

LỜI GIẢI ĐỀ SỐ 02

Bài 1

1). Thực hiện phép tính: $A = \sqrt{5 - 2\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$

2). Cho biểu thức: $P = \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{9}{x-\sqrt{x}-2}$

a). Tìm điều kiện xác định của P. Rút gọn P

b). Với giá trị nào của x thì P = 1

BÀI LÀM

1). Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{5 - 2\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} = \sqrt{5 - 2\sqrt{2 + (2\sqrt{2} + 1)^2}} = \sqrt{5 - 2\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}} \\ &= \sqrt{5 - 2\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1 \end{aligned}$$

2). a). Điều kiện xác định của P là

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 2 - \sqrt{x} \neq 0 \\ x - \sqrt{x} - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2 \neq \sqrt{x} \\ x + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \\ \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - 2(\sqrt{x} + 1) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \\ (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Vậy với $x \geq 0$ và $x \neq 4$ thì P xác định.

* Ta có $P = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$

$$P = \frac{3(\sqrt{x}-2) - \sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x} - 6 - x - \sqrt{x} + 9}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x} - x - \sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$P = \frac{3(\sqrt{x}+1) - \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}+1)(3-\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

b). $P = 1 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = 1 \Leftrightarrow 3-\sqrt{x} = \sqrt{x}-2 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = \frac{25}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy với $x = \frac{25}{4}$ thì P có giá trị bằng 1.

Bài 2

1). Giải phương trình: $(2-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) = -x-\sqrt{5}$

2). Tìm m để đường thẳng $y = 3x - 6$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + m$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

BÀI LÀM

1). Điều kiện để phương trình xác định là: $x \geq 0$

+ Phương trình đã cho tương đương với: $2 + 2\sqrt{x} - \sqrt{x} - x = -x - \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = -2 - \sqrt{5}$, vì $-2 - \sqrt{5} < 0$ nên phương trình đã cho vô nghiệm.

2).

+ Thay $y = 0$ vào phương trình đường thẳng $y = 3x - 6$ ta có $0 = 3x - 6 \Leftrightarrow x = 2$.

\Rightarrow Đường thẳng $y = 3x - 6$ cắt trục hoành tại điểm $A(2; 0)$.

+ Thay $y = 0$ vào phương trình đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + m$ ta có $0 = \frac{3}{2}x + m \Leftrightarrow x = -\frac{2m}{3}$

\Rightarrow đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + m$ cắt trục hoành tại điểm $B\left(-\frac{2m}{3}; 0\right)$

+ Để 2 đường thẳng đã cho cắt nhau tại 1 điểm trên trục hoành thì điểm A phải trùng với điểm B $\Rightarrow 2 = -\frac{2m}{3} \Leftrightarrow m = -3$.

Vậy với $m = -3$ thì đường thẳng $y = 3x - 6$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + m$ cắt nhau tại một điểm trên trục hoành.

Bài 3: Cho đường thẳng $(d_m): y = (2 - \sqrt{10 - m})x + m - 12$

1). Với giá trị nào của m thì (d_m) đi qua gốc tọa độ

2). Với giá trị nào của m thì (d_m) là hàm số nghịch biến: $(d_m): y = (2 - \sqrt{10 - m})x + m - 12$

BÀI LÀM

1). Để (d_m) đi qua gốc tọa độ thì:
$$\begin{cases} 2 - \sqrt{10 - m} \neq 0 \\ 10 - m \geq 0 \\ m - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 6 \\ m \leq 10 \\ m = 12 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy không tồn tại m để đường thẳng (d_m) đi qua gốc tọa độ

2). Để (d_m) là hàm số nghịch biến thì:

$$\begin{cases} 10 - m \geq 0 \\ 2 - \sqrt{10 - m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 10 \\ \sqrt{10 - m} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 10 \\ 10 - m > 4 \end{cases} \Leftrightarrow m < 6$$

Bài 4: Một ca nô xuôi dòng 42 km rồi ngược dòng trở lại 20 km hết tổng cộng 5 giờ. Biết vận tốc của dòng chảy là 2km/h. Tính vận tốc của ca nô lúc dòng nước yên lặng.

BÀI LÀM

- Gọi x (km/h) là vận tốc của ca nô lúc nước yên lặng (điều kiện: $x > 2$)

\Rightarrow Vận tốc ca nô xuôi dòng là: $x + 2$ (km/h)

\Rightarrow Vận tốc ca nô ngược dòng là: $x - 2$ (km/h)

\Rightarrow Thời gian ca nô xuôi dòng 42 km: $\frac{42}{x + 2}$ (h)

\Rightarrow Thời gian ca nô ngược dòng 20 km: $\frac{20}{x - 2}$ (h)

+ Do ca nô đi hết tổng cộng 5 giờ nên ta có phương trình: $\frac{42}{x+2} + \frac{20}{x-2} = 5$

$$\Leftrightarrow 42(x-2) + 20(x+2) = 5(x+2)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 42x - 84 + 20x + 40 = 5x^2 - 20$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 62x + 24 = 0$$

