Do đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=\frac{1}{4}$

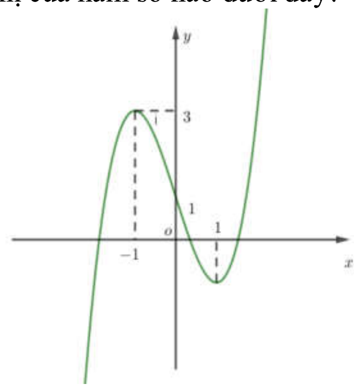
Phương pháp trắc nghiệm

Nhập vào máy tính biểu thức $\frac{X+1}{4X-1}$ ấn CALC 10^{12} ta được kết quả là $\frac{1}{4}$.

Tiếp tục CALC -10^{12} ta được kết quả là $\frac{1}{4}$.

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=\frac{1}{4}$

Câu 26. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị là của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $\Rightarrow$ Loại đáp án A.

Hình dáng đồ thị nhánh ngoài cùng bên phải hướng lên trên nên $a>0 \Rightarrow$

Loại đáp án C

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x_0=\pm 1$ nên loại D

Chỉ có hàm số ở phương án B thỏa mãn $\Rightarrow$ Chọn B.

Câu 27. Đồ thị hàm số $y=\ln x$ đi qua điểm

A. $(0;1)$. **B.** $(2e;2)$. **C.** $(2;e^2)$. **D.** $(1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Lần lượt thay $(x;y)=\left\{(0;1),(2e;2),(2;e^2),(1;0)\right\}$ ta thấy điểm $(1;0)$ thỏa $y=\ln x$.

Câu 28. Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên gấp 2 lần và tăng bán kính đáy của nó lên gấp 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng bao nhiêu lần so với thể tích khối trụ ban đầu?

A. 18 lần. **B.** 12 lần. **C.** 36 lần. **D.** 6 lần.

Lời giải

Chọn A

Gọi *h, r* lần lượt là chiều cao, bán kính đáy của khối trụ ban đầu;

h', r' lần lượt là chiều cao, bán kính đáy của khối trụ mới.

Ta có: $\frac{V'}{V}=\frac{h'.\pi r'^2}{h.\pi r^2}=\frac{h'}{h}.\frac{r'^2}{r^2}=2.3^2=18$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a$ và đường thẳng $x=b$ là:

A. $S=\pi\int_a^b|f(x)|dx$. **B.** $S=\int_a^b|f(x)|dx$. **C.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)dx$. **D.** $S=\int_a^b f(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành, đường thẳng $x=a$ và đường thẳng $x=b$ là: $S=\int_a^b \left|f\left(x\right)\right|dx$.

Câu 30. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $\left(\text{P}\right):2\text{x}-2\text{y}+\text{z}-1=0$. Khoảng cách từ $\text{M}\left(1;-2;0\right)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

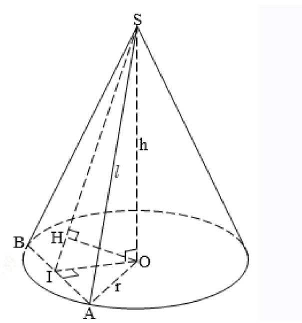
Khoảng cách d từ M đến mặt phẳng (P) bằng $d_{M\to(P)}=\frac{\left|2-2.\left(-2\right)+0-1\right|}{\sqrt{2^2+\left(-2\right)^2+1^2}}=\frac{5}{3}$.

Câu 31. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 2. Diện tích thiết diện bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Cho hình vẽ

Ta có $\begin{cases} OI=\sqrt{r^2-\frac{AB^2}{4}}=2\sqrt{2} \\ SA=SB=\sqrt{h^2+r^2}=5 \Rightarrow S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}AB.SI=2\sqrt{6} \\ SI=\sqrt{OI^2+h^2}=2\sqrt{6} \end{cases}$

Câu 32. Cho $M=C_{2019}^0+C_{2019}^1+C_{2019}^2+C_{2019}^3+...+C_{2019}^{2019}$. viết M dưới dạng một số trong hệ thập phân thì số này có bao nhiêu chữ số?

A. 607. **B.** 608. **C.** 609. **D.** 610.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển Newton: $\left(1+x\right)^{2019}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2019}^0x^k=C_{2019}^0+C_{2019}^1x+C_{2019}^2x^2+C_{2019}^3x^3+...+C_{2019}^{2019}x^{2019}$

Thay $x=1$ vào 2 vế của khai triển ta được: $2^{2019}=C_{2019}^0+C_{2019}^1+C_{2019}^2+C_{2019}^3+...+C_{2019}^{2019}$

Xét $[\log(2^{2019})]+1=[2019.\log(2)]+1=[607,7]+1=608\Rightarrow 2^{2019}$ có 608 chữ số

Câu 33. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $f\left(\sqrt{x+1}+1\right) \le m$ có nghiệm?

A. $m > -5$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m \ge -4$. **D.** $m \ge 2$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $f\left(\sqrt{x+1}+1\right) \le m$ có điều kiện là $x \ge -1$.

Đặt $t = \sqrt{x+1}+1$, $t \ge 1$. Bất phương trình đã cho trở thành $f(u) \le m$ với $u \ge 1$.

Hàm số $f(u)$ có bảng biến thiên trên miền $[1;+\infty)$ như sau

u	1		3		$+\infty$
$f'(u)$	0	$-$	0	$+$	
$f(u)$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy bất phương trình $f(u) \le m$ có nghiệm $u \ge 1 \Leftrightarrow m \ge -4$.

Câu 34. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \dfrac{2x}{x^2+1} - m$.

Hàm số $y = \ln\left(x^2+1\right) - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{2x}{x^2+1} - m \ge 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le \dfrac{2x}{x^2+1}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Xét $g(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$ với $x \in \mathbb{R}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

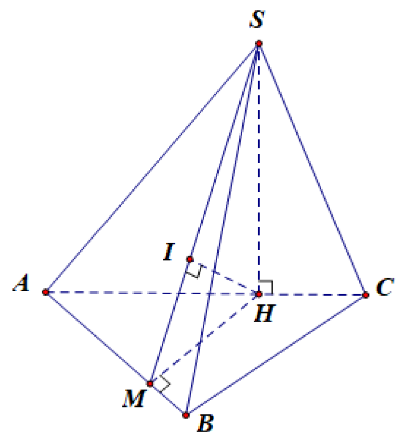
Vậy $m \le \dfrac{2x}{x^2+1}$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le -1$.

Câu 35. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $3a$, điểm H thuộc cạnh AC với $HC = a$. Dựng đoạn thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) với $SH = 2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{3a}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $3a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có

$$\frac{d(C,(SAB))}{d(H,(SAB))} = \frac{CA}{HC} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(C,(SAB)) = \frac{3}{2}d(H,(SAB)).$$

Gọi M và I lần luotj là hình chiếu vuông góc của H lên AB và SM.

Khi đó $\begin{cases} IH \perp SM \\ IH \perp AB \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SAB) \Rightarrow IH = d(H,(SAB))$.

ΔAMH vuông tại M có $MH = AH.\sin\widehat{A} = 2a.\sin 60^\circ = a\sqrt{3}$.

ΔSMH vuông tại H có $IH = \frac{SH.HM}{\sqrt{SH^2 + HM^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d(C,(SAB)) = \frac{3}{2}d(H,(SAB)) = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. giá trị của $a+b$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};2\right)$.

Khi đó

$MA^2 + MB^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = 2MI^2 + 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}\right) + 2IA^2 = 2MI^2 + 2IA^2$.

Suy ra $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

Dễ thấy $M \in (Oxy)$. Gọi H là hình chiếu của I trên (Oxy)

Ta luôn có $MI \geq IH$ suy ra $\min MI = IH \Leftrightarrow M \equiv H$.

Do đó $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$ suy ra $\begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy $a+b=2$.

Câu 37. Cường độ của ánh sáng đi qua môi trường nước biển giảm dần theo công thức $I=I_0\,e^{-\mu x}$, với I_0 là cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào môi trường nước biển và x là độ dày của môi trường đó (x tính theo đơn vị mét). Biết rằng môi trường nước biển có hằng số hấp thụ $\mu=1,4$. Hỏi ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi bao nhiêu lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển?

A. e^{-42} lần. **B.** e^{21} lần. **C.** e^{-21} lần. **D.** e^{42} lần.

Lời giải

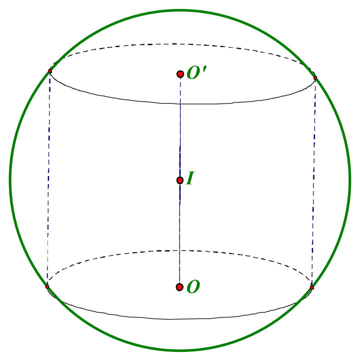
Chọn D

Theo bài ra ta có công thức $I=I_0\,e^{-\mu x}$ với $\mu=1,4$ và $x=30$ (mét).

Suy ra $I=I_0\,e^{-\mu x}=I_0.e^{-1,4.30}=I_0.e^{-42}$.

Suy ra ở độ sâu 30 mét thì cường độ ánh sáng giảm đi e^{42} lần so với cường độ ánh sáng lúc ánh sáng bắt đầu đi vào nước biển.

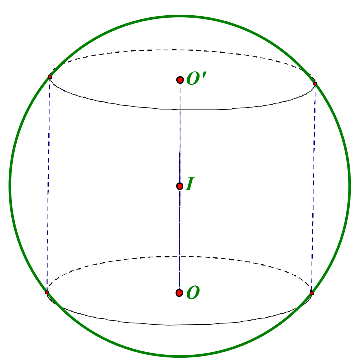
Câu 38. Cho khối cầu (S) có bán kính R. Một khối trụ có thể tích bằng $\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$ và nội tiếp khối cầu (S). Chiều cao khối trụ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}R$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}R$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$. **D.** $R\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra ta có thể tích của khối trụ nội tiếp là $V=\pi r^2 h=\pi\left(R^2-\left(\frac{h}{2}\right)^2\right).h=\frac{4\pi\sqrt{3}}{9}R^3$.

$$\Leftrightarrow \left(R^2-\left(\frac{h}{2}\right)^2\right).h=\frac{4\sqrt{3}}{9}R^3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} h=\frac{-4\sqrt{3}}{3}R & (L) \\ h=\frac{2\sqrt{3}}{3}R & (TM) \end{array}\right.$$

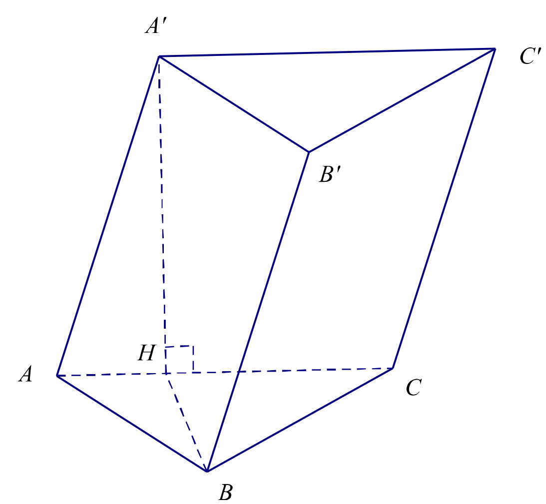
Suy ra chiều cao khôi trụ bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, đường cao BH. Biết $A'H\perp(ABC)$ và $AB=1$; $AC=2$, $AA'=\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Áp dụng các hệ thức lượng vào tam giác vuông ABC với đường cao BH ta có: $BC=\sqrt{3}$; $BH=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $AH=\frac{1}{2}$.

Do $A'H\perp(ABC)$ nên $A'H\perp AC \Rightarrow$ Tam giác $A'HA$ vuông tại H.

Áp dụng định lí Pitago vào tam giác $A'HA$ có: $A'H=\sqrt{A'A^2-AH^2}=\sqrt{2-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{1}{2}.1.\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V=A'H.S_{ABC}=\frac{\sqrt{7}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{21}}{4}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y+z-2=0$ và $(P):2x-y+z+1=0$. Số mặt cầu đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P), (Q) là

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta thấy hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

Thay tọa độ điểm A lần lượt vào phương trình mặt phẳng (P), (Q) ta được: $3>0$ và $6>0$.

Do đó, điểm A nằm cùng phía đối với hai mặt phẳng (P), (Q).

Suy ra không tồn tại mặt cầu thỏa mãn đề bài.

Cách 2:

Gọi (R) là mặt phẳng cách đều cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

Phương trình mặt phẳng $(R): 2x-y+z+a=0$ $(a\neq -2;\ a\neq 1)$

Khi đó $d\left((P);(R)\right)=d\left((Q);(R)\right)$.

Lấy điểm $B(0;0;2)\in(P)$ và $C(0;1;0)\in(Q)$.

Ta có: $d\left(B;(R)\right)=\dfrac{|2+a|}{3}$; $d\left(C;(R)\right)=\dfrac{|-1+a|}{3}$.

Khi đó $d\left((P);(R)\right)=d\left(B;(R)\right)$; $d\left((Q);(R)\right)=d\left(C;(R)\right)$.

Ta có: $d\left(B;(R)\right)=d\left(C;(R)\right)\Leftrightarrow \dfrac{|2+a|}{3}=\dfrac{|-1+a|}{3}\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$.

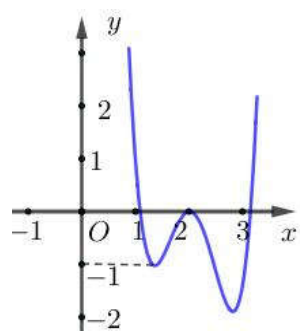
Vậy phương trình mặt phẳng (R) là: $2x-y+z-\dfrac{1}{2}=0$.

Bán kính mặt cầu (S) có tâm $I\in(R)$ thỏa mãn đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P), (Q) là: $R=IA=d\left(B;(R)\right)=\dfrac{|2+a|}{3}=\dfrac{\left|2-\frac{1}{2}\right|}{3}=\dfrac{1}{2}$.

Ta lại có $d\left(A;(R)\right)=\dfrac{3}{2}>\dfrac{1}{2}$.

Nên không có mặt cầu nào thỏa mãn đi qua $A(1;-2;1)$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P), (Q).

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f\left(f(x)+2\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$y'=f'\left(f(x)+2\right).f'(x)$;

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(f(x)+2\right)=0 \\ f'(x)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+2=a\in(1;2) \\ f(x)+2=2 \\ f(x)+2=b\in(2;3) \\ x=a\in(1;2) \\ x=2 \\ x=b\in(2;3) \end{array}\right.$$