

ĐÁP ÁN

132	1	D
132	2	C
132	3	C
132	4	D
132	5	B
132	6	B
132	7	C
132	8	C
132	9	B
132	10	A
132	11	A
132	12	A
132	13	C
132	14	B
132	15	C
132	16	A
132	17	B
132	18	D
132	19	D
132	20	C
132	21	C
132	22	D
132	23	D
132	24	C
132	25	D
132	26	D
132	27	A
132	28	D
132	29	B
132	30	A
132	31	A
132	32	A
132	33	B
132	34	A
132	35	D
132	36	D
132	37	C
132	38	A
132	39	A
132	40	B
132	41	D
132	42	B
132	43	D
132	44	A
132	45	B
132	46	C
132	47	A
132	48	C
132	49	B
132	50	D

Mã đề thi: 132

Câu 1: **Chọn D.** Phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm $\begin{cases} m+1 = -1 \\ m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

Câu 2: **Chọn C.**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$ và cát trực tung tại điểm $(0;1)$.

Câu 3: **Chọn C.** Ta có $a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16$.

Câu 4: **Chọn D.** Ta có: $0 < \frac{2}{e} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên tập số thực \mathbb{R} .

Câu 5: **Chọn B.**

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = m \Rightarrow$ đường thẳng $y = m$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

$\lim_{x \rightarrow (2m)^+} y = +\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x = 2m$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Suy ra giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị là điểm $(2m; m)$ thuộc đường thẳng $x = 2y$.

Câu 6: **Chọn B.**

Xét hàm số $y = \frac{3-4x}{x-2}$. Ta có $y_0 = -\frac{7}{3} \Rightarrow x_0 = -1$. $y' = \frac{5}{(x-2)^2}$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có tung độ $y_0 = -\frac{7}{3}$ là $y'(-1) = \frac{5}{9}$.

Câu 7: **Chọn C.** Ta có $y' = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; e\right]$.

Ta có: $y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \ln 2$; $y(1) = 1$; $y(e) = e - 1$. Vậy $\min_{\left[\frac{1}{2}; e\right]} y = 1$; $\max_{\left[\frac{1}{2}; e\right]} y = e - 1$

Câu 8: **Chọn C.** Đặt $2^x = t$, $t > 0$, Phương trình trở thành $t^2 - 2m.t + 2m = 0 (*)$.

Khi $x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow 2^{x_1+x_2} = 8 \Leftrightarrow t_1.t_2 = 8$.

Bài toán quy về tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm t_1 ; t_2 thỏa mãn $t_1.t_2 = 8$. Áp dụng định lý Viết ta có $t_1.t_2 = 2m = 8 \Rightarrow m = 4$.

Thứ lại: Với $m = 4$ phương trình trở thành $t^2 - 8t + 8 = 0$ có hai nghiệm. Vậy $m = 4$ thỏa mãn.

Câu 9: **Chọn B.** Ta có $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = a^{\frac{7+11}{3}-4+\frac{5}{7}} = a^{\frac{19}{7}}$.

Suy ra $m = 19$, $n = 7$ nên $m^2 - n^2 = 312$.

Câu 10: **Chọn A.** Từ đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 11: **Chọn A.** Vận tốc của chất điểm tại thời điểm t là $v(t) = -3t^2 + 12t = 12 - 3(t-2)^2 \leq 12$.

Vậy tại thời điểm $t = 2$ tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

Câu 12: Chọn A. Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 81 \end{cases}$. Vậy $T = 84$.

