SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG
TRƯỜNG THPT ĐOÀN THƯỢNG

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1
NĂM HỌC 2018 – 2019
MÔN THI: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90’

Câu 1. **[2]** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3\cos x - 1 = 0$ trên đoạn $\left[0;4\pi\right]$ là

A. $\frac{15\pi}{2}$. **B.** 6π. **C.** $\frac{17\pi}{2}$. **D.** 8π.

Lời giải

$$3\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arccos\frac{1}{3} + k2\pi \\ x = -\arccos\frac{1}{3} + k2\pi \end{array}\right. \left(k \in \mathbb{Z}\right).$$

Trường hợp 1**:** $x = \arccos\frac{1}{3} + k2\pi$.

Theo giả thiết: $0 \le \arccos\frac{1}{3} + k2\pi \le 4\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2\pi}\arccos\frac{1}{3} \le k \le \frac{1}{2\pi}\left(4\pi - \arccos\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow 0 \le k \le 1$.

Khi đó các nghiệm là $x = \arccos\left(\frac{1}{3}\right); x = \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi$.

Trường hợp 2: $x = -\arccos\frac{1}{3} + k2\pi$.

Theo giả thiết: $0 \le -\arccos\frac{1}{3} + k2\pi \le 4\pi \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi}\arccos\frac{1}{3} \le k \le \frac{1}{2\pi}\left(4\pi + \arccos\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow k \in \left\{1;2\right\}$.

Khi đó các nghiệm là $x = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 2\pi; x = -\arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 4\pi$.

Vậy tổng các nghiệm là 8π.

Câu 2. **[1]** Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử

A. 3^{12} **B.** 12^{3} **C.** A_{12}^{3} **D.** C_{12}^{3}

Câu 3. **[2]** Có 16 tấm bìa ghi 16 chữ “HỌC”, “ĐỂ”, “BIẾT”, “HỌC”, “ĐỂ”, “LÀM”, “HỌC”, “ĐỂ”, “CHUNG”, “SỐNG”, “HỌC”, “ĐỂ”, “TỰ”, “KHẲNG”, “ĐỊNH”, “MÌNH”. Một người xếp ngẫu nhiên 16 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “ HỌC ĐỂ BIẾT HỌC ĐỂ LÀM HỌC ĐỂ CHUNG SỐNG HỌC ĐỂ TỰ KHẲNG ĐỊNH MÌNH”.

A. $\frac{8}{16!}$. **B.** $\frac{4!}{16!}$. **C.** $\frac{1}{16!}$. **D.** $\frac{4!.4!}{16!}$.

Câu 4. **[4]** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn . Tính xác suất để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau .

A.. $\frac{1}{1260}$ **B.** $\frac{1}{126}$. **C.** $\frac{1}{28}$. **D.** $\frac{1}{252}$.

Lời giải

Kí hiệu học sinh lớp 12A, 12B, 12C lần lượt là A, B, C.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là: 5!
- Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh12C . Số cách sắp xếp là: 3!.2
- Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn . Số cách sắp xếp là 2!.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là: $n(E) = 5!.3!.2.2!$

Xác suất của A là $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{126}$

Câu 5. **[3]** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{15} trong khai triển $\left(2x^3 - 3\right)^n$ thành đa thức, biết n là số nguyên dương thỏa mãn hệ thức $A_n^3 + C_n^1 = 8C_n^2 + 49$.

A. 6048. **B.** 6480. **C.** 6408. **D.** 4608.

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 3,\ n \in \mathbb{N}$.

Ta có: $A_n^3 + C_n^1 = 8C_n^2 + 49 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + n = 8.\dfrac{n(n-1)}{2} + 49$

$\Leftrightarrow n^3 - 7n^2 + 7n - 49 = 0$

$\Leftrightarrow (n-7)(n^2+7) = 0 \Leftrightarrow n = 7$.

Với $n = 7$ ta có khai triển $\left(2x^3 - 3\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} C_7^k.\left(2x^3\right)^k.(-3)^{7-k} = \sum_{k=0}^{7} C_7^k.2^k.(-3)^{7-k}.x^{3k}$.

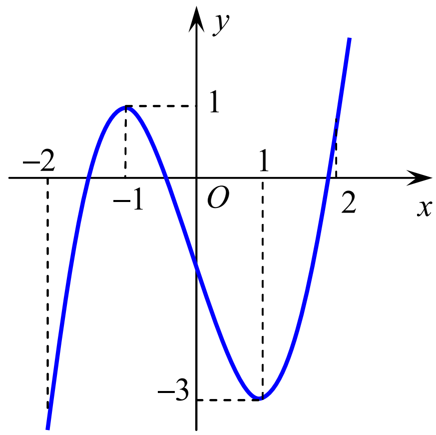
Xét hạng tử x^{15} suy ra $3k = 15$ hay $k = 5$.

Từ đó hệ số của hạng tử x^{15} bằng $C_7^5.2^5.(-3)^2 = 6048$.

Câu 6. **[2]** Tính giới hạn $P = \lim\limits_{x \to -\infty} x\sqrt{\dfrac{x^{2017}-1}{x^{2019}}}$.

A. $P = -\infty$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 0$.

Câu 7. **[1]** Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;1\right)$. **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(-2;-1\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 8. [1] Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$.

B. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(-1;+\infty\right)$.

A. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$.

Câu 9. [2] Cho hàm số $y=x^4-x^2+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
B. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
C. Hàm số có 1 điểm cực trị.
D. Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 10. [1] Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị

A. $y=\sqrt{x}$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$.

C. $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Câu 11. [2] Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$, mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. $f\left(x\right)$ có giá trị cực đại là -3. **B.** $f\left(x\right)$ đạt cực đại tại $x=-2$.

C. $M(-2;-2)$ là điểm cực đại. **D.** $M(0;1)$ là điểm cực tiểu.

Câu 12. [1] Gọi M,N là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-8x^2+3$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng:

A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 13. [1] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x+2)^3(2x-3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 14. [1] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $\dfrac{-1}{3}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 15. [2] Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y=x^3-3x^2+1$ trên $[1;2]$. Khi đó tổng $M+N$ bằng

A. 2 **B.** -4 **C.** 0 **D.** -2

Câu 16. [1] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-3;2)$, $\lim\limits_{x\to(-3)^+} f(x)=-5$, $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=3$ và có bảng biến thiên như sau

x	-3		-1		1		2
y'	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
y	‖	$-5 \nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow 3$	‖

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

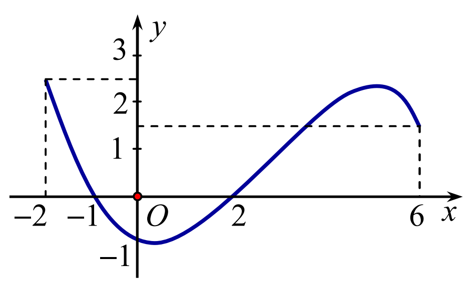
A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-3;2)$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3;2)$ bằng 0.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 17. [3] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. $\max\limits_{[-2;6]} f(x)=f(-2)$. **B.** $\max\limits_{[-2;6]} f(x)=f(6)$.

C. $\max\limits_{[-2;6]} f(x)=\max\{f(-1),f(6)\}$. **D.** $\max\limits_{[-2;6]} f(x)=f(-1)$.

Lời giải

x	-2		-1		2		6
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$f(-2)$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

+ Hàm số đồng biến trên $(-2;-1)$ và $(2;6)$ do $f'(x)>0$

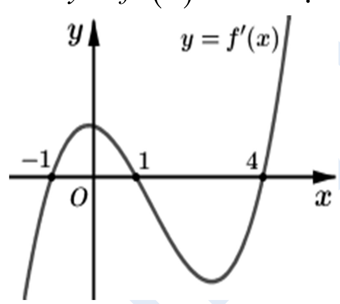
Suy ra $f(-1)>f(-2)$ và $f(6)>f(2)$ (1)

+ Hàm số nghịch biến trên $(-1;2)$ do $f'(x)<0$

Suy ra $f(-1)>f(2)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $\max\limits_{[-2;6]} f(x)=\max\{f(-2),f(-1),f(2),f(6)\}=\max\{f(-1),f(6)\}$

