

CHUYÊN ĐỀ BỘI – ƯỚC – ƯCLN – BCNN

❖ LÝ THUYẾT CƠ BẢN

❖ Ước và bội

$a: b \Leftrightarrow a$ là bội của $b \Leftrightarrow b$ là ước của a

❖ Ước chung lớn nhất:

✓ Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó. Ước chung lớn nhất của a, b, c được kí hiệu là: $ƯCLN(a, b, c)$ hoặc (a, b, c) .

✓ Ta có: $(a, b) = d \Leftrightarrow$ Tồn tại $a', b' \in \mathbb{N}$ sao cho $a = da', b = db', (a', b') = 1$.

❖ Bội chung nhỏ nhất:

✓ Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó. Bội chung nhỏ nhất của a, b, c được kí hiệu là $BCNN(a, b, c)$ hoặc $[a, b, c]$.

✓ Ta có: $[a, b] = m \Leftrightarrow$ Tồn tại $x, y \in \mathbb{N}$ sao cho $m = ax, m = by, (x, y) = 1$.

❖ Tính chất:

✓ Số lượng các ước của một số: Giả sử số tự nhiên A được phân tích ra thừa số nguyên tố là: $a^x \cdot b^y \cdot c^z \dots$ thì số lượng các ước của A bằng $(x + 1)(y + 1)(z + 1) \dots$

✓ Nếu một tích chia hết cho số nguyên tố p thì tồn tại một thừa số của tích chia hết cho p .

✓ Nếu tích ab chia hết cho m trong đó b và m là hai số nguyên tố cùng nhau thì a chia hết cho m .

✓ Nếu a chia hết cho m và n thì a chia hết cho $BCNN$ của m và n

✓ Tích của hai số bằng tích của $BCNN$ với $ƯCLN$ của chúng: $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b]$.

✓ Ba số a, b, c nguyên tố cùng nhau đôi một nếu $(a, b) = 1; (b, c) = 1; (c, a) = 1$.

❖ Thuật toán Ô – clit: Để tìm $ƯCLN(a, b)$ ta thực hiện như sau:

✓ Chia a cho b có số dư là r :

Nếu $r = 0$ thì $ƯCLN(a, b) = b$. Việc tìm $ƯCLN$ dừng lại.

Nếu $r > 0$, ta chia tiếp b cho r , được số dư r_1

- Nếu $r_1 = 0$ thì $r_1 = ƯCLN(a, b)$. Dừng lại việc tìm $ƯCLN$

- Nếu $r_1 > 0$ thì ta thực hiện phép chia r cho r_1 và lập lại quá trình như trên. **$ƯCLN(a, b)$ là số dư khác 0 nhỏ nhất trong dãy phép chia nói trên.**

❖ CÁC DẠNG BÀI TẬP

⇒ DẠNG 1: MỘT SỐ BÀI TOÁN CƠ BẢN LIÊN QUAN VỀ ƯỚC VÀ BỘI:

Bài 1: Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

Bài 2: Một phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 3193. Tìm số chia và thương của phép chia đó, biết rằng số chia có hai chữ số.

Bài 3: Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 600.

Bài 4: Tìm số tự nhiên n , sao cho: $n + 5$ chia hết cho $n + 1$

Bài 5: Tìm số tự nhiên n biết rằng: $1 + 2 + 3 + \dots + n = 820$

⇒ Bài tập tự rèn luyện:

Bài 1: Tìm ba số lẻ liên tiếp có tích bằng 12075.

Bài 2: Tìm số tự nhiên n , sao cho: $2n + 7$ chia hết cho $n + 2$

Bài 3: Hãy viết số 100 dưới dạng tổng các số lẻ liên tiếp.

Bài 4: Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nó tăng gấp n lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với n (n là số tự nhiên, có thể gồm một hoặc nhiều chữ số).

⇒ DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN KHI BIẾT MỘT SỐ YẾU TỐ TRONG ĐÓ CÓ CÁC ĐỦ ĐIỀU KIỆN VỀ ƯCLN VÀ BCNN.

Bài 1 : Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 84, ƯCLN của chúng bằng 6.

Bài 2: Tìm hai số tự nhiên $a, b > 0$, biết $[a, b] = 240$ và $(a, b) = 16$.