Câu 13: Chọn C. Điều kiện $x \in [-3; 5]$

Đặt $t = \sqrt{3+x} + \sqrt{5-x}, x \in [-3; 5]$

$$t^2 = 8 + 2\sqrt{(3+x)(5-x)} \geq 8 \Rightarrow t \geq 2\sqrt{2}, t = \sqrt{3+x} + \sqrt{5-x} \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(3+x+5-x)} = 4$$

Suy ra $t \in [2\sqrt{2}; 4]$ và $-x^2 + 2x = \left(\frac{t^2 - 8}{2}\right)^2 - 15$. Khi đó $f = t + 3\left[\left(\frac{t^2 - 8}{2}\right)^2 - 15\right], t \in [2\sqrt{2}; 4]$

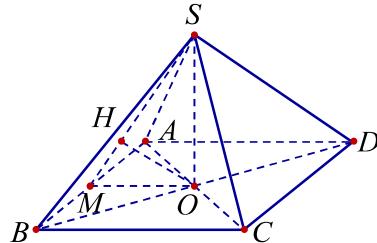
$$f' = 1 + 6t(t^2 - 8) > 0, \forall t \in [2\sqrt{2}; 4] \Rightarrow f_{\max} = f(4). \text{ Với } t = 4 \Rightarrow x = 1$$

Câu 14: Chọn B. Điều kiện: $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$. $y' = \frac{\sqrt{4-x^2} + x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{2}$; $y(2) = 2$; $y(-2) = -2$; $y(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$. Vậy $M + m = 2 - 2\sqrt{2} = 2(1 - \sqrt{2})$.

Câu 15: Chọn C. Diện tích tam giác đều ABC là: $S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = 3a^3$

Câu 16: Chọn A.



Gọi M là trung điểm AB , H là hình chiếu của O lên OM ta có: $OH \perp (SAB)$

Xét tam giác SHO ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 17: Chọn B. Áp dụng định lí Pitago, ta có:

$$AC'^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + AD^2 = 3AB^2 \Leftrightarrow 3a^2 = 3AB^2 \Leftrightarrow AB = a.$$

$$V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3}AA'.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 18: Chọn B. $\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$

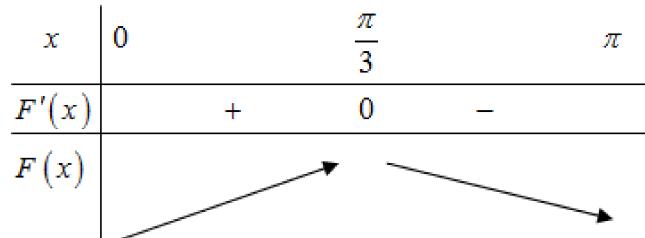
Câu 19: Chọn D. Đặt $t = 2x \Rightarrow \frac{dt}{2} = dx$ Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = 2 \Rightarrow t = 4$

Khi đó: $J = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2} \cdot 32 = 16$.

Câu 20: Chọn C Có $\int \frac{2}{4x-3} dx = \int \frac{1}{2x-\frac{3}{2}} dx = \frac{1}{2} \ln \left| 2x - \frac{3}{2} \right| + C$

Câu 21: Chọn C. Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{2 \cos x}{\sin^2 x} dx - \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \int \frac{2}{\sin^2 x} d(\sin x) - \int \frac{1}{\sin^2 x} dx$
 $= -\frac{2}{\sin x} + \cot x + C$. $F'(x) = f(x) = \frac{2 \cos x - 1}{\sin^2 x}$.

Trên khoảng $(0; \pi)$, $F'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$.

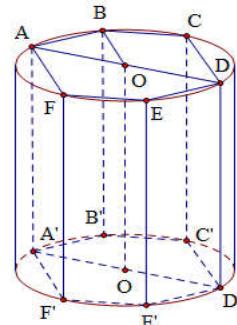


Giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0; \pi)$ là $\sqrt{3}$ nên ta có:

$$F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Leftrightarrow -\frac{3\sqrt{3}}{3} + C = \sqrt{3} \Leftrightarrow C = 2\sqrt{3}. Vậy F(x) = -\frac{2}{\sin x} + \cot x + 2\sqrt{3}.$$

Do đó $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$.