Câu 18. **[4]** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x^2)$ có bao nhiêu khoảng nghịch biến.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left[f(x^2)\right]'=2x.f'(x^2)$

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y'<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\ f'(x^2)<0\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ f'(x^2)>0\end{cases}\end{array}\right. \xleftrightarrow{\text{theo dt } f'(x)} \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\ x^2<-1\vee 1<x^2<4\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ -1<x^2<1\vee x^2>4\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1<x<2\\ x<-2\vee -1<x<0\end{array}\right.$

Vậy hàm số $y=f(x^2)$ có 3 khoảng nghịch biến.

Câu 19. **[3]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+2}$ thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y+\max\limits_{[0;1]} y=\dfrac{7}{6}$. m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-2;0)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

Lời giải

Hàm số liên tục và đơn điệu trên đoạn $[0;1]$.

Do đó $\min\limits_{[0;1]} y+\max\limits_{[0;1]} y=\dfrac{7}{6}\Leftrightarrow f(0)+f(1)=\dfrac{7}{6}\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 20. **[3]** Xét đồ thị (C) của hàm số $y=x^3+3ax+b$ với a, b là các số thực. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng MN bằng 1, giá trị nhỏ nhất của a^2+b^2 bằng:

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{6}{5}$. **D.** $\dfrac{7}{6}$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+3a$.

Tiếp tuyến tại M và N của (C) có hệ số góc bằng 3 nên tọa độ của M và N thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}3x^2+3a=3 & (1)\\ y=x^3+3ax+b & (2)\end{cases}$.

Từ $(1)\Rightarrow x^2=1-a$. (1) có hai nghiệm phân biệt nên $a<1$.

Từ $(2)\Rightarrow y=x(1-a)+3ax+b$ hay $y=(2a+1)x+b$.

Tọa độ M và N thỏa mãn phương trình $y=(2a+1)x+b$ nên phương trình đường thẳng MN là $y=(2a+1)x+b$ hay $MN:(2a+1)x-y+b=0$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến MN bằng 1 nên

$d(O,MN)=1\Leftrightarrow \dfrac{|b|}{\sqrt{(2a+1)^2+1}}=1\Leftrightarrow b^2=4a^2+4a+2$.

$a^2+b^2=5a^2+4a+2$.

Xét $f(a)=5a^2+4a+2$ với $a<1$.

Bảng biến thiên:

Vậy a^2+b^2 nhỏ nhất là $\dfrac{6}{5}$

Câu 21. **[2]** Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{3-2x-5x^2}$.

A. $x=1$ và $x=\dfrac{3}{5}$ **B.** $x=-1$ và $x=\dfrac{3}{5}$ **C.** $x=-1$. **D.** $x=\dfrac{3}{5}$.

Câu 22. [1] Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. **C.** $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

Câu 23. [4] Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị (C). Tìm a để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của (C) một khoảng bằng $\sqrt{2}-1$.

A. $a>0$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Nếu hệ số góc của tiếp tuyến khác không thì tiếp tuyến và đường tiệm cận luôn cắt nhau. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì tiệm cận đứng luôn cắt tiếp tuyến. Do đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận ngang. Vậy điều kiện cần là $a>0$. Khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm x_0 là: $y=\dfrac{1-ax_0}{\sqrt{ax_0^2+1}^3}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{\sqrt{ax_0^2+1}}$.

Từ suy luận trên ta có $1-ax_0=0 \Leftrightarrow x_0=\dfrac{1}{a}$; phương trình tiếp tuyến là: $y=\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}$.

Theo bài ra ta có phương trình $\left|\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right|=\sqrt{2}-1$. Giải phương trình này ta được $a=1$.

Câu 24. [3] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 25. [2] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình trên.

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	‖	‖	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	22 ‖	‖	‖ 2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\frac{7}{4};2\right)\cup(22;+\infty)$. **B.** $[22;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{7}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$.

