

**CHUYÊN ĐỀ 4: DÃY SỐ TỰ NHIÊN THEO QUY LUẬT**

**a. DẠNG 1: MỘT SỐ DÃY SỐ TỔNG QUÁT**

$$\color{red}{\oplus} A = 1+2+3+\dots+(n-1)+n = \frac{n.(n+1)}{2}$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + (n-1)n = \frac{(n-1).n.(n+1)}{3}$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1.3+2.4+3.5+\dots+(n-1)(n+1) = \frac{(n-1).n.(2n+1)}{6}$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1.2.3+2.3.4+3.4.5+\dots+(n-2)(n-1)n = \frac{(n-2).(n-1).n.(n+1)}{4}$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n.(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3 = \left[ \frac{n.(n+1)}{2} \right]^2$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1^5 + 2^5 + \dots + n^5 = \frac{1}{12} . n^2 (n+1)^2 (2n^2 + 2n - 1)$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1 + p + p^2 + p^3 + \dots + p^n = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad (p \neq 1)$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1 + 2p + 3p^2 + \dots + (n+1)p^n = \frac{(n+1)p^{n+1}}{p-1} - \frac{p^{n+1}-1}{(p-1)^2} \quad (p \neq 1)$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1.2+2.5+3.8+\dots+n(3n-1) = n^2.(n+1)$$

$$\color{red}{\oplus} A = 1^{3+} + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n+1)^3 = (n+1)^2.(2n^2+4n+1)$$

$$\color{red}{\oplus} A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}, \quad (n > 1)$$

$$\color{red}{\oplus} A = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n.(n+3)}{4.(n+1).(n+2)}$$

$$\color{red}{\oplus} A = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \dots + \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} = \frac{n.(n+2)}{(n+1)^2}$$

**b. DẠNG 2: MỘT SỐ BÀI TẬP VẬN DỤNG**

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

- I.  $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 2015$
- II.  $B = 1 + 3 + 5 + \dots + 1017$
- III.  $C = 2 + 4 + 6 + \dots + 2014$
- IV.  $D = 1 + 4 + 7 + \dots + 2008$
- V.  $E = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 1001.1002$
- VI.  $F = 1.3 + 2.4 + 3.5 + \dots + 2013.2015$
- VII.  $G = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + 2013.2014.2015$
- VIII.  $H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2 + 100^2$
- IX.  $I = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1001^2 + 1002^2$
- X.  $J = 6 + 16 + 30 + 48 + \dots + 19600 + 19998$
- XI.  $K = 2 + 5 + 9 + 14 + \dots + 4949 + 5049$
- XII.  $L = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 98^2 + 100^2$
- XIII.  $M = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 99^3 + 100^3$
- XIV.  $N = 1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100}$
- XV.  $O = 1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{100}$

Bài 2: Tìm giá trị của x để thỏa mãn điều kiện:

- A. Cho  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$   
Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2A + 3 = 3^n$
- B. Cho  $M = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$   
Hỏi :
  - a. M có chia hết cho 4, cho 12 không ? vì sao?
  - b. Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2M + 3 = 3^n$
- C. Cho biểu thức:  $M = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{118} + 3^{119}$ 
  - a) Thu gọn biểu thức M.
  - b) Biểu thức M có chia hết cho 5, cho 13 không? Vì sao?
- D. Cho  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ 
  - a) Tính A.
  - b) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?
  - c) A có bao nhiêu ước tự nhiên. Bao nhiêu ước nguyên ?
- E. Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$ 
  - a) Biết  $A = 181$ . Hỏi A có bao nhiêu số hạng ?
  - b) Biết A có n số hạng. Tính giá trị của A theo n ?
- F. Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

a) Biết A có 40 số hạng. Tính giá trị của A.

b) Tìm số hạng thứ 2004 của A.

G. Tìm giá trị của x trong dãy tính sau:

$$(x+2)+(x+12)+(x+42)+(x+47) = 655$$

H. Tìm x biết :

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+2009) = 2009.2010$$

I. Bạn Lâm đánh số trang một cuốn sách dày 284 trang bằng dãy số chẵn 2, 4, 6, 8, ... Biết mỗi chữ số viết mất 1 giây. Hỏi bạn Lâm cần bao nhiêu phút để đánh số trang cuốn sách?

J. Tích  $A = 1.2.3 \dots 500$  tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

K. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{50 \text{ chữ số}}$$

L. Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{99}$ ,  $B = 4^{100}$ . Chứng minh rằng:  $A < B/3$