

Ngày soạn:

Ngày dạy:

HÌNH CHỮ NHẬT

I. Mục tiêu

1. Kiến thức: Học sinh nắm được định nghĩa hình chữ nhật, các tính chất của hình chữ nhật, các dấu hiệu nhận biết một tứ giác là hình chữ nhật

- Học sinh biết vẽ hình chữ nhật, biết chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật, biết vận dụng các kiến thức về hình chữ nhật để giải toán

2. Kỹ năng: Rèn cho học sinh kỹ năng suy luận, vận dụng tính chất của hình chữ nhật để chứng minh các đoạn thẳng bằng nhau, các góc bằng nhau, chứng minh ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song.

3. Thái độ: Học sinh có thái độ tích cực trong học tập

II. Chuẩn bị của giáo viên và học sinh

1. Giáo viên: SGK, giáo án, máy tính, máy chiếu, đồ dùng dạy học

2. Học sinh: SGK, vở ghi, đồ dùng học tập, thước kẻ, compa, êke, ôn tập lại các kiến thức về hình bình hành, hình thang cân, đối xứng trục.

III. Tiến trình bài giảng

A. Tóm tắt lý thuyết



1. Định nghĩa: Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông

$$\diamond ABCD \text{ là hình chữ nhật} \Leftrightarrow \begin{cases} \diamond ABCD \\ \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} \end{cases}$$

- Nhận xét: Hình chữ nhật cũng là 1 hình bình hành, 1 hình thang cân

2. Tính chất: Hình chữ nhật có tất cả các tính chất của hình bình hành và hình thang cân

- Tính chất về cạnh: Các cạnh đối bằng nhau, song song với nhau

- Tính chất về góc: Bốn góc bằng nhau

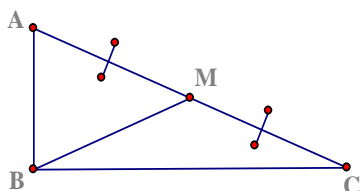
- Tính chất về đường chéo: Hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường

3. Dấu hiệu nhận biết

- Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật

- Hình thang cân có 1 góc vuông là hình chữ nhật
- Hình bình hành có 1 góc vuông là hình chữ nhật
- Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật

4. Ứng dụng vào tam giác vuông



- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền, ta có: $BM = \frac{1}{2} AC$

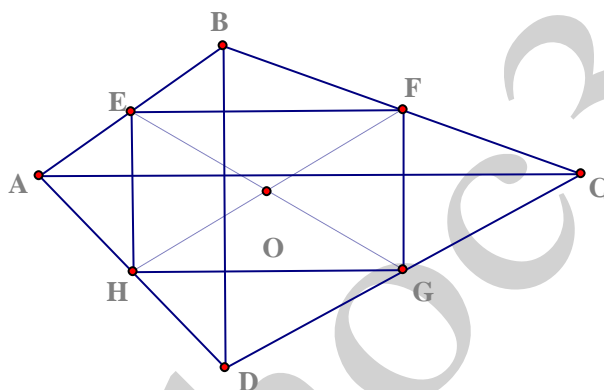
- Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với 1 cạnh bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông: $BM = \frac{1}{2} AC \Rightarrow \Delta ABC$ vuông

B. Bài tập và các dạng toán

Dạng 1: Chứng minh 1 tứ giác là hình chữ nhật

Cách giải: Vận dụng các dấu hiệu nhận biết để chứng minh 1 tứ giác là hình chữ nhật

Bài 1: Cho tứ giác ABCD có $AC \perp BD \equiv O$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Chứng minh rằng



a. $OE + OF + OG + OH$ bằng nửa chu vi tứ giác ABCD

b. Tứ giác EFGH là hình chữ nhật

Lời giải

a. Ta có

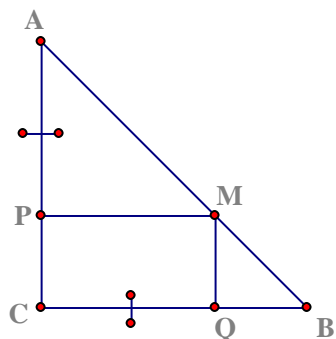
$$OE + OF + OG + OH = \frac{1}{2}(AB + BC + CD + DA) = \frac{1}{2}P_{ABCD}$$

b. Có $\begin{cases} EF \parallel GH \\ EF = GH \end{cases} \Rightarrow \diamond EFGH$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

