

ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1. B | 2. C | 3. A | 4. C | 5. C | 6. B | 7. A | 8. A | 9. B | 10. D |
| 11. C | 12. D | 13. B | 14. A | 15. C | 16. A | 17. A | 18. A | 19. B | 20. C |
| 21. D | 22. A | 23. D | 24. B | 25. D | 26. A | 27. A | 28. D | 29. B | 30. A |
| 31. B | 32. B | 33. C | 34. C | 35. A | 36. B | 37. B | 38. C | 39. D | 40. C |
| 41. D | 42. B | 43. D | 44. D | 45. D | 46. D | 47. B | 48. A | 49. A | 50. C |

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn đáp án C

Phương pháp

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

Cách giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1-1; 2-1; 3-3) = (-2; 1; 0)$.

Câu 2. Chọn đáp án C

Phương pháp

Cách 1: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a;b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ ($x_i \in [a;b]$). Khi đó:

$$\min_{[a;b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}, \max_{[a;b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}.$$

Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $[a;b]$.

Cách giải

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0;3] \\ x = \frac{\sqrt{6}}{2} \in [0;3] \\ x = -\frac{\sqrt{6}}{2} \notin [0;3] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y(0) = 2 \\ y\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right) = -\frac{1}{4} \Rightarrow \max_{[0;3]} y = 56 \text{ khi } x = 3 \\ y(3) = 56 \end{cases}$$

Câu 3. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số để nhận xét chiều biến thiên, các điểm thuộc đồ thị hàm số và các điểm cực trị từ đó chọn công thức hàm số tương ứng.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy nét cuối của đồ thị đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ loại đáp án B và D.

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua $(-1; 2)$ và $(1; -2)$.

+) Đáp án A: $\begin{cases} (-1)^3 - 3 \cdot (-1) = 2 \\ 1^3 - 3 \cdot 1 = -2 \end{cases} \Rightarrow$ đáp án A có thể đúng.

+) Đáp án C: $\begin{cases} (-1)^3 + 3 \cdot (-1) = -4 \neq 2 \\ 1^3 + 3 \cdot 1 = 4 \neq -2 \end{cases} \Rightarrow$ loại đáp án C.

Câu 4. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b) \Leftrightarrow f'(x) \leq 0 \forall x \in (a; b)$ và bằng 0 tại hữu hạn điểm.

Cách giải

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2) \leq 0 \Leftrightarrow x(x-2) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$.

Dựa vào các đáp án ta thấy chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 5. Chọn đáp án C

Phương pháp

+) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

Cách giải

Ta có: $y' = -4x^3 - 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow -2x(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

\Rightarrow Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 6. Chọn đáp án B

Phương pháp

Sử dụng công thức: $a^m \cdot b^m = (ab)^m$.

Sử dụng công thức đạo hàm cơ bản: $(uv)' = u'v + uv'$; $(a^x)' = a^x \ln a$.

Cách giải

Ta có: $f'(x) = (3^x \cdot 2^x)' = (6^x)' = 6^x \ln 6$.

Câu 7. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét các điểm cực trị và các khoảng biến thiên của hàm số và chọn đáp án đúng.

Cách giải

Dựa vào BBT ta có: hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 8. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức: $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$; $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (giả sử các biểu thức có nghĩa).

Cách giải

Ta có: $\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{1}{\log_a c} + \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$.

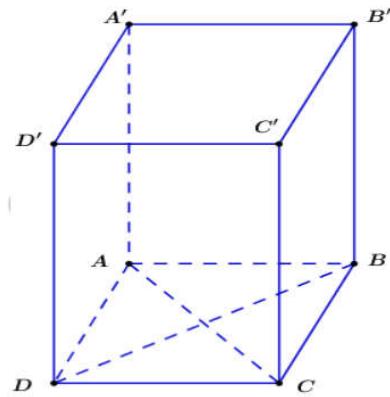
Câu 9. Chọn đáp án B

Phương pháp

Thể tích hình hộp chữ nhật có các kích thước a, b, c là $V = abc$.

Cách giải

Thể tích khối lăng trụ là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot BC = 3 \cdot 1 \cdot 2 = 6m^3$.



Câu 10. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức nguyên hàm cơ bản.

Cách giải

$$\text{Ta có: } \int (2x+1) dx = 2 \cdot \frac{x^2}{2} + x + C = x^2 + x + C.$$

Chú ý khi giải: Chú ý cần có hằng số C. Học sinh có thể quên hằng số C này và chọn đáp án A.

Câu 11. Chọn đáp án C

Phương pháp

Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad \neq bc$), hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số. Công thức tính nhanh đạo hàm của hàm số: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Cách giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2(-1)-1 \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{3}{(x-1)} < 0 \quad \forall x \in D.$$

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Chú ý: Không kết luận hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 12. Chọn đáp án D

Phương pháp

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $R : S = 4\pi R^2$.

Cách giải

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2 : S = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 13. Chọn đáp án B

Phương pháp

Cho ba số a, b, c lập thành CSC thì ta có: $2b = a + c$.

Cách giải

Điều kiện $x > 0$.

Ta có 3 số: $\log 2; \log 7; \log x$ theo thứ tự thành CSC

$$\Rightarrow 2 \log 7 = \log 2 + \log x \Leftrightarrow \log 7^2 = \log 2x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 49 \Leftrightarrow x = \frac{49}{2} (tm).$$

Câu 14. Chọn đáp án A

Phương pháp

+) Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$.

+) Sử dụng công thức $C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n = (x+1)^n$.

Cách giải

Ta có: $f(x) = C_{2019}^0 + C_{2019}^1 x + C_{2019}^2 x^2 + \dots + C_{2019}^{2019} x^{2019} = (x+1)^{2019}$.

$$\Rightarrow f'(x) = [(x+1)^{2019}]' = 2019(x+1)^{2018}$$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2019(x+1)^{2018} = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Vì $x = -1$ là nghiệm bội 2018 $\Rightarrow x = -1$ không là điểm cực trị của hàm số đã cho.

Câu 15. Chọn đáp án C

Phương pháp

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy r , chiều cao h và đường sinh l : $S_{xq} = \pi r l$.

Cách giải

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón có bán kính đáy r , chiều cao h và đường sinh l : $S_{xq} = \pi r l$.

Câu 16. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số và các đáp án để chọn đáp án đúng.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có TXĐ là: $x = 1$ và TCM là: $y = 2$

Lại có đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục $Ox \Rightarrow$ đáp án A đúng.

Câu 17. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào BBT nhận xét các đường tiệm cận của đồ thị hàm số và chọn đáp án đúng.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có TXĐ là: $x = -1$ và TCM là: $y = -2$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{mx-4}{x+1} = m \Rightarrow y = m$ là TCM của đồ thị hàm số $\Rightarrow m = -2$.

Câu 18. Chọn đáp án A

Phương pháp

Giải phương trình $y' = 0$ để xác định hoành độ giao điểm cực trị từ đó suy ra tọa độ hai điểm cực trị $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ của hàm số.

Phương trình đường thẳng AB : $\frac{x-x_A}{x_B-x_A} = \frac{y-y_A}{y_B-y_A}$.

Cách giải

Ta có: $y' = -6x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow A(0;1) \\ x=1 \Rightarrow B(1;2) \end{cases}$

\Rightarrow đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $A(0;1), B(1;2)$.

\Rightarrow phương trình đường thẳng AB : $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2-1} \Leftrightarrow x = y-1 \Leftrightarrow y = x+1$.

Câu 19. Chọn đáp án B

Phương pháp

Cách 1: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$ bằng cách:

+) Giải phương trình $y' = 0$ tìm các nghiệm x_i .

+) Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$ ($x_i \in [a; b]$). Khi đó:

$$\min_{[a;b]} f(x) = \min \{f(a); f(b); f(x_i)\}, \max_{[a;b]} f(x) = \max \{f(a); f(b); f(x_i)\}.$$

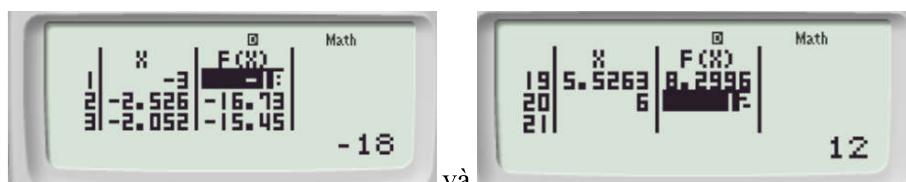
Cách 2: Sử dụng chức năng MODE 7 để tìm GTLN, GTNN của hàm số trên $[a; b]$.

Cách giải

TXĐ: $D = (-\infty; 6]$.

Nhập hàm số đã cho vào máy tính và sử dụng chức năng MODE 7 của máy tính để làm bài toán.

+) Nhập hàm số $f(x) = 2x - 4\sqrt{6-x}$; Start : -3; End : 6; Step : $\frac{6+3}{19}$



Khi đó ta có:

và

$$\Rightarrow M = \max_{[-3;6]} y = 12; m = \min_{[-3;6]} y = -18.$$

$$\Rightarrow M + m = 12 - 18 = -6.$$

Câu 20. Chọn đáp án C

Phương pháp

Giải phương trình logarit: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ ($0 < a \neq 1$)

Cách giải

ĐKXĐ: $x > 6$.

$$\log_3 x + \log_3 (x-6) = \log_3 7 \Leftrightarrow \log_3 [x(x-6)] = \log_3 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x = 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (ktm)} \\ x = 7 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Câu 21. Chọn đáp án D

Phương pháp

+) Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là:

$$V = \frac{1}{3} Sh.$$

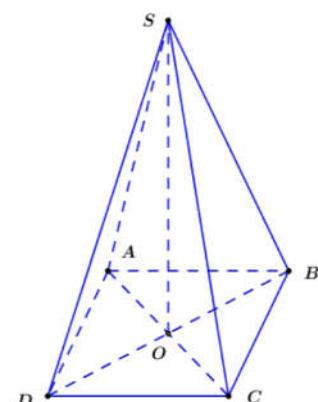
Cách giải

Gọi $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB \Rightarrow \Delta SAB$ cân tại S .

Lại có $\angle ASB = 60^\circ$ (gt) $\Rightarrow \Delta SAB$ là tam giác đều $\Rightarrow SA = SB = AB = a$.

Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$ (định lý Pitago) $\Rightarrow AO = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.



$$\Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}.$$

Câu 22. Chọn đáp án A

Phương pháp

Xác định góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và d' là hình chiếu của nó trên (P) .

Sử dụng định lý Py-ta-go tính các cạnh và công thức lượng giác: $\tan \alpha = \frac{\text{canh doi}}{\text{canh ke}}$.

Cách giải

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$.

Ta có: $(SAB) \perp (ABCD), SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

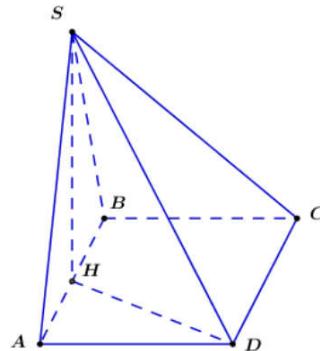
$$\Rightarrow \angle(SD, (ABCD)) = \angle(SD, HD) = \angle SDH = \alpha.$$

