HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI

Bài 1.

a) Ta có 1 + 4 – 5 = 0, phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -5$

b) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2.2 + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (2; 1)$

c) $P = \sqrt{16} - \sqrt[3]{8} + \dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = 4 - 2 + \sqrt{4} = 4 - 2 + 2 = 4$

Bài 2.

a) Bảng giá trị của (P)

x	– 2	– 1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$2x^2 = 2x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m = 0 (1)$.

$\Delta' = 1^2 - 2.(-m) = 2m + 1$

(P) và (d) chỉ có một điểm chung khi phương trình (1) có nghiệm kép

=> $\Delta' = 0$ hay $2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{2}$.

Khi $m = -\dfrac{1}{2}$ phương trình (1) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y_1 = y_2 = \dfrac{1}{2}$.

Vậy tọa độ điểm chung khi đó là $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$.

Bài 3.

a) Gọi vận tốc xe thứ nhất là x (km/h) (điều kiện: x > 10)

Thì vận tốc xe thứ hai là x – 10(km/h)

Thời gian xe thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\dfrac{1}{x}$ (h)

Thời gian xe thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\dfrac{1}{x - 10}$ (h)

Vì nên xe thứ nhất đến trước xe thứ hai 1,5 giờ ta có phương trình:

$$\frac{450}{x-10}-\frac{450}{x}=\frac{3}{2}\Rightarrow 900x-900x+9000=3x^2-30x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2-30x-9000=0\Leftrightarrow x^2-10x-3000=0$$

$\Delta=10^2+4.3000=12100$; $\sqrt{\Delta}=110$

$$x_1=\frac{10+110}{2}=60\ \text{(nhận)},\ x_2=\frac{10-110}{2}=-50\ \text{(loại)}$$

Vậy vận tốc xe thứ nhất là 60 (km/h)

Thì vận tốc xe thứ hai là 60 – 10 = 50(km/h)

b) a = 1; b = – m; c = – 1.

Vì a và c khác dấu, phương trình luôn có hai nghiệm $x_1;x_2$ khác dấu.

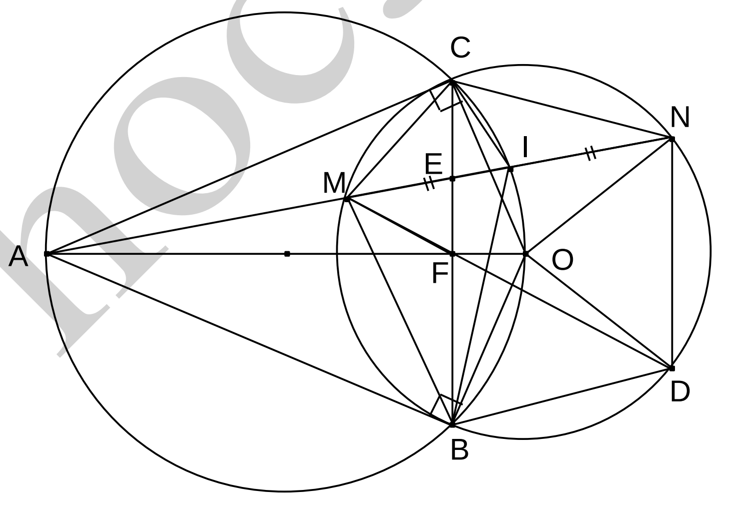
Theo hệ thức Viete ta có: $x_1+x_2=m\,(1)$

Vì $x_1;x_2$ khác dấu mà $x_1<x_2\Rightarrow x_1<0<x_2\Rightarrow |x_1|=-x_1;|x_2|=x_2$.

Ta có: $|x_1|-|x_2|=6\Leftrightarrow -x_1-x_2=6\Leftrightarrow x_1+x_2=-6$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra m = – 6.

Bài 4.



a) Vì AB là tiếp tuyến của (O) tại tiếp điểm $B \Rightarrow AB\perp OB$ hay $ABO=90^0$

Vì AC là tiếp tuyến của (O) tại tiếp điểm $C \Rightarrow AC\perp OC$ hay $ACO=90^0$.

Tứ giác $ABOC$ có $ACO = ABO = 90^0$ nên tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn đường kính AO.

b) Xét ΔEMB và ΔECN có:

$EMB = ECN$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung NB)

$EBM = ENC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

$\Rightarrow \Delta EMB \backsim \Delta ECN (gg)$

$\Rightarrow \frac{EM}{EC} = \frac{EB}{EN} \Rightarrow EB.EC = EM.EN$.

Vì AB, AC là tiếp tuyến của (O) lần lượt tại các tiếp điểm B và C nên $AOB = AOC$ và $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Vì I là trung điểm $MN \Rightarrow OI \perp MN$ (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây)

$\Rightarrow AIO = 90^0 \Rightarrow I$ nằm trên đường tròn đường kính OA.

Xét đường tròn đường kính OA ta có:

$AIC = AOC; AIB = AOB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn một cung)

Mà $AOB = AOC$

$\Rightarrow AIC = AIB$ hay IA là phân giác của BIC.

c) Vì $AB = AC$ và $OB = OC$ nên AO là đường trung trực của $BC \Rightarrow AO$ vuông góc với BC tại F.

Xét ΔAOC vuông tại C, đường cao CF ta có $AF.AO = AC^2$ và $FC^2 = FA.FO$.

