t	3		$3\sqrt{2}$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	3	$\searrow$	$\dfrac{-9+6\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow m^2-m+1\ge 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -1 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện đề bài $\Rightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-10;-1]\cup[2;10] \end{cases} \Rightarrow$ Có 19 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Chọn đáp án B

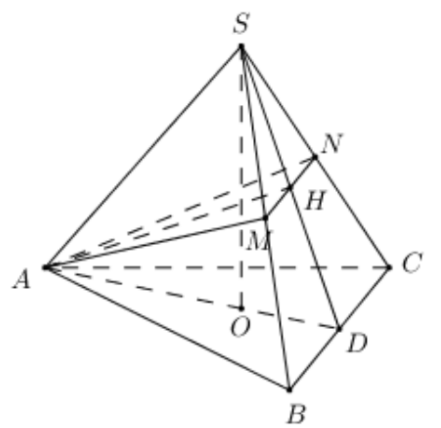
Phương pháp

+) Gọi D là trung điểm của BC, $H=MN\cap SD$. Chứng minh $SH\perp(AMN)$.

+) Chứng minh ΔAMN cân tại $A\Rightarrow S_{\Delta AMN}$.

+) Tính $V_{S.AMN}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta AMN}$.

+) Sử dụng công thức tính tỉ lệ thể tích Simpson, tính $V_{S.ABC}$.



Cách giải

Gọi D là trung điểm của BC. Do ΔSBC cân tại $S\Rightarrow SD\perp BC$.

MN là đường trung bình của $\Delta SBC\Rightarrow MN//BC\Rightarrow MN\perp SD$ và $MN=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{a}{2}$.

Gọi $H=MN\cap SD\Rightarrow SH\perp MN$

Ta có: $\begin{cases} (AMN)\perp(SCD) \\ (AMN)\cap(SCD)=MN \\ (SCD)\supset SH\perp MN \end{cases} \Rightarrow SH\perp(AMN)$.

Tương tự ta chứng minh được $AH\perp(SCD)\Rightarrow AH\perp SD$ tại H là trung điểm của SD.

$\Rightarrow \Delta SAD$ cân tại $A\Rightarrow SA=AD=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=SB=SC$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông SBD có $SD=\sqrt{SB^2-BD^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow SH=\dfrac{1}{2}SD=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông SAH ta có $AH=\sqrt{SA^2-SH^2}=\dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

$\Rightarrow S_{\Delta AMN}=\frac{1}{2}AH.MN=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{10}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$

$\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta AMN}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{4}.\frac{a^2\sqrt{10}}{16}=\frac{a^2\sqrt{5}}{96}$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=4V_{S.AMN}=\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 43. Chọn đáp án D

Phương pháp

Để hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có 5 cực trị $\Rightarrow$ Hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 cực trị dương phân biệt.

Cách giải

$f\left(x\right)=x^3-\left(2m-1\right)x^2+\left(2-m\right)x+2\Rightarrow f'\left(x\right)=3x^2-2\left(2m-1\right)x+2-m$.

Để hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có 5 cực trị $\Rightarrow$ Hàm số $y=f\left(x\right)$ có 2 cực trị dương phân biệt.

$\Rightarrow$ Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=\left(2m-1\right)^2-3\left(2-m\right)>0\\ S=\dfrac{2\left(2m-1\right)}{3}>0\\ P=\dfrac{2-m}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m^2-m-5>0\\ m>\dfrac{1}{2}\\ m<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>\dfrac{5}{4}\\ m<-1\end{array}\right.\\ \dfrac{1}{2}<m<2\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{4}<m<2.$$

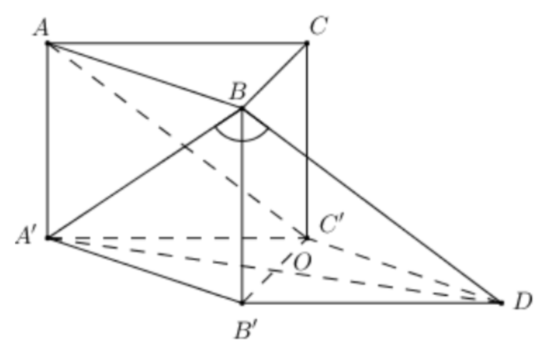
Câu 44. Chọn đáp án D

Phương pháp

+) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $A'B'DC'$. Chứng minh $\angle\left(AC';BA'\right)=d\left(BD;BA'\right)=60^\circ$.

+) Đặt $BB'=x$, tính các cạnh $A'B,B'D,BD$ theo x.

+) Xét 2 TH $\left[\begin{array}{l}\angle A'BD=60^\circ\\ \angle A'BD=120^\circ\end{array}\right.$. Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BD$ tìm x, từ đó tính $V_{ABC.A'B'C'}$.



Cách giải

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $A'B'DC'$.

Do $\begin{cases}A'B'=A'C'\\ \angle B'A'C'=90^\circ\end{cases}\Rightarrow A'B'DC'$ là hình vuông.

$\Rightarrow AC'//BD\Rightarrow\angle\left(AC';BA'\right)=d\left(BD;BA'\right)=60^\circ$ và $B'D=a$.

Gọi $O=A'D\cap B'C'\Rightarrow O$ là trung điểm của $A'D$.

$\Delta A'B'C'$ vuông cân tại $A'\Rightarrow A'O=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow A'D=a\sqrt{2}$.

Đặt $BB'=x\Rightarrow A'B=\sqrt{x^2+a^2};BD=\sqrt{x^2+a^2}$.

TH1: $\angle A'BD=60^\circ$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BD$ ta có:

$A'D^2=A'B^2+BD^2-2A'B.BD.\cos 60^\circ\Rightarrow 2a^2=2x^2+2a^2-2\left(x^2+a^2\right)\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2x^2 = x^2 + a^2 \Leftrightarrow x^2 = a^2 \Leftrightarrow x = a$

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{\Delta ABC} = a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3}{2}$

TH1: $\angle A'BD = 120^\circ$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác $A'BD$ ta có:

$A'D^2 = A'B^2 + BD^2 - 2A'B.BD.\cos 120^\circ \Rightarrow 2a^2 = 2x^2 + 2a^2 + 2\left(x^2 + a^2\right)\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 0 = 3x^2 + 2a^2 \Leftrightarrow x = a = 0$ (vo li)

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 45. Chọn đáp án D

Phương pháp

Xét hai trường hợp $x^2 - 4 \geq 0$ và $x^2 - 4 < 0$.

Cách giải

$9^{x^2-4} + \left(x^2 - 4\right)2019^{x-2} \geq 1$

TH1: $x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{array}\right.$, khi đó ta có: $\begin{cases} 9^{x^2-4} \geq 9^0 = 1 \\ x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow 2019^{x-2} \geq 2019^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow 9^{x^2-4} + \left(x^2-4\right)2019^{x-2} \geq 1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

TH2: $x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$, khi đó ta có:

$\begin{cases} 9^{x^2-4} < 9^0 = 1 \\ x - 2 < 0 \Leftrightarrow 2019^{x-2} < 2019^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow 9^{x^2-4} + \left(x^2-4\right)2019^{x-2} < 1$

$\Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm.

Vậy tập hợp tất cả các số thực x không thỏa mãn bất phương trình là $\left(-2;2\right) \Rightarrow a = -2; b = 2 \Rightarrow b - a = 4$.

Câu 46. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức trả góp $P\left(1+r\right)^n = \frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^n - 1\right]$, trong đó:

P: Số tiền phải trả sau *n* tháng.

r: lãi suất/ tháng

M: Số tiền trả mỗi tháng.

Cách giải

$P\left(1+r\right)^n = \frac{M}{r}\left[\left(1+r\right)^n - 1\right]$

$\Leftrightarrow 50\left(1+1,1\%\right)^n = \frac{4}{1,1\%}\left[\left(1+1,1\%\right)^n - 1\right]$

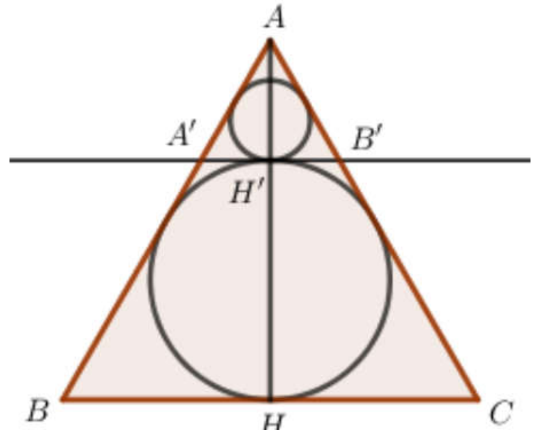
$\Leftrightarrow 50\left(1+1,1\%\right)^n = \frac{4}{1,1\%}\left(1+1,1\%\right)^n - \frac{4}{1,1\%}$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{1,1\%} = \frac{3450}{11}(1+1,1\%)^n$$

$$\Leftrightarrow (1+1,1\%)^n = \frac{80}{69} \Rightarrow n = \log_{1+1,1\%}\frac{80}{69} \approx 13,52$$

Câu 47. Chọn đáp án B

Phương pháp



Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều cạnh l.

Do đó bán kính đường tròn nội tiếp tam giác cũng chính là bán kính mặt cầu nội tiếp chóp là $r_1 = \frac{1}{3}\frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{6}$.

Áp dụng định lí Ta-lét ta có:

$$\frac{AA'}{AB} = \frac{AH'}{AH} = \frac{AH - HH'}{AH} = \frac{\frac{l\sqrt{3}}{2} - \frac{l\sqrt{3}}{3}}{\frac{l\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow AA' = \frac{l}{3}$$

Tương tự ta tìm được $r_2 = \frac{l}{3}.\frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{l\sqrt{3}}{18} = \frac{r_1}{3}$. Tiếp tục như vậy ta có $r_3 = \frac{r_1}{3^2}, r_4 = \frac{r_1}{3^3}, \ldots r_n = \frac{r_1}{3^{n-1}}$.

Ta có: $V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3, V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{r_1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3^3}V_1, V_3 = \frac{1}{\left(3^3\right)^2}V_1, \ldots; V_n = \frac{1}{\left(3^3\right)^{n-1}}V_1$

$$\Rightarrow \lim_{n\to+\infty}\frac{V_1+V_2+\ldots+V_n}{V} = \lim_{n\to+\infty}\frac{V_1\left(1+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{\left(3^3\right)^2}+\ldots+\frac{1}{\left(3^3\right)^{n-1}}\right)}{V} = \lim_{n\to+\infty}\frac{V_1.S}{V}$$

Đặt $S = 1 + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{\left(3^3\right)^2} + \ldots + \frac{1}{\left(3^3\right)^{n-1}}$.

Đây là tổng của CSN lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{3^3} < 1 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} S = \frac{1}{1-\frac{1}{3^3}} = \frac{27}{26}$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 + \ldots + V_n = \frac{27}{26}V_1 = \frac{27}{26}.\frac{4}{3}\pi\left(\frac{l\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi l^3$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2.\frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi l^3}{24}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\frac{\sqrt{3}}{52}\pi l^3}{\frac{\sqrt{3}\pi l^3}{24}} = \frac{6}{13}$$

Câu 48. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Xác định cách vẽ đồ thị hàm số $y = \left|f(x-2019)+m-2\right|$.

+) Hàm số $y=\left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$ với $f\left(x-2019\right)+m-2$ là đa thức bậc bốn có 5 cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ có $y_{CD}.y_{CT}\le 0$.

Cách giải

Đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)$ được tạo thành bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ theo chiều song song với trục *Ox* sang bên phải 2019 đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ được tạo thành bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f\left(x-2019\right)$ theo chiều song song với trục *Oy* lên trên $m-2$ đơn vị.

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$ được tạo thành bằng cách giữ nguyên phần đồ thị $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ phía trên trục *Ox*, lấy đối xứng toàn bộ phần đồ thị phía dưới trục *Ox* qua trục *Ox* và xóa đi phần đồ thị phía dưới trục *Ox*.

Do đó để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x-2019\right)+m-2\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f\left(x-2019\right)+m-2$ có $y_{CD}.y_{CT}\le 0$.

$\Leftrightarrow -3+m-2\ge 0>-6+m-2\Leftrightarrow m-5\ge 0>m-8\Leftrightarrow 5\le m<8$

$\Rightarrow$ có 3 giá trị nguyên của *m* thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Chọn đáp án A

Phương pháp

Xác định bán kính đáy và chiều cao của hình trụ, sử dụng công thức $V=\pi R^2h$ tính thể tích của hình trụ.

+) Lập BBT tìm GTLN của hàm thể tích.

Cách giải

Ta có: Đường kính đáy của hình trụ là $9-2x\Rightarrow$ Bán kính đáy hình trụ là $\dfrac{9-2x}{2}$.

Khi đó ta có thể tích ao là $V=\pi\left(\dfrac{9-2x}{2}\right)^2x=\dfrac{\pi}{4}\left(9-2x\right)^2x=\dfrac{\pi}{4}f\left(x\right)$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\left(9-2x\right)^2x=4x^3-36x^2+81x$ với $0<x<\dfrac{9}{2}$ ta có:

$$f'\left(x\right)=12x^2-72x+81=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{9}{2}\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

x	0		$\frac{3}{2}$		$\frac{9}{2}$
$f'(x)$		+	0	–	0
$f(x)$	0	$\nearrow$	54	$\searrow$	0

BBT:

Dựa vào BBT ta thấy $f\left(x\right)_{\max}=54\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$. Khi đó $V_{\max}=\dfrac{\pi}{4}.54=\dfrac{27\pi}{2}=13,5\pi\left(m^3\right)$.

Câu 50. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow g'(x) \le 0 \ \forall x \in (a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải

Ta có: $g'(x) = (1-2x) f'(x - x^2)$.

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow g'(x) \le 0 \ \forall x \in (a;b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Ta có $g'(-1) = 3f'(-2) > 0 \Rightarrow$ Loại đáp án A, B và D.