TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT	ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2019, LẦN 1 MÔN :TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể giao đề)* *Đề thi gồm 50 câu, từ câu 1 đến câu 50*
	Mã đề thi 001

Họ và tên:..Lớp.........SBD............Phòng........

Câu 1. [2H1.3-1] Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2. [2D1.2-1] Hàm số nào sau đây không có điểm cực trị?

A. $y=-x^4+2x^2-5$. **B.** $y=x^3+6x-2019$.

C. $y=-\frac{1}{4}x^4+6$. **D.** $y=x^4+2x^2-5$.

Lời giải

Chọn B

$y=-x^4+2x^2-1$ có $a.b<0$. Nên hàm số có 3 cực trị (loại A)

$y=x^3+6x-2019$ có $y'=3x^2+6>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Nên hàm số không có cực trị (nhận B)

$y=-\frac{1}{4}x^4+6$ có $a.b=0$. Nên hàm số có 1 cực trị

$y=x^4+2x^2-5$ có $a.b>0$. Nên hàm số có 1 cực trị

Câu 3. [2H3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3z-2=0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) có tọa độ

A. $(2;-3;-2)$. **B.** $(-2;3;2)$. **C.** $(2;-3;0)$. **D.** $(2;0;-3)$.

Câu 4. [2D1.1-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có trên $(-1;1)$ $y'>0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 5. [2D2.3-1] Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$.
B. $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$.

C. $\log a^3=3\log a$.
D. $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log(3a)=\log 3+\log a$ suy ra loại A, D.

$\log a^3=3\log a$ (do $a>0$) nên chọn C.

Câu 6. **[2D3.2-1]** Tính chất tích phân $\int_1^e x\ln x dx$

A. $\frac{e^2+1}{4}$.
B. $\frac{e^2-1}{4}$.
C. $\frac{2e^2+1}{4}$.
D. $\frac{2e^2-1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $u=\ln x\Rightarrow du=\frac{1}{x}dx$, $dv=xdx\Rightarrow v=\frac{x^2}{3}$

Suy ra $\int_1^e x\ln x dx=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\frac{x}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big|_1^e=\frac{e^2+1}{4}$.

Câu 7. **[2H2.2-1]** Thể tích khối cầu bán kính $\frac{3}{2}a$ bằng

A. $\frac{4}{3}\pi a^3$.
B. $4\pi a^3$.
C. $\frac{9}{2}\pi a^3$.
D. $\frac{9}{8}\pi a^3$.

Câu 8. **[2D2.5-1]** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-10x+9)=2$ là:

A. S=$\{10;0\}$.
B. S=$\{10;9\}$
C. $S=\{-2;0\}$.
C. S=$\{-2;9\}$.

Lời giải

Chọn A.

$\log_3(x^2-10x+9)=2\Leftrightarrow x^2-10x+9=9\Leftrightarrow x^2-10x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=0\end{array}\right.$.

Câu 9. **[2H3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(-1;2;0)$ và nhận $\vec{n}=(-1;0;2)$ làm một véc tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $-x+2y-5=0$.
B. $x+2z-5=0$.
C. $-x+2y-5=0$.
D. $x-2z+1=0$.

Câu 10. **[2D3.1-1]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{5+2x^4}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx=\frac{2x^3}{3}-\frac{5}{x}+C.$
B. $\int f(x)dx=2x^3-\frac{5}{x}+C.$

C. $\int f(x)dx=\frac{2x^3}{3}+\frac{5}{x}+C.$
D. $\int f(x)dx=\frac{2x^3}{3}+5\ln x^2+C.$

Câu 11. **[2H3.3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 12. **[1D2.2-1]** Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn , $k \le n$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \dfrac{k!}{(n-k)!}$. **C.** $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \dfrac{(n-k)!}{n!}$.

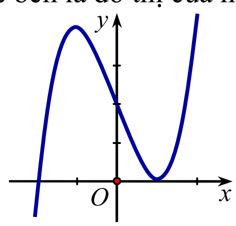
Câu 13. **[1D3.3-1]** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1, q = -\dfrac{1}{10}$. Số $\dfrac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của dãy

A. Số hạng thứ 101. **B.** Số hạng thứ 102.
C. Số hạng thứ 103. **D.** Số hạng thứ 104.

Câu 14. **[2D4.1-1]** Trong mặt phẳng phức, số phức $z = 3 - 2i$ có điểm biểu diễn M thì

A. $M(3;-2)$. **B.** $M(2;-3)$. **C.** $M(-2;3)$. **D.** $M(-3;2)$.

Câu 15. **[2D1.5-1]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^2 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn D.

HD: Từ dạng tổng quát của đồ thị hàm số ta loại được A, C, **B.**

Câu 16. **[2D1.3-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;\, 3]$ (hình bên). Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Tìm $M - 2m$.

x	-1		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

A. 1. **B.** 3.
C. 2. **D.** 5.

Câu 17. **[2D1.2-1]** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 2019$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3\left(x-1\right)^2 \ge 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có đạo hàm không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên nó không có cực trị.

Câu 18. **[2D4.1-1]** Viết số phức $z = \dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ dưới dạng $z = a + bi$ với a, b là các số thực. Tìm a, b.

A. $a = -1; \mathrm{b} = -4$. **B.** $a = 1; \mathrm{b} = -4$. **C.** $a = -1; \mathrm{b} = 4$. **D.** $a = 1; \mathrm{b} = 4$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $z = \dfrac{\left(2-3i\right)\left(4-i\right)}{3+2i} = \dfrac{5-14i}{3+2i} = \dfrac{\left(5-14i\right)\left(3-2i\right)}{13} = \dfrac{-13-52i}{13} = -1-4i$.