Mặt khác $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \parallel EF \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} EF \perp BD \\ BD \parallel EH \end{cases} \Rightarrow EH \perp EF \Rightarrow \diamond EFGH$ là hình chữ nhật (dnhb)

Bài 2: Cho tam giác ABC vuông cân tại C. Trên cạnh AC, BC lấy lần lượt các điểm P, Q sao cho $AP = CQ$. Từ điểm P vẽ $PM \parallel BC$ (M thuộc AB). Chứng minh tứ giác PCQM là hình chữ nhật

Lời giải



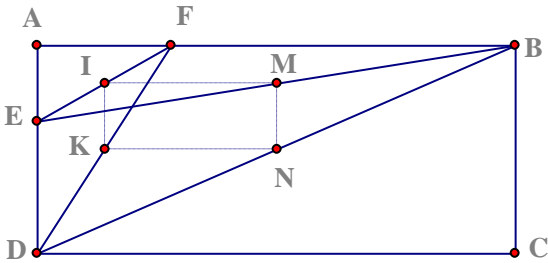
Ta có ΔABC vuông cân $\Rightarrow \hat{A} = 45^\circ \Rightarrow \Delta APM$ vuông cân $\Rightarrow AP = PM$

Theo giả thiết $AP = CQ \Rightarrow PM = CQ$

Lại có $PM \parallel CQ \Rightarrow \diamond PMCQ$ là hình bình hành

Mặt khác $\hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \diamond PMCQ$ là hình chữ nhật (dnhb)

Bài 3: Cho hình chữ nhật ABCD, E thuộc AD, F thuộc AB. Gọi I, K, M, N theo thứ tự là trung điểm của EF, DF, BE, BD. Chứng minh rằng $IN = KM$



Lời giải

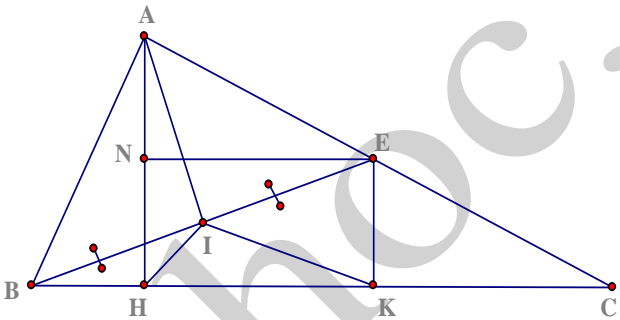
Ta đi chứng minh tứ giác IKMN là hình chữ nhật

$$+) \text{ Theo giả thiết có : } \begin{cases} IM \parallel KN (\parallel FB) \\ IM = KN = \frac{1}{2} FB \end{cases} \Rightarrow \diamond IMKN$$

Là hình bình hành (dnhb)

$$+) \begin{cases} IK \parallel DA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IK \perp AB \\ IM \parallel AB \end{cases} \Rightarrow IM \perp IK \Rightarrow \diamond IKMN \text{ là hình chữ nhật} \Rightarrow IN = KM$$

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB < AC$, đường cao AH. Lấy điểm E trên cạnh AC sao cho $AE = AB$. Gọi I là trung điểm của BE, kẻ $EK \perp BC (K \in BC), EN \perp AH (N \in AH)$



a. Chứng minh tứ giác NEKH là hình chữ nhật

b. $\hat{IHA} = \hat{IHC}$

Lời giải

a. Tứ giác NEKH có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật

b. Ta đi chứng minh $\Delta IHA = \Delta IHK$

Xét $\Delta IHA, \Delta IHK$: IH cạnh chung , $AI = IK = \frac{1}{2} BE$

Cần thêm $AH = HK$ hoặc $AH = NE$ (do $HK = NE$)

