

ÔN TẬP HÌNH HỌC CHƯƠNG III

I/ QUAN HỆ GIỮA CẠNH VÀ GÓC ĐỐI DIỆN TRONG MỘT TAM GIÁC:

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5\text{cm}$; $AC = 7\text{cm}$. So sánh \hat{B} và \hat{C} .

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$; $BC = 5\text{cm}$. So sánh các góc của $\triangle ABC$.

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} = 60^\circ$; $\hat{C} = 40^\circ$. So sánh các cạnh của $\triangle ABC$.

Bài 4: Cho $\triangle DEF$ có $DE = 5\text{cm}$; $DF = 12\text{cm}$; $EF = 13\text{cm}$.

- chứng minh $\triangle DEF$ vuông.
- So sánh các góc của $\triangle DEF$.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$.

- Tính AC.
- So sánh các góc của $\triangle ABC$.

Bài 6: Cho $\triangle DEF$ vuông tại E có $\hat{D} = 50^\circ$. So sánh các cạnh của $\triangle DEF$.

Bài 7: Cho $\triangle MNP$ cân tại M có $\hat{M} = 50^\circ$. So sánh các cạnh của $\triangle MNP$.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 10\text{cm}$; $AC = 24\text{cm}$. So sánh các góc của $\triangle ABC$.

Bài 9: Cho $\triangle DEF$ cân tại D có $\hat{E} = 70^\circ$. So sánh các cạnh của $\triangle DEF$.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} = 80^\circ$, $\hat{A} = 60^\circ$, và tia phân giác AD.

- Tính \widehat{ADB} .
- So sánh các cạnh của $\triangle ABD$.
- So sánh các cạnh của $\triangle ADC$.

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\hat{C} = 40^\circ$ và phân giác CE.

- Tính \widehat{AEC} và \widehat{BEC} .
- So sánh các cạnh của $\triangle AEC$.
- So sánh các cạnh của $\triangle BEC$.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC. Trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$.

- So sánh CD với AB; CD với AC.
- So sánh \widehat{BAM} và \widehat{MAC} .

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. So sánh DB và DC.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt BC tại D. Trên AC lấy điểm E sao cho $DE = AB$.

- chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADE$.
- So sánh DE và DC.
- So sánh DC và DB.

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 60^\circ$ và $\hat{B} : \hat{C} = 2 : 3$. So sánh độ dài cạnh của $\triangle ABC$.

Bài 16: So sánh độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ biết $\hat{A}:\hat{B}:\hat{C} = 2:3:5$.

II/ QUAN HỆ GIỮA ĐƯỜNG VUÔNG GÓC VÀ ĐƯỜNG XIÊN, ĐƯỜNG XIÊN VÀ HÌNH CHIẾU:

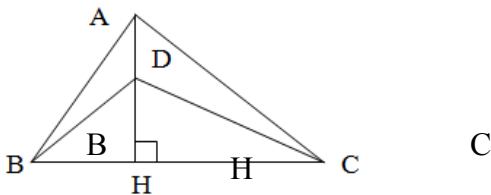
Bài 1: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Kẻ $AD \perp BC$. Chứng minh $DB = DC$.

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, kẻ $AH \perp BC$. Trên tia HB lấy điểm D và tia HC lấy điểm E sao cho $DB = CE$. So sánh AD, AE.

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, điểm D thuộc tia đối của tia CB. So sánh AD, AB.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} > \hat{C}$, gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. So sánh HB và HC.

Bài 5: Cho hình vẽ sau, có $DC > DB$. So sánh AC và AB.



Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại B, trên tia BC lấy điểm D và điểm E (D nằm giữa C và E). So sánh AB, AC, AD, AE.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$, gọi H là hình chiếu của A lên BC.

a) chứng minh $AH < AB$ và $AH < AC$

b) chứng minh $AH < \frac{1}{2}(AB + AC)$

Bài 8: Cho $\triangle ABC$, kẻ $BD \perp AC$, $CE \perp AB$.

a) chứng minh $BC > BD$ và $BC > CE$

b) chứng minh $BC > \frac{1}{2}(BD + CE)$.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, gọi H là hình chiếu của A trên BC. Chứng minh $AH < BC$.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$, trên AC lấy điểm D. chứng minh $BD < BC$.