Áp dụng định lý Pytago với các tam giác vuông SAH, ADH ta có:

$$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

$$DH = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{SH}{DH} = \frac{a\sqrt{15}}{2} : \frac{a\sqrt{5}}{2} = \sqrt{3}.$$



Câu 23. Chọn đáp án D

Phương pháp

Sử dụng công thức tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy:

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2} \text{ với } h \text{ là độ dài cạnh bên vuông góc với mặt đáy và } r \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.}$$

Cách giải

Ta có: SA, AB, BC đối nhau vuông góc

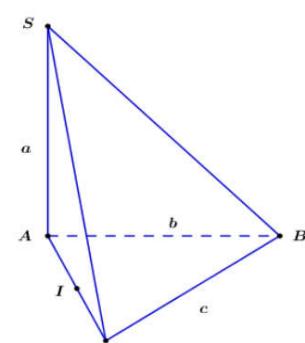
$$\Rightarrow SA \perp (ABC) \text{ và } \Delta ABC \text{ vuông tại } B.$$

Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$\text{Khi đó bán kính đường tròn tâm } I \text{ ngoại tiếp } \Delta ABC: r = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + a^2}.$$

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$ là:

$$R = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2 + c^2}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$$



Câu 24. Chọn đáp án B

Phương pháp

+) Xác định các điểm M, N .

+) Sử dụng định lý Ta-lét tính các số $\frac{SM}{SB}, \frac{SN}{SC}$.

+) Sử dụng công thức tính tỉ lệ thể tích: Cho các điểm $M \in SA, N \in SB, P \in SC$ ta có:

$$\frac{V_{S_{MN}P}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC}.$$

+) Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là: $V = \frac{1}{3}Sh$.

Cách giải

Qua G , kẻ đường thẳng song song với BC , cắt SB tại M và cắt SC tại N .

Gọi H là trung điểm của BC .

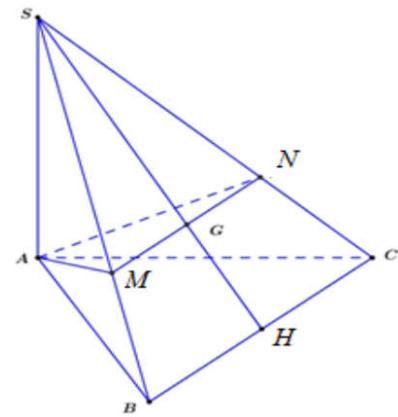
$$\Rightarrow \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3} \text{ (tính chất đường trung tuyến).}$$

Ta có: $MN // BC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SH} = \frac{2}{3}$ (định lý Ta-lét)

Ta có: $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$ (ΔABC cân tại B)

$$\text{Có: } V_{S_{ABC}} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}AB^2 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{6}a^3.$$

Theo công thức tỉ lệ thể tích ta có: $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{4}{9}V_{SABC} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{6}a^3 = \frac{2}{27}a^3$.



Câu 25. Chọn đáp án D

Phương pháp

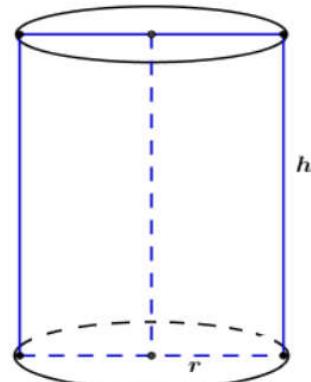
Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h : $S_{xq} = 2\pi rh$.

Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy R và chiều cao h : $V = \pi R^2 h$.

Cách giải

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có: $h = 2r = 4cm$.

$$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi cm^2$$



Câu 26. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào BBT để nhận xét các GTLN và GTNN của hàm số trên khoảng cần xét.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy: $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$ khi $x=1$ và hàm số không tồn tại GTLN trên $[-5;7]$.

Câu 27. Chọn đáp án A

Phương pháp

Giải phương trình mũ: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$ ($0 < a \neq 1$).

Cách giải

Ta có: