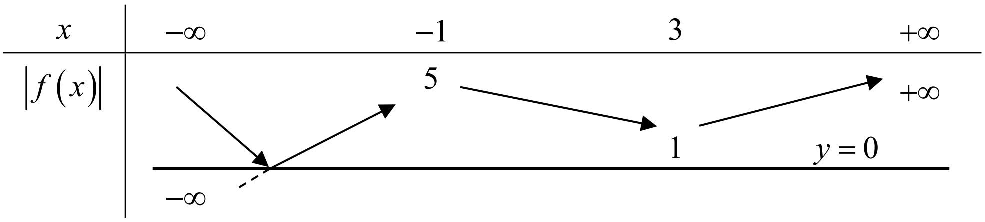
Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét các điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Cách giải

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$: Giữ lại phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ ở phía trên trục *Ox* và lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ở phía dưới trục *Ox* lên phía trên trục *Ox*.

Từ đó ta vẽ được đồ thị hàm số $y=f(x)$ như sau:



Như vậy đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 31. Chọn đáp án B

Phương pháp

+) Đặt $OA=x\left(x>0\right)$. Tính AB và AD theo x.

+) Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số không âm *a, b*: $ab\le\dfrac{a^2+b^2}{2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b$.

Cách giải

Đặt $OA=x\Rightarrow AB=2x\left(x>0\right)$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông *OAD* ta có:

$AD=\sqrt{OD^2-OA^2}=\sqrt{100-x^2}$

$\Rightarrow S_{ABCD}=AB.AD=2x.\sqrt{100-x^2}\le x^2+100-x^2=100$

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật *ABCD* là $100cm^2$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=100-x^2\Leftrightarrow x=5\sqrt{2}\left(cm\right)$.

Câu 32. Chọn đáp án B

Phương pháp

+) Đổi biến, đặt $t=x^2$ sau đó sử dụng phương pháp tích phân từng phần tính $F\left(x\right)$, từ đó suy ra $F\left(x^2+x\right)$

+) Đặt $g\left(x\right)=F\left(x^2+x\right)$, giải phương trình $g'\left(x\right)=0$ xác định nghiệm bội lẻ của phương trình, từ đó kết luận số điểm cực trị của hàm số.

Cách giải

Ta có $F\left(x\right)=\int e^{x^2}\left(x^3-4x\right)dx=\int e^{x^2}\left(x^2-4\right)xdx$

Đặt $t=x^2\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow F\left(t\right)=\dfrac{1}{2}\int e^t\left(t-4\right)dt$.

Đặt $\begin{cases}u=t-4\\dv=e^tdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dt\\v=e^t\end{cases}$

$\Rightarrow F\left(t\right)=\dfrac{1}{2}\left[\left(t-4\right)e^t-\int e^tdt\right]=\dfrac{1}{2}\left[\left(t-4\right)e^t-e^t\right]=\dfrac{1}{2}\left(5-t\right)e^t+C$.

$\Rightarrow F\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\left(x^2-5\right)e^{x^2}+C\Rightarrow g\left(x\right)=F\left(x^2+x\right)=\dfrac{1}{2}\left[\left(x^2+x\right)^2-5\right]e^{\left(x^2+x\right)^2}+C$

$\Rightarrow g'\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\left[2\left(x^2+x\right)\left(2x+1\right)e^{\left(x^2+x\right)^2}+\left(\left(x^2+x\right)^2-5\right)e^{\left(x^2+x\right)^2}.2\left(x^2+x\right).\left(2x+1\right)\right]$

$g'\left(x\right)=\left(x^2+x\right)\left(2x+1\right)e^{\left(x^2+x\right)^2}\left(\left(x^2+x\right)^2-4\right)$

$g'(x)=x(x+1)(2x+1)(x^2+x-2)(x^2+x+2)e^{(x^2+x)^2}$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\dfrac{-1}{2}\\x=-2\end{array}\right.$$

Vậy hàm số $F(x^2+x)$ có 5 điểm cực trị.

