

## HƯỚNG DẪN - LỜI GIẢI – ĐÁP SỐ

**Bài 1:** Tính giá trị của các biểu thức sau:

I.  $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 2015$

$$A = \frac{2015 \cdot (2015+1)}{2} = \frac{2015 \cdot 2016}{2} = 2015 \cdot 1008 = 2031120$$

II.  $B = 1 + 3 + 5 + \dots + 1017$

$$B = (1017 + 1) \cdot \left( \frac{1017-1}{2} + 1 \right) : 2 = 1018 \cdot 509 : 2 = 259081$$

III.  $C = 2 + 4 + 6 + \dots + 2014$

$$C = (2014 + 2) \cdot \left( \frac{2014-2}{2} + 1 \right) : 2 = 2016 \cdot 1007 : 2 = 1015056$$

IV.  $D = 1 + 4 + 7 + \dots + 2008$

$$D = (2008 + 1) \cdot \left( \frac{2008-1}{3} + 1 \right) : 2 = 2009 \cdot 670 : 2 = 673015$$

V.  $E = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 1001 \cdot 1002$

$$E = \frac{(1002-1) \cdot 1002 \cdot (1002+1)}{3} = \frac{1001 \cdot 1002 \cdot 1003}{3} = 335337002$$

VI.  $F = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + 2013 \cdot 2015$

$$F = \frac{(2014-1) \cdot 2014 \cdot (2 \cdot 2014 + 1)}{6} = \frac{2013 \cdot 2014 \cdot 4029}{6} = 2722383213$$

VII.  $G = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 2013 \cdot 2014 \cdot 2015$

$$G = \frac{(2015-2) \cdot (2015-1) \cdot 2015 \cdot (2015+1)}{4} = \frac{2013 \cdot 2014 \cdot 2015 \cdot 2016}{4}$$

$$G = 4117265071920$$

VIII.  $H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2 + 100^2$

$$H = \frac{100 \cdot (100+1) \cdot (2 \cdot 100 + 1)}{6} = \frac{100 \cdot 101 \cdot 201}{6} = 338350$$

IX.  $I = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1001^2 + 1002^2$

$$I = \frac{1002 \cdot (1002+1) \cdot (2 \cdot 1002 + 1)}{6} = \frac{1002 \cdot 1003 \cdot 2005}{6} = 335839505$$

X.  $J = 6 + 16 + 30 + 48 + \dots + 19600 + 19998$

$$\frac{1}{2} \cdot J = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + \dots + 98 \cdot 100 + 99 \cdot 101$$

$$\frac{1}{2} \cdot J = \frac{(100-1) \cdot 100 \cdot (2 \cdot 100 + 1)}{6} = \frac{99 \cdot 100 \cdot 201}{6} = 331650$$

$$a. J = 331650 \cdot 2 = 663300$$

XI.  $K = 2 + 5 + 9 + 14 + \dots + 4949 + 5049$

$$2K = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + \dots + 99 \cdot 102$$

$$2K = 1.(2 + 2) + 2.(2 + 3) + 3.(2 + 4) + \dots + 99.(2 + 100)$$

$$2K = 1.2 + 1.2 + 2.2 + 2.3 + 3.2 + 3.4 + \dots + 2.99 + 99.100$$

$$2K = (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 99.100) + 2.(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99)$$

$$2K = \frac{(100-1).100.(100+1)}{3} + 2 \cdot \frac{99.(99+1)}{2}$$

$$2K = 333300 + 9900$$

$$2K = 343200$$

$$K = 343200 : 2 = 171600$$

$$\text{XII. } L = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 98^2 + 100^2$$

$$L = 2^2.(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 50^2)$$

$$L = 4 \cdot \frac{50.(50+1)(2.50+1)}{6} = 4 \cdot \frac{50.51.101}{6} = 171700$$

$$\text{XIII. } M = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 99^3 + 100^3$$

$$M = \left[ \frac{100.(100+1)}{2} \right]^2 = \left[ \frac{100.101}{2} \right]^2 = 5050^2 = 25502500$$

$$\text{XIV. } N = 1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100}$$

$$N = 1 + 5.(1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{99})$$

$$N = 1 + 5.(1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^{99} + 5^{100} - 5^{100})$$

$$\Rightarrow N = 1 + 5.(N - 5^{100})$$

$$\Rightarrow N = 1 + 5.N - 5^{101}$$

$$\text{A. } 4N = 5^{101} - 1$$

$$\text{B. } N = \frac{5^{101} - 1}{4}$$

$$\text{XV. } O = 1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{100}$$

$$O = \frac{3^{101} - 1}{2}$$

**Bài 2:** Tìm giá trị của x để thỏa mãn điều kiện:

$$\Rightarrow \text{Cho } A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$$