Xét ΔACM và ΔANC có: $ACM = ANC$ và A chung

$\Rightarrow \Delta ACM \backsim \Delta ANC (gg) \Rightarrow \frac{AC}{AN} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AC^2 = AM.AN$

$\Rightarrow AF.AO = AM.AN \Rightarrow \frac{AF}{AN} = \frac{AM}{AO}$

Xét ΔAMF và ΔAON có:

$A\ chung; \frac{AF}{AN} = \frac{AM}{AO} \Rightarrow \Delta AMF \backsim \Delta AON (cgc)$

Xét ΔFCM và ΔFDB có:

$FCM = FDB$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MB)

$CFM = DFB$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta FCM \backsim \Delta FDB \Rightarrow \dfrac{FM}{FB} = \dfrac{FC}{FD}$

$\Rightarrow FM.FD = FB.FC = FC^2$

$\Rightarrow FM.FD = FA.FO \Rightarrow \dfrac{FM}{FO} = \dfrac{FA}{FD}$

Xét ΔFMA và ΔFOD có:

$MFA = OFD$ và $\dfrac{FM}{FO} = \dfrac{FA}{FD}$

$\Rightarrow \Delta FMA\Delta \backsim FOD(cgc) \Rightarrow FMA = FOD$

Mà $FMA = FON$

$\Rightarrow FON = FOD$.

ΔFON và ΔFOD có: FO cạnh chung, $FON = FOD$, $ON = OD$

$\Rightarrow \Delta FON = \Delta FOD(cgc) \Rightarrow FN = FD$

Vì $FN = FD$ và $ON = OD$ $\Rightarrow$ FO là đường trung trực của ND $\Rightarrow$ $FO \perp ND$ mà $FO \perp BC \Rightarrow ND//BC$.

d) Xét ΔAOC vuông tại C ta có:

$OA^2 = AC^2 + OC^2$

$\Rightarrow AC^2 = OA^2 - OC^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$

$\Rightarrow AC = R\sqrt{3}$.

Xét ΔAOC vuông tại C ta có: $\sin CAO = \dfrac{OC}{OA} = \dfrac{R}{2R} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow CAO = 30^0 \Rightarrow CAB = 60^0$

ΔABC có $AB = AC$ và $CAB = 60^0$ $\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều.

$\Rightarrow$ đường cao $h = AB\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3R}{2}$

$S_{BCA} = \dfrac{1}{2}h.AB = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3R}{2}\cdot R\sqrt{3} = \dfrac{3R^2\sqrt{3}}{4}(dvdt)$

Bài 5.

a) Điều kiện: $x \geq 0$. Với $x \geq 0$ ta có:

$2\sqrt{x} - \sqrt{3x+1} = x - 1$

$\Leftrightarrow \left(2\sqrt{x} - \sqrt{3x+1}\right)\left(2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1}\right) = (x-1)\left(2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1}\right)$

$\Leftrightarrow x - 1 = (x-1)\left(2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1}\right)$

$\Leftrightarrow x - 1 - (x-1)\left(2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1}\right) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)\left(1 - 2\sqrt{x} - \sqrt{3x+1}\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ 1 - 2\sqrt{x} - \sqrt{3x+1} = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1} = 1 \ (*) \end{array}\right.$

Giải (*) $2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1} = 1$.

Với $x \geq 0$ ta có: $\left.\begin{array}{l} 2\sqrt{x} \geq 0 \\ \sqrt{3x+1} \geq 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2\sqrt{x} + \sqrt{3x+1} \geq 1.$

Dấu '=' xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$. Vậy (*) có nghiệm $x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm {0; 1}.

b) Đặt $t = a + b \Rightarrow t^2 = (a+b)^2 \geq 4ab$

Ta có: $1 = a + b + 3ab \leq t + \frac{3}{4}t^2 \Rightarrow 3t^2 + 4t - 4 \geq 0$

$\Rightarrow (t+2)(3t-2) \geq 0 \Rightarrow 3t - 2 \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{2}{3}.$

Ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

$\Rightarrow 2a^2 + 2b^2 \geq a^2 + 2ab + b^2$

$\Rightarrow 2\left(a^2 + b^2\right) \geq (a+b)^2 \geq \frac{4}{9} \Rightarrow a^2 + b^2 \geq \frac{2}{9}$

Dễ dàng chứng minh $\sqrt{A} + \sqrt{B} \leq \sqrt{2(A+B)}$

$\Rightarrow \sqrt{1-a^2} + \sqrt{1-b^2} \leq \sqrt{2\left(2 - a^2 - b^2\right)}.$

$$\Rightarrow \sqrt{1-a^2}+\sqrt{1-b^2} \le \sqrt{2\left(2-\frac{2}{9}\right)}=\frac{4\sqrt{2}}{2} \qquad (1)$$

Ta có: $\dfrac{3ab}{a+b}=\dfrac{a+b+3ab}{a+b}-1=\dfrac{1}{a+b}-1\le\dfrac{3}{2}-1=\dfrac{1}{2}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $P=\sqrt{1-a^2}+\sqrt{1-b^2}+\dfrac{3ab}{a+b}\le\dfrac{4\sqrt{3}}{3}+\dfrac{1}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=\dfrac{1}{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}+\dfrac{1}{2}$ đạt được khi $a=b=\dfrac{1}{3}$.