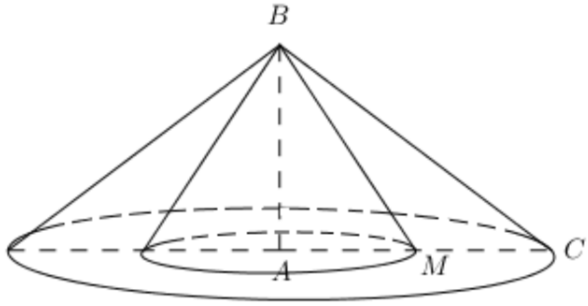
Câu 33. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức tính thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Cách giải

Khi quay tam giác BMC quanh cạnh AB tạo ra 2 khối tròn xoay có thể tích là:



$V=\frac{1}{3}\pi.AC^2.AB-\frac{1}{3}\pi AM^2AB=\frac{1}{3}\pi.8^6.6-\frac{1}{3}\pi.4^2.6=96\pi$ **Câu 34. Chọn đáp án C**

Phương pháp

+) Đặt $t=2^x>0$, đưa phương trình trở thành phương trình bậc hai ẩn t.

+) Cô lập m, đưa phương trình về dạng $f(t)=m$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và đường thẳng $y=m$ song song với trục hoành.

+) Lập BBT hàm số $y=f(t)$ và kết luận.

Cách giải

Đặt $t=2^x>0$, khi đó phương trình trở thành $t^2-mt+2m+1=0\Leftrightarrow t^2+1=m(t-2)$

Nhận thấy $t=2$ không là nghiệm của phương trình $\Rightarrow t\neq 2$.

Chia cả 2 vế của phương trình cho $t-2$, ta được $m=\frac{t^2+1}{t-2}=f(t)\ (t>0)$ (*)

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và đường thẳng $y=m$ song song với trục hoành.

Ta có: $f'(t)=\frac{2t(t-2)-t^2-1}{(t-2)^2}=\frac{t^2-4t-1}{(t-2)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\sqrt{5}\in(0;+\infty)\\t=2-\sqrt{5}\notin(0;+\infty)\end{array}\right.$

BBT:

t	0		2		$2+\sqrt{5}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{-1}{2}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$4+2\sqrt{5}$	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -\frac{1}{2} \\ m \geq 4+2\sqrt{5} \end{array}\right. \Rightarrow S = \left(-\infty; \frac{-1}{2}\right) \cup \left[4+2\sqrt{5}; +\infty\right)$

$\Rightarrow \mathbb{R} \setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4+2\sqrt{5}\right) \Rightarrow \mathbb{R} \setminus S$ có 9 giá trị nguyên là $\{0;1;2;...;8\}$.

Câu 35. Chọn đáp án A

Phương pháp

Cho hàm số $y = f(x)$.

+) Nếu $\lim\limits_{x\to\infty} y = y_0 \Rightarrow y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số.

+) Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} y = \infty \Rightarrow x = x_0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Cách giải

Ta có:

$$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1-x}{x^2-2mx+4} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}}{1-\frac{2m}{x}+\frac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$$ là TCN của đồ thị hàm số.

Do đó để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = x^2 - 2mx + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ f(1) = 1 - 2m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Câu 36. Chọn đáp án B

Phương pháp

Chia các TH sau:

TH1: $a < b < c$.

TH2: $a = b < c$.

TH3: $a < b = c$.

TH4: $a = b = c$

Cách giải

Gọi số tự nhiên có 3 chữ số là $\overline{abc}$ ($0 \leq a, b, c \leq 9, a \neq 0$).

$\Rightarrow S$ có $9.10.10 = 900$ phần tử. Chọn ngẫu nhiên một số từ $S \Rightarrow n(\Omega) = 900$.

Gọi A là biến cố: "Số được chọn thỏa mãn $a \le b \le c$".

TH1: $a < b < c$. Chọn 3 số trong 9 số từ 1 đến 9, có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải nên TH này có C_9^3 số thỏa mãn.

TH2: $a = b < c$, có C_9^2 số thỏa mãn.

TH3: $a < b = c$ có C_9^2 số thỏa mãn.

TH4: $a = b = c$ có 9 số thỏa mãn.

$\Rightarrow n(A) = C_9^3 + 2.C_9^2 + 9 = 165$.

Vậy $P(A) = \dfrac{165}{900} = \dfrac{11}{60}$.