Bài 3 : Tìm hai số tự nhiên $a, b > 0$, biết $ab = 216$ và $(a, b) = 6$.

Bài 4 : Tìm hai số tự nhiên $a, b > 0$, biết $ab = 180$, $[a, b] = 60$.

Bài 5: Tìm số tự nhiên a , biết rằng 398 chia cho a thì dư 38, còn 450 chia cho a thì dư 18.

Bài 6: Ba khối 6,7,8 theo thứ tự có 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh xếp hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang?

Bài 7: Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất sao cho chia a cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự 2, 3, 4.

Bài 8: Một số tự nhiên chia cho 3 thì dư 1, chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4 và chia hết cho 13.

- ✓ Tìm số nhỏ nhất có tính chất trên.
- ✓ Tìm dạng chung của tất cả các số có tính chất trên.

Bài 9: Một đơn vị bộ đội khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó biết rằng số người chưa đến 1000.

Bài 10 : Tìm hai số tự nhiên $a, b > 0$, biết $a/b = 2,6$ và $(a, b) = 5$.

a) Bài tập tự luyện:

Bài 1 : Tìm a, b biết $a/b = 4/5$ và $[a, b] = 140$.

Bài 2 : Tìm hai tự nhiên $a, b > 0$, biết $a + b = 128$ và $(a, b) = 16$.

Bài 3 : Tìm a, b biết $a + b = 42$ và $[a, b] = 72$.

Bài 4 : Tìm a, b biết $a - b = 7$, $[a, b] = 140$.

Bài 5: Tìm số tự nhiên a , biết rằng 350 chia cho a thì dư 14, còn 320 chia cho a thì dư 26.

Bài 6: Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành một số phần thưởng như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất là bao nhiêu phần thưởng, mỗi phần thưởng có bao nhiêu bút bi, bút chì, tẩy?

Bài 7: Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 500, sao cho chia nó cho 15, cho 35 được các số dư theo thứ tự là 8 và 13.

Bài 8: Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8, 10, 15, 20 được số dư theo thứ tự 5, 7, 12, 17 và chia hết cho 41.

Bài 9: Hai lớp 6A, 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Trong lớp 6A, một bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu 11kg. Trong lớp 6B, một bạn thu được 25kg, còn lại mỗi bạn thu 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp, biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng từ 200kg đến 300kg.

⇒ **DẠNG 3: TÌM ƯCLN CỦA CÁC BIỂU THỨC SỐ**

Bài 1: Tìm ƯCLN của $2n - 1$ và $9n + 4$ (với n thuộc số tự nhiên).

Bài 2: Tìm ƯCLN của $7n + 3$ và $8n - 1$ (với n thuộc số tự nhiên).

⇒ **DẠNG 4: VẬN DỤNG THUẬT TOÁN Ô – CLIT TÌM ƯCLN**

b) Ví dụ minh họa:

Hãy tìm ƯCLN $(1575, 343) = ?$

Giải:

$$\text{Ta có: } 1575 = 343 \cdot 4 + 203$$

$$343 = 203 \cdot 1 + 140$$

$$203 = 140 \cdot 1 + 63$$

$$140 = 63 \cdot 2 + 14$$

$$63 = 14 \cdot 4 + 7$$

$$14 = 7 \cdot 2 + 0 \text{ (chia hết)}$$

$$\text{Vậy: Hãy tìm } \text{ƯCLN}(1575, 343) = 7$$

Trong thực hành người ta đặt phép chia đó như sau:

1575	343	
343	203	4
203	140	1
140	63	1
63	14	2
14	7	4
7	0	2

Suy ra $\text{ƯCLN}(1575, 343) = 7$

c) **Bài tập tự luyện:**

Bài 1: Tìm ƯCLN(702, 306) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố và bằng thuật toán Ôclit.

Bài 2: Dùng thuật toán Ôclit để tìm

a/ ƯCLN(318, 214)

b/ ƯCLN(6756, 2463)

Bài 3: Tìm ƯCLN (A, B) biết rằng A là số gồm 1991 chữ số 2, B là số gồm 8 chữ số 2.

Bài 4: Tìm ƯCLN của các số sau: (187231, 165148)

hoc360.net