Câu 19. **[3]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-m}{x+2}$ thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y+\max\limits_{[0;1]} y=\dfrac{7}{6}$. m thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-2;0)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

Lời giải

Hàm số liên tục và đơn điệu trên đoạn $\left[0;1\right]$.

Do đó $\min\limits_{[0;1]} y+\max\limits_{[0;1]} y=\dfrac{7}{6}\Leftrightarrow f(0)+f(1)=\dfrac{7}{6}\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 20. **[3]** Xét đồ thị (C) của hàm số $y=x^3+3ax+b$ với a, b là các số thực. Gọi M, N là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại hai điểm đó có hệ số góc bằng 3. Biết khoảng cách từ gốc tọa độ tới đường thẳng MN bằng 1, giá trị nhỏ nhất của a^2+b^2 bằng:

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{6}{5}$. **D.** $\dfrac{7}{6}$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+3a$.

Tiếp tuyến tại M và N của (C) có hệ số góc bằng 3 nên tọa độ của M và N thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}3x^2+3a=3 \ (1)\\ y=x^3+3ax+b \ (2)\end{cases}$.

Từ $(1)\Rightarrow x^2=1-a$. (1) có hai nghiệm phân biệt nên $a<1$.

Từ $(2)\Rightarrow y=x(1-a)+3ax+b$ hay $y=(2a+1)x+b$.

Tọa độ M và N thỏa mãn phương trình $y=(2a+1)x+b$ nên phương trình đường thẳng MN là $y=(2a+1)x+b$ hay $MN:(2a+1)x-y+b=0$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ đến MN bằng 1 nên

$d(O,MN)=1\Leftrightarrow \dfrac{|b|}{\sqrt{(2a+1)^2+1}}=1\Leftrightarrow b^2=4a^2+4a+2$.

$a^2+b^2=5a^2+4a+2$.

Xét $f(a)=5a^2+4a+2$ với $a<1$.

Bảng biến thiên:

Vậy a^2+b^2 nhỏ nhất là $\dfrac{6}{5}$

Câu 21. **[2]** Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{3-2x-5x^2}$.

A. $x=1$ và $x=\dfrac{3}{5}$ **B.** $x=-1$ và $x=\dfrac{3}{5}$ **C.** $x=-1$. **D.** $x=\dfrac{3}{5}$.

Câu 22. [1] Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{\sqrt{x-3}}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. **C.** $y=\dfrac{2x^2+1}{x}$. **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$.

Câu 23. [4] Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{ax^2+1}}$ có đồ thị (C). Tìm a để đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đó cách đường tiếp tuyến của (C) một khoảng bằng $\sqrt{2}-1$.

A. $a>0$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=1$.

Lời giải

Nếu hệ số góc của tiếp tuyến khác không thì tiếp tuyến và đường tiệm cận luôn cắt nhau. Nếu đồ thị hàm số có tiệm cận đứng thì tiệm cận đứng luôn cắt tiếp tuyến. Do đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận ngang. Vậy điều kiện cần là $a>0$. Khi đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm x_0 là: $y=\dfrac{1-ax_0}{\sqrt{ax_0^2+1}^3}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{\sqrt{ax_0^2+1}}$.

Từ suy luận trên ta có $1-ax_0=0\Leftrightarrow x_0=\dfrac{1}{a}$; phương trình tiếp tuyến là: $y=\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}$.

Theo bài ra ta có phương trình $\left|\sqrt{1+\dfrac{1}{a}}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}\right|=\sqrt{2}-1$. Giải phương trình này ta được $a=1$.

Câu 24. [3] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-1=0$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 25. [2] Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình trên.

x	$-\infty$		-2		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	‖	‖	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	22 ‖	‖	‖ 2	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp các giá trị của m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\frac{7}{4};2\right)\cup\left(22;+\infty\right)$. **B.** $\left[22;+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{7}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{4};2\right]\cup\left[22;+\infty\right)$.

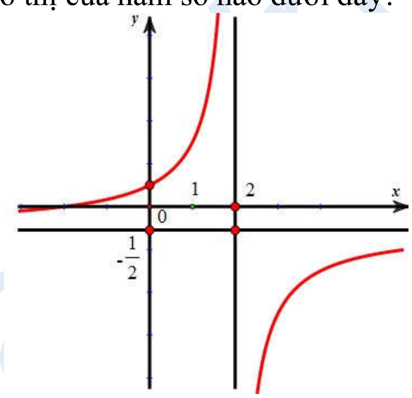
Câu 26. **[1]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=\frac{x+2}{-2x+4}$.