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có BD là đường phân giác. Kẻ $DE \perp BC$.

a) chứng minh $\triangle BDA = \triangle BDE$.

b) Chứng minh $DC > DA$.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$, có $\hat{B} > \hat{C}$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC.

a) Chứng minh $HB < HC$.

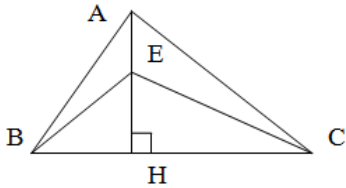
b) Điểm M thuộc BC, điểm N nằm trên tia đối của tia BC. Chứng minh $AM < AB < AN$.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, trên AB lấy điểm M, trên AC lấy điểm N. Chứng minh $MN < BC$.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Chứng minh $HC > HB$.

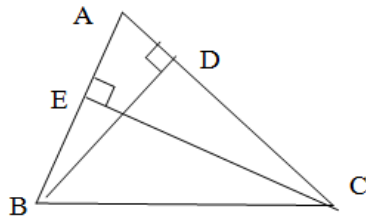
Bài 15: Cho $\triangle ABC$, điểm D nằm giữa A và C. Gọi E và F là chân đường vuông góc kẻ từ A và C đến đường thẳng BD. So sánh AC và $AE + CF$.

Bài 16: Cho hình vẽ, có $AB > AC$. Chứng minh $EB > EC$.

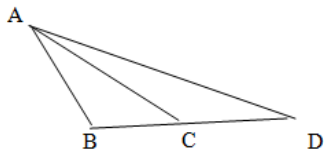


Bài 17: Cho hình vẽ, Chứng minh rằng :

$$BD + CE < AB + AC$$



Bài 18: Cho hình vẽ sau, hãy so sánh AB, AC, AD.



Bài 19: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, điểm M nằm trên AB, điểm N nằm trên AC. Chứng minh $MN < BC$.

Bài 20: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có $\hat{B} > \hat{C}$. Kẻ $AD \perp BC$. Gọi M là trung điểm của AD.

- Chứng minh $DB < DC$
- Tìm hình chiếu của MB và MC trên BC, tìm hình chiếu của AC và MC trên AD.
- Chứng minh $MB < MC < AC$.

Bài 21: Cho $\triangle ABC$ có $AB > AC$. Kẻ đường cao BD và CE. Lấy điểm F thuộc AB sao cho $AF = AC$. Kẻ $FI \perp AC$ tại I.

- So sánh FI và CE.
- Chứng minh $AB - AC > BD - CE$.

Bài 22: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, gọi M là trung điểm của AC. Gọi E, F theo thứ tự là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BM.

- So sánh AC với tổng $AE + CF$.

b) Chứng minh: $AB < \frac{1}{2}(BE+BF)$

III/ BẤT ĐẲNG THỨC TRONG TAM GIÁC:

Bài 1: Có thể có tam giác nào có độ dài ba cạnh như trên không?

- a) 6cm; 10cm; 8cm.
- b) 6cm; 16cm; 8cm.
- c) 6cm; 1,4dm; 8cm.
- d) 5cm; 1dm; 12cm.
- e) 1m; 2m; 33dm.

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ cân có $AB = 3,9\text{cm}$; $AC = 7,9\text{cm}$.

- a) tìm AC.
- b) Chứng minh $\triangle ABC$ cân.
- c) Tính chu vi $\triangle ABC$.

Bài 3: Tính chu vi $\triangle ABC$ cân biết :

- a) $AB = 5\text{cm}$; $BC = 12\text{cm}$.
- b) $AC = 7\text{cm}$; $BC = 13\text{cm}$.
- c) $BC = 3,5\text{cm}$; $AC = 7\text{cm}$.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ có $BC = 1\text{cm}$; $AC = 9\text{cm}$. Hãy tính độ dài cạnh AB biết rằng độ dài cạnh này là một số nguyên (cm). Tính chu vi của $\triangle ABC$.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 3\text{dm}$; $BC = 27\text{dm}$. Biết rằng độ dài của AC là một số nguyên tố. Tính chu vi của $\triangle ABC$.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 7\text{cm}$; $AC = 2\text{cm}$. Hãy tìm độ dài của BC, biết rằng độ dài của BC là một số nguyên lẻ. Tính chu vi của $\triangle ABC$.