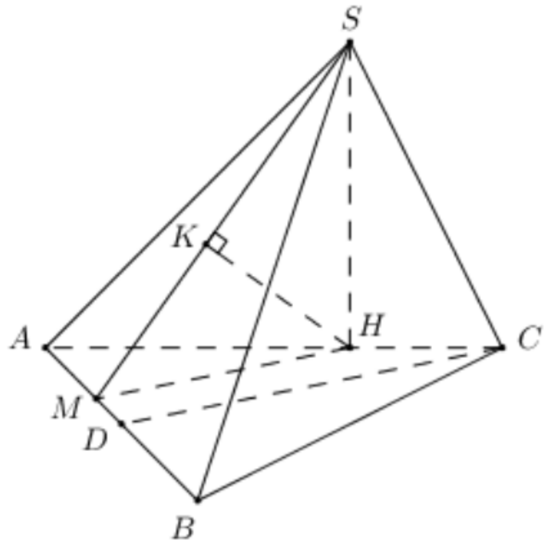
Câu 37. Chọn đáp án B

Phương pháp

+) So sánh $d(C;(SAB))$ và $d(H,(SAB))$.

+) Dựng và tính khoảng cách $d(H,(SAB))$.

Cách giải



Goi D là trung điểm của $AC \Rightarrow CD \perp AB$

Kẻ $HM //CD (M \in AB) \Rightarrow HM \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} HM \perp AB \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHM)$.

Trong (SHM) kẻ $HK \perp SM (K \in SM)$ ta có:

$\begin{cases} HK \perp SM \\ HK \perp AB (AB \perp (SHM)) \end{cases}$

$\Rightarrow HK \perp (SAB) \Rightarrow d(H;(SAB)) = HK$.

Ta có: $CH \cap (SAB) = A \Rightarrow \dfrac{d(C;(SAB))}{d(H;(SAB))} = \dfrac{CA}{HA} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow d(C;(SAB)) = \dfrac{3}{2} d(H;(SAB)) = \dfrac{3}{2} HK$.

Tam giác ABC đều cạnh $3a \Rightarrow CD = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{HM}{CD} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow HM = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SHM ta có: $HK = \dfrac{SH.HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \dfrac{2a.a\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2 + 3a^2}} = \dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$

Vậy $d\left(C;\left(SAB\right)\right)=\frac{3}{2}.\frac{2a\sqrt{21}}{7}=\frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 38. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích toàn hình nón $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$ trong đó *r, l* lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón.

Diện tích mặt cầu bán kính *R* là $4\pi R^2$.

Cách giải

Ta có: $\begin{cases} r=\frac{1}{2}l \\ l=\frac{3}{2}R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}R=\frac{3}{4}R \\ l=\frac{3}{2}R \end{cases}$

Diện tích toàn phần của hình nón là $S_1=\pi rl+\pi r^2=\pi\left(\frac{3}{4}R\right).\frac{3}{2}R+\pi\left(\frac{3}{4}R\right)^2=\pi\frac{27}{16}R^2$

Diện tích mặt cầu là $S_2=4\pi R^2$.

Theo bài ra ta có: $S_1+S_2=91\Leftrightarrow \pi\frac{27}{16}R^2+4\pi R^2=91\Leftrightarrow \frac{91}{16}\pi R^2=91\Leftrightarrow \pi R^2=16$.

Vậy diện tích mặt cầu là: $S_2=4\pi R^2=4.16=64\left(cm^2\right)$.

Câu 39. Chọn đáp án D

Phương pháp

+) Chia cả 2 vế cho $f\left(x\right)>0$ sau đó lấy nguyên hàm 2 vế tìm $f\left(x\right)$.

+) Từ giả thiết $f\left(0\right)=1$ xác định hằng số *C*. Tính $f\left(3\right)$.

Cách giải

Ta có $f\left(x\right)=\sqrt{x+1}f'\left(x\right)$. Do $f\left(x\right)>0$ nên chia cả 2 vế cho $f\left(x\right)$ ta được $\frac{f'\left(x\right)}{f\left(x\right)}=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

Lấy nguyên hàm 2 vế $\Rightarrow \int\frac{f'\left(x\right)}{f\left(x\right)}dx=\int\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx\Leftrightarrow \ln f\left(x\right)=2\sqrt{x+1}+C\Rightarrow f\left(x\right)=e^{2\sqrt{x+1}+C}$

$f\left(0\right)=1\Rightarrow e^{2+C}=1=e^0\Leftrightarrow C=-2\Rightarrow f\left(x\right)=e^{2\sqrt{x+1}-2}$

$\Rightarrow f\left(3\right)=e^{2\sqrt{3+1}-2}=e^2\approx 7,4$

Câu 40. Chọn đáp án C

Phương pháp

+) Để hàm số đồng biến trên $\left(0;2\right)\Rightarrow f'\left(x\right)\ge 0\ \forall x\in\left(0;2\right)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

+) Cô lập *m*, đưa bất phương trình về dạng $m\le g\left(x\right)\ \forall x\in\left(0;2\right)\Rightarrow m\le \min\limits_{[0;2]} g\left(x\right)$.

+) Lập BBT hàm số $y=g\left(x\right)$ và kết luận.

Cách giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'\left(x\right)=3x^2+6x-m^2+3m-2$.

Để hàm số đồng biến trên $(0;2) \Rightarrow f'(x) \ge 0\ \forall x \in (0;2)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

$\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x - m^2 + 3m - 2 \ge 0\ \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 \le 3x^2 + 6x = g(x) \forall x \in (0;2) \Rightarrow m^2 - 3m + 2 \le \min\limits_{[0;2]} g(x)$

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 6x$ trên $[0;2]$ ta có:

$g'(x) = 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow g'(x) > 0\ \forall x > -1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[0;2]$.

$\Rightarrow \min\limits_{[0;2]} g(x) = g(0) = 0 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le m \le 2$.

Câu 41. Chọn đáp án D

Phương pháp

+) Đặt $t = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x}$, tìm điều kiện của *t*.

+) Biểu diễn $\sqrt{18 + 3x - x^2}$ theo *t*, đưa bất phương trình về dạng $m \ge f(t)\ \forall t \in [a;b] \Rightarrow m \ge \max\limits_{[a;b]} f(t)$.

Cách giải

$\sqrt{3+x} + \sqrt{6-x} - \sqrt{18 + 3x - x^2} \le m^2 - m + 1$.

ĐKXĐ: $-3 \le x \le 6$.

Đặt $t = \sqrt{3+x} + \sqrt{6-x}$

Ta có: $t'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{3+x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{6-x}} = \dfrac{\sqrt{6-x} - \sqrt{3+x}}{2\sqrt{3+x}\sqrt{6-x}} = 0 \Leftrightarrow 6 - x = 3 + x \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$.

BBT:

x	-3		$\frac{3}{2}$		6
$t'(x)$		$+$	0	$-$	
$t(x)$	3	$\nearrow$	$3\sqrt{2}$	$\searrow$	3

$\Rightarrow t \in \left[3; 3\sqrt{2}\right]$.

Ta có $t^2 = 3 + x + 6 - x + 2\sqrt{18 + 3x - x^2} = 9 + 2\sqrt{18 + 3x - x^2}$

$\Rightarrow \sqrt{18 + 3x - x^2} = \dfrac{t^2 - 9}{2}$.

Khi đó phương trình trở thành: $f(t) = t - \dfrac{t^2 - 9}{2} \le m^2 - m + 1\ \forall t \in \left[3; 3\sqrt{2}\right]$ (*)

Phương trình (*) có nghiệm đúng $\forall t \in \left[3; 3\sqrt{2}\right] \Leftrightarrow m^2 - m + 1 \ge \max\limits_{\left[3;3\sqrt{2}\right]} f(t)$.

Xét hàm số $f(t) = t - \dfrac{t^2 - 9}{2}$ ta có: $f'(t) = 1 - \dfrac{1}{2}.2t = 1 - t = 0 \Leftrightarrow t = 1$

BBT:

t	3		$3\sqrt{2}$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	3	$\searrow$	$\dfrac{-9+6\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow m^2-m+1\ge 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện đề bài $\Rightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-10;-1]\cup[2;10] \end{cases} \Rightarrow$ Có 19 giá trị *m* thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Chọn đáp án B

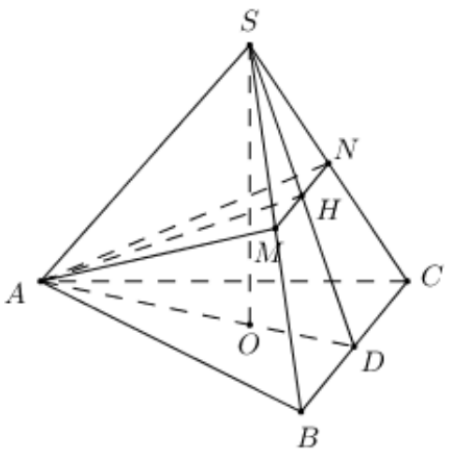
Phương pháp

+) Gọi *D* là trung điểm của *BC*, $H = MN\cap SD$. Chứng minh $SH\perp(AMN)$.

+) Chứng minh ΔAMN cân tại $A \Rightarrow S_{\Delta AMN}$.

+) Tính $V_{S.AMN} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta AMN}$.

+) Sử dụng công thức tính tỉ lệ thể tích Simpson, tính $V_{S.ABC}$.



Cách giải

Gọi *D* là trung điểm của *BC*. Do ΔSBC cân tại $S \Rightarrow SD\perp BC$.

MN là đường trung bình của $\Delta SBC \Rightarrow MN//BC \Rightarrow MN\perp SD$ và $MN = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{a}{2}$.

Gọi $H = MN\cap SD \Rightarrow SH\perp MN$

Ta có: $\begin{cases} (AMN)\perp(SCD) \\ (AMN)\cap(SCD) = MN \\ (SCD)\supset SH\perp MN \end{cases} \Rightarrow SH\perp(AMN)$.

Tương tự ta chứng minh được $AH\perp(SCD) \Rightarrow AH\perp SD$ tại *H* là trung điểm của *SD*.

$\Rightarrow \Delta SAD$ cân tại $A \Rightarrow SA = AD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = SB = SC$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông *SBD* có $SD = \sqrt{SB^2-BD^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow SH = \dfrac{1}{2}SD = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông *SAH* ta có $AH = \sqrt{SA^2-SH^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

$\Rightarrow S_{\Delta AMN}=\frac{1}{2}AH.MN=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{10}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$

$\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta AMN}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{4}.\frac{a^2\sqrt{10}}{16}=\frac{a^2\sqrt{5}}{96}$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=4V_{S.AMN}=\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 43. Chọn đáp án D

Phương pháp

Để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị $\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ có 2 cực trị dương phân biệt.

Cách giải

$f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2\Rightarrow f'(x)=3x^2-2(2m-1)x+2-m$.

Để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 cực trị $\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ có 2 cực trị dương phân biệt.

$\Rightarrow$ Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=(2m-1)^2-3(2-m)>0\\ S=\frac{2(2m-1)}{3}>0\\ P=\frac{2-m}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2-m-5>0\\ m>\frac{1}{2}\\ m<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>\frac{5}{4}\\ m<-1\end{array}\right.\\ \frac{1}{2}<m<2\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{4}<m<2.$$

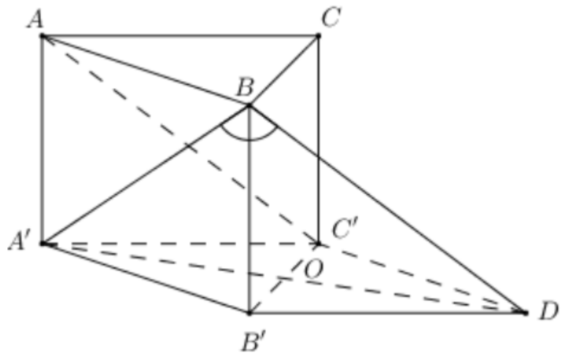
Câu 44. Chọn đáp án D

Phương pháp

+) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $A'B'DC'$. Chứng minh $\angle(AC';BA')=d(BD;BA')=60°$.

+) Đặt $BB'=x$, tính các cạnh $A'B,B'D,BD$ theo x.

+) Xét 2 TH $\left[\begin{array}{l}\angle A'BD=60°\\ \angle A'BD=120°\end{array}\right.$. Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BD$ tìm x, từ đó tính $V_{ABC.A'B'C'}$.



Cách giải

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $A'B'DC'$.

Do $\begin{cases}A'B'=A'C'\\ \angle B'A'C'=90°\end{cases}\Rightarrow A'B'DC'$ là hình vuông.

$\Rightarrow AC'//BD\Rightarrow\angle(AC';BA')=d(BD;BA')=60°$ và $B'D=a$.

Gọi $O=A'D\cap B'C'\Rightarrow O$ là trung điểm của $A'D$.

$\Delta A'B'C'$ vuông cân tại $A'\Rightarrow A'O=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow A'D=a\sqrt{2}$.

Đặt $BB'=x\Rightarrow A'B=\sqrt{x^2+a^2};BD=\sqrt{x^2+a^2}$.

TH1: $\angle A'BD=60°$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BD$ ta có:

$A'D^2=A'B^2+BD^2-2A'B.BD.\cos 60°\Rightarrow 2a^2=2x^2+2a^2-2(x^2+a^2)\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2x^2 = x^2 + a^2 \Leftrightarrow x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = a$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{\Delta ABC} = a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3}{2}$

TH1: $\angle A'BD = 120°$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BD$ ta có:

$A'D^2 = A'B^2 + BD^2 - 2A'B.BD.\cos 120° \Rightarrow 2a^2 = 2x^2 + 2a^2 + 2\left(x^2 + a^2\right)\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 0 = 3x^2 + 2a^2 \Leftrightarrow x = a = 0$ (vo li)

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 45. Chọn đáp án D

Phương pháp

Xét hai trường hợp $x^2 - 4 \ge 0$ và $x^2 - 4 < 0$.

Cách giải

$9^{x^2-4} + \left(x^2 - 4\right)2019^{x-2} \ge 1$

TH1: $x^2 - 4 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le -2 \end{array}\right.$, khi đó ta có: $\begin{cases} 9^{x^2-4} \ge 9^0 = 1 \\ x - 2 \ge 0 \Leftrightarrow 2019^{x-2} \ge 2019^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow 9^{x^2-4} + \left(x^2-4\right)2019^{x-2} \ge 1$.

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

TH2: $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$, khi đó ta có:

$\begin{cases} 9^{x^2-4} < 9^0 = 1 \\ x - 2 < 0 \Leftrightarrow 2019^{x-2} < 2019^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow 9^{x^2-4} + \left(x^2-4\right)2019^{x-2} < 1$

$\Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm.

Vậy tập hợp tất cả các số thực *x* không thỏa mãn bất phương trình là $\left(-2;2\right) \Rightarrow a = -2; b = 2 \Rightarrow b - a = 4$.

Câu 46. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức trả góp $P\left(1+r\right)^n = \frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^n - 1\right]$, trong đó:

P: Số tiền phải trả sau *n* tháng.

r: lãi suất/ tháng

M: Số tiền trả mỗi tháng.

Cách giải

$P\left(1+r\right)^n = \frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^n - 1\right]$

$\Leftrightarrow 50\left(1+1,1\%\right)^n = \frac{4}{1,1\%}\left[\left(1+1,1\%\right)^n - 1\right]$

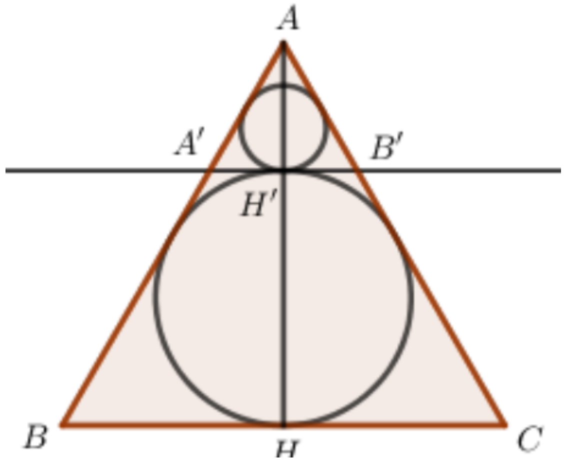
$\Leftrightarrow 50\left(1+1,1\%\right)^n = \frac{4}{1,1\%}\left(1+1,1\%\right)^n - \frac{4}{1,1\%}$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{1,1\%} = \dfrac{3450}{11}\left(1+1,1\%\right)^n$

$\Leftrightarrow \left(1+1,1\%\right)^n = \dfrac{80}{69} \Rightarrow n = \log_{1+1,1\%}\dfrac{80}{69} \approx 13,52$

Câu 47. Chọn đáp án B

Phương pháp



Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều cạnh *l*. Do đó bán kính đường tròn nội tiếp tam giác cũng chính là bán kính mặt cầu nội tiếp chóp là $r_1 = \dfrac{1}{3}\dfrac{l\sqrt{3}}{2} = \dfrac{l\sqrt{3}}{6}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có:

$$\frac{AA'}{AB} = \frac{AH'}{AH} = \frac{AH - HH'}{AH} = \frac{\dfrac{l\sqrt{3}}{2} - \dfrac{l\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow AA' = \frac{l}{3}$$

Tương tự ta tìm được $r_2 = \dfrac{l}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{6} = \dfrac{l\sqrt{3}}{18} = \dfrac{r_1}{3}$. Tiếp tục như vậy ta có $r_3 = \dfrac{r_1}{3^2}, r_4 = \dfrac{r_1}{3^3}, \ldots r_n = \dfrac{r_1}{3^{n-1}}$.

Ta có: $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi r_1^3, V_2 = \dfrac{4}{3}\pi r_2^3 = \dfrac{4}{3}\pi r_2^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{r_1}{3}\right)^3 = \dfrac{1}{3^3}V_1, V_3 = \dfrac{1}{\left(3^3\right)^2}V_1, \ldots; V_n = \dfrac{1}{\left(3^3\right)^{n-1}}V_1$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}\frac{V_1+V_2+\ldots+V_n}{V} = \lim_{n\to+\infty}\frac{V_1\left(1+\dfrac{1}{3^3}+\dfrac{1}{\left(3^3\right)^2}+\ldots+\dfrac{1}{\left(3^3\right)^{n-1}}\right)}{V} = \lim_{n\to+\infty}\frac{V_1.S}{V}$$

Đặt $S = 1 + \dfrac{1}{3^3} + \dfrac{1}{\left(3^3\right)^2} + \ldots + \dfrac{1}{\left(3^3\right)^{n-1}}$.

Đây là tổng của CSN lùi vô hạn với công bội $q = \dfrac{1}{3^3} < 1 \Rightarrow \lim\limits_{n\to+\infty} S = \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{3^3}} = \dfrac{27}{26}$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \frac{27}{26}V_1 = \frac{27}{26}.\frac{4}{3}\pi\left(\frac{l\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi l^3$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2.\frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi l^3}{24}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\dfrac{\sqrt{3}}{52}\pi l^3}{\dfrac{\sqrt{3}\pi l^3}{24}} = \frac{6}{13}$$

Câu 48. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Xác định cách vẽ đồ thị hàm số $y = \left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$.

+) Hàm số $y=\left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$ với $f\left(x-2019\right)+m-2$ là đa thức bậc bốn có 5 cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ có $y_{CD}.y_{CT}\le 0$.

Cách giải

Đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)$ được tạo thành bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ theo chiều song song với trục *Ox* sang bên phải 2019 đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ được tạo thành bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f\left(x-2019\right)$ theo chiều song song với trục *Oy* lên trên $m-2$ đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$ được tạo thành bằng cách giữ nguyên phần đồ thị $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ phía trên trục *Ox*, lấy đối xứng toàn bộ phần đồ thị phía dưới trục *Ox* qua trục *Ox* và xóa đi phần đồ thị phía dưới trục *Ox*.

Do đó để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ có $y_{CD}.y_{CT}\le 0$.

$\Leftrightarrow -3+m-2\ge 0>-6+m-2\Leftrightarrow m-5\ge 0>m-8\Leftrightarrow 5\le m<8$

$\Rightarrow$ có 3 giá trị nguyên của *m* thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Chọn đáp án A

Phương pháp

Xác định bán kính đáy và chiều cao của hình trụ, sử dụng công thức $V=\pi R^2h$ tính thể tích của hình trụ.

+) Lập BBT tìm GTLN của hàm thể tích.

Cách giải

Ta có: Đường kính đáy của hình trụ là $9-2x\Rightarrow$ Bán kính đáy hình trụ là $\dfrac{9-2x}{2}$.

Khi đó ta có thể tích ao là $V=\pi\left(\dfrac{9-2x}{2}\right)^2x=\dfrac{\pi}{4}\left(9-2x\right)^2x=\dfrac{\pi}{4}f\left(x\right)$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\left(9-2x\right)^2x=4x^3-36x^2+81x$ với $0<x<\dfrac{9}{2}$ ta có:

$$f'\left(x\right)=12x^2-72x+81=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{9}{2}\\ x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

x	0		$\frac{3}{2}$		$\frac{9}{2}$
$f'(x)$		+	0	–	0
$f(x)$	0	$\nearrow$	54	$\searrow$	0

BBT:

Dựa vào BBT ta thấy $f\left(x\right)_{\max}=54\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$. Khi đó $V_{\max}=\dfrac{\pi}{4}.54=\dfrac{27\pi}{2}=13,5\pi\left(m^3\right)$.

Câu 50. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow g'(x) \le 0 \ \forall x \in (a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải

Ta có: $g'(x) = (1-2x) f'(x - x^2)$.

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow g'(x) \le 0 \ \forall x \in (a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Ta có $g'(-1) = 3f'(-2) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A, B và D.