Do đó điểm biểu diễn cho số phức z có tọa độ $\left(-1;-4\right)$.

Câu 19. [2H3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với trục Oy.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=\sqrt{10}$.

B. $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2(z+3)^2=10$.

D. $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=9$.

Bài giải:

Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên Oy, ta có : $M(0;-2;0)$.

$\overrightarrow{IM}=(-1;0;-3)\Rightarrow R=d(I,Oy)=IM=\sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là : $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

Chọn đáp án **B**.

Câu 20. [2D2.3-1] Đặt $a=\log_5 2; b=\log_5 3$. Tính $\log_5 72$ theo a,b.

A. $3a+2b$.

B. a^3+b^2.

C. $3a-2b$.

D. $6ab$.

Giải

Sử dụng máy tính: gán lần lượt $\log_5 2; \log_5 3$ cho A, B

Lấy $\log_5 72$ trừ đi lần lượt các đáp số ở A, B, C, D. kết quả nào bằng 0 thì đó là đáp án.

Ta chọn đáp án A.

Câu 21. [2D4.4-2] Trong tập số phức, phương trình $z^2+3iz+4=0$ có hai nghiệm là z_1, z_2. Đặt $S=|z_1|-|z_2|$. Tìm S.

A. $S\in\{3\}$.

B. $S\in\{3;-3\}$.

C. $S\in\{-3\}$.

D. $S\in\{0\}$.

Hướng dẫn giải:

$\Delta=b^2-4ac=(3i)^2-4.1.4=-25<0$

Nên phương trình có hai nghiệm phức là:

$z_1=\dfrac{-3i+5i}{2}=i,\quad z_2=\dfrac{-3i-5i}{2}=-4i$

Ta chọn đáp án B.

Câu 22. [2H3.2-2] Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (α). Khoảng cách giữa (α) và (β) là

A. $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$.

B. $-\dfrac{9}{\sqrt{21}}$.

C. $\dfrac{9}{21}$.

D. $\dfrac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 23. [2D2.6-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\dfrac{1}{4+\log_2 x}+\dfrac{2}{2-\log_2 x}=1$. Khi đó tổng các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{8}$.

B. $\dfrac{3}{4}$.

C. $\dfrac{1}{4}$.

D. $\dfrac{5}{4}$.

<u>Hướng dẫn giải</u>

[Phương pháp tự luận]

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 4 \\ x\neq \dfrac{1}{16} \end{cases}$.

Đặt $t = \log_2 x$, điều kiện $\begin{cases} t \neq -4 \\ t \neq 2 \end{cases}$. Khi đó phương trình trở thành:

$$\frac{1}{4+t} + \frac{2}{2-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1}{2} \\ x = \dfrac{1}{4} \end{array}\right. \quad \text{Vậy } x_1 + x_2 = \frac{3}{4}$$

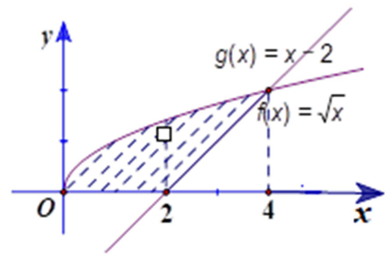
[Phương pháp trắc nghiệm]

Dùng chức năng SOLVE trên máy tính bỏ túi tìm được 2 nghiệm là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{4}$.

Câu 24. **[2D3.3-2]** Tích diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) trong hình sau

A. $S = \frac{8}{3}$. **B.** $S = \frac{10}{3}$.

C. $S = \frac{11}{3}$. **D.** $S = \frac{7}{3}$.



Lời giải

Chọn B.

Dựa và hình vẽ, ta có hình phẳng được giới hạn bởi các đường: $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = x - 2 \\ y = 0 \end{cases}$.

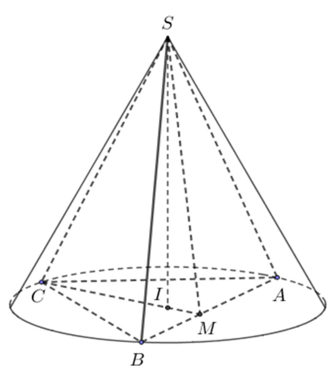
Suy ra $S = \int_0^2 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x + \int_2^4 \left(\sqrt{x} - x + 2\right)\mathrm{d}x = \frac{10}{3}$.

Câu 25. **[2H2-1-2]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi I là tâm đường tròn $(ABC) \Rightarrow IA = r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (SMC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMC} = 60°$ $\Rightarrow SM = 2IM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{6} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $\Rightarrow$

$SA = \sqrt{SM^2 + MA^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{3} + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{6} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

Câu 26. **[2D3-3.3-2]** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = \pi - 1$. **B.** $V = \pi + 1$. **C.** $V = \pi(\pi - 1)$. **D.** $V = \pi(\pi + 1)$.

Lời giải

Chọn D.

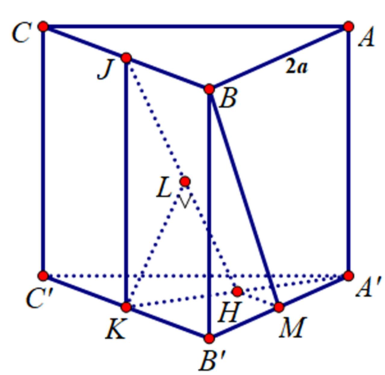
Thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh trục hoành :

$$V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2 \mathrm{d}x = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x)dx = \pi\left(2x + \sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Câu 27. **[2H1-3-2]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, $AB = 2a$, M là trung điểm của $A'B'$, khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (MBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$ **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$

Chọn C.