Bài 7: Cho $\triangle OBC$ cân tại O. Trên tia đối của tia CO lấy điểm A. chứng minh $AB > AC$.

Bài 8: Cho $\triangle OBC$ cân tại O. Trên tia đối của tia OC lấy điểm A. chứng minh $AB < AC$.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

- a) chứng minh $\triangle AMB = \triangle DMC$.
- b) Chứng minh $AB + AC > 2AM$.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ Có AM là phân giác và $AB > AC$. Trên AB lấy điểm I sao cho $AI = AC$.

- a) So sánh MC và MI.
- b) Chứng minh $MB - MC < AB - AC$.

Bài 11: Có hay không một tam giác có độ dài ba cạnh a, b, c sao cho:

- a) $a = 2b$; $b = 2c$.
- b) $a = \frac{3}{2}b$; $b = \frac{3}{2}c$.

c) $a = 3b$; $b = \frac{1}{2}c$. d) $a = \frac{5}{3}b$; $a = \frac{5}{4}c$.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có D nằm giữa B và C. Chứng minh AD nhỏ hơn nửa chu vi của $\triangle ABC$.

Bài 13: Chứng minh rằng cạnh lớn nhất của tam giác nhỏ hơn nửa chu vi của tam giác.

Bài 14: Có tam giác cân nào mà độ dài cạnh đáy gấp 2 lần độ dài cạnh bên không?

IV/ TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN CỦA TAM GIÁC:

+ **Để chứng minh G là trọng tâm của $\triangle ABC$, ta cần chứng minh:**

* G là giao điểm của 2 đường trung tuyến của $\triangle ABC$

* G thuộc một đường trung tuyến (ví dụ: $G \in AM$) của $\triangle ABC$ và thỏa thêm một trong các đẳng thức sau:

$$AG = \frac{2}{3}AM; \quad AG = 2GM; \quad GM = \frac{1}{3}AM;$$

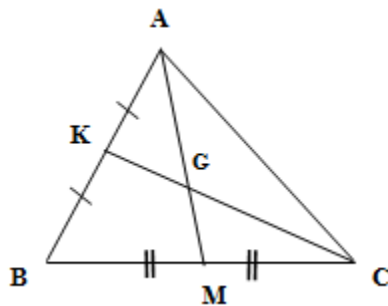
$$GM = \frac{1}{2}AG; \quad AM = 3GM; \quad AM = \frac{3}{2}AG$$

+ **Hệ quả:**

* Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$ và AG cắt BC tại M \Rightarrow M là trung điểm của BC.

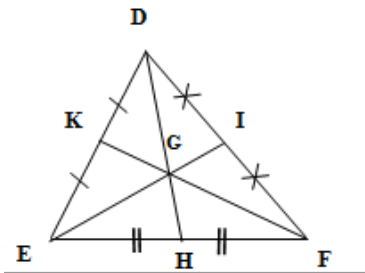
* Nếu G là trọng tâm của $\triangle ABC$, M là trung điểm BC \Rightarrow G thuộc trung tuyến AM (hoặc A, G, M thẳng hàng)

Bài 1: Cho hình sau, điền vào ô trống:



GK = CK;
 AG = GM;
 GK = CG;
 AM = AG;
 AM = GM.
 CG = CK;

Bài 2: Cho hình vẽ, hãy tính:



- a) $\frac{DK}{EK} \cdot \frac{EF}{HF}$
 b) $\frac{DF}{DI} \cdot \frac{HG}{DG}$
 c) $\frac{DG}{DH} \cdot \frac{EI}{GI} \cdot \frac{KG}{KF}$

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ cân tại A Có $AB = AC = 34\text{cm}$; $BC = 32\text{cm}$; kẻ đường trung tuyến AM.

- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$.
- Chứng minh $AM \perp BC$.
- Tính AM.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, vẽ các đường trung tuyến BM, CN của tam giác, BM và CN cắt nhau tại G.

- chứng minh $BM = CN$.
- Chứng minh $\triangle BGC$ cân.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC = 10\text{cm}$; $BC = 12\text{cm}$. Vẽ trung tuyến AM.

- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$.
- Chứng minh $AM \perp BC$.
- Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$. Tính AM, GA, GB
- Chứng minh $\triangle BGC$ cân.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có AD là trung tuyến, trên AD lấy điểm G sao cho $AG = 2DG$. Tia BG cắt AC tại I. Chứng minh I là trung điểm của AC.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$, Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AD = 2AB$. Trên tia CB lấy điểm E sao cho $BC = BE$, tia CA cắt DE tại I. Chứng minh I là trung điểm DE.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$, có M là trung điểm BC, gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$, trên tia GM lấy điểm D sao cho $DM = MG$. Chứng minh CG là trung tuyến $\triangle ADC$.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có AD là phân giác.

- a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$.
- b) Gọi BE, CF là 2 trung tuyến của $\triangle ABC$, chứng minh AD, BE, CF đồng quy tại một điểm (cùng đi qua một điểm).

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có BE, CF là trung tuyến cắt nhau tại G. Gọi D là trung điểm của BC. Chứng minh A, G, D thẳng hàng.

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có BD, CE là 2 trung tuyến cắt nhau tại G. Tia AG cắt BC tại H.

- a) Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$.
- b) Gọi I và K lần lượt là trung điểm của GA và GC. Chứng minh AK, GI, BD đồng quy.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có D là trung điểm của BC, trên AD lấy điểm H sao cho $AH = 2DH$, biết $AD = 12\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính AH, DH, AB.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G và đường trung tuyến AD. Trên tia AD lấy điểm I sao cho $DI = DG$. Gọi E là trung điểm của AB. IE cắt BG tại M. Chứng minh M là trọng tâm của $\triangle ABI$.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của BC. Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho $AB = AD$, AC cắt DM tại G. Tia BG cắt DC tại I. Chứng minh:

- a) $GC = 2GA$.
- b) BI là trung tuyến của $\triangle BDC$.

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC = 5\text{cm}$ và $BC = 6\text{cm}$. D là trung điểm của BC.

- a) $\triangle ABD$ là tam giác gì? Tính AD.
- b) Đường trung tuyến BE cắt AD tại G. Tính AG.

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ có đường trung tuyến AD. Lấy điểm G trên AD sao cho $AG = 2GD$. Gọi E là trung điểm của AC.

- a) Chứng minh $AG = \frac{2}{3}AD$
- b) Chứng minh B, G, E thẳng hàng.

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ có BD và CE là hai đường trung tuyến và $BD = CE$. Chứng minh $\triangle ABC$ cân.

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có AD là trung tuyến. Trên tia AD lấy điểm E sao cho $DA = DE$.

- a) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle CED$.
- b) Chứng minh $\triangle ACE$ vuông.
- c) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle CEA$.

d) Chứng minh $AD = \frac{1}{2}BC$.

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 8\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$. Trung tuyến AD cắt trung tuyến BE tại G.

- a) Tính AC và AE.
- b) Tính BE và BG.
- c) Tia CG cắt AB tại K. Tính CK.

Bài 20: Cho $\triangle ABC$ có đường trung tuyến AO. Trên tia AO lấy điểm D sao cho $DO = DA$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của BD và CD. AH và AK lần lượt cắt BC tại E và F.

- a) Chứng minh E là trọng tâm $\triangle ABD$, F là trọng tâm $\triangle ACD$.
- b) So sánh EO và BO; FO và CO. Chứng minh $EF = \frac{1}{3}BC$.

Bài 21: Cho $\triangle ABC$ có $BC = 2BA$, và BD là tia phân giác của $\triangle ABC$. Chứng minh $DC = 2DA$.

V/ TÍNH CHẤT TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC VÀ TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC:

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, kẻ $BE \perp AC$, kẻ $CD \perp AB$. Gọi I là giao điểm BE, CD.

- a) Chứng minh $BD = CE$.
- b) Chứng minh I thuộc tia phân giác của góc A.

Bài 2: Cho góc xOy nhọn, trên tia Ox lấy điểm A và B, trên tia Oy lấy điểm C và D sao cho $OA = OC$, $OB = OD$. Gọi I là giao điểm của AD và BC.

- a) chứng minh $BC = AD$.
- b) Chứng minh $IA = IC$, $IB = ID$.
- c) Chứng minh OI là tia phân giác của góc xOy.

