x	0		40		60
$S'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$S(x)$	‖	↗	$S(40)$	↘	‖

Tam giác ABC có diện tích lớn nhất khi $BC = 80$ Từ đó chọn đáp án C

Câu 40. [1] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ $\overrightarrow{MN} = k\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right)$?

A. $k = 3$. **B.** $k = \frac{1}{2}$. **C.** $k = 2$. **D.** $k = \frac{1}{3}$.

Câu 41. [2] Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 0$. **B.** $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 42. [3] Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N xác định bởi $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$. Tìm x để các véc tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng.

A. $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \left(3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}\right) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$.

$= \left(3\overrightarrow{AD} + 3\overrightarrow{DC} - 2\overrightarrow{AD} - 2\overrightarrow{DB}\right) + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + x\overrightarrow{DC}$

$= 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DB} + (x+3)\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + (x+3)\overrightarrow{DC}$

$= 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + (x+2)\overrightarrow{DC}$.

Ba véc tơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{MN}$ đồng phẳng khi và chỉ khi $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 43. [1] Hình lăng trụ tam giác đều không có tính chất nào sau đây
A. Các cạnh bên bằng nhau và hai đáy là tam giác đều.
B. Cạnh bên vuông góc với hai đáy và hai đáy là tam giác đều
C. Tất cả các cạnh đều bằng nhau.
D. Các mặt bên là các hình chữ nhật.

Câu 44. [1] Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?
A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 45. **[2]** Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có các cạnh bằng a, khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$ bằng

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** a^2. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

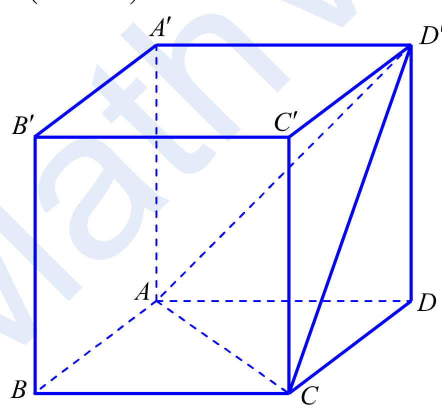
Câu 46. **[2]**Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** a.

Câu 47. **[2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại C, mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng (ABC), $SA = SB$, I là trung điểm AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là

A. Góc $\widehat{SCA}$. **B.** Góc $\widehat{SCI}$. **C.** Góc $\widehat{ISC}$. **D.** Góc $\widehat{SCB}$.

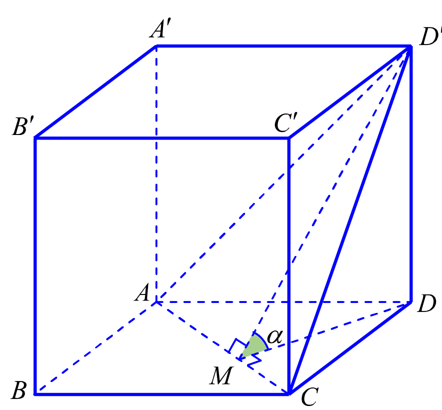
Câu 48. **[3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$ **(tham khảo hình vẽ)**. Giá trị $\tan\alpha$ bằng



A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $(ACD')\cap(ABCD)=AC$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $DM\perp AC$ thì $AC\perp D'M$ $\Rightarrow\left(\widehat{(ACD'),(ABCD)}\right)=\widehat{DMD'}$.

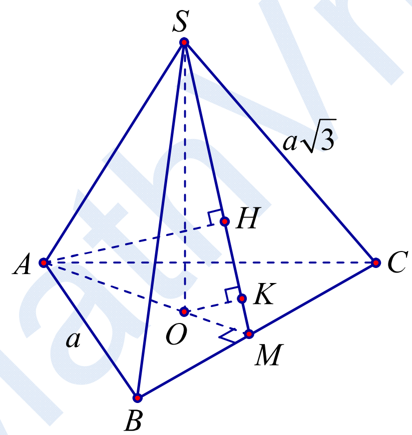
Tam giác ACD vuông tại D có $\frac{1}{DM^2}=\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{DC^2}$ $\Rightarrow DM=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Tam giác MDD' vuông tại D có $\tan\alpha=\frac{DD'}{MD}=\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 49. **[1H3-3]** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC, d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC). Tính $d=d_1+d_2$.

A. $d=\frac{2a\sqrt{2}}{11}$. **B.** $d=\frac{2a\sqrt{2}}{33}$. **C.** $d=\frac{8a\sqrt{2}}{33}$. **D.** $d=\frac{8a\sqrt{2}}{11}$.

Lời giải



Do tam giác ABC đều tâm O suy ra $AO\perp BC$ tại M là trung điểm của BC.

Ta có: $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}, MO=\frac{1}{3}AM=\frac{a\sqrt{3}}{6}, OA=\frac{2}{3}AM=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Từ giả thiết hình chóp đều suy ra $SO\perp(ABC)$, $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{3a^2-\frac{3a^2}{9}}=\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Dựng $OK\perp SM, AH\perp SM\Rightarrow AH//OK;\ \frac{OK}{AH}=\frac{OM}{AM}=\frac{1}{3}$.

Có $\begin{cases}BC\perp SO\\BC\perp AM\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAM)\Rightarrow BC\perp OK$.

Có $\begin{cases}OK\perp SM\\OK\perp BC\end{cases}\Rightarrow OK\perp(SBC), AH\perp(SBC)$ (do $AH//OK$).

Từ đó có $d_1=d(A,(SBC))=AH=3OK; d_2=d(O,(SBC))=OK$.

Trong tam giác vuông OSM có đường cao OK nên:

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{SO^2}=\frac{36}{3a^2}+\frac{9}{24a^2}=\frac{99}{8a^2}\Rightarrow OK=\frac{2a\sqrt{2}}{33}.$$

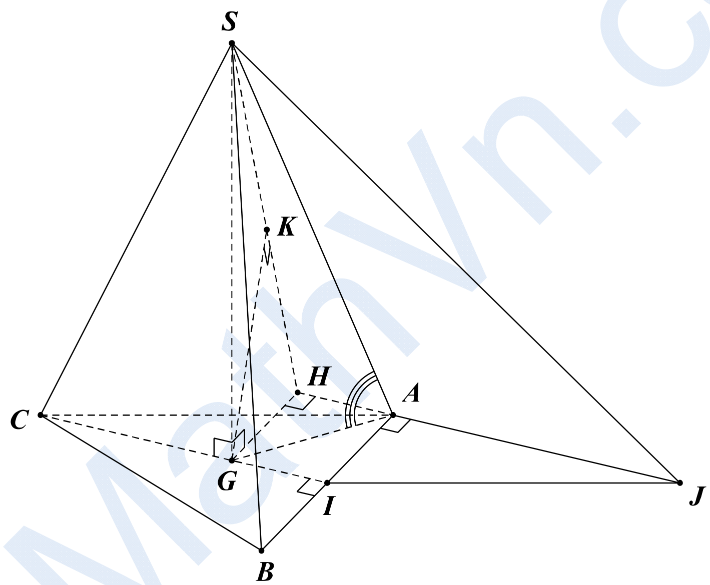
Vậy $d=d_1+d_2=4OK=\dfrac{8a\sqrt{2}}{33}$.

Câu 50. [3] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa đường thẳng SA với mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, khoảng cách giữa hai đường thẳng GC và SA bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\dfrac{a}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} SA=SB=SC \\ GA=GB=GC \end{cases}$ nên SG là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do đó $SG\perp(ABC)$ (1).

Ta có: $(SA;(ABC))=\widehat{SAG}=60°$.

Gọi I là trung điểm AB.

Trong $(ABCD)$: Kẻ AJ sao cho $ACIJ$ là hình bình hành.

Suy ra $CI//AJ$, do đó $CI//(SAJ)$.

Suy ra $d(GC;SA)=d(CI;(SAJ))=d(G;(SAJ))$ (do $G\in CI$).

Trong $(ABCD)$: Kẻ $GH\perp AJ$ tại H.

Mà $SG\perp AJ$ (do (1)).

Nên $AJ\perp(SGH)$.

Suy ra $(SAJ)\perp(SGH)$.

Mà $\begin{cases} (SAJ)\cap(SGH)=SH \\ \text{Trong } (SGH)\text{: Kẻ } GK\perp SH \text{ tại } K \end{cases}$ nên $GK\perp(SAJ)$.

Do đó $d\left(G;(SAJ)\right)=GK$.

Ta có: $AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SG=AG.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\tan 60^\circ=a$.

Mặt khác: $GH=AI=\dfrac{a}{2}$.

Do đó $\dfrac{1}{GK^2}=\dfrac{1}{SG^2}+\dfrac{1}{GH^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{5}{a^2}$.

Suy ra $GK=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d\left(GC;SA\right)=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.