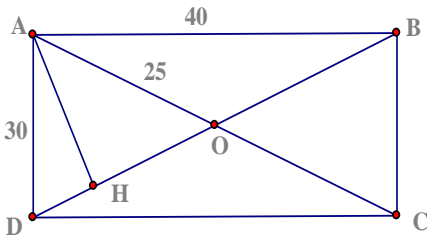
$$\Delta ABH = \Delta AEN (ch - gn) \Rightarrow AH = NE \Rightarrow AH = HK \Rightarrow \Delta IHA = \Delta IHK \Rightarrow \hat{IHA} = \hat{IHC}$$

Dạng 2: Vận dụng tính chất của HCN để chứng minh qua hệ bằng nhau, song song, vuông góc, tính độ dài các đoạn thẳng

Cách giải: Áp dụng các tính chất của hình chữ nhật

- Áp dụng tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông

Bài 5: Cho hình chữ nhật ABCD, AB = 40cm, O là giao điểm của hai đường chéo. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BD. Tính độ dài đoạn DH, OH, OB



Lời giải

Áp dụng định lý Pythagore $\Rightarrow BD = 50\text{cm}$

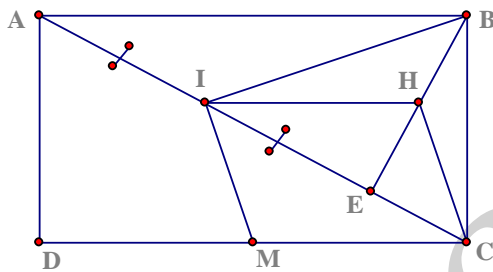
$$OA = OB = OC = OD = 25\text{cm}$$

$$AD^2 - DH^2 = AH^2 = AO^2 - HO^2 = AO^2 - (DO^2 - DH^2)^2$$

Hay $30^2 - DH^2 = 25^2 - (25 - DH)^2 \Leftrightarrow 30^2 - DH^2 = 25^2 - (625 - 50DH + DH^2) \Leftrightarrow 50DH = 900$
 $\Rightarrow DH = 18 \Rightarrow HO = 7\text{cm}$

Cách 2: $S_{ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot AB = 600 = \frac{1}{2} AH \cdot BD \Rightarrow 600 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot AH \Rightarrow AH = 24 \Rightarrow DH = 18\text{cm}$

Bài 6: Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E là chân đường vuông góc kẻ từ B đến AC. I là trung điểm của AE, M là trung điểm của CD, H là trung điểm của BE



a. Chứng minh rằng $CH \parallel IM$

b. Tính góc BIM

Lời giải

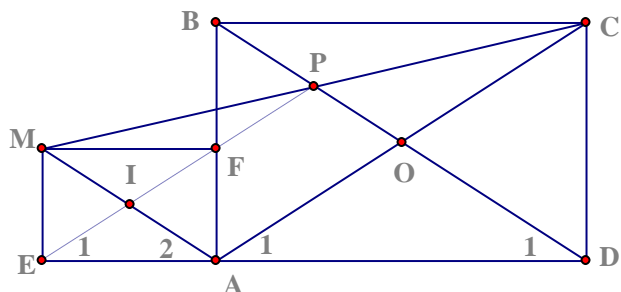
a. Ta có IH là đường trung bình $\Delta AEB \Rightarrow \begin{cases} IH \parallel AB \\ IH = \frac{1}{2} AB \end{cases}$

Lại có $\begin{cases} MN \parallel AB \\ MN = \frac{1}{2} AB \end{cases} \Rightarrow \diamond IMCH \text{ là hình bình hành} \Rightarrow CH \parallel IM$

Ta có: $IH \parallel MC, MC \perp BC \Rightarrow IH \perp BC$

Xét ΔBMC có H là trực tâm $\Rightarrow \begin{cases} CH \perp BI \\ CH \parallel IM \end{cases} \Rightarrow \widehat{BIM} = 90^\circ$

Bài 7: Cho hình chữ nhật ABCD. Lấy điểm P tùy ý trên đường chéo BD. Gọi M là điểm đối xứng của C qua P



a. Chứng minh $AM \parallel BD$

- b. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M trên AD, AB. Chứng minh AEMF là hình chữ nhật
 c. $EF \parallel AC$
 d. E, F, P thẳng hàng