Bài 3: Tam giác ABC có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác. Chứng minh $\triangle ABC$ cân.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, các đường phân giác BD, CE cắt nhau tại K, chứng minh AK đi qua trung điểm của BC.

Bài 5: Cho điểm M nằm trên tia phân giác At của \widehat{xAy} nhọn. Kẻ $MH \perp Ax$ ở H và $MK \perp Ay$ ở K.

- a) So sánh MH và MK.
- b) Chứng minh $\triangle AMH = \triangle AMK$.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ có đường trung tuyến AM đồng thời là đường phân giác. Kẻ $MH \perp AB$ và $MK \perp AC$.

- a) So sánh MH và MK.
- b) Chứng minh $\triangle BHM = \triangle CKM$
- c) $\triangle ABC$ là tam giác gì?

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có AM là trung tuyến.

- a) So sánh \widehat{BAM} và \widehat{CAM} .
- b) Lấy điểm D trên AM, kẻ $DH \perp AB$, $DK \perp AC$. Chứng minh $\triangle DHK$ cân.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{A} = 80^\circ$ và trung tuyến AM.

- a) Tính số đo góc B và góc C.
- b) Tia phân giác của góc B cắt AM tại I. tính \widehat{ACI} .

Bài 9: Cho $\triangle ABC$, các đường phân giác ngoài của hai góc B và góc C cắt nhau tại I.

- a) Kẻ $IH \perp AB$, $IK \perp BC$, chứng minh $IH = IK$.
- b) Kẻ $IL \perp AC$ chứng minh $IL = IK$.
- c) Chứng minh I thuộc tia phân giác của góc A.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Hai tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh A, I, M thẳng hàng.

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, có I là giao điểm của hai phân giác trong và E là giao điểm của hai phân giác ngoài của góc B và góc C. Chứng minh A, I, E thẳng hàng.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, gọi D là trung điểm của BC, gọi E và F là chân các đường vuông góc kẻ từ D đến AB và AC. Chứng minh $DE = DF$.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $AB = 5\text{cm}$; $BC = 8\text{cm}$. Đường phân giác AD cắt trung tuyến BM tại I. Chứng minh $AD \perp BC$ và tính BD, AD, ID.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ cân tại A có đường phân giác AD cắt đường trung tuyến BM tại I.

- a) Tính \widehat{ADB} .
- b) Tam giác IBC là tam giác gì?
- c) Tính $\frac{ID}{AD}$

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 70^\circ$, các đường phân giác BD, CE cắt nhau tại I. Tính \widehat{BIC} .

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ có các đường phân giác BM, CF cắt nhau tại E, biết $\widehat{BEC} = 140^\circ$. Tìm số đo góc A.

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ có phân giác của hai góc ngoài đỉnh B và đỉnh C cắt nhau tại I. Kẻ $ID \perp AB$; $IE \perp BC$; $IF \perp AC$.

- a) Chứng minh $ID = IE = IF$.
- b) Chứng minh AI là phân giác \widehat{BAC} .

Bài 18: Tam giác ABC vuông tại A có hai đường phân giác trong của góc B và góc C cắt nhau tại I. Kẻ $ID \perp AB$; $IE \perp AC$; $IF \perp BC$. Chứng minh $AD = AE$; $BD = BF$; $CE = CF$.

Bài 19: Tam giác ABC cân tại A có hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại I.

- a) Chứng minh $\triangle AMN$ cân.
- b) Chứng minh $\triangle AMI = \triangle ANI$.
- c) Tia AI cắt BC tại P. Biết $AB = 10\text{cm}$; $BC = 16\text{cm}$. Tính AI; BI; CN.

VI/ TÍNH CHẤT ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA MỘT ĐOẠN THẲNG –TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA TAM GIÁC:

Để chứng minh một đường thẳng là trung trực của một đoạn thẳng, ta cần chứng minh:

- *Chứng minh đường thẳng vuông góc tại trung điểm của đoạn thẳng ấy.
- *Chứng minh đường thẳng đi qua hai điểm mà 2 điểm đó cách đều hai mút của đoạn thẳng .
- *Chứng minh rằng trong tam giác cân đường trung tuyến đồng thời là đường cao, đường phân giác **ứng với cạnh đáy.**

Bài 1: Cho đoạn thẳng $AB = 12\text{cm}$, có M là trung điểm của AB . Trên đường trung trực của đoạn thẳng AB lấy điểm D sao cho $AD = 8\text{cm}$.

