

ĐỀ THI HKII TOÁN 10

I. PHẦN CHUNG: (7 điểm)

Bài 1: Giải phương trình, bất phương trình:

a) $\frac{x-2}{2-3x} - 1 \leq 0$;

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 3} + x = 2$;

c) $|x-2| + x^2 \leq 4$

Bài 2: a) Biết $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính: $\sin \alpha$ và $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$.

b) Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{\sin 2\alpha + \cos \alpha}{\cos 2\alpha - \sin \alpha - 1}$ biết $\tan \alpha = 2$

Bài 3: Cho M(-2 ; 0), N(1 ; - 2)

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng (d) đi qua M và N.

b) Viết phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn là 8 và nhận M làm một tiêu điểm.

II. PHẦN RIÊNG: (3 điểm)

I. Phần chung:

Bài 4A:

a) Tìm m để phương trình: $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0$ vô nghiệm.

b) Viết phương trình đường (d') qua A(2 ; -3) và vuông góc với (d): $x - 2y + 1 = 0$ Từ đó suy ra tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của A(2 ; -3) lên đường thẳng (d)

c) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm I(1 ; - 3) và tiếp xúc với đường thẳng

$$(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 4t \end{cases}$$

Bài 4B:

a) Tìm m để bất phương trình $(m-4)x^2 + (m+1)x + 2m-1 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi x

b) Tìm tọa độ M trên đường thẳng $(\Delta): 2x - y + 3 = 0$ sao cho khoảng cách từ M đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt{2}$

c) Viết phương trình đường tròn (C) đi qua A(2; -1), B(1 ; 0) và có tâm nằm trên đường thẳng (d): $x - 2y + 2 = 0$

ĐÁP ÁN

Bài 1:

$$a) \frac{x-2}{2-3x} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4x-4}{2-3x} \leq 0 \Leftrightarrow x < \frac{2}{3} \vee x \geq 1$$

$$b) \sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 2x + 3 = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$c) |x-2| + x^2 \leq 4 \Leftrightarrow |x-2| \leq 4 - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \leq 4-x^2 \\ x-2 \geq -4+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-6 \leq 0 \\ x^2-x-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 2 \\ -1 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2$$

Bài 2: a) Biết $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính: $\sin \alpha$ và $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$.

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \tan \alpha = \frac{-4}{3}, \tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = -7$$

$$b) P = \frac{\sin 2\alpha + \cos \alpha}{\cos 2\alpha - \sin \alpha - 1} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha}{1 - 2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha - 1} = \frac{\cos \alpha (2 \sin \alpha + 1)}{-\sin \alpha (2 \sin \alpha + 1)} = -\cot \alpha = \frac{-1}{2}$$

Bài 3: Cho M(-2 ; 0), N(1 ; -2)

a) $\overline{MN} = (3; -2)$ là vectơ chỉ phương của (d)

Mà (d) đi qua M(-2 ; 0) nên phương trình của (d) là: $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{-2} \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0$

b) Elip (E) có độ dài trục lớn là 8 $\Leftrightarrow 2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$

M(-2 ; 0) là tiêu điểm $\Rightarrow c = 2 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 4 = 12$

Vậy (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$

II. Phần riêng

Bài 4A:

a) $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0$ vô nghiệm.

TH1: $m = 2$, phương trình có 1 nghiệm $x = -2$. (loại)

TH2: $m \neq 2$. $\Delta' = -m^2 + 4m - 3$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 3$

b/ Phương trình đường (d') qua A(2 ; -3), vuông góc với (d) là: $2x + y - 1 = 0$

Suy ra tọa độ H là hình chiếu của A lên (d) là: $H(\frac{1}{5}; \frac{3}{5})$

c) Đường tròn (C) có tâm I(1; - 3)

$$(\Delta): 4x + 3y - 5 = 0$$

$$(C) \text{ tiếp xúc } (\Delta) \Leftrightarrow R = d(I, \Delta) = \frac{|4 - 9 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{Phương trình (C): } (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$$

Bài 4B:

a) $(m - 4)x^2 + (m + 1)x + 2m - 1 \leq 0$

+ $m = 4$: không thỏa điều kiện.

+ $m \neq 4$: BPT nghiệm đúng với mọi x $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7m^2 + 38m - 15 \leq 0 \\ m - 4 < 0 \end{cases} \dots \Leftrightarrow m < \frac{3}{7}$

Vậy $m < \frac{3}{7}$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) M trên đường thẳng $(\Delta): 2x - y + 3 = 0$ nên M có dạng $M(t; 2t + 3)$

$$\overline{OM} = (t; 2t + 3)$$

$$OM = \sqrt{2} \Leftrightarrow t^2 + (2t + 3)^2 = 2 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{7}{5} \end{cases}$$

Vậy ta có 2 điểm M là: $M(-1; 1)$ hay $M(-\frac{7}{5}; \frac{1}{5})$

c/ Viết phương trình đường tròn (C) đi qua A(2; -1), B(1 ; 0) và có tâm nằm trên đường thẳng (d): $x - 2y + 2 = 0$

$$I(a; b), AI = BI \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (b + 1)^2 = (a - 1)^2 + b^2 \Leftrightarrow a = b + 2 \quad (1)$$

$$I \in (\Delta) \Leftrightarrow a - 2b + 2 = 0 \Leftrightarrow b + 2 - 2b + 2 = 0 \Leftrightarrow b = 4, a = 6$$

$$\Rightarrow I(6; 4), R = IA = \sqrt{41}$$

$$\text{Phương trình (C): } (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 41$$