Câu 22: Chọn D



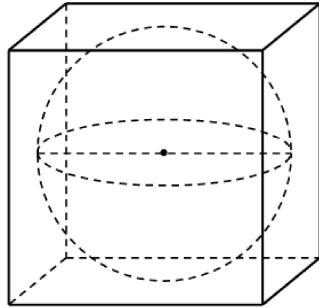
Thiết diện qua trục hình hình trụ là hình vuông $ADD'A'$. Gọi O, O' lần lượt là hai tâm đường tròn đáy (hình vẽ) $\Rightarrow l = 2r$; Theo giả thiết ta có: $S_{xq} = 2\pi rl = 36\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi r \cdot 2r = 36\pi a^2 \Rightarrow r = 3a \Rightarrow l = 6a$.

Lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ có chiều cao là $h = 6a$.

$$S_{ABCDEF} = 6S_{\triangle OAB} = 6 \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2} (\text{vì } \triangle OAB \text{ đều, cạnh bằng } 3a).$$

$$V_{ABCDEF.A'B'C'D'E'F'} = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot 6a = 81a^3 \sqrt{3}$$

Câu 23: Chọn D.



Khối lập phương có thể tích $64a^3$ nên cạnh bằng $4a$.

Khối cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính $R = \frac{4a}{2} = 2a$ nên thể tích khối cầu

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$

Câu 24: **Chọn C.** Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25: **Chọn D.** Vì $(\alpha) // (\beta) \Rightarrow (\alpha): 2x - 4y + 4z + m = 0$ ($m \neq 3$)

$$\text{Giả thiết có } d(A, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|32+m|}{6} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -14 \\ m = -50 \end{cases}$$

Vậy $(\alpha): x - 2y + 2z - 7 = 0$, $(\alpha): x - 2y + 2z - 25 = 0$

Câu 26: **Chọn D.**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + m^2 - 9m + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = -m^2 + 9m + 10$$

Do đó điều kiện cần và đủ để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu là
 $-m^2 + 9m + 10 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 10$.

Câu 27: **Chọn A.** Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 3 \cdot A(0; -1; 2)$ là điểm nằm bên trong
 mặt cầu (S) . (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính r .

Gọi H là hình chiếu của O lên (P) . Ta có $r^2 = R^2 - OH^2$. $r_{\min} \Leftrightarrow OH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv A$.

Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{OA} = (0; -1; 2)$ là vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình $(P): y - 2z + 5 = 0$.

Câu 28: **Chọn D.**

$$\left. \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10) \\ \overrightarrow{AC} = (3; 0; -6) \\ \overrightarrow{AD} = (-1; 3; -5) \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (0; -60; 0) \Rightarrow V = \frac{1}{6} |(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AD}| = 30$$

Câu 29: **Chọn B.**

Gọi tâm của mặt cầu là $I(x; y; z)$ khi đó $\overrightarrow{AI} = (x - 6; y + 2; z - 3)$, $\overrightarrow{BI} = (x; y - 1; z - 6)$,

$\overrightarrow{CI} = (x - 2; y; z + 1)$, $\overrightarrow{DI} = (x - 4; y - 1; z)$. Ta có: $|IA| = |IB| = |IC| = |ID|$ suy ra

$$IA^2 = IB^2 = IC^2 = ID^2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-6)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = (x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ x^2 + (y-1)^2 + (z-6)^2 = (x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = (x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 \end{cases} \Rightarrow I(2;-1;3)$$

Vậy mặt phẳng cần tìm qua A và vuông góc với IA là $4x - y - 26 = 0$

Câu 30: Chọn A. +) Do A, B, C lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz nên $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$.

+) Do G là trọng tâm tứ diện $OABC$ nên suy ra $a = 4, b = 16, c = 12$.

+) Vậy phương trình đoạn chẵn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$.