- a) Chứng minh $\triangle AMD = \triangle BMD$.
- b) Tính DA, DB .

Bài 2: Cho C và D thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB . Chứng minh $\widehat{DCA} = \widehat{DCB}$.

Bài 3: Cho 2 điểm M và N nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB . Chứng minh $\triangle MAN = \triangle MBN$.

Bài 4: Cho đoạn thẳng $CD = 10\text{cm}$, gọi E là trung điểm của CD . Trên đường trung trực của đoạn thẳng CD lấy điểm F sao cho $EF = 12\text{cm}$.

- a) Chứng minh $\triangle CEF = \triangle DEF$.
- b) Tính EC, ED .

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Có đường cao AH . Trên tia AH lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Chứng minh $\triangle BCD$ vuông tại D .

Bài 6: Cho 2 điểm A và D nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng BC . (A và D thuộc 2 nửa mặt phẳng có bờ là BC .) Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$, đường phân giác AD . Trên tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Chứng minh AD là đường trung trực của BE .

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ cân tại A và $\triangle DBC$ cân tại D , và M là trung điểm của BC . Chứng minh A, D, M thẳng hàng.

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , tia phân giác của góc A cắt BC tại I .

- a) Chứng minh AI là trung trực của $\triangle ABC$.
- b) Trên AI lấy điểm K . Chứng minh $\widehat{KBI} = \widehat{KCI}$

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , gọi M là trung điểm của BC . Hai đường trung trực của AB và AC cắt nhau tại D . Chứng minh:

- a) $DB = DC$.

b) A, D, M thẳng hàng.

Bài 11: Cho 3 tam giác cân MAB, NAB, PAB có chung đáy AB. Chứng minh M, N, P thẳng hàng.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ cân tại A. Hai tia phân giác của góc B và góc C cắt nhau tại I.

a) Chứng minh $\triangle BIC$ cân tại I.

b) Chứng minh AI là trung trực của BC.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, có AM là trung tuyến. Đường trung trực của AC cắt đường trung tuyến AM tại D. Chứng minh $DA = DB$.

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Đường trung trực của BC cắt tia phân giác của góc A tại M. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M xuống AB và AC. Chứng minh $\triangle MBH = \triangle MCK$.

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Lấy điểm D trên AC sao cho $CD = AB$. Đường trung trực của BD cắt đường trung trực của AC tại M.

a) Chứng minh $\triangle MAB = \triangle MCD$.

b) $\triangle MAC$ là tam giác gì? Chứng minh AM là tia phân giác của \widehat{BAC} .

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, đường trung tuyến AM cắt đường trung trực của AC tại K. Chứng minh $KA = KB = KC$.

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, $\widehat{A} > 90^\circ$, các đường trung trực của AB, và của AC cắt nhau tại O và cắt BC tại D và E. Chứng minh rằng:

a) OA là trung trực của BC.

b) $BD = CE$.

c) $\triangle ODE$ cân.

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, có $AB = 14\text{cm}$, đường trung trực của AB cắt AC tại E. Biết chu vi của $\triangle BEC$ bằng 24cm . Tính BC.

VII/ TÍNH CHẤT BA ĐƯỜNG CAO CỦA TAM GIÁC:

Để chứng minh trực tâm của tam giác ta cần chứng minh:

*Chứng minh giao điểm của hai đường cao là trực tâm.

*Chú ý: Trong tam giác vuông hoặc tam giác tù, trực tâm chính là đỉnh của góc vuông hoặc đỉnh của góc tù.

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Chứng minh $CH \perp AB$.

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có đường cao AH đồng thời là đường phân giác. Chứng minh $\triangle ABC$ cân.

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn, các đường cao BD, CE cắt nhau tại H.

- a) Chứng minh $AH \perp BC$.
- b) Chứng minh $\widehat{DHC} = \widehat{BAC}$

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao AD, BE, cắt nhau tại I.

