

**BÀI : DẤU CỦA NHỊ THỨC BẬC NHẤT**

**BÀI 1:** Xét dấu các biểu thức sau: a)  $f(x) = (x-1)(2-x)$

b)  $f(x) = \frac{(x+1)(4-x^2)}{x^2-4x+3}$

c)  $f(x) = (x^2-4x+3)^2 - (x^2+x-3)^2$  d)  $f(x) = (2x-4)(4-x)^2(5-2x)$

e)  $f(x) = \frac{(x-1)^3(x-2)^2}{(x+1)^5(x+2)^4}$

**BÀI 2:** Giải các BPT sau :

a)  $\frac{x+9}{x-1} > 5$  b)  $\frac{3}{1-x} > \frac{5}{2x+1}$

c)  $\frac{x^2+2x+5}{x+1} \geq x-3$

e)  $\frac{x^2+3x-1}{2-x} + x \geq 0$  f)  $\frac{x+2}{3x+1} > \frac{x-2}{2x-1}$

g)  $\frac{(x-1)^3(x+2)^4(x^2+6)}{(x-7)^3(2-x)^2} \leq 0$

**BÀI 3:** Giải hệ BPT :

a)  $\begin{cases} \frac{x+1}{x-1} \geq 0 \\ 3x-2 \leq 0 \end{cases}$  b)  $\begin{cases} \frac{2x+3}{x-1} \geq 1 \\ x^2-x-6 \geq 0 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} \frac{1-x}{x-2} \leq 0 \\ \frac{(x+2)(2x+1)}{x+1} \geq 0 \end{cases}$

**BÀI 4:** Tìm m để hệ :  $\begin{cases} \frac{x-1}{x-2} \leq 0 \\ 4x+1 \leq m \end{cases}$

a) vô nghiệm      b) có nghiệm duy nhất      c) có nghiệm

**BÀI : DẤU CỦA TAM THỨC BẬC 2**

**BÀI 1:** Xét dấu các biểu thức :

a)  $A = \frac{2x^2-x+3}{3x^2+7x+4}$

b)  $B = \frac{2m^2-3m-5}{(4-m^2)(2m+1)}$

c)  $C = \frac{(x+1)^3(2-x)^4(x^2-x-6)}{(x^2+2x)(x^2-2x+1)}$

d)  $D = \frac{1}{k^2-7k+12} - \frac{1}{k^2-5k+4}$

**BÀI 2:** Giải các bất phương trình :

a)  $-7x^2+5x+2 \geq 0$

b)  $4x^2+x+5 \leq 3x^2+11$

c)  $-2m^2+4m-5 < 0$

**BÀI 3:** Giải các bất phương trình :

a)  $(x^2-5x+6)(-x^2-3x-2) \geq 0$

b)  $\frac{2m+1}{3m+2} < \frac{m+1}{m-2}$

c)  $\frac{x^2-3x+5}{x^2-4} < -1$

d)  $\frac{x^2-4x+3}{3-2x} < 1-x$

e)  $\frac{x-2}{1-x} + \frac{x-3}{x+1} \geq \frac{x^2+4x+15}{x^2-1}$

f)  $\frac{x^3-3x^2-x+3}{x(2-x)} > 0$

g)  $x^3-3x^2-6x+8 \geq 0$

h)  $x^3-3x^2+2 < 0$

k)  $x^4-4x^2+12x-9 \leq 0$

**BÀI 4:** Giải các hệ BPT :

a)  $\begin{cases} 2x^2+9x+7 > 0 \\ x^2+x-6 \leq 0 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x^2+2x+5 \geq 0 \\ x^2-4x > 0 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} -6x^2+17x-7 \geq 0 \\ 3x^2+8x-3 \leq 0 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x^2-9 < 0 \\ (x-1)(3x^2+7x+4) \geq 0 \end{cases}$