Gọi J, K, H theo thứ tự là trung điểm của BC, B'C', KA'.

$MH \,//\, BC \Rightarrow (MBC) \equiv (MHJB)$. $B'C' \,//\, (MBC) \Rightarrow d\left(C', (MBC)\right) = d\left(K, (MBC)\right)$.

$MH \perp KA', MH \perp JK \Rightarrow MH \perp (JKH) \Rightarrow (JKH) \perp (MHJB)$

Gọi L là hình chiếu của K trên JH $\Rightarrow d\left(K, (MBC)\right) = KL$.

Tam giác JKH vuông tại K có đường cao KL ta có $KL = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $KH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó

$\dfrac{1}{KL^2} = \dfrac{1}{KH^2} + \dfrac{1}{KJ^2} \Rightarrow KJ = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ là độ dài đường cao của lăng trụ. $V_{ABC.A'B'C'} = KJ.S_{ABC} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$

Câu 28. **[2D2.4-2]** Cho hàm số $f(x) = \ln^4(x^2 - 4x + 7)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) \le 0$.

A. $x \ge 1$. **B.** $x \le 0$. **C.** $x \le 2$. **D.** $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$f'(x) = 4\dfrac{2x-4}{x^2-4x+7}\ln^3(x^2-4x+7)$.

Nhận xét : $\ln^3(x^2-4x+7) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ do $x^2-4x+7 \ge 3 > 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Do đó $f'(x) \le 0 \Leftrightarrow 2x-4 \le 0 \Leftrightarrow x \le 2$.

Câu 29. **[2D1.6-2]** Cho hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+1}$ với m là tham số , $m \ne 2$. Biết $\min\limits_{x\in[0;1]} f(x) + \max\limits_{x\in[0;1]} f(x) = 2020$. Giá trị của tham số m bằng

A. 1614. **B.** 2019. **C.** 9. **D.** 1346.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số xác định trên tập $D = [0;1]$

Ta có $y' = \dfrac{2-m}{(x+1)^2}$. Nhận xét $\forall\ m \ne 2$ hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $[0;1]$ nên giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;1]$ luôn đạt được tại $x = 0$, $x = 1$.

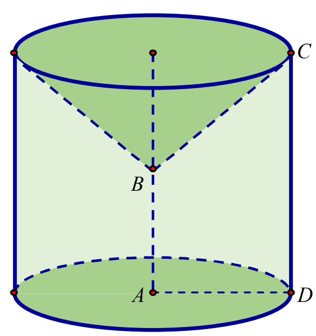
Theo bài ra ta có $f(0) + f(1) = 2020 \Leftrightarrow m + \dfrac{2+m}{2} = 2020$. Do đó $m = 1346$

Câu 30. **[2H2.3-2]** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D với $AB = AD = \dfrac{CD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh AB. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \pi a^3$. **D.** $\dfrac{7\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi V_1 là thể tích khối nón có đường sinh là BC , bán kính $R = AD = a$, chiều cao $h = a$. Khi đó $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi a^2.a = \dfrac{a^3}{3}\pi$.

Gọi V_2 là thể tích khối trụ có đường sinh là $DC = 2a$, bán kính $R = AD = a$, chiều cao $h' = 2a$. Khi đó $V_2 = \pi R^2 h' = \pi.a^2.2a = 2a^3\pi$.

Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành là : $V = V_2 - V_1 = 2a^3\pi - \dfrac{a^3\pi}{3} = \dfrac{5a^3\pi}{3}$.

Câu 31. **[2D3.1-2]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)\ln x$. Tính $F''(x)$.

A. $F''(x)=1+\dfrac{1}{x}$. **B.** $F''(x)=\dfrac{1}{x}$.

C. $F''(x)=1+\dfrac{1}{x}+\ln x$. **D.** $F''(x)=x+\ln x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $F(x)=\int f(x)dx=\int (x+1)\ln xdx \Rightarrow F'(x)=(x+1)\ln x \Rightarrow F''(x)=1+\dfrac{1}{x}+\ln x$.

Câu 32. **[2D3.2- 2]** Cho $\int\limits_0^3 \dfrac{x}{4+2\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{3}+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tìm tổng giá trị của $a+b+c$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t=\sqrt{x+1} \Rightarrow t^2=x+1 \Rightarrow x=t^2-1 \Rightarrow \mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=2$; $x=3 \Rightarrow t=4$.

Khi đó:

$$\int\limits_1^2 \frac{t^2-1}{4+2t}.2t\mathrm{d}t=\int\limits_1^2 \frac{t^3-t}{t+2}\mathrm{d}t=\int\limits_1^2\left(t^2-2t+3-\frac{6}{t+2}\right)\mathrm{d}t=\left(\frac{t^3}{3}-t^2+3t-6\ln|t+2|\right)\Bigg|_1^2=\frac{7}{3}-12\ln 2+6\ln 3$$

Suy ra $\begin{cases} a=7 \\ b=-12 \\ c=6 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=1$.

Câu 33. **[2D1-4-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) có đúng 2 đường tiệm cận. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Giải.

Chọn D

TH1: $m=0 \Rightarrow y=\dfrac{x-1}{-2x+3}$ đồ thị hàm số có dạng bậc nhất chia bậc nhất nên có 2 tiệm cận.

TH2: $m\neq 0$. Đặt $f(x)=mx^2-2x+3$.

* $f(x)=mx^2-2x+3$ có nghiệm kép (bằng hoặc khác 1) kvck $\Delta=1-3m=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{1}{3}$

TH3:

* $f(x)=mx^2-2x+3$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1 kvck

$\begin{cases} \Delta=1-3m>0 \\ f(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$

Câu 34. **[2D1.5-2]** Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$ có 3 điểm cực trị.

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.

Đáp án C

Xét $f(x)=x^3-(2m+1)x^2+3mx-5$ và $f(|x|)=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$

Ta có $3 = 2a + 1 \Leftrightarrow a = 1$ là số điểm cực trị dương của hàm số $y = f(x)$.
Vậy yêu cầu tương đương với: $f(x)$ có đúng một điểm cực trị dương
$\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 - 2(2m+1)x + 3m = 0$ có hai nghiệm thoả mãn $x_1 \le 0 < x_2 \Leftrightarrow m \le 0.$
(Vì $x_1 = 0 \Leftrightarrow m = 0$ lúc đó $x_2 = \dfrac{2}{3} > 0.$ còn $x_1 < 0$ thì a.c < 0 suy ra m < 0)

Câu 35. **[2H3.3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

A. $(-1;0;4)$. **B.** $(7;1;-1)$. **C.** $(2;1;-2)$. **D.** $(0;2;-5)$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là $1(x-3) + 2(y-2) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 7 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H = d \cap (P)$

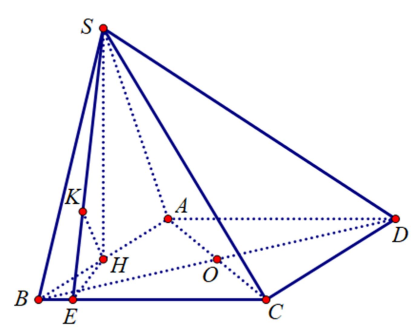
Suy ra $H \in d \Rightarrow H(-1+t; -3+2t; -2+2t)$, mặt khác $H \in (P)$
$\Rightarrow -1 + t - 6 + 4t - 4 + 4t - 7 = 0 \Rightarrow t = 2$. Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'(-1;0;4)$.

Câu 36. **[1H3.6-3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC = 2a, BD = 4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Giải



Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp AB$.
Do $AB = (SAB) \cap ABCD)$ và $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$

+) Ta có $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{2a}{2} = a$, $OB = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{4a}{2} = 2a$.

$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$

+) $SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$ $\qquad S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AC.BD = \dfrac{1}{2}2a.4a = 4a^2$.

Ta có $BC // AD$ nên $AD // (SBC) \Rightarrow d(AD, SC) = d(AD,(SBC)) = d(A,(SBC))$.
Do H là trung điểm của AB và $B = AH \cap (SBC)$ nên $d(A,(SBC)) = 2d(H,(SBC))$.
Kẻ $HE \perp BC, H \in BC$, do $SH \perp BC$ nên $BC \perp (SHE)$.
Kẻ $HK \perp SE, K \in SE$, ta có $BC \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBC) \Rightarrow HK = d(H,(SBC))$.

$$HE = \frac{2S_{BCH}}{BC} = \frac{S_{ABC}}{BC} = \frac{S_{ABCD}}{2.AB} = \frac{4a^2}{2a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HE^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{4}{15a^2} = \frac{91}{60a^2} \Rightarrow HK = \frac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{91}} = \frac{2a\sqrt{1365}}{91}$$

Vậy $d(AD, SC) = 2HK = \dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$.

Câu 37. **[2D2.6-3]** Cho phương trình $\log_{0,5}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$ (m là tham số). Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên âm của m để phương trình có nghiệm thực. Tìm số phần tử của S.

A. 17. **B.** 18. **C.** 5. **D.** 23.

Lời giải

Chọn C

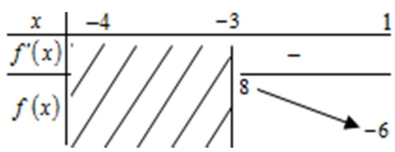
Điều kiện $\begin{cases} m+6x>0 \\ 3-2x-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<x<1 \\ m+6x>0 \end{cases}$.

Khi đó, $\log_{0,5}\left(m+6x\right) + \log_2\left(3-2x-x^2\right) = 0 \Leftrightarrow \log_2\left(3-2x-x^2\right) = \log_2\left(m+6x\right)$

$\Leftrightarrow 3-2x-x^2 = m+6x \Leftrightarrow 3-8x-x^2 = m$ (*).

Xét hàm số $f\left(x\right) = -x^2-8x+3$ trên $\left(-3;1\right)$, ta có $f'\left(x\right) = -2x-8$; $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Bảng biến thiên



Từ BBT suy ra phương trình (*) có nghiệm trên $\left(-3;1\right) \Leftrightarrow -6<m<18$.

Do m nguyên âm nên $m \in \left\{-5;-4;-3;-2;-1\right\}$ có 5 giá trị.

Câu 38. **[2H1.3-3]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI = \dfrac{a}{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến $(B'DI)$.

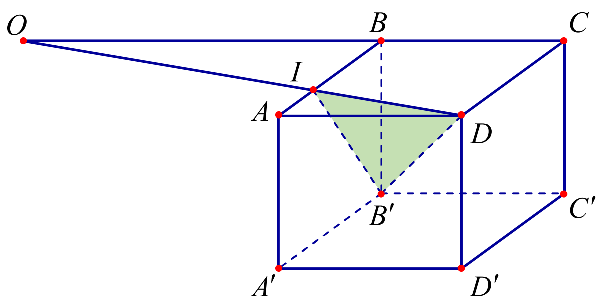
A. $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{3a}{\sqrt{14}}$. **C.** $\dfrac{a}{\sqrt{14}}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

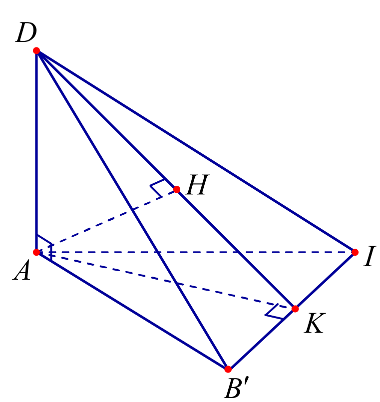
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\dfrac{d\left(C,\left(B'DI\right)\right)}{d\left(B,\left(B'DI\right)\right)} = \dfrac{CO}{BO} = \dfrac{DC}{BI} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow d\left(C,\left(B'DI\right)\right) = \dfrac{3}{2}d\left(B,\left(B'DI\right)\right)$.

$\dfrac{d\left(B,\left(B'DI\right)\right)}{d\left(A,\left(B'DI\right)\right)} = \dfrac{BI}{AI} = 2 \Rightarrow d\left(B,\left(B'DI\right)\right) = 2d\left(A,\left(B'DI\right)\right)$





Ta có: $S_{\Delta AIB'} = \dfrac{S_{ABCD}}{6} = \dfrac{a^2}{6} \Rightarrow AK = \dfrac{2S_{\Delta AIB'}}{IB'} = \dfrac{a}{\sqrt{13}}$

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AK^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{13}{a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{14}{a^2} \Rightarrow d\left(A,\left(B'DI\right)\right) = AH = \dfrac{a}{\sqrt{14}}$

$\Rightarrow d\left(C,\left(B'DI\right)\right) = 3d\left(A,\left(B'DI\right)\right) = \dfrac{3a}{\sqrt{14}}$.

Câu 39. **[2D1.1-3]** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2019$ với $g(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2019x + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$y' = -f'\left(1-x\right) + 2019 = -\left[1-\left(1-x\right)\right]\left[\left(1-x\right)+2\right]g\left(1-x\right) - 2019 + 2019$

$= -x\left(3-x\right)g\left(1-x\right)$.

Suy ra: $y'\left(x\right) < 0 \Leftrightarrow x\left(3-x\right) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>3 \end{array}\right.$ (do $g\left(1-x\right) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$)

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 40. **[2D4.4-3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = z(1+i)$ là đường tròn

A. Tâm $I(3;-1)$, $R = 3\sqrt{2}$. **B.** Tâm $I(-3;-1)$, $R = 3$.

C. Tâm $I(-3;1)$, $R = 3\sqrt{2}$. **D.** Tâm $I(-3;1)$, $R = 3$.

Lời giải

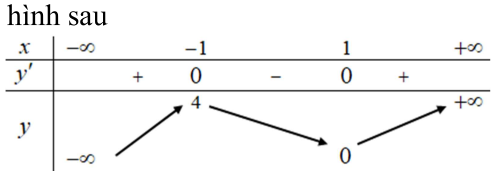
Chọn A.

Ta có $\left|z-1+2i\right| = 3 \Leftrightarrow \left|z\left(1+i\right) + \left(-1+2i\right)\left(1+i\right)\right| = 3\left|1+i\right| \Leftrightarrow \left|w-3+i\right| = 3\sqrt{2}$.

Giả sử $w = x + yi$ $\left(x, y \in \mathbb{R}\right) \Rightarrow \left|x-3+\left(y+1\right)i\right| = 3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \left(x-3\right)^2 + \left(y+1\right)^2 = 18 \Rightarrow I\left(3;-1\right)$, $R = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Câu 41. **[2D1.1-3]** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R},\ a \neq 0)$, có bảng biến thiên như hình sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $m = |f(x)|$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương.

A. $m > 2$. **B.** $0 < m < 4$. **C.** $m > 0$. **D.** $2 \leq m < 4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y(0)=\dfrac{y(-1)+y(1)}{2}=2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ là:

x	$-\infty$		x_0		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$			0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 42. **[1D2.5-3]** Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P. Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

A. $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{14}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

* Số phần tử không gian mẫu là C_{16}^3

* Theo gt, đa giác có đều 16 cạnh nên có 16 đỉnh do đó có 8 đường chéo xuyên tâm. Cứ mỗi hai đường chéo xuyên tâm sẽ cho 4 tam giác vuông. Vậy số cách chọn một tam giác vuông có 3 đỉnh là đỉnh của đa giác sẽ là $4.C_8^2$.

Xác suất cần tìm là $P=\dfrac{4.C_8^2}{C_{16}^3}$

Nhiễu.

$P=\dfrac{4.C_{16}^2}{C_{16}^3}=\dfrac{6}{7}$, $P=\dfrac{C_{16}^2}{C_{16}^3}=\dfrac{3}{14}$,

Câu 43. **[2H3.2-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+2=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $2x+2y-z-4=0$ hoặc $2x+2y-z+17=0$.

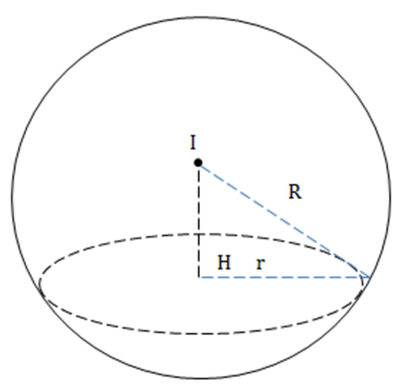
B. $2x+2y-z+2=0$ hoặc $2x+2y-z+8=0$.