B. $y=\frac{-x+1}{x-2}$.

C. $y=\frac{2x-3}{x+2}$.

D. $y=\frac{-x+3}{2x-4}$.



Câu 27. **[1]** Bảng biến thiên trong hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	-1

A. $y=\frac{-x-3}{x-1}$. **B.** $y=\frac{-x+3}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+3}{x-1}$. **D.** $y=\frac{-x-2}{x-1}$.

Câu 28. **[1]** Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\frac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A\left(-1;4\right)$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Câu 29. [2] Biết hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$, $f(1)=-3$ và đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính giá trị của hàm số tại $x=3$.

A. $f(3)=81$. **B.** $f(3)=27$. **C.** $f(3)=29$. **D.** $f(3)=-29$.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ nên : $f'(1)=3+2a+b=0 \Leftrightarrow 2a+b=-3$

$f(1)=-3 \Leftrightarrow 1+a+b+c=-3 \Leftrightarrow a+b+c=-4$

Mặt khác đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $2=c$

$$\begin{cases} 2a+b=-3 \\ c=2 \\ a+b+c=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=2 \\ a=3 \\ b=-9 \end{cases}$$

Nên $f(x)=x^3+3x^2-9x+2$;. $f(3)=29$

Câu 30. [1] Cho hàm số $y=(x+2)(x^2-3x+3)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm. **D.** (C) không cắt trục hoành.

Câu 31. [2] Tìm tọa độ giao điểm I của đồ thị hàm số $y=4x^3-3x$ với đường thẳng $y=-x+2$

A. $I(2;2)$ **B.** $I(2;1)$ **C.** $I(1;1)$ **D.** $I(1;2)$

Câu 32. [2] Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. $-\frac{5}{2}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\frac{5}{2}$

Câu 33. [1] Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=1$.

A. $y=2x-1$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=-3x+3$. **D.** $y=-3x+4$.

Câu 34. [2] Đồ thị hàm số $y=x^2(x^2-3)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=2x$ tại bao nhiêu điểm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. [2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $1\le m<5$. **B.** $1<m<5$. **C.** $1<m\le 5$. **D.** $0<m<4$.

Câu 36. [3] Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên đoạn $[1;2]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 37. **[4]** Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ thỏa mãn $a,b,c,d\in\mathbb{R};a>0$ và $\begin{cases}d>2019\\8a+4b+2c+d-2019<0\end{cases}$.

Số cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2019\right|$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Ta có hàm số $g(x)=f(x)-2019$ là hàm số bậc ba liên tục trên $\mathbb{R}$

Do $a>0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$. Để ý

$g(0)=d-2019>0$; $g(2)=8a+4b+2c+d-2019<0$

Nên phương trình $g(x)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}$ .Khi đó đồ thị hàm số $g(x)=f(x)-2019$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt nên hàm số $y=\left|f\left(x\right)-2019\right|$ có đúng 5 cực trị.

Câu 38. **[2]** Cho hàm số $y=2x^4-8x^2$ có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 39. **[3]** Có một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Cắt một tấm gỗ có hình tam giác vuông, có tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng 120cm từ tấm gỗ trên sao cho tấm gỗ hình tam giác vuông có diện tích lớn nhất. Hỏi cạnh huyền của tấm gỗ này là bao nhiêu?

A. $40cm$. **B.** $40\sqrt{3}cm$. **C.** $80cm$. **D.** $40\sqrt{2}cm$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: C

Kí hiệu cạnh góc vuông $AB=x,0<x<60$

Khi đó cạnh huyền $BC=120-x$, cạnh góc vuông kia là $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{120^2-240x}$

Diện tích tam giác ABC là: $S\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x.\sqrt{120^2-240x}$. Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số này trên khoảng $\left(0;60\right)$

Ta có $S,\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\sqrt{120^2-240x}+\dfrac{1}{2}x.\dfrac{-240}{2\sqrt{120^2-240x}}=\dfrac{14400-360x}{2\sqrt{120^2-240x}}\Rightarrow S'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=40$

Lập bảng biến thiên :

Lập bảng biến thiên ta có: