

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'}$$

Bài 13. Cho lục giác đều ABCDEF có tâm là O . CMR :

- a) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF} = \vec{0}$; b) $\vec{OA} + \vec{OC} + \vec{OE} = \vec{0}$
 c) $\vec{AB} + \vec{AO} + \vec{AF} = \vec{AD}$ d) $\vec{MA} + \vec{MC} + \vec{ME} = \vec{MB} + \vec{MD} + \vec{MF}$ (M tùy ý)

Bài 14. Cho tam giác ABC ; vẽ bên ngoài các hình bình hành ABIF ; BCPQ ; CARS

Chứng minh rằng : $\vec{RF} + \vec{IQ} + \vec{PS} = \vec{0}$

Bài 15. Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O , trực tâm H , vẽ đường kính AD

- a) Chứng minh rằng $\vec{HB} + \vec{HC} = \vec{HD}$
 b) Gọi H' là đối xứng của H qua O .Chứng minh rằng $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{HH'}$

Bài 16. Cho bốn điểm M,N,P,Q bất kỳ . CMR c, c 1/4ng thức sau:

- a) $\vec{PQ} + \vec{NP} + \vec{MN} = \vec{MQ}$ b) $\vec{NP} + \vec{MN} = \vec{QP} + \vec{MQ}$ c) $\vec{MN} + \vec{PQ} = \vec{MQ} + \vec{PN}$

Bài 17. Cho sáu điểm A,B,C,D,E,F . CMR:

- a) $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD}$ b) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$

Bài 18. Cho tứ giác ABCD bất kỳ . Chứng minh :

- a) $\vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CB} + \vec{BA} = \vec{0}$ b) $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CB} - \vec{CD}$

Bài 19. Cho tam giác ABC có trung tuyến AM và G là trọng tâm .

- a) So sánh độ dài, hướng của hai vectơ \vec{GA} và \vec{GM}
 b) Chứng minh : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

Tiết 3+4: LUYỆN TẬP GIẢI TOÁN VỀ HÀM SỐ

Bài 1. Tìm tập xác định của hàm số

- | | | | |
|---|--|---|---|
| 1. $y = \frac{2x-1}{1-x}$ | 2. $y = \frac{5x^2-4x-10}{x^2+4x-5}$ | 3. $y = \frac{2x+2}{(x+1)(x-3)}$ | 4. $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{5-3x}$ |
| 5. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$ | 6. $y = \frac{3x}{x^2-4} + \sqrt{6-x}$ | 7. $y = \frac{5-2x}{(2-3x)\sqrt{1-6x}}$ | 8. $y = \frac{x+\sqrt{2x-1}}{\sqrt{x+2}}$ |
| 9. $y = \frac{x}{1-x^2} - \sqrt{-x}$ | 10. $y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$ | 11. $y = \sqrt{5x+3} + \frac{2x}{\sqrt{3-x}}$ | 12. $y = \frac{2}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-4}$ |
| 13. $y = \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{3-4x}}{x}$ | 14. $y = \frac{1}{\sqrt{ 1-x }}$ | 15. $y = \frac{1+x}{ 2x+1 }$ | 16. $y = \frac{3}{ x+1 - x+2 }$ |

$$17. y = \frac{x^2}{|x|-3}$$

$$18. y = \sqrt{x^2 - x + 2}$$

$$19. y = \frac{x-2}{|x|+4} + \sqrt{x-x^2}$$

Bài 2: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1}, & x > 0 \\ \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x-1}, & -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$

a) Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x)$. b) Tính $f(0), f(2), f(-3), f(-1)$.

Bài 3. Tìm m để các hàm số sau xác định $\forall x \in \mathbb{R}$:

$$1. y = \frac{x+1}{x^2 - m + 6}$$

$$2. y = \frac{2x+1}{mx^2 + 4}$$

$$3. y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 2mx + 4}$$

Bài 4: Cho hàm số $y = \sqrt{5-x} + \sqrt{2x+3a}$. Định a để tập xác định của hàm số là đoạn có độ dài bằng 2 đơn vị.

Bài 5: Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{a+2-x} + \frac{2}{\sqrt{x-2a+3}}$. Xác định a để tập xác định của hàm số chứa đoạn $[-1; 1]$.

Bài 6: Xác định hàm số $y = f(x)$ biết: a) $f(x+1) = x^2 + 2x + 2$ b) $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$

II. Tính đơn điệu của hàm số:

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K.

Hàm số gọi là đồng biến (tăng) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Hàm số gọi là nghịch biến (giảm) trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Bài 7: Xét tính đơn điệu của hàm số :

a) $y = 2x + 5$; $y = -3x + 2$; $y = -\frac{1}{2}x + 10$ trên \mathbb{R}

b) $y = f(x) = x^2 - 2x + 5$; $y = \frac{x+1}{x-3}$; $y = \sqrt{x^2 + 3}$; $y = \frac{3}{x^2 + 1}$

c) $y = 2x^2$ trên $(0; +\infty)$; $y = x - 2x^2$ trên $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$; $y = \frac{3x}{x-1}$ trên $(-\infty; 1)$; $y = \frac{4}{x+1}$ trên $(-1; +\infty)$

III. Tính chẵn lẻ của hàm số:

Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D.