$$\text{Tìm số tự nhiên } n \text{ biết rằng } 2A + 3 = 3^n$$

$$\text{Ta có } A = 3.(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99})$$

$$A = 3.(1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99} + 3^{100} - 3^{100})$$

$$A = 3.(1 + A - 3^{100})$$

$$A = 3 + 3.A - 3^{101}$$

$$2A = 3^{101} - 3$$

$$A = \frac{3^{101} - 3}{2}$$

C.  $2A + 3 = 3^n$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{3^{101} - 3}{2} + 3 = 3^n$$

$$\Leftrightarrow 3^{101} - 3 + 3 = 3^n$$

$$\Leftrightarrow 3^{101} = 3^n$$

$$\Leftrightarrow n = 101$$

$\Rightarrow$  Cho  $M = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$

Hỏi :

- o M có chia hết cho 4, cho 12 không ? vì sao?

Ta có: M chia hết cho 4 vì

$$M = 3 \cdot (1 + 3) + 3^2 \cdot (1 + 3) + \dots + 3^{99} \cdot (1 + 3)$$

$$M = 3 \cdot 4 + 3^2 \cdot 4 + \dots + 3^{99} \cdot 4$$

$$M = 4 \cdot (3 + 3^2 + \dots + 3^{99}) \div 4$$

Ta có:

$$M \div 12 \text{ vì } M = 4 \cdot (3 + 3^2 + \dots + 3^{99}) \div 4; 3 \text{ mà } (4;3)=1$$

b. Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2M+3 = 3^n$

$$M = 3 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99})$$

$$M = 3 \cdot (1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{99} + 3^{100} - 3^{100})$$

$$M = 3 \cdot (1 + M - 3^{100})$$

$$M = 3 + 3 \cdot M - 3^{101}$$

$$2M = 3^{101} - 3$$

$$M = \frac{3^{101} - 3}{2}$$

D.  $2M + 3 = 3^n$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \frac{3^{101} - 3}{2} + 3 = 3^n$$

$$\Leftrightarrow 3^{101} - 3 + 3 = 3^n$$

$$\Leftrightarrow 3^{101} = 3^n$$

$$\Leftrightarrow n = 101$$

$\Rightarrow$  Cho biểu thức:  $M = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{118} + 3^{119}$

- Thu gọn biểu thức M.

$$M = \frac{3^{120} - 1}{2}$$

- Biểu thức M có chia hết cho 5, cho 13 không? Vì sao?

- Xét  $M = \frac{3^{120} - 1}{2}$

Một số có tận cùng là 3 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n$  ( $n$  thuộc  $\mathbb{N}$ ) thì chữ số tận cùng là 1. Do đó,  $3^{120} = 3^{4 \cdot 30}$  có tận cùng là 1  $\Rightarrow$  M có tận cùng là 0  $\Rightarrow$  M chia hết cho 5

- $M = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{118} + 3^{119}$   
 $M = (1 + 3 + 3^2) + 3^3 \cdot (1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{117} \cdot (1 + 3 + 3^2)$   
 $M = 13 + 3^3 \cdot 13 + \dots + 3^{117} \cdot 13$   
 $M = 13 \cdot (1 + 3^3 + \dots + 3^{117}) : 13$

Vậy M chia hết cho 5, chia hết cho 13.

$\Rightarrow$  Cho  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$

- Tính A.

$$A = (1 + 3 + \dots + 99) - (2 + 4 + \dots + 100)$$

$$A = (99 + 1) \cdot \left( \frac{99-1}{2} + 1 \right) : 2 - (100+2) \cdot \left( \frac{100-2}{2} + 1 \right) : 2$$

$$A = 100 \cdot 50 : 2 - 102 \cdot 51 : 2$$

$$A = 2500 - 2601 = -101$$

- A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?

A không chia hết cho 2, 3 và 5

- A có bao nhiêu ước tự nhiên. Bao nhiêu ước nguyên ?

$U(A) = \{-101; -1; 1; 101\}$  và 4 ước nguyên.

vậy A có 2 ước tự nhiên

$\Rightarrow$  Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

- Biết  $A = 181$ . Hỏi A có bao nhiêu số hạng ?

$$A = 1 + 6 + 6 + \dots$$

- Nếu n lẻ :  $A = 1 + 6 \cdot \frac{n-1}{2} = 181 \Rightarrow 6 \cdot \frac{n-1}{2} = 180 \Rightarrow$

$$\frac{n-1}{2} = 30 \Rightarrow n = 61 \text{ ( TM )}$$

- Nếu n chẵn:  $A = -6 - 6 - 6 - \dots = (-6) \cdot \frac{n}{2} = -3n =$

181 (loại)

Vậy A có 61 số hạng.