Lời giải

- a. Gọi O là giao điểm của BD và AC

Ta có OP là đường trung bình của $\triangle AMC \Rightarrow OP \parallel AM$

- b. Xét $\diamond AEMF$, có $\hat{E} = \hat{A} = \hat{F} = 90^\circ \Rightarrow \diamond AEMF$ là hình chữ nhật

- c. Ta có $\hat{A}_2 = \hat{D}_1 (slt), \hat{A}_2 = \hat{E}_1, \hat{E}_1 = \hat{A}_1 (dvi) \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{A}_1 \Rightarrow EF \parallel AC$

- d. E, F, P thẳng hàng $IE \parallel AC, IP \parallel AC \Leftarrow IP$ là đường trung bình $\triangle AMC$

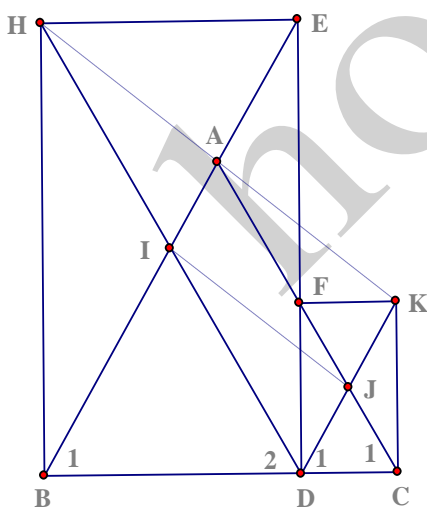
Lại có $EF \parallel AC \Rightarrow IE \parallel AC$

Theo tiên đề Ôclit thì E, F, P thẳng hàng

Bài 8: Cho tam giác ABC cân tại A. Từ điểm D trên đáy BC kẻ đường vuông góc với BC cắt AB ở E và AC ở F. Vẽ các hình chữ nhật DBHE và CDFK. Gọi I là tâm của hình chữ nhật BDEH, J là tâm của hình chữ nhật CDFK. Chứng minh rằng

- a. AIDJ và AHIJ là các hình chữ nhật
 b. A, H, D thẳng hàng và A là trung điểm của HK

Lời giải



- a. $\diamond AIDJ$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} AI \parallel DJ (\hat{B}_1 = \hat{D}_1 = \hat{C}_1) \\ AJ \parallel DI (\hat{C}_1 = \hat{D}_2 = \hat{B}_1) \end{cases}$

$\diamond AHIJ$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} HI \parallel AJ (HD \parallel AC) \\ AJ \parallel HI (=ID) \end{cases}$

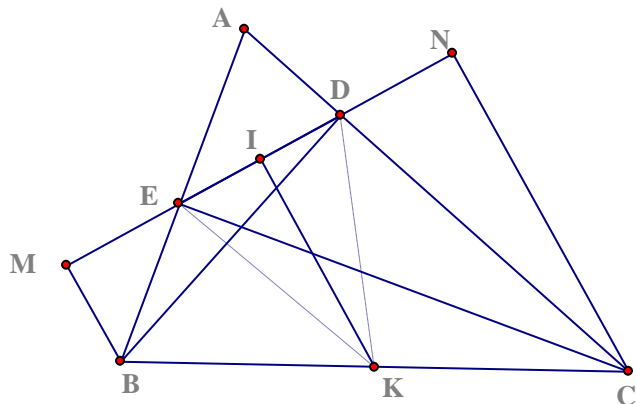
- b. A, H, K thẳng hàng $\Rightarrow \diamond AIJK$ là HBH $\Rightarrow \begin{cases} AI \parallel KJ (AI \parallel DJ) \\ AI = KJ (AI = DJ) \end{cases}$

Vậy qua A có $HA \parallel IJ, KA \parallel IJ$ nên A, H, K thẳng hàng.