+ $f(x)$ là hàm số chẵn trên D $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$ + $f(x)$ là hàm số lẻ trên

D $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$

Bài 8. Xét tính chẵn lẻ của hàm số sau:

1. $y = f(x) = x^2 + 1.$	2. $y = f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 3.$	3. $y = f(x) = 4x^3 - 3x.$	4. $y = f(x) = 2x + 1.$
5. $y = f(x) = x^3 - 1.$	6. $y = f(x) = x^4 + x + 10.$	7. $y = f(x) = \frac{2}{x}.$	8. $y = f(x) = x^2 - 2 x + 2.$
9. $y = f(x) = \frac{x}{x+2}.$	10. $y = f(x) = x x .$	11. $y = f(x) = \frac{x^2 + 1}{ x }.$	12. $y = f(x) = 1 - 2x - 2x + 1 .$
13. $y = f(x) = \sqrt{1 - x^2}.$	14. $y = f(x) = \sqrt{x + 5}.$	15. $y = \sqrt{1 + x} + \sqrt{1 - x}.$	16. $y = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \leq -1 \\ 0 & ; -1 \leq x \leq 1. \\ x^2 - 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$

Tiết 5: VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN VECTƠ

A. Lý thuyết cơ bản:

vectơ và các phép toán:

❖ Các quy tắc cần nhớ:

+ Quy tắc 3 điểm : Cho A, B, C tùy ý, ta có : $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

+ Quy tắc hình bình hành : Nếu ABCD là hình bình hành thì $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

+ Quy tắc về hiệu vectơ : Cho O, B, C tùy ý ta có : $\vec{OB} - \vec{OC} = \vec{CB}$

❖ Cho $k \in \mathbb{R}$, $k \cdot \vec{a}$ là 1 vectơ được xác định:

* Nếu $k \geq 0$ thì $k \cdot \vec{a}$ cùng hướng với \vec{a} ; $k < 0$ thì $k \cdot \vec{a}$ ngược hướng với \vec{a}

* Độ dài vectơ $k \cdot \vec{a}$ bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$

❖ Tính chất trung điểm, trọng tâm. Với M bất kỳ: + I là trung điểm của đoạn thẳng AB, thì:

$$\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$$

+ G là trọng tâm ΔABC

thì: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$

❖ Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là có số k sao cho $\vec{AB} = k \cdot \vec{AC} (k \neq 0)$.

❖ Định lí: cho trước hai vectơ \vec{a}, \vec{b} không cùng phương. Với mọi vectơ \vec{x} bao giờ cũng tìm được một cặp số thực

m, n duy nhất sao cho: $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b}$

B. Bài tập:

I. Dạng toán: chứng minh một đẳng thức vectơ.

Một số phương pháp chính:

+ Biến đổi về này về về kia.

+ Biến đổi tương đương đẳng thức cần chứng minh thành một đẳng thức mà ta biết là đúng.

+ Biến đổi một đẳng thức đúng có sẵn thành đẳng thức cần chứng minh. (sử dụng các quy tắc 3 điểm, tính chất trung điểm, trọng tâm, quy tắc hình bình hành.. trong quá trình biến đổi).

Bài 1: cho sáu điểm A, B, C, D, E, F bất kì chứng minh:

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \quad b) \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} \quad c) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{EC} = \vec{0}$$

$$d) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} \quad e) \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CF}$$

Bài 2: cho hình bình hành ABCD tâm O. Chứng minh rằng:

$$a) \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \quad b) \overrightarrow{DO} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB} \quad c) \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} \quad d) \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \vec{0}$$

$$e) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB} \quad (M \text{ là điểm tùy ý}). \quad f) \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

Từ kết quả câu f) chứng minh: g) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$ (M là điểm tùy ý).

Bài 3: Cho tứ giác ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AC và BD. Gọi E là trung điểm IJ. CMR:

$$a) \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED} = \vec{0}. \quad b) \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{ME} \quad (\text{Với } M \text{ tùy ý}).$$

$$c) 2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$$

Bài 4: Cho tam giác ABC. Lần lượt lấy các điểm M, N, P trên AB, BC, CA sao cho:

$$AM = \frac{1}{3} AB; BN = \frac{1}{3} BC; CP = \frac{1}{3} CA. \text{ Chứng minh rằng: } \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$$

Bài 5: cho 2 tam giác $A_1B_1C_1$ và $A_2B_2C_2$ có trọng tâm G_1, G_2 .

cmr: $\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{B_1B_2} + \overrightarrow{C_1C_2} = \overrightarrow{G_1G_2}$ từ đó cho biết điều kiện cần và đủ để hai tam giác có cùng trọng tâm.

Bài 6: cho tam giác ABC. Gọi K là điểm đối xứng của B qua trọng tâm G. Chứng minh:

$$a) \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AC} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} \quad b) \overrightarrow{CK} = -\frac{1}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

Bài 7: cho hình bình hành ABCD và A'B'C'D' có chung đỉnh A. Chứng Minh:

$$a) \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{DD'}$$

b) hai tam giác BC'D và B'CD' có cùng trọng tâm.

II. Dạng toán: Chứng Minh vecto tổng (vecto hiệu) không đổi. Tính độ dài của vecto tổng (vecto hiệu).