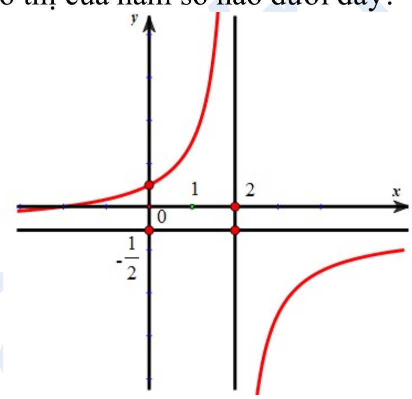
Câu 26. **[1]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{x+2}{-2x+4}$.

B. $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$.

C. $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$.

D. $y=\dfrac{-x+3}{2x-4}$.



Câu 27. **[1]** Bảng biến thiên trong hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-1

A. $y=\dfrac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+3}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$.

Câu 28. **[1]** Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Câu 29. [2] Biết hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$, $f(1)=-3$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x=3$.

A. $f(3)=81$. **B.** $f(3)=27$. **C.** $f(3)=29$. **D.** $f(3)=-29$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ nên : $f'(1)=3+2a+b=0 \Leftrightarrow 2a+b=-3$

$f(1)=-3 \Leftrightarrow 1+a+b+c=-3 \Leftrightarrow a+b+c=-4$

Mặt khác đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $2=c$

$$\begin{cases}2a+b=-3\\c=2\\a+b+c=-4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}c=2\\a=3\\b=-9\end{cases}$$

Nên $f(x)=x^3+3x^2-9x+2$;. $f(3)=29$

Câu 30. [1] Cho hàm số $y=(x+2)(x^2-3x+3)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm. **D.** (C) không cắt trục hoành.

Câu 31. [2] Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y=4x^3-3x$ với đường thẳng $y=-x+2$

A. $I(2;2)$ **B.** $I(2;1)$ **C.** $I(1;1)$ **D.** $I(1;2)$

Câu 32. [2] Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. $-\frac{5}{2}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 33. [1] Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$.

A. $y=2x-1$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=-3x+3$. **D.** $y=-3x+4$.

Câu 34. [2] Đồ thị hàm số $y=x^2(x^2-3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=2x$ tại bao nhiêu điểm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. [2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $1\le m<5$. **B.** $1<m<5$. **C.** $1<m\le 5$. **D.** $0<m<4$.

Câu 36. [3] Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên đoạn $[1;2]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 37. **[4]** Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ thỏa mãn $a,b,c,d\in\mathbb{R};a>0$ và $\begin{cases}d>2019\\8a+4b+2c+d-2019<0\end{cases}$.

Số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2019\right|$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Ta có hàm số $g(x)=f(x)-2019$ là hàm số bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$

Do $a>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$. Để ý

$g(0)=d-2019>0$; $g(2)=8a+4b+2c+d-2019<0$

Nên phương trình $g(x)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}$ .Khi đó đồ thị hàm số $g(x)=f(x)-2019$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2019\right|$ có đúng 5 cực trị.

Câu 38. **[2]** Cho hàm số $y=2x^4-8x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 39. **[3]** Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng $120\,\text{cm}$ từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

A. $40cm$. **B.** $40\sqrt{3}cm$. **C.** $80cm$. **D.** $40\sqrt{2}cm$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: C

Kí hiệu cạnh góc vuông $AB=x, 0<x<60$

Khi đó cạnh huyền $BC=120-x$, cạnh góc vuông kia là $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{120^2-240x}$

Diện tích tam giác ABC là: $S\left(x\right)=\frac{1}{2}x.\sqrt{120^2-240x}$. Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số này trên khoảng $\left(0;60\right)$

Ta có $S,\left(x\right)=\frac{1}{2}\sqrt{120^2-240x}+\frac{1}{2}x.\frac{-240}{2\sqrt{120^2-240x}}=\frac{14400-360x}{2\sqrt{120^2-240x}}\Rightarrow S'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=40$

Lập bảng biến thiên :

Lập bảng biến thiên ta có:

x	0		40		60
$S'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$S(x)$	‖	$\nearrow$	$S(40)$	$\searrow$	‖

Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $BC = 80$ Từ đó chọn đáp án C

Câu 40. [1] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MN} = k\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$?

A. $k = 3$. **B.** $k = \dfrac{1}{2}$. **C.** $k = 2$. **D.** $k = \dfrac{1}{3}$.

Câu 41. [2] Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$. **B.** $\overrightarrow{OG} = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 42. [3] Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$. Tìm x để các véc tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

A. $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \left(3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$.

$= \left(3\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{DC} - 2\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{DB}\right) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$

$= 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB} + (x+3)\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + (x+3)\overrightarrow{DC}$

$= 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (x+2)\overrightarrow{DC}$.

Ba véc tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 43. [1] Hình lăng trụ tam giác đều không có tính chất nào sau đây

A. Các cạnh bên bằng nhau và hai đáy là tam giác đều.
B. Cạnh bên vuông góc với hai đáy và hai đáy là tam giác đều
C. Tất cả các cạnh đều bằng nhau.
D. Các mặt bên là các hình chữ nhật.

Câu 44. [1] Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 45. [2] Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có các cạnh bằng a, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** a^2. **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

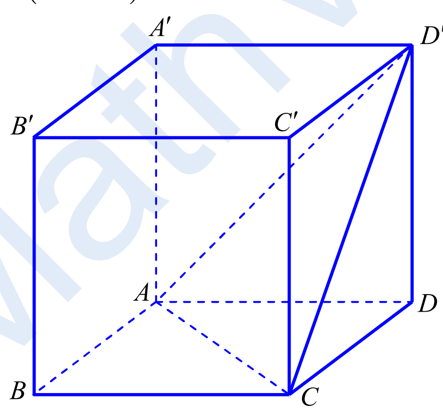
Câu 46. [2]Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** a.

Câu 47. [2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng (ABC), $SA = SB$, I là trung điểm AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

A. Góc $\widehat{SCA}$. **B.** Góc $\widehat{SCI}$. **C.** Góc $\widehat{ISC}$. **D.** Góc $\widehat{SCB}$.

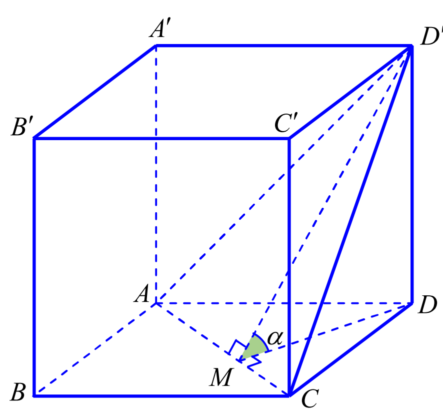
Câu 48. [3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ **(tham khảo hình vẽ)**. Giá trị $\tan\alpha$ bằng



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $(ACD')\cap(ABCD)=AC$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $DM\perp AC$ thì $AC\perp D'M$ $\Rightarrow\left(\widehat{(ACD'),(ABCD)}\right)=\widehat{DMD'}$.

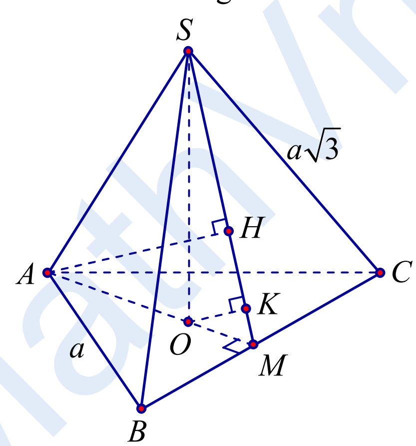
Tam giác ACD vuông tại D có $\dfrac{1}{DM^2}=\dfrac{1}{AD^2}+\dfrac{1}{DC^2}$ $\Rightarrow DM=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác MDD' vuông tại D có $\tan\alpha=\dfrac{DD'}{MD}=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 49. **[1H3-3]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC, d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC). Tính $d=d_1+d_2$.

A. $d=\dfrac{2a\sqrt{2}}{11}$. **B.** $d=\dfrac{2a\sqrt{2}}{33}$. **C.** $d=\dfrac{8a\sqrt{2}}{33}$. **D.** $d=\dfrac{8a\sqrt{2}}{11}$.

Lời giải



Do tam giác ABC đều tâm O suy ra $AO\perp BC$ tại M là trung điểm của BC.