Dạng 3: Sử dụng định lý thuận và đảo của đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông

Cách giải: Sử dụng định lý về tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông để chứng minh các hình bằng nhau hoặc chứng minh tam giác vuông

Bài 9: Cho tam giác ABC, các đường cao BD và CE. Gọi M, N là chân các đường vuông góc kẻ từ B, C đến DE. Gọi I là trung điểm của DE, K là trung điểm của BC. Chứng minh rằng



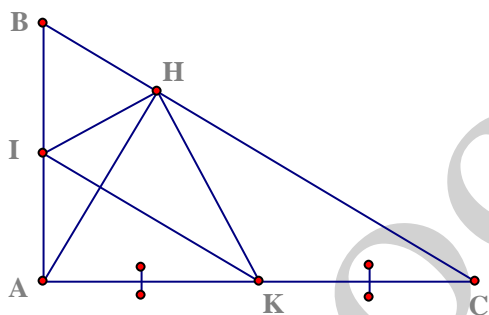
- $IK \perp ED$
- $EM = DN$

Lời giải

a. Ta có $EK = DK = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \begin{cases} \triangle EKD (KE = KD) \\ IE = ID \end{cases}$
 $\Rightarrow IK \perp ED (dpcm)$

b. $\begin{cases} KB = KC (K \in BC) \\ KI \parallel BM \parallel NC \end{cases} \Rightarrow KI$ là đường trung bình của hình thang MBNC $\Rightarrow \begin{cases} IM = IN \\ IE = ID \end{cases} \Rightarrow ME = DN$

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AB, AC. Chứng minh



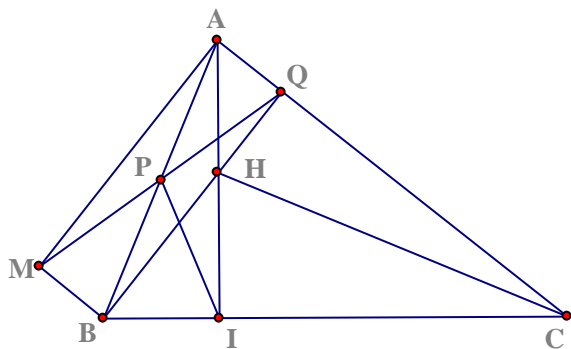
- $\hat{IHK} = 90^\circ$
- Chu vi tam giác IHK bằng nửa chu vi tam giác ABC

Lời giải

Ta có: $\triangle IAH, \triangle KAH$ cân tại I và K $\Rightarrow \hat{IAH} = \hat{IHA}, \hat{HAK} = \hat{HKC}$
 $\Rightarrow \hat{IHA} + \hat{AHC} = 90^\circ \Rightarrow \hat{IHK} = 90^\circ$

b. Ta có $IH = \frac{1}{2}AB, HK = \frac{1}{2}BC, IK = \frac{1}{2}BC \Rightarrow P_{IHK} = \frac{1}{2}P_{ABC} (dpcm)$

Bài 11: Cho tam giác ABC có đường cao AI. Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC, từ B kẻ tia By song song với AC. Gọi M là giao điểm của hai tia Ax và By. Nối M với trung điểm P của AB, đường MP cắt AC tại Q và BQ cắt AI tại H



- Tứ giác AMBQ là hình gì
- Chứng minh rằng CH vuông góc với AB
- Chứng minh tam giác PIQ cân

Lời giải

a. Ta có tứ giác AMBQ là hình chữ nhật (hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường và bằng nhau)

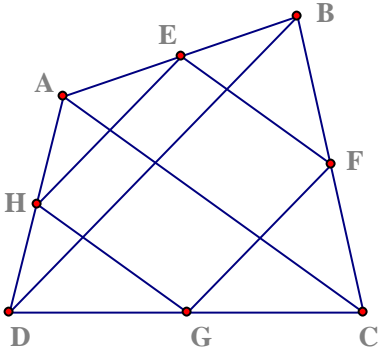
b. Ta có H là trực tâm của $\Delta ABC \Rightarrow CH \perp AB$

c. có $PI = PQ = \frac{1}{2} AB \Rightarrow \Delta PIQ$ cân tại P.