g)  $-4 \leq \frac{x^2-2x+7}{x^2+1} \leq 1$

**BÀI 5:** Tìm TXĐ của hàm số :

a.  $y = \sqrt{\frac{x^2-5x+4}{2x^2-3x+1}}$

b.  $y = \sqrt{9-x^2} + \sqrt{x^2-1}$

**BÀI 6:** Tìm m để phương trình :  $(m-2)x^2+2(2m-3)x+5m-6=0$  có nghiệm

**BÀI 7:** Tìm m để PT :  $x^4+(1+2m)x^2+m^2-1=0$  có 4 nghiệm phân biệt

**BÀI 8:** Tìm m để PT :  $(m-1)x^4-mx^2+m^2-1=0$  có 3 nghiệm phân biệt

**BÀI 9:** Định m để PTsau có nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa điều kiện :

a)  $x^2-(2m+3)x+m^2=0$  thỏa  $x_1 < 3 < x_2$

b)  $mx^2+2(m-1)x+m-5=0$  thỏa  $x_1 < x_2 < 2$

**BÀI 10\*:** Giải các BPT : (dùng pp đặt ẩn phụ )

a)  $x^4-3x^2+2 \geq 0$

b)  $x^4-x^2-6 \leq 0$

c)  $5x^4-4x^2-12 > 0$

d)  $x(x+1) < \frac{42}{x^2+x+1}$

e)  $x^2+(x+1)^2 \leq \frac{15}{x^2+x+1}$

f)  $x(x+1)(x+2)(x+3) \geq 24$

g)  $3x^4-x^3+4x^2-x+3 \geq 0$

h)  $2x^4-5x^3+6x^2-5x+2 \geq 0$

**BÀI : BẤT PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC 2**

**BÀI 1 :** Giải các BPT chứa ẩn dưới dấu giá trị tuyệt đối:

a)  $\frac{|x+3|+x}{x+2} > 1$       b)  $|x|+2|x+1| \leq x^2$       a)  $|x^2-1| < 2x$   
 b)  $|2x-1| \geq x-1$       c)  $|x^2+4x+3| < x^2-4x-5$       d)  $|x^2+3x+2|+x^2+2x \geq 0$   
 e)  $|3+x| > |x|$       f)  $\left| \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} \right| \leq 1$       g)  $2 + \left| \frac{x^2-3}{x} \right| \leq \frac{x^4-6x^2+9}{x^2}$   
 h)  $3 \left( \frac{2x-1}{x+2} \right) < \left| \frac{x+2}{2x-1} \right| + 2$       k)  $(x^2+2x)^2 + |x^2+2x| - 6 < 0$

**BÀI 3 :** Giải các bpt chứa ẩn dưới căn thức :

a)  $\sqrt{x^2+x-12} \leq 8-x$       b)  $\sqrt{x^2-7x-8} \leq x-6$       c)  $\sqrt{x^2-3x-10} \geq x-2$   
 d)  $\sqrt{3x^2+13}+2x < 1$       e)  $\sqrt{x-2}-\sqrt{x-6} < 8$       f)  $\sqrt{3x-8}-\sqrt{5x+3} > \sqrt{x+6}$   
 g\*)  $\sqrt{(x-3)(x-5)} > \sqrt{(x+2)(x-1)}-4$       h)  $(x+2)\sqrt{x^2-3x-4} \leq x^2-4$       k)  $\frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \geq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4}$   
 l)  $(x+5)(x-2)+3\sqrt{x(x+3)} > 0$       m)  $x^2+2\sqrt{x^2-3x+11} \leq 3x+4$       n)  $\sqrt{3x^2+5x+7}-\sqrt{3x^2+5x+2} \geq 1$   
 o\*)  $\frac{1}{1-x^2} > \frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}-1$       p\*)  $\frac{1-\sqrt{1-8x^2}}{2x} < 1$

**BÀI 4 :** Tìm TXĐ của hàm số :

a)  $y = \sqrt{|x^2+3x-4|-x+8}$       b)  $y = \sqrt{\frac{x^2+x+1}{|2x-1|-x-2}}$       c)  $y = \sqrt{\sqrt{x^2-5x-14}+x+3}$

**BÀI TẬP CHUYÊN ĐỀ : ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC 2**

**BÀI 1 :** Tìm m để :

a)  $f(x) = mx^2 + 44x + m > 0 \quad \forall x \in R$       b)  $f(x) = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 6 \leq 0 \quad \forall x \in R$

**BÀI 2 :** Tìm m để hàm số sau được xác định với  $\forall x \in R$

a)  $f(x) = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 3}$       b)  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{(m^2-1)x^2 + 2(m+1)x + 3}}$

**BÀI 3 :** Tìm m để bất phương trình sau nghiệm đúng với  $\forall x \in R$  :

a)  $(2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m-2)x - 1 < 0$       b)  $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + 3(m-2) \geq 0$   
 c)  $1 \leq \frac{3x^2 - mx + 5}{2x^2 - x + 1} < 6$       d)  $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$       e)  $\left| \frac{x^2 + mx + 1}{x^2 + 1} \right| < 2,3$

**BÀI 4 :** Tìm m để bpt sau vô nghiệm :

a)  $mx^2 + 6mx + 8m - 10 \geq 0$       b)  $(m^2 - 1)x^2 - 2(m-1)x + 1 > 0$

**BÀI 5 :** Tìm m để bpt :  $x^2 - 2mx + m + 6 < 0$  có nghiệm

**BÀI 6 :** Cho tam thức bậc hai :  $f(x) = x^2 - 2x + m$

a) Tìm m để BPT  $f(x) \leq 0$  vô nghiệm      b) Tìm m để BPT  $f(x) \geq 0$  nghiệm đúng với mọi  $x > 3$

**BÀI 7 :** Tìm m để bpt :  $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m \leq 0$  có 1 nghiệm duy nhất.

**BÀI 8\* :** Tìm m để bpt :  $mx^2 - 3x + 2 \leq 0$  có tập nghiệm là 1 đoạn trên trục số với độ dài bằng 1.

**BÀI 9\* :** Cho hàm số :  $f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 5}{x^2 + 1}$

a) Tìm m nhỏ nhất :  $f(x) \leq m, \forall x \in R$       c) Từ đó suy ra GTLN & GTNN của hàm số f(x).

**BÀI 10 :** Chứng minh rằng, với mọi x, y, z thuộc R ta có

a)  $3x^2 - 8xy + 9y^2 - 4x - 2y + 5 \geq 0$       c)  $x^2 + 5y^2 + 4z^2 + 4xy - 2yz - 6x - 12y - 6z + 12 \geq 0$