- Biết A có n số hạng. Tính giá trị của A theo n ?

$$\text{Nếu } n \text{ chẵn: } A = -6 - 6 - 6 - \dots = (-6) \cdot \frac{n}{2} = -3n$$

$$\text{Nếu } n \text{ lẻ: } A = 1 + 6 + 6 + \dots = 1 + 6 \cdot \frac{n-1}{2} = 3n - 2$$

⇒ Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

- Biết A có 40 số hạng. Tính giá trị của A.

$$\text{Theo câu 5 } n \text{ chẵn} \Rightarrow A = -3n = -3 \cdot 40 = -120$$

- Tìm số hạng thứ 2004 của A.

$$\text{Ta có số hạng thứ nhất: } A_1 = 1$$

$$\text{Số hạng thứ 2: } A_2 = (-1)^{2-1} \cdot (1 + 6)$$

$$\text{Số hạng thứ 3: } A_3 = (-1)^{3-1} \cdot (1 + 6 \cdot 2)$$

$$\text{Số hạng thứ 4: } A_4 = (-1)^{4-1} \cdot (1 + 6 \cdot 3)$$

....

$$\text{Số hạng thứ } n: A_n = (-1)^{n-1} \cdot [1 + 6 \cdot (n-1)]$$

$$n = 2004 \Rightarrow A_{2004} = (-1)^{2003-1} \cdot [1 + 6 \cdot (2004-1)] = - (1 + 6 \cdot 2003)$$

$$A_{2004} = -12019$$

⇒ Tìm giá trị của x trong dãy tính sau:

$$(x+2) + (x+12) + (x+42) + (x+47) = 655$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2 + 12 + 42 + 47 = 655$$

$$\Leftrightarrow 4x + 103 = 655$$

$$\Leftrightarrow 4x = 655 - 103 = 552$$

$$\Leftrightarrow x = 552 : 4 = 138$$

⇒ Tìm x biết :

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+2009) = 2009 \cdot 2010$$

$$\Leftrightarrow 2010x + (1 + 2 + 3 + \dots + 2009) = 2009 \cdot 2010$$

$$\Leftrightarrow 2010x + \frac{2009 \cdot (2009+1)}{2} = 2009 \cdot 2010$$

$$\Leftrightarrow 2010x = 2009 \cdot 2010 - 2009 \cdot 2010 : 2$$

$$\Leftrightarrow x = 2009 - 2009 : 2 = 1004,5$$

⇒ Bạn Lâm đánh số trang một cuốn sách dày 284 trang bằng dãy số chẵn 2, 4, 6, 8, ... Biết mỗi chữ số viết mất 1 giây. Hỏi bạn Lâm cần bao nhiêu phút để đánh số trang cuốn sách?

Từ trang 2 đến trang 8 gồm:  $(8 - 2) : 2 + 1 = 4$  trang ứng với 4 chữ số

Từ trang 10 - 98 gồm  $(98 - 10) : 2 + 1 = 45$  trang ứng với 90 chữ số

Từ trang 100 - 284 gồm  $(284 - 100) : 2 + 1 = 93$  trang ứng với  $93 \cdot 3 = 279$  chữ số

Truy cập website [hoc360.net](http://hoc360.net) – Tải tài liệu học tập miễn phí

Vậy bạn Lâm phải viết tất cả :  $4 + 90 + 279 = 373$  chữ số tương ứng với 373 giây hay 6 phút 13 giây .

⇒ Tích  $A = 1.2.3...500$  tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

Số mũ của 5 trong  $500!$  là

$$\left[\frac{500}{5}\right] + \left[\frac{500}{5^2}\right] + \left[\frac{500}{5^3}\right] = 124$$

Vậy tích  $500!$  có tận cùng 124 chữ số 0.

⇒ Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{50 \text{ chữ số } 9}$$

$$A = 10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^{50} - 1$$

$$A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{50} - \underbrace{(1 + 1 + 1 + \dots + 1)}_{50 \text{ chữ số } 1}$$

$$A = \underbrace{111 \dots 110}_{50 \text{ chữ số } 1} - 50 = \underbrace{111 \dots 1060}_{48 \text{ chữ số } 1}$$

⇒ Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{99}$ ,  $B = 4^{100}$ . Chứng minh rằng:  $A < B/3$

$$\text{Ta có } A = \frac{4^{100} - 1}{3} < \frac{4^{100}}{3} = B \text{ (đpcm)}$$