Dạng 4: Tìm điều kiện để tứ giác là hình chữ nhật

Cách giải: Vận dụng định nghĩa, các tính chất và dấu hiệu nhận biết của hình chữ nhật

Bài 12: Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, G, H theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Tìm điều kiện của tứ giác ABCD để tứ giác EFGH là hình chữ nhật



Lời giải

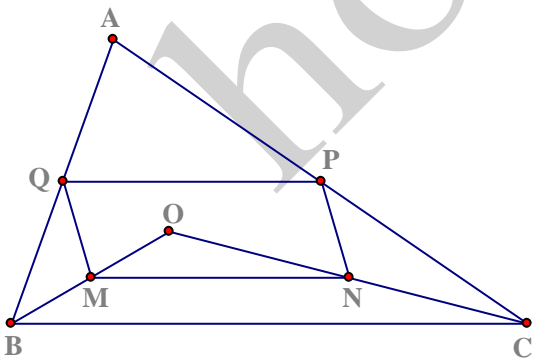
Ta có tứ giác EFGH là hình bình hành

Để EFGH trở thành hình chữ nhật thì :

$$\Rightarrow \angle HEF = 90^\circ \Rightarrow HE \perp EF \Rightarrow AC \perp BD$$

Vậy điều kiện là hai đường chéo của tứ giác ABCD vuông góc với nhau.

Bài 13: Cho tam giác ABC. Gọi O là 1 điểm thuộc miền trong của tứ giác. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng OB, OC, AC, AB



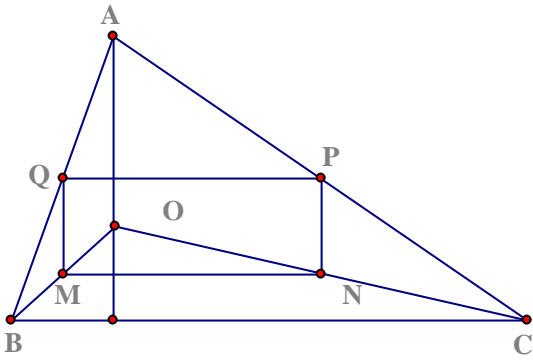
a. Chứng minh tứ giác MNPQ là hình bình hành

b. Xác định vị trí của điểm O để tứ giác MNPQ là hình chữ nhật

Lời giải

a. Ta có MNPQ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

b. Để MNPQ trở thành hình chữ nhật thì O nằm trên đường cao xuất phát từ đỉnh A của ΔABC



Bài 14: Cho hình thang cân ABCD ($AB \parallel CD, AB < CD$). Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AD, BD, AC, BC

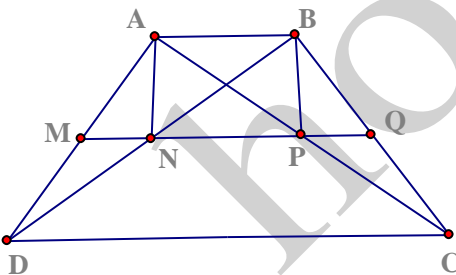
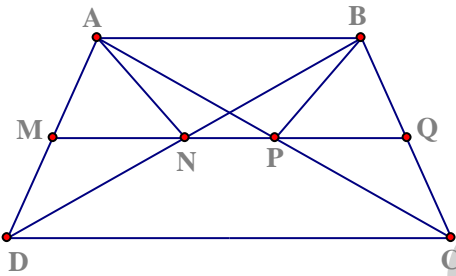
- Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng
- Chứng minh tứ giác ABPN là hình thang cân
- Tìm một hệ thức liên hệ giữa AB và CD để ABPN là hình chữ nhật

Lời giải

a. Ta có $MN \parallel AB, MP \parallel AB, PQ \parallel AB, PN \parallel AB \Rightarrow M, N, P, Q$ thẳng hàng nhau.