Ta có: $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, MO=\dfrac{1}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}, OA=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Từ giả thiết hình chóp đều suy ra $SO\perp(ABC)$, $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{3a^2-\dfrac{3a^2}{9}}=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Dựng $OK\perp SM, AH\perp SM\Rightarrow AH//OK;\ \dfrac{OK}{AH}=\dfrac{OM}{AM}=\dfrac{1}{3}$.

Có $\begin{cases}BC\perp SO\\ BC\perp AM\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAM)\Rightarrow BC\perp OK$.

Có $\begin{cases}OK\perp SM\\ OK\perp BC\end{cases}\Rightarrow OK\perp(SBC), AH\perp(SBC)$ (do $AH//OK$).

Từ đó có $d_1=d(A,(SBC))=AH=3OK; d_2=d(O,(SBC))=OK$.

Trong tam giác vuông OSM có đường cao OK nên:

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{SO^2}=\frac{36}{3a^2}+\frac{9}{24a^2}=\frac{99}{8a^2}\Rightarrow OK=\frac{2a\sqrt{2}}{33}.$$

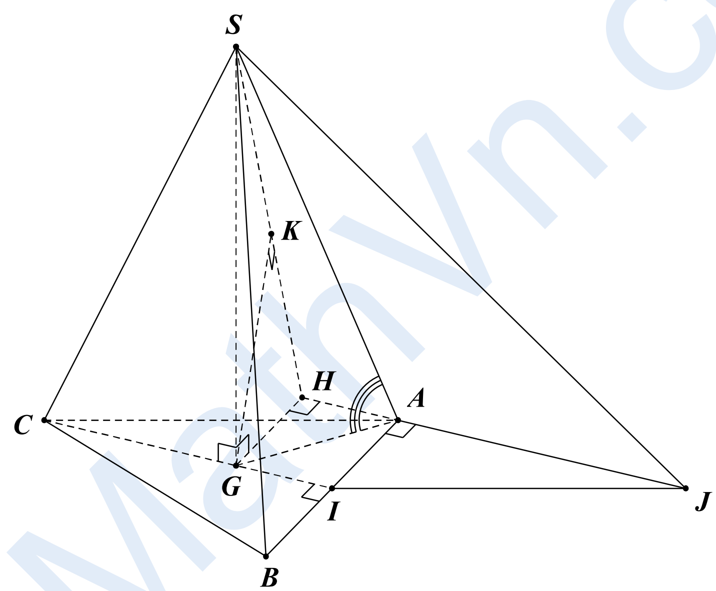
Vậy $d=d_1+d_2=4OK=\frac{8a\sqrt{2}}{33}$.

Câu 50. [3] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{a}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} SA=SB=SC \\ GA=GB=GC \end{cases}$ nên SG là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do đó $SG\perp(ABC)$ (1).

Ta có: $(SA;(ABC))=\widehat{SAG}=60°$.

Gọi I là trung điểm AB.

Trong $(ABCD)$: Kẻ AJ sao cho $ACIJ$ là hình bình hành.

Suy ra $CI//AJ$, do đó $CI//(SAJ)$.

Suy ra $d(GC;SA)=d(CI;(SAJ))=d(G;(SAJ))$ (do $G\in CI$).

Trong $(ABCD)$: Kẻ $GH\perp AJ$ tại H.

Mà $SG\perp AJ$ (do (1)).

Nên $AJ\perp(SGH)$.

Suy ra $(SAJ)\perp(SGH)$.

Mà $\begin{cases} (SAJ)\cap(SGH)=SH \\ \text{Trong } (SGH)\text{: Keû} GK\perp SH \text{ taï } K \end{cases}$ nên $GK\perp(SAJ)$.

Do đó $d\left(G;(SAJ)\right)=GK$.

Ta có: $AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SG=AG.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\tan 60^\circ=a$.

Mặt khác: $GH=AI=\dfrac{a}{2}$.

Do đó $\dfrac{1}{GK^2}=\dfrac{1}{SG^2}+\dfrac{1}{GH^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{5}{a^2}$.

Suy ra $GK=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d\left(GC;SA\right)=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.