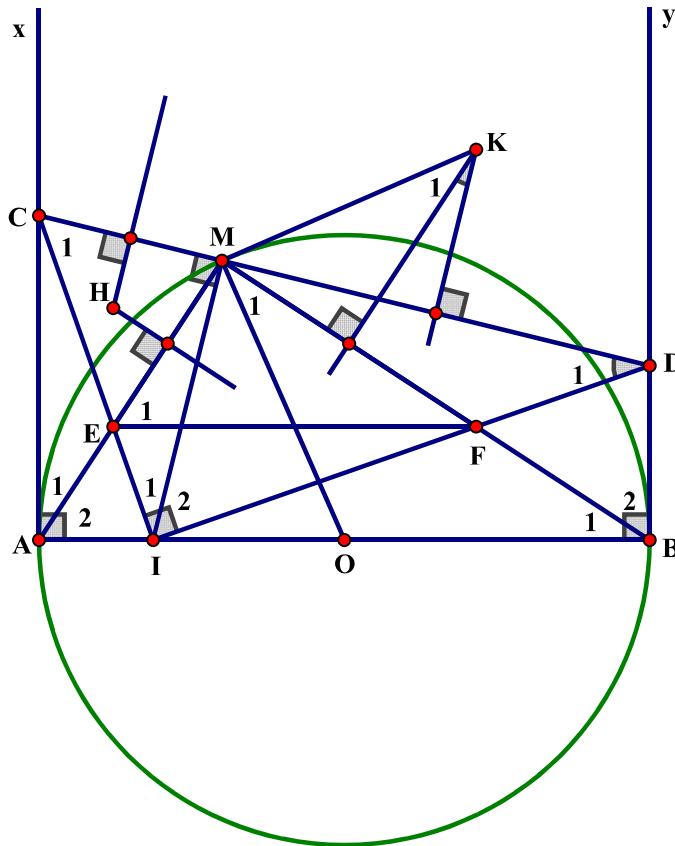
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Vậy vận tốc ca nô lúc dòng nước yên lặng là 12 km/h

Bài 5: Cho đường tròn (O) đường kính AB, M là điểm thuộc cung AB, I thuộc đoạn thẳng OA. Trên nửa mặt phẳng bờ AB có chứa điểm M kẻ các tia tiếp tuyến Ax, By với (O). Qua M kẻ đường thẳng vuông góc với IM cắt Ax tại C. Qua I dựng một đường thẳng vuông góc với IC cắt tia By tại D. Gọi E là giao điểm AM, CI và F là giao điểm ID và MB.

- 1). Chứng minh tứ giác ACMI và tứ giác MEIF nội tiếp
- 2). Chứng minh $EF \parallel AB$
- 3). Chứng minh ba điểm C, M, D thẳng hàng
- 4). Chứng tỏ rằng hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD có tiếp tuyến chung là MO.

BÀI LÀM



1) Chứng minh tứ giác ACMI và MEIF nội tiếp

* Xét tứ giác ACMI có:

$$+ \angle CAI = 90^\circ \text{ (vì Ax là tiếp tuyến tại A của (O))}$$

$$+ \angle CMI = 90^\circ \text{ (vì CM} \perp \text{IM tại M)}$$

$\Rightarrow \angle CAI + \angle CMI = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác ACMI nội tiếp đường tròn đường kính CI

* Xét tứ giác MEIF có:

$$+ \angle EMF = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp nửa đường tròn)}$$

$$+ \angle EIF = 90^\circ \text{ (vì CI} \perp \text{ID tại I)}$$

$\Rightarrow \angle EMF + \angle EIF = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính EF

2) Chứng minh EF // AB:

Ta có $\angle C_1 = \hat{I}_2$ (cùng phụ với góc $\angle I_1$)

$$\text{- Mà tứ giác MEIF nội tiếp} \Rightarrow \hat{I}_2 = \angle E_1 \text{ (cùng chắn cung MF)} \Rightarrow \angle C_1 = \angle E_1$$

$$\text{- Mặt khác tứ giác ACMI nội tiếp} \Rightarrow \angle C_1 = \angle A_2 \text{ (cùng chắn cung MI)} \Rightarrow \angle E_1 = \angle A_2$$

Mà $\angle E_1$ và $\angle A_2$ là hai góc đồng vị nên EF // AB

3) Chứng minh ba điểm C, M, D thẳng hàng

- Ta có : $\hat{I}_2 = \angle A_2$ (cùng bằng $\angle MEF$)

- Mà $\angle A_2 = \angle B_2$ (góc nội tiếp, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn MB của (O))

$$\Rightarrow \hat{I}_2 = \angle B_2 \text{ mà 2 góc này cùng chắn cạnh MD của tứ giác MIBD}$$

$$\Rightarrow \text{tứ giác MIBD nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \angle IMD + \angle IBD = 180^\circ. \text{ Mà } \angle IBD = 90^\circ \Rightarrow \angle IMD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle CMI + \angle IMD = 180^\circ \Rightarrow \text{C, M, D thẳng hàng}$$

4) Chứng minh hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M

* Gọi H và K lần lượt là tâm các đường tròn ngoại tiếp tam giác CME và MFD

Xét đường tròn tâm K ta có: $\angle K_1 = \angle D_1$ (cùng bằng $\frac{1}{2} \text{sđMF}$)

- Ta lại có: $\angle D_1 = \angle B_1$ (cùng chắn cung MI của tứ giác MIBD nội tiếp)

- Mà $\angle B_1 = \angle M_1$ (do $\triangle OMB$ cân tại O, $OM = BO$) $\Rightarrow \angle K_1 = \angle M_1$

- Mà $\angle K_1 + \angle KMF = 90^\circ \Rightarrow \angle M_1 + \angle KMF = 90^\circ \Rightarrow KM \perp MO$ mà KM là bán kính (K)

$\Rightarrow OM$ là tiếp tuyến của (K)

Chứng minh tương tự ta có: OM cũng là tiếp tuyến của (H)

Vậy hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác CME và MFD tiếp xúc nhau tại M

(HẾT)