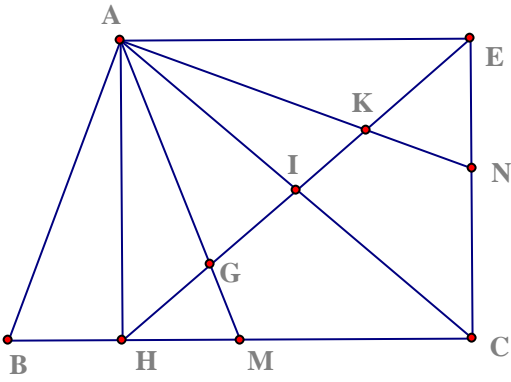
b. Hình thang ABPN có hai đường chéo bằng nhau nên là hình thang cân

c. để ABPN là hình chữ nhật thì $NP = AB$ hay $CD = 3AB$



BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 1: Cho tam giác ABC, đường cao AH. Gọi I là trung điểm của AC. Lấy E là điểm đối xứng với H qua I. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của HC, CE. Các đường thẳng AM, AN cắt HE tại G và K



- Chứng minh tứ giác AHCE là hình chữ nhật
- Chứng minh $HG = GK = KE$

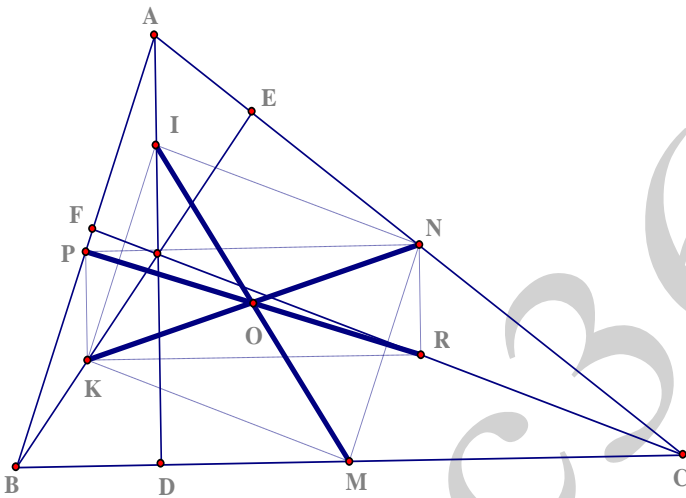
Hướng dẫn

- Chứng minh tứ giác AHCE là hình bình hành, có

$$\angle AHC = 90^\circ \Rightarrow \square AHCE \text{ là hình chữ nhật}$$

- Chứng minh G, K lần lượt là các trọng tâm của tam giác AHC, AEC và sử dụng tính chất 2 đường chéo của HCN

Bài 2: Cho tam giác ABC, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H, gọi I, K, R theo thứ tự là trung điểm của HA, HB, HC. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của BC, AC, AB. Chứng minh rằng

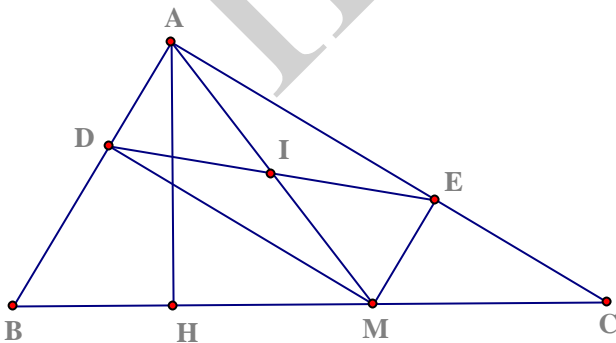


- Tứ giác MNIK, PNRK là các hình chữ nhật
- P, N, R, K, M, I cùng thuộc 1 đường tròn
- D, E, F cũng thuộc đường tròn trên

Lời giải

$$\text{Ta có: } OD = \frac{1}{2}IM, OE = \frac{1}{2}KN, OF = \frac{1}{2}PR$$

Bài 3: Cho tam giác ABC vuông tại A, M thuộc BC. Gọi D và E là chân đường vuông góc kẻ từ M đến AB và AC



- Định dạng tứ giác ADME
- Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh A, I, M thẳng hàng
- Điểm M nằm ở đâu trên BC thì DE nhỏ nhất. Tính DE trong trường hợp đó biết $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$

Lời giải

a. Tứ giác ADME có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật

c. DE nhỏ nhất khi AM nhỏ nhất ($DE = AM$). AM nhỏ nhất khi và chỉ khi $AM = AH$ khi M trùng H

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A

$$\Rightarrow BC = 25\text{cm}(\text{pytago}) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{15 \cdot 20}{25} = 12(\text{cm})$$

hoc360.net