C. $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

D. $2x+2y-z-6=0$ hoặc $2x+2y-z+3=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên (Q).

Đặt $IH=x$ ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{12-x^2}$

Vậy thể tích khối nón tạo được là $V=\frac{1}{3}.IH.S_{((C))}=\frac{1}{3}.x.\pi\left(\sqrt{12-x^2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\left(12x-x^3\right)$.

Gọi $f(x)=12x-x^3$ với $x\in\left(0;2\sqrt{3}\right)$. Thể tích nón lớn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x)=12-3x^2$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 12-3x^2=0\Leftrightarrow x=\pm2\Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên :

x	0		2		$2\sqrt{3}$
f'		$+$	0	$-$	
f	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Vậy $V_{\max}=\frac{1}{3}\pi16=\frac{16\pi}{3}$ khi $x=IH=2$.

Mặt phẳng $(Q)//(P)$ nên $(Q):2x+2y-z+a=0$

Và $d(I;(Q))=IH\Leftrightarrow\frac{|2.1+2(-2)-3+a|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2\Leftrightarrow|a-5|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=11\\a=-1\end{array}\right.$.

Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

Câu 44. **[2D4.4-2]** Xét các số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z-\overline{z})-15i=i(z+\overline{z}-1)^2$ và $|2z-1+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P=4010a+8b$.

A. $P=2020$. **B.** $P=2019$. **C.** $P=\frac{\sqrt{361}}{4}$. **D.** $P=\frac{361}{16}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$4(z-\overline{z})-15i=i(z+\overline{z}-1)^2\Leftrightarrow4\left(a+bi-a+bi\right)-15i=i\left(a+bi+a-bi-1\right)^2$

$\Leftrightarrow8b-15=(2a-1)^2$ suy ra $b\geq\frac{15}{8}$.

$|2z-1+i|=\sqrt{(2a-1)^2+(2b+1)^2}=\sqrt{8b-15+4b^2+4b+1}=\sqrt{4b^2+12b-14}$

Xét hàm số $f(b)=4b^2+12b-14$ với $b\geq\frac{15}{8}$

$f'(b)=8b+12>0,\forall b\geq\frac{15}{8}$ suy ra $f(b)$ là hàm số đồng biến trên $\left[\frac{15}{8};+\infty\right)$ nên

$f(b)\geq f\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{361}{16}$.

Do đó $|2z-1+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{\sqrt{361}}{4}$ khi $b=\frac{15}{8};a=\frac{1}{2}$.

Khi đó $P=4010a+8b=2020$.

Câu 45. **[2D2.3-3]** Bạn Nam trúng tuyển vào đại học nhưng vì không đủ tiền chi phí ăn học nên Nam quyết định vay ngân hàng trong 4 năm, mỗi năm 30 triệu đồng học với lãi suất 3% / năm. Sau khi tốt nghiệp đại học Nam phải trả góp hàng tháng số tiền T (không đổi) vào cuối tháng cùng với lãi suất $0,25\%$ / tháng trong vòng 5 năm. Số tiền T mà Nam phải trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 2322886 đồng.   **B.** 3228858 đồng.
C. 2322888 đồng.   **D.** 3222885 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Tính tổng số tiền mà Nam nợ sau 4 năm học:
Sau 1 năm số tiền Nam nợ là: $30+30r=30(1+r)$
Sau 2 năm số tiền Nam nợ là: $30(1+r)^2+30(1+r)$
Tương tự: Sau 4 năm số tiền Nam nợ là:
$30(1+r)^4+30(1+r)^3+30(1+r)^2+30(1+r)=129274074,3=A$
+ Tính số tiền T mà Nam phải trả trong 1 tháng:
Sau 1 tháng số tiền còn nợ là: $A+Ar-T=A(1+r)-T$: .
Sau 2 tháng số tiền còn nợ là: $A(1+r)-T+(A(1+r)-T)r-T=A(1+r)^2-T(1+r)-T$
Tương tự sau 60 tháng số tiền còn nợ là: $A\left(1+r\right)^{60}-T\left(1+r\right)^{59}-T\left(1+r\right)^{58}-\ldots-T\left(1+r\right)-T$.
Hùng trả hết nợ khi và chỉ khi

$$A\left(1+r\right)^{60}-T\left(1+r\right)^{59}-T\left(1+r\right)^{58}-\ldots-T\left(1+r\right)-T=0$$

$$\Leftrightarrow A\left(1+r\right)^{60}-T\left[\left(1+r\right)^{59}+\left(1+r\right)^{58}+\ldots+\left(1+r\right)+1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow A\left(1+r\right)^{60}-T\frac{\left(1+r\right)^{60}-1}{1+r-1}=0$$

$$\Leftrightarrow A\left(1+r\right)^{60}-T\frac{\left(1+r\right)^{60}-1}{r}=0$$

$$\Leftrightarrow T=\frac{Ar\left(1+r\right)^{60}}{\left(1+r\right)^{60}-1}$$

$$\Leftrightarrow T=2322885,852$$

Câu 46. **[2H3.3-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;0)$, $B(0;-\sqrt{2};0)$, $P\left(\frac{6}{5};-\sqrt{2};2\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=2-t\end{cases}$. Giả sử M là điểm thuộc d sao cho chu vi tam giác ABM nhỏ nhất. Tìm độ dài đoạn MP.

A. $2\sqrt{3}$.   **B.** 4.   **C.** 2.   **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Do AB có độ dài không đổi nên chu vi tam giác ABM nhỏ nhất khi $AM+MB$ nhỏ nhất.

Vì $M\in d\Rightarrow M\left(t;0;2-t\right)\Rightarrow AM=\sqrt{\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2}\right)^2+9}$, $BM=\sqrt{\left(\sqrt{2}t-\sqrt{2}\right)^2+4}$

$\Rightarrow AM+MB=\sqrt{\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2}\right)^2+9}+\sqrt{\left(\sqrt{2}t-\sqrt{2}\right)^2+4}$.

Đặt $\vec{u}=\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2};3\right)$, $\vec{v}=\left(-\sqrt{2}t+\sqrt{2};2\right)$ áp dụng bất đẳng thức $\left|\vec{u}\right|+\left|\vec{v}\right|\ge\left|\vec{u}+\vec{v}\right|$

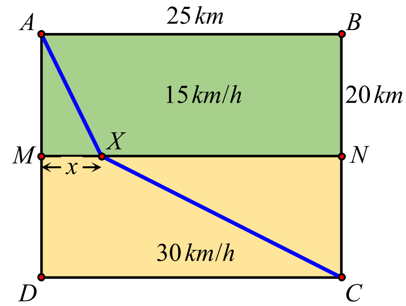
$\Rightarrow\sqrt{\left(\sqrt{2}t-2\sqrt{2}\right)^2+9}+\sqrt{\left(\sqrt{2}t-\sqrt{2}\right)^2+4}\ge\sqrt{\left(\sqrt{2}-2\sqrt{2}\right)^2+25}$. Dấu bằng xảy ra khivàchỉ

khi $\frac{\sqrt{2}t-2\sqrt{2}}{-\sqrt{2}t+\sqrt{2}}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow t=\frac{7}{5}\Rightarrow M\left(\frac{7}{5};0;\frac{3}{5}\right)\Rightarrow MP=\sqrt{\left(\frac{6}{5}-\frac{7}{5}\right)^2+2+\left(2-\frac{3}{5}\right)^2}=2$.

Chọn C.

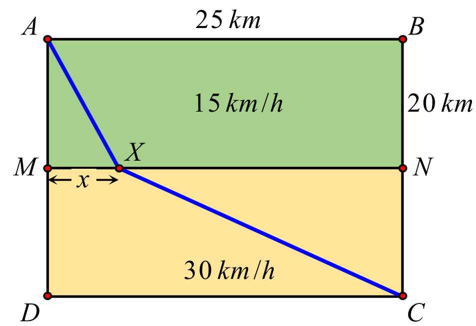
Câu 47. Một khu đất phẳng hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 25\,km$, $BC = 20\,km$ và rào chắn MN (với M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC). Một người đi xe đạp xuất phát từ A đi đến C bằng cách đi thẳng từ A đến cửa X thuộc đoạn MN với vận tốc $15km/h$ rồi đi thẳng từ X đến C với vận tốc $30\,km/h$ (hình vẽ). Thời gian ít nhất để người ấy đi từ A đến C là mấy giờ?

A. $\dfrac{4+\sqrt{29}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{41}}{4}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.



Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $MX = x(km)$ với $0 \le x \le 25$

Quãng đường $AX = \sqrt{x^2 + 10^2}$

$\Rightarrow$ thời gian tương ứng $\dfrac{\sqrt{x^2+100}}{15}(h)$

Quãng đường $CX = \sqrt{(25-x)^2 + 10^2}$

thời gian tương ứng $\dfrac{\sqrt{x^2-50x+725}}{30}(h)$

Tổng thời gian $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+100}}{15} + \dfrac{\sqrt{x^2-50x+725}}{30}$ với $x \in [0;25]$, tìm giá trị nhỏ nhất $f(x)$

$f'(x) = \dfrac{x}{15\sqrt{x^2+100}} + \dfrac{x-25}{30\sqrt{x^2-50x+725}}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

Tính các giá trị $f(0) = \dfrac{4+\sqrt{29}}{6} \approx 1,56$, $f(25) = \dfrac{1+\sqrt{29}}{3} \approx 2,13$, $f(5) = \dfrac{2\sqrt{5}}{3} \approx 1,49$

Vậy hàm số đạt GTNN bằng $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ tại $x = 5$

Câu 48. **[2H1.3-4]** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a .Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trọng tâm ΔABC. Biết khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

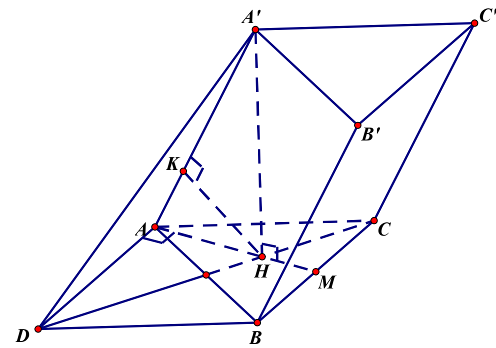
Lời giải

Chọn B

Có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Gọi M là trung điểm của BC, H là trọng tâm tam giác ABC, K là hình chiếu của H lên AA'.
Trong (ABC) dựng hình bình hành $ACBD$ .Ta có :

$d\left(AA',BC\right)=d\left(BC,(A'AD)\right)=d\left(M,(A'AD)\right)$

$=\dfrac{3}{2}d\left(H,(A'AD)\right)=\dfrac{3}{2}d(H,AA')=\dfrac{3}{2}HK.$



Từ giả thiết suy ra: $HK=\dfrac{a}{2\sqrt{3}}$. Trong tam giác vuông AHA' ta lại có:

$HK^2=\dfrac{AH^2.A'H^2}{AH^2+A'H^2}$,$AH=\dfrac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow A'H=\dfrac{a}{3}$

Vậy: $V=A'H.S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Cách 2 : Kẻ MN vuông góc với AA' tại $N\Rightarrow MN=d(BC,AA')=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow sin\widehat{A'AM}=\dfrac{MN}{AM}=\dfrac{\sqrt{1}}{2}\Rightarrow A'H=AHtan30^0=\dfrac{a}{3}$

$\Rightarrow V=A'H.S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Câu 49. **[2D1.1-4]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(2)=0$, $\int_1^2[f'(x)]^2dx=\dfrac{1}{45}$ và $\int_1^2(x-1)f(x)dx=-\dfrac{1}{30}$. Tính $I=\int_1^2 f(x)dx$.

A. $I=-\dfrac{1}{12}$. **B.** $I=-\dfrac{1}{15}$. **C.** $I=-\dfrac{1}{36}$. **D.** $I=\dfrac{1}{12}$.

Giải. Chọn A

Ta có $-\dfrac{1}{30}=\int_1^2(x-1)f(x)dx=\dfrac{1}{2}\int_1^2 f(x)d\left((x-1)^2\right)$

$=\dfrac{1}{2}(x-1)^2f(x)\Big|_1^2-\dfrac{1}{2}\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx \quad\Leftrightarrow\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx=\dfrac{1}{15}.$

Ta lại có $\int_1^2(x-1)^4dx=\dfrac{1}{5}(x-1)^5\Big|_1^2=\dfrac{1}{5}.$

Từ giả thiết và các kết quả ta có

$9\int_1^2\left[f'(x)\right]^2dx-6\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx+\int_1^2(x-1)^4dx=0.$

Mặt khác:

$9\int_1^2\left[f'(x)\right]^2dx-6\int_1^2(x-1)^2f'(x)dx+\int_1^2(x-1)^4dx=\int_1^2\left[3f'(x)-(x-1)^2\right]^2dx\geq 0.$

Do vậy xét trên đoạn $[1;2]$, ta có

$3f'(x)-(x-1)^2=0\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{1}{3}(x-1)^2\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{9}(x-1)^3+C.$

Lại do $f(2)=0$ nên $C+\frac{1}{9}=0 \Leftrightarrow C=-\frac{1}{9} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(x-1)^3-\frac{1}{9}$.

Suy ra $I=\frac{1}{9}\int_1^2\left[(x-1)^3-1\right]dx=\frac{1}{36}(x-1)^4\Big|_1^2-\frac{1}{9}(x-1)\Big|_1^2=-\frac{1}{12}$.

Phân tích phương án nhiễu.

Phương án B: Sai do HS sử dụng sai tính chất của tích phân. Cụ thể:

$$-\frac{1}{30}=\int_1^2(x-1)f(x)dx=\int_1^2(x-1)dx.\int_1^2 f(x)dx=\frac{1}{2}\int_1^2 f(x)dx \Rightarrow \int_1^2 f(x)dx=-\frac{1}{15}.$$

Phương án C: Sai do HS giải như trên nhưng khi tính I lại bị sai. Cụ thể:

$$I=\frac{1}{9}\int_1^2\left[(x-1)^3-1\right]dx=\frac{1}{36}(x-1)^4\Big|_1^2-\frac{1}{18}(x-1)\Big|_1^2=-\frac{1}{36}.$$

Phương án D: Sai do HS tìm sai hàm số *f(x)*. Cụ thể:

$$3f'(x)-(x-1)^2=0 \Leftrightarrow f'(x)=\frac{1}{3}(1-x)^2 \Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(1-x)^3+C.$$

Lại do $f(2)=0$ nên $C-\frac{1}{9}=0 \Leftrightarrow C=\frac{1}{9} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{9}(1-x)^3+\frac{1}{9}$. Do đó tính được $I=\frac{1}{12}$.

Câu 50. [2D1.5-4] Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình sau có một nghiệm duy nhất

$$2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+(x^3-6x^2+9x+m)2^{x-2}=2^{x+1}+1$$

A. $m\le 4$. B. $m\ge 8$. C. $4<m<8$. **D.** $m\in(-\infty;4)\cup(8;+\infty)$.

Ta có:

$2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+(x^3-6x^2+9x+m)2^{x-2}=2^{x+1}+1$

$\Leftrightarrow 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+\left[(x-2)^3+m+3x+8\right].2^{x-2}=2^{x-2}.2^3+1$

$\Leftrightarrow 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+\left[(x-2)^3+m+3x\right].2^{x-2}=1$

$\Leftrightarrow 2^a.2^b+\left(a^3+b^3\right).2^a=1$ (với $a=x-2$, $b=\sqrt[3]{m-3x}$)

$\Leftrightarrow 2^b+a^3+b^3=2^{-a}$

$\Leftrightarrow 2^b+b^3=2^{-a}+(-a)^3$ (*)

Xét $f(t)=2^t+t^3$

Ta có: $f'(t)=2^t.\ln 2+3t^2>0,\ \forall t$ nên $f(t)$ luôn đồng biến.

Do đó:

(*) $\Leftrightarrow b=-a \Leftrightarrow \sqrt[3]{m-3x}=2-x \Leftrightarrow m-3x=(2-x)^3 \Leftrightarrow m=-x^3+6x^2-9x+8$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $g(x)=-x^3+6x^2-9x+8$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	8	$\searrow$	$-\infty$

phương trình sau có một nghiệm duy nhất : $m \in (-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$

Chọn D.

---------------------HẾT---------------------