- a) chứng minh $CI \perp AB$.
- b) Cho góc $ACB = 40^\circ$. Tính góc BID và góc DIE.

Bài 5: Cho H là trực tâm của $\triangle ABC$ không vuông. Tìm trực tâm của các tam giác ABC, AHB, AHC.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, đường trung tuyến AM. Qua A vẽ đường thẳng $d \perp AM$. Chứng minh $d \parallel BC$

Bài 7: Tam giác ABC có 2 đường cao BD và CE bằng nhau. Chứng minh $\triangle ABC$ cân.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, đường cao CH cắt tia phân giác của góc A tại D. Chứng minh BD vuông góc với AC.

Bài 9: Tam giác ABC có $AB = AC = 13\text{cm}$; $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài đường trung tuyến AM.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, lấy điểm H thuộc AB. Vẽ $HE \perp BC$. Tia EH cắt CA tại D.

- a) Điểm H là gì của $\triangle BCD$?
- b) chứng minh $DH \perp BC$.

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có đường cao AD, trên AD lấy điểm H, qua H kẻ đường thẳng song song với AC cắt CD tại E và cắt AB tại I.

- a) Điểm H là gì của $\triangle AEB$?
- b) Chứng minh $DH \perp AK$.

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A. lấy điểm H trên AC. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $AD = AH$. Tia DH cắt BC tại I.

- a) Chứng minh $DI \perp BC$.
- b) Điểm H là gì của $\triangle BCD$.
- c) Chứng minh $BH \perp CD$.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ nhọn, có ba đường cao AD, BE, CF đồng quy tại H.

- a) Trong $\triangle BHC$ thì BF, CE và điểm A là gì?
- b) Hãy chỉ ra trực tâm của $\triangle HCA$ và $\triangle HAB$. (không cần giải thích).

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B}; \widehat{C}$ là các góc nhọn, $AC > AB$. Kẻ đường cao AH. Chứng minh rằng $\widehat{HAB} = \widehat{HAC}$.

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, trên tia BA lấy điểm D sao cho $BA = AD$. Kẻ đường cao AE của $\triangle ABC$, đường cao AF của $\triangle ACD$. Chứng minh $\widehat{EAF} = 90^\circ$.

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, và có đường cao AH. AD là đường phân giác của $\triangle ABH$; CE là phân giác của $\triangle ACH$. Chứng minh:

- a) $CE \perp AD$.
- b) E là gì của $\triangle ACD$.
- c) Chứng minh $ED \parallel AB$.

CÁC BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 25\text{cm}$; $AB = 20\text{cm}$, kẻ đường cao AH.

- a) So sánh HB, HC.
- b) Trên AH lấy điểm M, so sánh MB, MC.

Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có độ dài ba cạnh $AB : AC : BC = 3 : 5 : 7$. Chu vi của tam giác ABC là 300cm.

- a) Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.
- b) So sánh các góc của tam giác ABC.

Bài 3: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, có tia phân giác BD, qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BD và cắt BC tại E.

- a) Chứng minh $BA = BE$.
- b) Chứng minh $\triangle BED$ vuông.

Bài 4: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC < BC$.

- 1) So sánh các cạnh của $\triangle ABC$.
- 2) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và AH là đường cao của $\triangle ABC$. Chứng minh:

- a. $\triangle AMN = \triangle HMN$.
- b. $MN \perp AH$.

Bài 5: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$, đường trung trực của đoạn BC cắt cạnh AC tại I. Trên tia BI lấy điểm E sao cho $IE = IA$. Chứng minh:

- a) $\triangle AIB = \triangle EIC$.
- b) $\triangle ABC = \triangle ECB$.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ cân tại A, có AH là đường cao. Kẻ $HI \perp AB$, $HK \perp AC$.

- a) Chứng minh AH là phân giác của \widehat{IAK} .
- b) Chứng minh AH là trung trực của IK.
- c) Trên tia IH lấy điểm N sao cho $HN = HI$. Chứng minh $\triangle IKN$ vuông.

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 6\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$.

- a) Tính AC.
- b) Kẻ trung tuyến AM của $\triangle ABC$. Trên tia MA lấy điểm I sao cho $MI = 1\text{cm}$. Đường thẳng BI cắt AC tại K. Chứng minh K là trung điểm của AC.