Câu 31: Chọn A. Ta có: $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k \left(\frac{x}{2}\right)^{18-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{18} 2^{3k-18} C_{18}^k x^{18-2k}$.
 $x^{18-2k} = x^0 \Leftrightarrow 18 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ là: $2^{3 \cdot 9 - 18} C_{18}^9 = 2^9 C_{18}^9$.

Câu 32: Chọn A. Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 300$

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 300 mà chia hết cho 3 là: $\frac{297-0}{3} + 1 = 100 \Rightarrow n(\bar{A}) = 100$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Câu 33: Chọn B. Điều kiện: $\cos x \neq 0$ (*) . Khi đó $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \tan^2 x - \cos^2 \frac{x}{2} = 0$
 $\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right] \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{2} (1 + \cos x) \Leftrightarrow (1 - \sin x) \sin^2 x = (1 + \cos x) \cos^2 x$
 $\Leftrightarrow (1 - \sin x)(1 - \cos x)(1 + \cos x) = (1 + \cos x)(1 - \sin x)(1 + \sin x) \Leftrightarrow (1 - \sin x)(1 + \cos x)(\sin x + \cos x) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\ \tan x = -1 \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện (*) ta có tập nghiệm của PT là: $x = \pi + k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 34: Chọn A. Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}$.

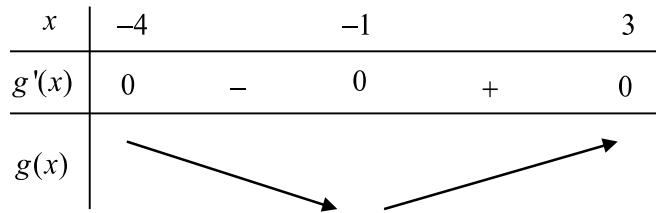
Vì hàm số bậc ba với hệ số $a = 1 > 0$ nên điểm cực tiểu của hàm số là $A(m+1; -3m-2)$.

Lại có $-3m-2 = -3(m+1)+1$ nên điểm cực tiểu của hàm số luôn thuộc đường thẳng $d: y = -3x + 1$, hệ số góc $k = -3$.

Câu 35: Chọn D. Trên $[-4; 3]$ Ta có: $g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1-x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên



Hàm số $g(x)$ đạt GTNN tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 36: Chọn D. Đặt $t = e^x (t > 0)$ Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2mt + m^2 - m = 0$ (1)

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e} \Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt

$$0 < t_1 < t_2 < e^{\frac{1}{\log e}} = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ af(10) > 0 \\ 0 < \frac{S}{2} < 10 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m^2 + m > 0 \\ 100 - 20m + m^2 - m > 0 \\ 0 < m < 10 \\ m^2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{21 - \sqrt{41}}{2} \vee m > \frac{21 + \sqrt{41}}{2} \\ 0 < m < 10 \\ m < 0 \vee m > 1 \end{cases}$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Vậy tổng $T = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 27$.

Câu 37: Chọn C. Ta có $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x} \Leftrightarrow x \ln y + xe^y \geq y \ln x + ye^x \Leftrightarrow \frac{\ln y + e^y}{y} \geq \frac{\ln x + e^x}{x}$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{\ln t + e^t}{t}, t > 1. \text{ ta có } f'(t) = \frac{\left(\frac{1}{t} + e^t\right) \cdot t - e^t - \ln t}{t^2} = \frac{e^t(t-1) + 1 - \ln t}{t^2} = \frac{g(t)}{t^2}$$

Hàm số $g(t) = e^t(t-1) + 1 - \ln t$ có $g'(t) = e^t(t-1) + e^t - \frac{1}{t} > 0 \forall t > 1$. Suy ra $g(t) > g(1) > 0$

Suy ra $f'(t) > 0 \forall t > 1$. Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$. $f(y) \geq f(x) \Leftrightarrow y \geq x$

$$P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x = \frac{1}{2}(1 + \log_x y) + \frac{1}{\log_x y}. \text{ Đặt } \log_x y = u. \text{ với } y \geq x \Rightarrow u \geq 1$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{1}{2}(1+u) + \frac{1}{u} = \frac{1}{2} + \frac{u}{2} + \frac{1}{u} \geq \frac{1}{2} + \sqrt{2}. \text{ Vậy GTNN của } P \text{ là } \frac{1+2\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 38: Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m} = 0$. Do đó $y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$ có đúng hai đường tiệm cận thì phương trình $x^2 + x - m = 0$ có

nghiệm kép $x \geq 3$ hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó $x_1 \geq 3; x_2 < 3$.

$$\text{TH1: } \Delta = 1 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4} \text{ (loại)}$$

$$(x_1 - 3)(x_2 - 3) \leq 0$$

$$\begin{aligned} \text{TH2: } \Delta = 1 + 4m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4} &\Leftrightarrow x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) + 9 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow -m - 3(-1) + 9 \leq 0 \\ &\Leftrightarrow m \geq 12 \end{aligned}$$

Số giá trị của m thỏa mãn là: $2019 - 12 + 1 = 2008$

Câu 39: Chọn A. Ta có: $y' = f'(x^2 + 3x - m) = (2x+3)f'(x^2 + 3x - m)$.

Ta có: $f'(x) = (x-1)(x+3)$ suy ra $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 1 \end{cases}$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow (2x+3)f'(x^2 + 3x - m) \geq 0$.

Do $x \in (0; 2)$ nên $2x+3 > 0$. Do đó, ta có:

$$\begin{aligned} y' \geq 0 \Leftrightarrow f'(x^2 + 3x - m) \geq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - m \leq -3 \\ x^2 + 3x - m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq x^2 + 3x + 3 \\ m \leq x^2 + 3x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \max_{(0;2)}(x^2 + 3x + 3) \\ m \leq \min_{(0;2)}(x^2 + 3x - 1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Do $m \in [-10; 20]$ nên các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài là:

$-10, -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$.

Vậy có 18 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 40: Chọn B. Đặt $\int_0^1 e^x f(x) dx = \int_0^1 e^x f'(x) dx = \int_0^1 e^x f''(x) dx = k$

$$+) \text{ Ta có } k = \int_0^1 e^x f''(x) dx = \int_0^1 e^x d(f'(x)) = e^x f'(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x f'(x) dx = e^x f'(x) \Big|_0^1 - k \Rightarrow 2k = (ef'(1) - f(0))$$

$$+) \text{ Ta có } k = \int_0^1 e^x f'(x) dx = \int_0^1 e^x d(f(x)) = e^x f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x f(x) dx = e^x f(x) \Big|_0^1 - k \Rightarrow 2k = (ef(1) - f(0))$$

$$+) \text{ Vậy } \frac{ef'(1) - f(0)}{ef(1) - f(0)} = 1$$

Câu 41: Chọn D. Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C$

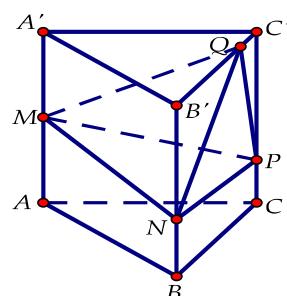
Khi đó: $f(-1) = \ln 2 + C_1$; $f(0) = C_2 = 2018$; $f(2) = C_3 = 2019$; $f(3) = \ln 2 + C_4$.

$$\bullet \int_2^3 f'(x) dx = \int_2^3 \frac{1}{x-1} dx \Leftrightarrow f(3) - f(2) = \ln 2 \Leftrightarrow \ln 2 + C_4 - C_3 = \ln 2 \Rightarrow C_3 = C_4.$$

$$\bullet \int_{-1}^0 f'(x) dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{x-1} dx \Leftrightarrow f(0) - f(-1) = -\ln 2 \Leftrightarrow C_2 - C_1 - \ln 2 = -\ln 2 \Rightarrow C_1 = C_2.$$

Vậy $S = f(3) - f(-1) = C_4 - C_1 = 2019 - 2018 = 1$

Câu 42: Chọn B.



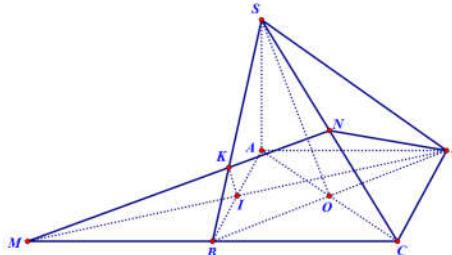
$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3}V_2 \Rightarrow V_{A'BCC'B'} = V_{M.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_2.$$

$$\text{Mà } S_{B'NQ} = \frac{4}{15} S_{BCC'B'}, S_{C'PQ} = \frac{3}{40} S_{BCC'B'}, S_{BCPN} = \frac{7}{24} S_{BCC'B'}$$

$$\text{Suy ra } S_{NPQ} = S_{BCC'B'} - S_{B'NQ} - S_{C'PQ} - S_{BCPN} = \frac{11}{30} S_{BCC'B'}$$

$$\text{Do đó } V_1 = V_{M,NPQ} = \frac{11}{30} V_{M,BCC'B'} = \frac{11}{45} V_2 \text{ hay } \frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}.$$

Câu 43: Chọn D



Gọi $I = DM \cap AB$ và $K = MN \cap SB$ Ta có: B, N lần lượt là trung điểm của MC, SC nên K là trọng tâm tam giác SMC . Và BI là đường trung bình của tam giác MCD

$$\text{Khi đó } \frac{V_{MBKI}}{V_{MCND}} = \frac{MB}{MC} \cdot \frac{MK}{MN} \cdot \frac{MI}{MD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{MBKI} = \frac{1}{6} V_{MCND} \Rightarrow V_{BKICND} = 5V_{MBKI}$$

+)**Ta tính thể tích của khối $SABCD$:**

$$\begin{aligned} ABCD &\text{ là hình thoi cạnh } a, \text{ góc } \widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \Delta BAD \text{ đều, cạnh } a \\ \Rightarrow S_{ABCD} &= 2S_{ABD} = 2 \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}. \text{Mặt khác } [(SBD), (ABCD)] = \widehat{SOA} = 45^\circ \Rightarrow SA = OA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ \Rightarrow V_{SBCD} &= \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4} \end{aligned}$$

+)**Tính thể tích khối $KMIB$**

$$V_{KMIB} = \frac{1}{3} \cdot d(K, (MIB)) \cdot S_{MIB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} d(S, (MIB)) \cdot S_{MIB} = \frac{1}{9} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABD} = \frac{1}{18} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{48}$$

$$\text{Do đó: } V_2 = \frac{5a^3}{48} \text{ và } V_1 = \frac{a^3}{4} - \frac{5a^3}{48} = \frac{7a^3}{48} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Câu 44: Chọn A. Gọi thể tích khối trụ là V , diện tích toàn phần của hình trụ là S .

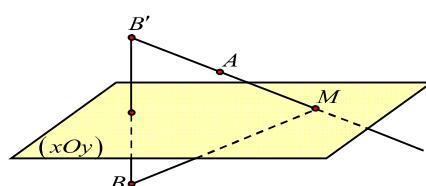
Ta có: $S = S_{2day} + S_{xq} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$. Từ đó suy ra:

$$\frac{S}{2\pi} = R^2 + Rh \Leftrightarrow \frac{S}{2\pi} = R^2 + \frac{V}{\pi R} = R^2 + \frac{V}{2\pi R} + \frac{V}{2\pi R} \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 3\sqrt[3]{\frac{V^2}{4\pi^2}} \text{ hay } 27\frac{V^2}{4\pi^2} \leq \left(\frac{S}{2\pi}\right)^3 \Leftrightarrow V \leq \sqrt[3]{\frac{S^3}{54\pi}}$$

$$\text{Vậy } V_{\max} = \sqrt[3]{\frac{S^3}{54\pi}}. \text{ Dấu “=}” xảy ra } \Leftrightarrow R^2 = \frac{V}{2\pi R} = \frac{\pi R^2 h}{2\pi R} = \frac{Rh}{2} \text{ hay } h = 2R.$$

$$\text{Khi đó } S = 6\pi R^2 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}} \text{ và } h = 2R = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}.$$

Câu 45: Chọn B.



Phương trình $(xOy): z = 0$. Vì $z_A \cdot z_B = 1 \cdot (-3) < 0$ nên A, B nằm khác phía so với (xOy) . Gọi B' là điểm đối xứng của B qua (xOy) . Khi đó: $|MA - MB| = |MA - MB'| \leq AB'$. Suy ra $|MA - MB|$ lớn nhất khi M, A, B' thẳng hàng hay M là giao điểm của đường thẳng AB' và (xOy) .

Mà $B'(-1; 4; 3)$. Suy ra tọa độ M là $(5; 1; 0)$.

Câu 46: Chọn C. Ta có $\overrightarrow{DA} = (6; 0; 0)$, $\overrightarrow{DB} = (0; 2; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (0; 0; 3)$ nên tứ diện $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh D . Giả sử $M(x+1; y+2; z+3)$. Ta có $MA = \sqrt{(x-6)^2 + y^2 + z^2} \geq |x-6| \geq 6-x$, $MB = \sqrt{x^2 + (y-2)^2 + z^2} \geq |y-2| \geq 2-y$, $MC = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-3)^2} \geq |z-3| \geq 3-z$, $\sqrt{3}MD = \sqrt{3(x^2 + y^2 + z^2)} \geq \sqrt{(x+y+z)^2} \geq x+y+z$

Do đó $P \geq (6-x) + (2-y) + (3-z) + (x+y+z) = 11$.

$$\begin{cases} x = y = z = 0 \\ 6-x \geq 0 \\ 2-y \geq 0 \\ 3-z \geq 0 \\ x+y+z \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 0$$

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 11, khi và chỉ khi

Khi đó $M(1; 2; 3)$ suy ra $OM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Câu 47: Chọn A. Gọi Ω là không gian mẫu, A là biến cố “gieo một con súc sắc năm lần liên tiếp có tích các số chấm xuất hiện ở năm lần gieo là một số tự nhiên có tận cùng bằng 5”.

Gieo súc sắc năm lần liên tiếp nên $n_\Omega = 6^5$.

Để tích các số chấm xuất hiện ở năm lần gieo là một số tự nhiên có tận cùng bằng 5 thì các mặt xuất hiện phải có số chấm lẻ và xuất hiện mặt 5 chấm ít nhất một lần nên $n_A = 3^5 - 2^5 = 221$.

Suy ra: $P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{221}{7776}$.

Câu 48: Chọn C. Gọi q là công bội của cấp số nhân (b_n) . Vì $b_2 > b_1 \geq 1$ nên $q > 1$.

$$\begin{aligned} f(\log_2(b_2)) + 2 &= f(\log_2(b_1)) \Leftrightarrow f(\log_2(bl) + \log_2 q) = f(\log_2(b_1)) \\ &\Leftrightarrow (\log_2(b_1) + \log_2 q)^3 - 3(\log_2(b_1) + \log_2 q) + 2 = (\log_2(b_1))^3 - 3\log_2(b_1) \\ &\Leftrightarrow 3(\log_2(b_1))^2 \cdot \log_2 q + 3\log_2(b_1) \cdot (\log_2 q)^2 + (\log_2 q)^3 - 3\log_2 q + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 3\log_2(b_1) \cdot \log_2 q \cdot [\log_2(b_1) + \log_2 q] + (\log_2 q + 2)(\log_2 q - 1)^2 = 0. (*) \end{aligned}$$

Theo giả thiết thì $\begin{cases} \log_2(b_1) \geq 0 \\ \log_2 q > 0 \end{cases}$ Do đó để (*) nghiệm đúng thì $\begin{cases} \log_2(b_1) = 0 \\ \log_2 q = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases}$

Vậy nên $b_n = 2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow n > \log_2(5^{100}) + 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 234.

Câu 49: Chọn B. (Điều kiện: $x \geq 1$) $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x-1}\sqrt[4]{x+1}$ (*) Ta có với $x \geq 1$ Chia hai vế

$$\text{phương trình (*) cho } \sqrt{x+1} \text{ ta có: } \frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} + m = \frac{2\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt[4]{x+1}} (1) \text{ Đặt } t = \frac{\sqrt[4]{x-1}}{\sqrt[4]{x+1}} \Rightarrow t^4 = \frac{x-1}{x+1}$$

Với $x \geq 1$ thì hàm số $0 \leq \frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1} < 1 \Rightarrow 0 \leq t^4 < 1 \Leftrightarrow 0 \leq t < 1$

(1): $3t^2 - 2t + m = 0$ (2) Phương trình (*) có nghiệm \Leftrightarrow phương trình (2) có nghiệm: $0 \leq t < 1$

Xét hàm $y = f(t) = 3t^2 - 2t$ trên $[0;1]$ ta có:

$$f'(t) = 6t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \in [0;1].$$

Từ bảng biến thiên ta thấy để phương trình $3t^2 - 2t + m = 0$ có nghiệm trong $[0;1]$ thì đường thẳng $y = -m$ phải cắt đồ thị hàm số $y = f(t) = 3t^2 - 2t$ tại ít nhất 1 điểm. Do đó

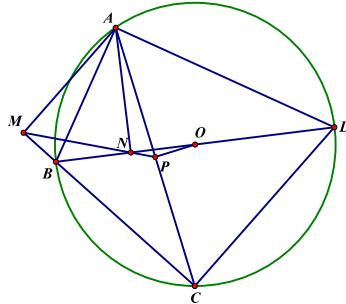
$$-\frac{1}{3} \leq -m < 1 \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{3}$$

Vậy $-1 < m \leq \frac{1}{3}$ thì phương trình đã cho

có nghiệm.

Câu 50: Chọn D

t	0	$\frac{1}{3}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	0	$\frac{1}{3}$	1



$$\overrightarrow{MN} = (2; -2) \Rightarrow \text{Phương trình } MN : x + y - 4 = 0 \quad \begin{cases} P \in AC : x - y - 1 = 0 \\ P \in MN : x + y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Có: $\widehat{BAN} = \widehat{ADB}$ (cùng phụ \widehat{NAD}) Lại có, tứ giác $AMBN$ nội tiếp nên $\widehat{BAN} = \widehat{BMN}$ và $ABCD$ nội tiếp nên $\widehat{ADB} = \widehat{ACB}$. Từ đây suy ra $\widehat{BMP} = \widehat{BCP} \Rightarrow \Delta MPC$ cân tại P . Lại có tam giác AMC vuông tại M nên $PA = PM = PC$. $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right), M(0; 4) \Rightarrow PM = \frac{5\sqrt{2}}{2} = PA$

$$\text{Do } A \in AC : x - y - 1 = 0 \Rightarrow A(a; a - 1) \Rightarrow \overline{PA} = \left(a - \frac{5}{2}; a - \frac{5}{2}\right)$$

$$PA = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 5 \end{cases} \text{ suy ra } A(0; -1) \text{ do } x_A < 2$$

$A(0; -1), M(0; 4), N(2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (0; 5), \overrightarrow{AN} = (2; 3)$ suy ra phương trình đường thẳng $BC : y = 4, BD : 2x + 3y - 10 = 0$.

$$\text{Do } \begin{cases} B \in BC : y = 4 \\ B \in BD : 2x + 3y - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 4).$$